

אלגברה כתה ח'

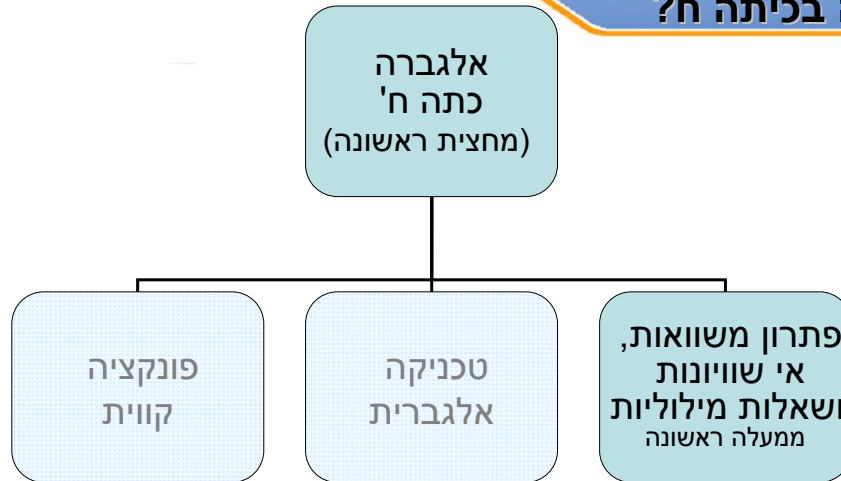
פתרון משוואות, אי שוויונות ושאלות מילוליות

חלק א

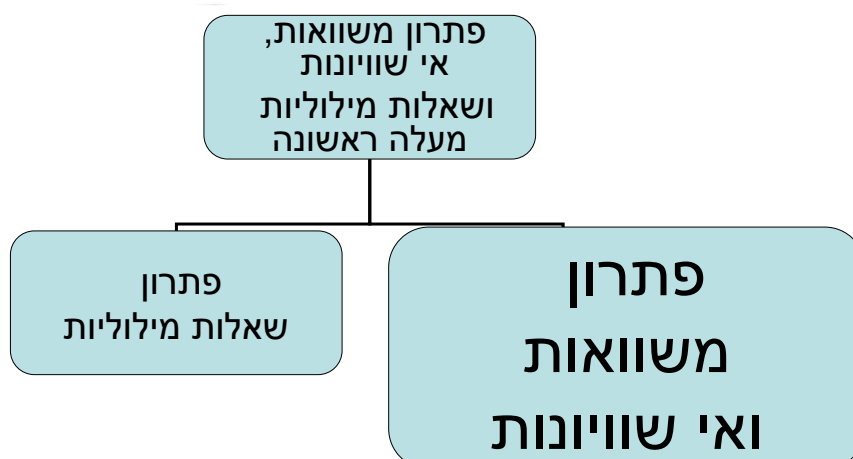
מה היה בכיתה ז'?



