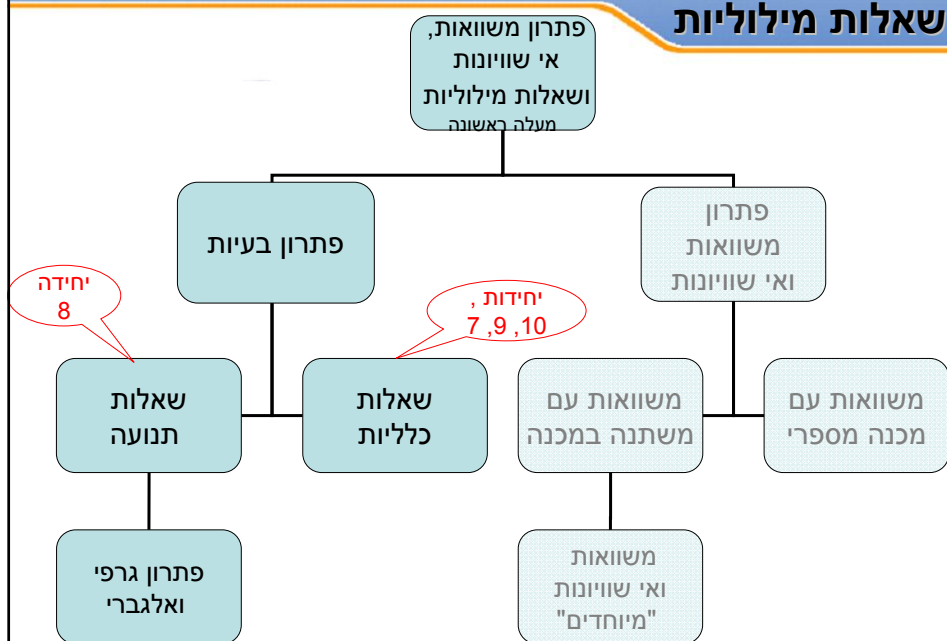


# אלגברה כתה ח'

## פתרון משוואות, אי שוויונות ושאלות מילוליות

חלק ב

### פתרון משוואות, אי שוויונות ושאלות מילוליות





## מה מקבלים אם מחברים 3 תפוחים ל- 2 תפוחים? שאלה מילולית בתיכון!

כנס ארצי לרכזים ולמורי מתמטיקה  
בבית"ס היסודי, 1.7.2010

מתוך הרצאתה של גב' אולגה יעקובסקי:

כל ילד צריך להרגיש שדרכו מוצאת חן בעיני המורה!

רכישת מיומנויות לפתרון בעיות-תהליך ארוך. הוא דורש מהמורה סבלנות וכוח  
התמודדות עם מגוון סיטואציות התלויות ביכולת, ואופי של כל תלמיד בכיתה וגם,  
כמובן, באווירה הלימודית שבכיתה. יחד עם זאת הוא התהליך החשוב ביותר  
בהוראת/למידת מקצוע המתמטיקה ובפיתוח חשיבה אצל תלמידים.

## תוכנית הלימודים

### פתרון בעיות מילוליות

#### דוגמאות לבעיות :

#### מסוגים שונים

1. כששאלו את פיתגורס למספר תלמידיו ענה: לומדי המתמטיקה מהווים מחצית של התלמידים, לומדי הפיזיקה מהווים רבע מהתלמידים, שביעית מהתלמידים הוגים בדממה, השאר, 3 נשים לומדות מוזיקה. האם מסר לנו די נתונים? אם כן כמה לומדים מתמטיקה?
2. בידי חוט ברזל, שאורכו 25 ס"מ. ברצוני לבנות ממנו מסגרת בצורת מלבן שאורך אחת מצלעותיו 7 ס"מ, ולהותיר לפחות 3 ס"מ ללולאה. מה תוכלו לומר על אורכה של הצלע השנייה?
3. נתונים 5 מספרים עוקבים אשר סכומם הוא 100.
  - א. מי הם המספרים?
  - ב. מה תוכלו לומר על המספרים אם סכומם פחות מ-100?

