

דף לתרגול פתרון

משוואות עם מכנה מספרי

(המקור אינו)

מתמטיקה משולבת)

$$\begin{aligned} \frac{9-8x}{10} - (1-2x) &= \frac{7x-1}{6} \quad (51) & \frac{3x-7}{4} - (x-2) &= \frac{x-10}{5} \quad (50) \\ \frac{x+3}{2} + \frac{4-3x}{9} &= \frac{3-5x}{18} \quad (53) & \frac{x-2}{3} + \frac{2x-1}{5} &= \frac{4x+1}{15} \quad (52) \\ \frac{x-2}{6} - \frac{2x+5}{30} &= \frac{5x-1}{10} \quad (55) & \frac{3x-5}{4} - \frac{x-9}{12} &= \frac{2x-7}{6} \quad (54) \\ \frac{x+3}{15} - \frac{3x-4}{10} &= \frac{2x+3}{5} \quad (57) & \frac{5x-4}{2} - \frac{3x-7}{4} &= \frac{4x-3}{6} \quad (56) \\ \frac{4-2x}{5} - \frac{3-3x}{4} &= \frac{7-2x}{10} - 2 \quad (59) & \frac{5x-4}{9} - \frac{3x+1}{12} &= \frac{2x-3}{4} + 1 \quad (58) \\ \frac{8-3x}{6} - \frac{5-2x}{7} &= 1 - \frac{3x+16}{42} \quad (61) & \frac{5x-2}{9} - \frac{3x+1}{2} + \frac{4x+5}{3} + 1 &= 0 \quad (60) \\ \frac{6x-3}{10} - \frac{4x-11}{30} &= \frac{2-2x}{5} + x \quad (63) & \frac{3x+1}{7} - \frac{5x-2}{4} &= \frac{2x-5}{14} - x \quad (62) \\ 2 - \frac{5x-3}{12} - \frac{x-3}{18} &= x - \frac{7x-3}{9} \quad (65) & 3x - \frac{6-x}{2} - \frac{5x+6}{4} &= 1 - \frac{2x+1}{5} \quad (64) \\ \frac{4(x-1)}{3} - \frac{3(x+1)}{2} &= -1 \quad (67) & \frac{5(1-x)}{4} + \frac{2(x-3)}{3} &= 1 \quad (66) \\ \frac{5(3x+2)}{4} - \frac{3(7x-2)}{8} &= -\frac{x}{2} \quad (69) & \frac{3(2x-1)}{2} - \frac{5(3x-2)}{6} &= -\frac{1}{3} \quad (68) \\ \frac{5x-2}{8} - \frac{2x+5}{3} &= \frac{2x-1}{2} - \frac{5x-3}{4} \quad (71) & \frac{3x-2}{5} - \frac{2x-5}{4} + \frac{6x-5}{10} &= \frac{5x+1}{8} \quad (70) \\ \frac{2x+7}{5} - \frac{1-4x}{3} - \frac{7-8x}{6} &= \frac{5x-3}{15} \quad (73) & \frac{2x-3}{7} - \frac{3x-1}{5} &= \frac{4-5x}{10} - \frac{7x+4}{14} \quad (72) \\ \frac{2(1-x)}{9} - \frac{2x-1}{3} - x &= \frac{3x+1}{4} - \frac{4+3x}{6} \quad (75) & \frac{3(2-x)}{10} - \frac{1-2x}{5} + 1 &= \frac{1-3x}{2} - \frac{2-5x}{4} \quad (74) \\ \frac{2x-10}{3} - \frac{3x+1}{6} + \frac{3x-4}{2} &= \frac{x-2}{3} - \frac{x}{10} \quad (77) & \frac{x}{2} - \frac{2x-7}{4} + \frac{3x-5}{3} &= \frac{20-x}{6} - \frac{4x+3}{12} \quad (76) \end{aligned}$$

משימות

•קצרות

•מבודדות

•ממודרות

•אלגוריתמיות

•בעלות פתרון יחיד

•בכמויות גדולות

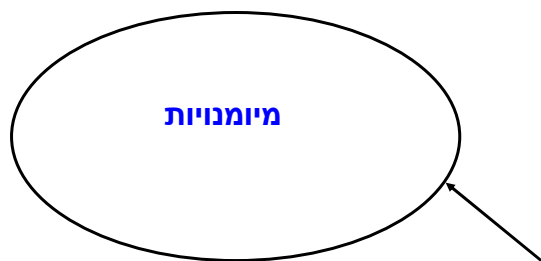
•ברמת קושי טכני עולה.