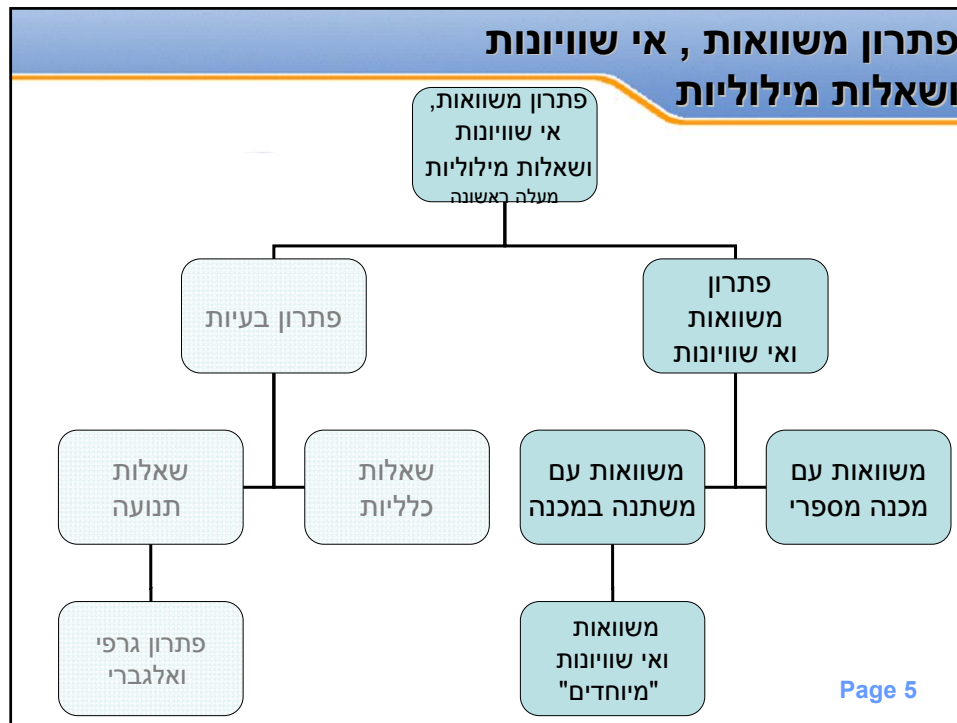
מה בכיתה ח?



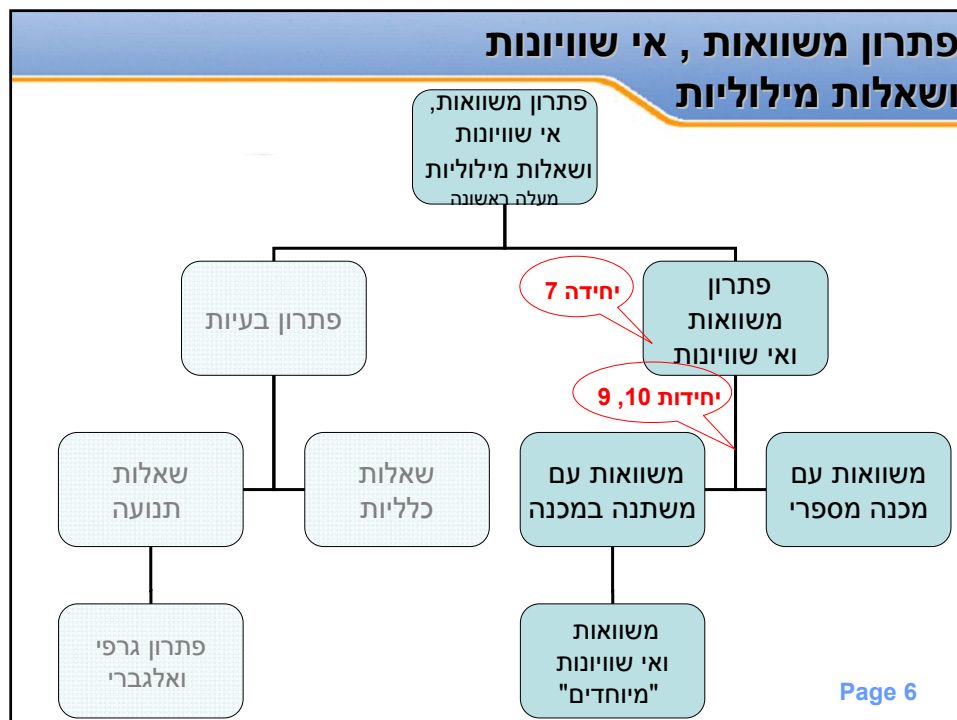
פתרון משוואות, אי שוויונות ושאלות מילוליות



פתרון משוואות , אי שוויונות ושאלות מילוליות



פתרון משוואות , אי שוויונות ושאלות מילוליות



איך פותרים משוואות?