## יחידה 7

### משוואות אי שוויונות ושאלות מילוליות

- שיעור 1. באוטובוס.  
פותרים משוואות
- שיעור 2. מי יזכה?  
פותרים שאלות מילוליות ומתייחסים לתנאי הבעיה
- שיעור 3. מתחמם.  
פותרים אי שוויונות
- שיעור 4. מה טובו אוהליך...?  
פותרים משוואות ואי שוויונות
- שיעור 5. פותרים ובודקים  
פותרים משוואות ואי שוויונות ובודקים

## יחידה 8

- שיעור 1. שקט בכבישים.  
מציאת הקשר זמן מהירות ודרך
- שיעור 2. כל מיני מהירויות.  
מחשבים זמן מהירות ודרך
- שיעור 3. צעדת בוקר.  
פותרים שאלות תנועה בעזרת גרפים
- שיעור 4. ביחד ולחוד.  
פותרים שאלות תנועה
- שיעור 5. רצים בכל הכוונים.  
על שעה וזמן, מהירות ודרך

## יחידה 9

- שיעור 1. הכיתה שלנו.  
משוואות עם מכנה מספרי זהה
- שיעור 2. חשבתי על מספר.  
פתרון משוואות עם מכנה מספרי (מכנים זרים)
- שיעור 3. בשיעור חשבון.  
מכנה משותף ומכנה משותף קטן ביותר

- שיעור 1. ביקור בתערוכה:  
משוואות עם ביטוי אלגברי במכנה
- שיעור 2. מה שמותר ומה שאסור:  
תחום הצבה
- שיעור 3. מה עושים:  
פתרון אי שוויונות ומשוואות מיוחדות

## יחידה 8

בדרכים- פתרון שאלות תנועה



## משימה 1



איך פותרים שאלות תנועה?



- שיעור 1. שקט בכבישים.
- מציאת הקשר זמן מהירות ודרך
- שיעור 2. כל מיני מהירויות.
- מחשבים זמן מהירות ודרך
- שיעור 3. צעדת בוקר.
- פותרים שאלות תנועה בעזרת גרפים
- שיעור 4. ביחד ולחוד.
- פותרים שאלות תנועה
- שיעור 5. רצים בכל הכוונים.
- על שעה וזמן, מהירות ודרך



במשימה 3 חקרנו תנועה של רון וסער שיצאו בזמנים שונים, בדרך גרפית, מספרית ואלגברית.

- כשנתון גרף, אפשר לקרוא מתוכו.  
אדענה, אפשר לקרוא שבעבור 12 דקות מאסס סער י3א מהפיק חונ השץ אוגו (שניהם היו במחמק 600 מטרים מהפיק באוגה עג).
- כשיש נתונים מספריים, אפשר לחשב מתוכם.  
אדענה, אם יודעים אג המהירות ש סער (50 מטרים אדקה) ואג סמן ההליכה ש או (16 דקות), אפשר לחשב אג הדרכ שהוא עבד:  $800 = 16 \cdot 50$ , באומר הוא עבד 800 מטרים בסמן הזה.
- לפעמים קשה לענות על השאלות הנשאלות מתוך הגרף וחסרים נתונים מספריים.  
במקרים כאלה נעזרים בביטויים ובמשוואות.  
אדענה, כדי אדעג מטי המחמק בין חונ אסער היה 100 מטרים, אפשר להיעזר במשוואה:  
 $100 = 50x - 6(x - 100)$ . פתרון המשוואה הוא:  $x = 14$  כלומר אחרי 14 דקות.

על ידי שימוש בפתרון בשני ייצוגים שונים אפשר לבדוק האם התשובה נכונה.  
אדענה, אפשר אפגור משוואה כדי אבדוק אם הגשוכה שקיאו פגלג נכונה.

# איך פותרים שאלות תנועה?

## שיעור 4

דוגמה: אילנה נעמדה ויציאתה זו לקראת 3 באוגוסט 2017.  
 בין נפגשו לאחר 3 שעות.  
 כמה ק"מ רגלו לא אהבו מורק?

מגוון: אילנה חבכה באדיבות 12 ק"מ פאזה אובן ב-3 שעות, היא פסגה דרך 3 ק"מ קאלארים, כאלה 36 ק"מ נאזה חבכה באדיבות 16 ק"מ פאזה אובן ב-3 שעות, היא פסגה דרך 18 ק"מ קאלארים, כאלה 54 ק"מ

## שיעור 5

ב. מה הייתה המהירות המסלולית ביוני?  
 ג. זמן מה שאלה 10 ב"ל משמעות הוא רשום.  
 $3 \cdot 4 = 12$   
 $22 - 12 = 10$   
 $10 \div 2 = 5$

| עלית | מהירות | זמן  | דרך |
|------|--------|------|-----|
| דחה  |        | מאות | ק"מ |
|      |        |      |     |

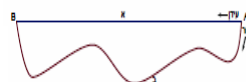
3. סוכות יצאה בשעה 5:00 בבוקר ונעה עד השעה 12:00 במהירות 120 קמ"ש.  
 אחר כך השהיכה לנסוע עד השעה 15:00 במהירות הקטנה ב-10 קמ"ש מהמהירות הקודמת שלה.  
 א. שעה איזה חלק של הדרך יצאה דרך?  
 ב. בכך-הכל מהנה המבטית 390 קמ"ש.  
 כך יחסית את הכביע שריטה מה את המרחק הכולל.