הוראה

- המורה מדגים פרוצדורות
- המורה מוביל ואחראי ללמידה
- הדגשת תשובות והספקים
- בדיקה ←הדגמה ←עבודה עצמית

למידה

- מעבר מהיר מהבנת משמעות לביצוע פרוצדורה
- חיקוי המורה
- הפעלת חשיבה אלגוריתמית
- זכירת פרוצדורות



חשיבה אלגוריתמית
חשובים
טרנספורמציות אלגבריות



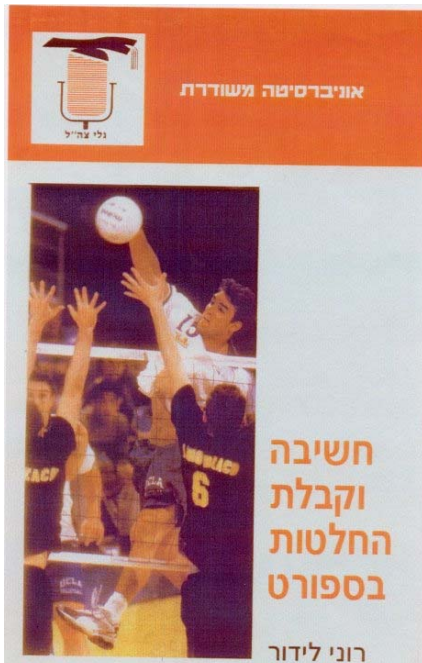
האם מיומנויות במוזיקה נלמדות
בעיקר על-ידי תרגול חוזר,
אינטנסיבי וממוקד של טכניקות
נגינה ורצפים של אקורדים?



האם מיומנויות בספורט
נלמדות בעיקר על-ידי
תרגול חוזר, אינטנסיבי
וממוקד של מרכיבים
ורצפים ספציפיים?

ד"ר רוני לידור

מומחה להכשרת ספורטאים:



אחת הבעיות המרכזיות באימון

היא הסטריליות שבסביבת

הלמידה.

לעתים נלמדים היסודות בצורה

טכנית בלבד, שאינה משקפת את

המתרחש במשחק עצמו.





חשוב לגרום ללומד לחשוב

בכל פעם בצורה שונה.

הלומד נחשף לצורך לשנות

הרגלי חשיבה, תוך כדי פתירת

בעיות בסביבה מוכרת, אך

שמעמדה בפניו דרישות

ביצוע חדשות.



אם אלה ההמלצות בספורט ...