משימה 1

מצאו את הפתרון של המשוואה הבאה:

$$\begin{array}{r} 12 \\ \hline 2 + \frac{24}{8 + \frac{28}{2 + \frac{9}{x}}} \end{array} = 3$$

http://www.fi.uu.nl/toepassing/en/02016/toepassing_wisweb.en.html

משימה 2

פתרו את המשוואה הבאה:

$$\frac{2}{3}x - 2 = \frac{1}{5}x - \frac{3}{5}$$

http://www.fi.uu.nl/toepassing/02017/toepassing_wisweb.en.html

יחידה 7 שיעור 1

ניזכר:

כדי לפתור משוואה אפשר לפעול במספר דרכים.

להיעזר בשיקולים.

שאלות: מאיזה מספר מחסרים 6 ומקבלים 14, המספר הוא 20
דוגמה: $5(x + 2) - 6 = 14$

שאלות: בכמה צריך לנפול את 5 כדי לקבל 20? המספר הוא 4
 $5(x + 2) = 20$

מגלים את הפתרון: $x + 2 = 4$ מכאן $x = 2$

- לפשט תחילה את הביטויים שבאגפים ואז למצוא את הפתרון פעולות על אגפים.
- "לסבך" את אחד הביטויים כדי שיכיל חלקים דומים לביטוי השני (כמו הפתרון של אלון):

דוגמה:

$$\begin{aligned} 5(x+2) - 6 &= 14 \\ 5(x+2) - 6 &= 20 - 6 \\ 5(x+2) &= 5 \cdot 4 \\ x+2 &= 4 \\ x &= 2 \end{aligned}$$

דוגמה:

$$\begin{aligned} 5(x+2) - 6 &= 14 \\ 5x + 10 - 6 &= 14 \\ 5x + 4 &= 14 / -4 \\ 5x &= 10 / :5 \\ x &= 2 \end{aligned}$$

- למצוא את הפתרון על-ידי שילוב בין פישוט לסיבוך:

דוגמה:

$$\begin{aligned} 5(x+2) - 6 &= 14 / +6 \\ 5(x+2) &= 5 \cdot 4 \\ x+2 &= 4 / -2 \\ x &= 2 \end{aligned}$$

- למצוא את הפתרון על-ידי פעולות על אגפי המשוואה (כמו על כפות מאזניים):

דוגמה:

$$\begin{aligned} 5(x+2) - 6 &= 14 / +6 \\ 5(x+2) &= 20 / :5 \\ x+2 &= 4 / -2 \\ x &= 2 \end{aligned}$$

למצוא את הפתרון על-ידי פעולות על אגפי המשוואה (כמו על כפות מאזניים):

דוגמה:

$$\begin{aligned} 5(x+2) - 6 &= 14 / +6 \\ 5(x+2) &= 20 / :5 \\ x+2 &= 4 / -2 \\ x &= 2 \end{aligned}$$

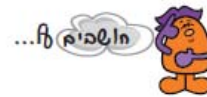
בסיום, בודקים את התשובה על-ידי הצבה במשוואה המקורית:

$$5 \cdot (2+2) - 6 \stackrel{?}{=} 14$$

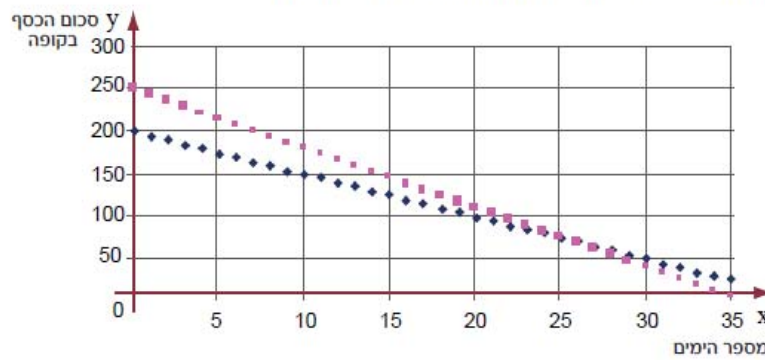
$$5 \cdot 4 - 6 \stackrel{?}{=} 14$$

$$14 \stackrel{?}{=} 14 \quad \checkmark$$

אם לאחר ההצבה התקבל שוויון בין האגפים אז הפתרון נכון:



4. "דינה אמרה, אני שרטטתי גרף ובעזרתו מצאתי את התשובה".