**מתמטיקה**  
**שולבת**  
 אלגברה גאומטריה מספרים

## שיעור 1

2. עיון דרך רצו בשני מסלולים שונים מ- A ל- B וקימו אותם מהם לא עבר במהלך דרכם.

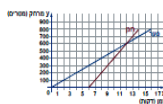


## שיעור 2

א. השלימו את הטבלה במהירותכם

| מהירות (ק"מ) | זמן (שעות) | דרך (ק"מ) |
|--------------|------------|-----------|
| 60 קמ"ש      | 3 שעות     | 180 ק"מ   |
| 5 קמ"ש       | 200 ק"מ    |           |
| 80 קמ"ש      | 120 ק"מ    |           |
| 20 קמ"ש      | 2-1 שעות   |           |
| 4 שעות       | 1 ק"מ      |           |
| 60 קמ"ש      | 1 שעות     |           |
| 1 קמ"ש       | 300 ק"מ    |           |

**מבחן**  
 המחלקה להוראת המדעים



דנה הפיקה לזרוע את המהירות במהירות השלישית את הטבלה של דנה.

| מהירות | זמן | דרך   |
|--------|-----|-------|
| 50     | 16  | נמרים |
| 100    |     | רמן   |

מאיה הפיקה לזרוע ביטויים אלגבריים במהירות השלישית את הטבלה של מאיה.

| מהירות | זמן   | דרך   |
|--------|-------|-------|
| 50     | 1     | נמרים |
| 100    | x - 6 | רמן   |

המחלקה להוראת המדעים

הידע?



מה מייצגות האותיות  
 $s, v, t$   
 המשמשות בשאלות תנועה?

**מתמטיקה**  
**שולבת**  
 אלגברה גאומטריה מספרים

**מבחן**  
 המחלקה להוראת המדעים

האות  $s$  מייצגת את המרחק או הדרך - מקור השימוש באות זאת הוא המילה *strada* שמשמעותה דרך (גם כביש או רחוב) בשפה האיטלקית ובשפות לטיניות נוספות.

האות  $v$  מייצגת את המהירות - מקור השימוש באות זאת הוא המילים *velocitá* באיטלקית או *velocity* באנגלית, שמשמעותן מהירות.

האות  $t$  מייצגת את הזמן - מקור השימוש באות זאת הוא המילים *tempo* באיטלקית או *time* באנגלית שמשמעותן זמן.

## על תחום הצבה

## יחידה 7 שיעור 1



כאשר עוסקים בבעיה מחיי היומיום, הפתרונות יכולים להיות רק מספרים מתאימים לבעיה - כלומר פתרון המשוואה צריך להיות מספר שיש לו משמעות בתוכן הבעיה.  
דוגמה: במשימה 5, מספר של תלמידים צריך להיות מספר טבעי.

פתרון המשוואה:  $12 = 13 + \frac{700}{x}$  הוא מספר שלילי - ולכן לא יכול לייצג מספר של תלמידים.

## יחידה 7 שיעור 2



כדי לבדוק פתרון של שאלה מילולית, אין די בכך שפתרון המשוואה נכון.  
בנוסף, בודקים האם הפתרון מקיים את תנאי הבעיה.  
דוגמה: במשימה 3,

- בסעיף א', פתרון המשוואה:  $120x + 80(30 - x) = 3300$  הוא  $x = 76.5$ . הפתרון נכון (בדקו) אולם מכיוון ש  $x$  מייצג את מספר העובדים הוותיקים, משמעות הפתרון היא ש 76 עובדים וחצי קיבלו כרטיסים. זהו פתרון שאינו מתאים לבעיה שעוסקת במספר של עובדים.
- בסעיף ג', פתרון המשוואה:  $120x + 80(30 - x) = 4000$  הוא  $x = 40$ . הפתרון נכון (בדקו), אולם פתרון זה אינו מתאים לבעיה משני טעמים:  
- 40 עובדים חדשים קיבלו כרטיסים. זהו פתרון שאינו מתאים לבעיה משום שלפי תנאי הבעיה סך-הכל 30 עובדים יקבלו כרטיסים.  
- נחשב את מספר העובדים הוותיקים:  $30 - 40 = -10$ . אין משמעות ל (-10) עובדים.

## יחידה 10, שיעור 2



אם במשוואה יש משתנה במכנה, בודקים תחילה אילו ערכים אינם יכולים להיות פתרונות כי הצבתם נותנת ביטוי חסר משמעות.

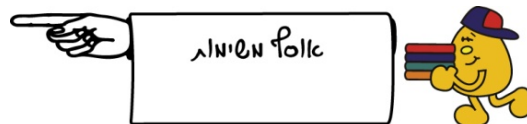
$$\frac{3(x-5)}{x-5} = 3 \quad \text{אדואה: במשימה 1 במשוואה}$$

אסור להציב את המספר 5 כותבים  $x \neq 5$ .