האם הדרך של דנה נכונה?

ואיך פותרים אי-שוויונות?

יחידה 7 שיעור 3

שיעור 3. מתחמם...

פותרים אי שוויונות



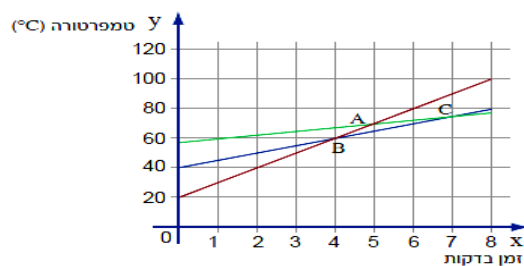
בשיעור מדעים מחממים מים בשלושה כלים, במשך 8 דקות.

במהלך החימום, הטמפרטורות השתנו כך:

- בכלי א: בתחילה 20°C ובכל דקה הטמפרטורה עלתה ב- 10°C .
 - בכלי ב: בתחילה 40°C ובכל דקה הטמפרטורה עלתה ב- 5°C .
 - בכלי ג: בתחילה 57.5°C ובכל דקה הטמפרטורה עלתה ב- 2.5°C .
- נשווה בין הטמפרטורות בכלים השונים במהלך החימום.

1. x מייצג את מספר הדקות שעברו מתחילת החימום.

רשמו ביטויים לטמפרטורה בכל אחד מהכלים, במהלך החימום.



2. לפניכם שלושה גרפים המתארים את הטמפרטורה בכלי. התאימו גרף לכלי. נמקו.

3. מצאו את שיעורי הנקודות A, B ו-C.

4. הסבירו את המשמעות של כל נקודה.

5. אלעד אמר: "אחרי 5 דקות, טמפרטורת המים בכלי א גבוהה יותר מטמפרטורת המים בכלי ב". האם אלעד צודק?

האם תוכלו לענות על השאלה בעזרת הגרף? הסבירו.

האם תוכלו לענות על השאלה בעזרת אי-שוויון? הסבירו.

תוכנית הלימודים

תחום אלגברי: 2. פתרון משוואות ממעלה ראשונה ופתרון בעיות המביאות למשוואות ממעלה ראשונה (המשך מכיתה ז'):

נושאי לימוד	הבהרות ודוגמאות
פתרון משוואות ממעלה ראשונה ופתרון בעיות המביאות למשוואות ממעלה ראשונה	הערה: מומלץ לעסוק במשוואות שפתרון מספרים מסוגים שונים (חיוביים ושליילים, שברים פשוטים, ומספרים עשרוניים).

• משוואות עם מכנה מספרי

• משוואות עם משתנה במכנה או ביטוי יחיד במכנה
שאפשר להביא אותן למשוואה ליניארית.

• משוואות עם שברים שהמכנים שלהם הם מספרים

דוגמה:

$$\frac{x-3}{5} + \frac{5-2x}{2} = 1\frac{1}{2}$$

• משוואות שבמכנה יש ביטוי אלגברי ואין צורך בפירוק לגורמים

דוגמאות:

לפני פתרון משוואה, נבדוק אילו ערכים בשביל x יוצאים מראש מתחום הדיון כי הצבתם נותנת ביטוי חסר משמעות ולכן אינם יכולים להיות פתרון. לקבוצת המספרים שמותר להציב במשוואה במקום x נקרא **תחום הצבה**.

$$1. \frac{x}{x+3} = 5$$

$$2. \frac{2}{x} + \frac{3}{7} = 4$$

$$3. \frac{2}{x+3} = \frac{1}{x}$$

הערה: לא יינתנו משוואות שמתקבל בהן x^2 בשני האגפים.