קבוצת המספרים שמותר להציב במשוואה או בביטוי אלגברי במקום  $x$  נקראת **תחום הצבה**.

תחום ההצבה של המשוואה  $\frac{3(x-5)}{x-5} = 3$  הוא: כל המספרים פרט ל-5.

## משימה 2



### כישורי חשיבה (אופנות):

מעבר בין סיטואציה למודל (בשני הכוונים):

- אוריינות לשונית
- אוריינות מתמטית
- מעבר בין ייצוגים
- הבנת יחסים, אילוצים

פתרון המודל:

- חישובים ופישוטים
- שיקולים: אמדן
- חשיבה הפוכה
- מעבר בין ייצוגים
- השוואה

רמות חשיבה: ידע- זיהוי, אלגוריתמית,

תהליכית, חיפוש פתוח.



רמת קושי טכני: קלה, בינונית, קשה.



המחלקה לחינוך המדעי

## משימה 3



המחלקה לחינוך המדעי

## מה הופך שאלה מילולית לקשה?

| הקושי | הפתרון |
|-------|--------|
|       |        |
|       |        |
|       |        |
|       |        |

## מה הופך שאלה מילולית לקשה? הדס פרידלנדר

| הקושי               | הפתרון                                                                                                                                                                  |
|---------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| שאלות איזון / פיצוי | <ul style="list-style-type: none"> <li>- אם הניסוח הוא כהפרש המשוואה קלה יותר מאשר לאזן ע"י הוספה לקטן.</li> <li>- להסתפק בשאלות מהסוג: מספר = ביטוי + ביטוי</li> </ul> |
|                     |                                                                                                                                                                         |
|                     |                                                                                                                                                                         |
|                     |                                                                                                                                                                         |

## מה הופך שאלה מילולית לקשה? הדס פרידלנדר

| הפתרון                                                                                                                                                                  | הקושי                                                    |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------|
| <ul style="list-style-type: none"> <li>- אם הניסוח הוא כהפרש המשוואה קלה יותר מאשר לאזן ע"י הוספה לקטן.</li> <li>- להסתפק בשאלות מהסוג: מספר = ביטוי + ביטוי</li> </ul> | שאלות איזון / פיצוי                                      |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>- להסתפק במימד אחד (כל הגדלים מאותו סוג)</li> </ul>                                                                              | מספר המימדים בשאלה: 3 מימדים- קשה יותר (שאלות "טבלאיות") |
|                                                                                                                                                                         |                                                          |
|                                                                                                                                                                         |                                                          |

| הפתרון                                                                                                                                                                  | הקושי                                                    |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------|
| <ul style="list-style-type: none"> <li>- אם הניסוח הוא כהפרש המשוואה קלה יותר מאשר לאזן ע"י הוספה לקטן.</li> <li>- להסתפק בשאלות מהסוג: מספר = ביטוי + ביטוי</li> </ul> | שאלות איזון / פיצוי                                      |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>- להסתפק במימד אחד (כל הגדלים מאותו סוג)</li> </ul>                                                                              | מספר המימדים בשאלה: 3 מימדים- קשה יותר (שאלות "טבלאיות") |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>- לאפשר דרכי פתרון אריתמטיות, לא פורמליות (פתרונות מספריים, הסבר מילולי, טבלה..)</li> <li>- להיעזר בקונטקסט</li> </ul>           | דרישה לפתרון פורמלי                                      |
|                                                                                                                                                                         |                                                          |

| הקושי                                                       | הפתרון                                                                                                                                                                  |
|-------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| שאלות איזון / פיצוי                                         | <ul style="list-style-type: none"> <li>- אם הניסוח הוא כהפרש המשוואה קלה יותר מאשר לאזן ע"י הוספה לקטן.</li> <li>- להסתפק בשאלות מהסוג: מספר = ביטוי + ביטוי</li> </ul> |
| מספר המימדים בשאלה:<br>3 מימדים- קשה יותר (שאלות "טבלאיות") | <ul style="list-style-type: none"> <li>- להסתפק במימד אחד (כל הגדלים מאותו סוג)</li> </ul>                                                                              |
| דרישה לפתרון פורמלי                                         | <ul style="list-style-type: none"> <li>- לאפשר דרכי פתרון אריתמטיות, לא פורמליות (פתרונות מספריים, הסבר מילולי, טבלה..)</li> <li>- להיעזר בקונטקסט</li> </ul>           |
| חוסר יכולת להתמודדות עצמאית                                 | <ul style="list-style-type: none"> <li>- לאפשר עבודה בקבוצות</li> </ul>                                                                                                 |