הערה: אין צורך בחיבור שברים ואף לא במכנה המשותף; מבטלים מכנים על ידי כפל בהם בסדר כלשהו.

באי השוויון יהיה מכנה מספרי בלבד. אי שוויון שיש להחליף את כיוונו בגלל כפל במספר שלילי. דוגמה: $\frac{3x+5}{-2} < 8$	אי שוויונות (המשך)
--	---------------------------




יחידות 9 ו- 10

משוואות עם מכנה

ביטוי אלגברי במכנה:

- תחום הצבה
- צמצום

מכנה מספרי:

- מכנים זהים
- מכנים זרים
- מכנה משותף והמכנה המשותף הקטן ביותר




כדי לפתור משוואה שיש בה מכנה - כמו למשל: $\frac{x-6}{4} = \frac{x-4}{6}$

אפשר לפעול בשלוש דרכים:

- לכפול במכנים בסדר כלשהו
- לכפול במכפלת המכנים
- לכפול במכנה המשותף הקטן ביותר

ביותר $\frac{x-6}{4} = \frac{x-4}{6} \quad / \cdot 12$ $3(x-6) = 2(x-4)$	$\frac{x-6}{4} = \frac{x-4}{6} \quad / \cdot 24$ $6(x-6) = 4(x-4)$	$\frac{x-6}{4} = \frac{x-4}{6} \quad / \cdot 4$ $x-6 = \frac{4(x-4)}{6} \quad / \cdot 6$ $6(x-6) = 4(x-4)$
---	--	--

תזכורת: המכנה המשותף הקטן ביותר מורכב ממכפלת הגורמים הראשוניים של המספרים שבמכנה:

לדוגמה: הגורמים הראשוניים של 4 הם: 2 ו-2, הגורמים הראשוניים של 6 הם 2 ו-3,

ולכן המכנה המשותף הקטן ביותר הוא המכפלה: $2 \times 2 \times 3 = 12$

שאלה 10

נתון: $x - y = 4$

בהסתמך על הנתון, חשבו את ערכי הביטויים (התבניות) שלפניכם והציגו את דרך החישוב.

א. $(x-y)^2 - 2(x-y) =$

דרך החישוב:

תשובה: _____

ב. $1 - \frac{x-y}{3} =$

דרך החישוב:

מיצ"ב תשס"ח

ראייה תבניתית, הצבה של ערך ביטוי נתון בביטוי אלגברי. אלגברה נלמד בכיתה ז' (בדרך כלל הצבה של ערך המשתנה ולא של ערך הביטוי). אפשרות לבדוק התבוננות תבניתית ללא צורך בפעולות טכניות. בסיס לפתרון משוואות. אסטרטגיה פחות יעילה אך ייתכן שתתאים לתלמידים: להגדיר $x = 5 + y$ ולס: סעיף א' - $(5 + y - y)^2 - 2(5 + y - y) = 25 - 10 = 15$ סעיף ב' - $1 - \frac{5 + y - y}{4} = 1 - \frac{5}{4} = -\frac{1}{4}$ לשכח הטעות: $1 - \frac{5}{4} / :4$ $4 - 5 = -1$ טעות זו חוזרת אצל תלמידים רבים, יש להשקיע זמן בהבנת המשמעות של ביטול המכנה באמצעות הכפל במכנה המשותף רק כשכופלים את שני האגפים. לשכח הטעות: $1 - \frac{5}{4} = \frac{1-5}{4}$ א': $1 - \frac{5}{4} = \frac{1-5}{-4}$ חוסר הבנה של סימן המינוס שלפני קו השבר (ראו הסבר בעמודה המתארת רעיונות להוראה).	בסעיף א': ניסיון לפתוח סוגריים: $x^2 - 2xy + y^2 - 2x + 2y$ ומכאן, אין אפשרות לקבל את ערך הביטוי. בסעיף ב': העברת הביטוי לקו שבר אחד - $\frac{4 - x + y}{4} =$ ומכאן, אין אפשרות לקבל את ערך הביטוי. התייחסות לביטויים שיש לחשב כאל משוואות וביצוע פעולות בהתאם. בסעיף ב' טעות בפתרון התרגיל המתקבל לאחר ההצבה: $1 - \frac{5}{4} / :4$ $4 - 5 = -1$ א': $\frac{1-5}{4} =$ א': $\frac{1-5}{-4} =$
---	--

יחידה 10 שיעור 1

6. בכל סעיף נתונים ביטוי אלגברי ומשוואה.

פשטו את הביטוי האלגברי ופתרו את המשוואה.

דוגמא:

$$\frac{x}{3} - \frac{x}{5} = 2 \quad / :15$$

$$5x - 3x = 30$$

$$2x = -30 \quad / :2$$

$$x = -15$$

א. $\frac{x}{3} - \frac{x}{4} = 2$

ב. $\frac{x}{2} + \frac{x-2}{3} = 1$

ג. $\frac{3x-5}{2} + \frac{x}{4} = 9$

יחידה 10 שיעור 1

7. ירון אמר בביטוי $\frac{x}{3} - \frac{x}{5} =$ אני כפלתי במכנה המשותף:

$$\begin{aligned}\frac{x}{3} - \frac{x}{5} &= \\&= \frac{5x - 3x}{15} = \\&= \frac{2x}{15} \quad / \cdot 15 \\&= 2x\end{aligned}$$



בדקו את הפעולות של ירון.

האם מותר לכפול ביטוי במכנה משותף כפי שכופלים משוואה?

משוואות ואי שוויונות מיוחדים

תוכנית הלימודים

דיון במספר פתרונות של משוואות שונות:

1. משוואה שבה כל ערך x שאפשר להציבו הוא פתרון: $\frac{3x+6}{x+2} = 3$

2. משוואה שאין לה פתרון: $\frac{2x-5}{x+1} = 2$

יחידה 10 שיעור 3

שיעור 3. מה עושים

פתרון איש שוויונו ומשוואות מיוחדות



תלמידים קיבלו את הביטויים הבאים:

$$x - 5, x + 5, 2x + 5, 2x - 5, 2x + 10, 2x - 10$$

הם התבקשו לבחור זוגות של ביטויים ולבנות משוואות.

תמיר כתב את המשוואה: $x - 5 = x + 5$

אלון כתב את המשוואה: $2x + 5 = x + 5$

אבנר כתב את המשוואה: $x + 5 = 2x + 10$

עומרי כתב את המשוואה: $x + 5 = x + 5$

כל אחד מהם ניסה לפתור את המשוואה שכתב וארבעתם הסיקו כי אי אפשר לפתור את המשוואה.

האם הם צודקים? הסבירו.

משימה 3

משוואה	אי שוויון	
		אפס
		כל המספרים
		אף מספר
		כל המספרים פרט ל..

דוגמאות

מיצ"ב תשס"ט

שאלה 16

נתונה המשוואה: $x^2 + 2x = 15$

בדקו אם $x = -5$ הוא פתרון של המשוואה.
הציגו את דרך הבדיקה:

סמנו על פי הבדיקה את הטענה הנכונה.

$x = -5$ הוא פתרון של המשוואה. ☐₁

$x = -5$ אינו פתרון של המשוואה. ☐₂



מיצ"ב תשס"ט

שאלה 8

לפניכם אי-שוויון. $5x > x + 17$

א. הביאו דוגמה **אחת** למספר שהוא פתרון של האי-שוויון הנתון.

תשובה: _____

ב. הביאו דוגמה **אחת** למספר **שאינו** פתרון של האי-שוויון הנתון.

תשובה: _____



מיצ"ב תשס"ט

שאלה 16

$$6 \cdot \frac{x+2}{x} = -6$$

פתרו את המשוואה שלפניכם.

הציגו את דרך הפתרון:

אלגברה כתה ח'

פתרון משוואות, אי שוויונות
ושאלות מילוליות

חלק א