אולי גם במוזיקה,

חשוב לגרום ללומד לחשוב בכל

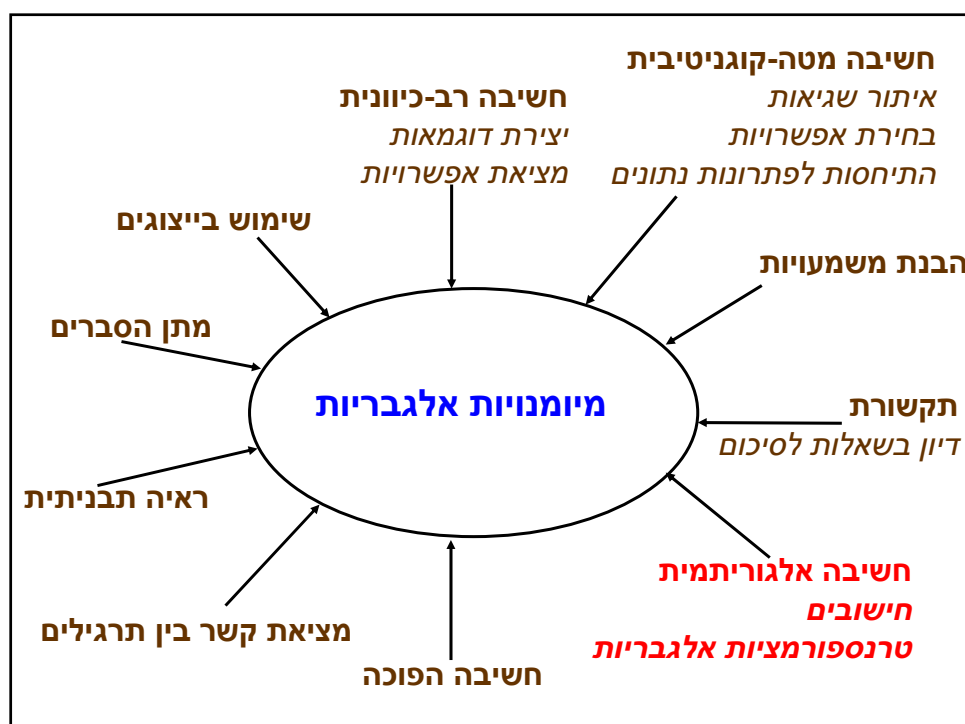
פעם בצורה שונה.



וגם בלמידת שפה,
חשוב לגרום ללומד לחשוב בכל
פעם בצורה שונה...



ומה דעתכם על
אופי התרגול
במתמטיקה? ...



שילוב כישורי חשיבה בלמידת מיומנויות אלגבריות

פרוק לגורמים	משוואות	
		חשיבה אלגוריתמית
		הבנת משמעותיות
		שימוש בייצוגים
		ראיה תבניתית
		חשיבה הפוכה
		מציאת קשר בין תרגילים
		חשיבה רב-כיוונית
		חשיבה מטה-קוגניטיבית

**חשיבה הפוכה
הבנת משמעות**

1.

לפניכם ארבעה מלבנים בעלי אותו שטח: $12x + 20$.
השלימו מידות אפשריות לאורכי הצלעות.
כמה פתרונות אפשריים לדעתכם לבעיה זאת? הסבירו:

$$12x + 20$$

$$12x + 20$$

$$12x + 20$$

$$12x + 20$$

2.

נתונה המשוואה $5x = 12$ ונתון כי פתרונה הוא $x = 2.4$

האם תוכל להשתמש בעובדה זאת, כדי לפתור את המשוואות הבאות?

אם כן, הראו כיצד אפשר לעשות זאת.

א. $-5x = -12$

ב. $50x = -120$

ג. $25x = 60$

ד. $-5x = 12$

ה. $5(4x) = 12$

ו. $5(x + 1.4) = 12$

חשיבה תבניתית
הבנת משמעות

3.

$$8x - 4x^2 =$$

a) $4x(x - 2)$

b) $4x^2$

c) $4x(2 - x)$

d) $8(x - 2x^2)$

e) $(4 - 2x) \cdot 2x$

$$\frac{8bc - 6c}{2} =$$

a) $\frac{1}{2}(8bc - 6c)$

b) $4bc - 6c$

c) $8bc - 3c$

d) $4bc - 3c$

e) $c(4b - 3)$

f) bc

חשיבה מטה-קוגניטיבית
(איתור שגיאות, בחירת אפשרויות)

4.

השלימו את לוח הכפל:

חשיבה הפוכה

			x^2	$3x^2$
$x - 4$		$3x^2 - 12$		
$5 - x$	$x^2 - 5x$			
			$2x^3$	
				$3x^2 - 12x^3$

5.

א. פתרו את המשוואה

$$4x - 5 + x = 2 + 3x - 6$$

ב. שימו סוגריים במקומות שונים כך שהפתרון ישתנה, ופתרו את המשוואות.

$$4x - 5 + x = 2 + 3x - 6$$

$$4x - 5 + x = 2 + 3x - 6$$

$$4x - 5 + x = 2 + 3x - 6$$

חשיבה רב-כיוונית

6.

חשיבה רב-כיוונית

השלימו מספרים ותבניות מתאימים בדרכים שונות.

$$\underline{\quad} + 3x + \underline{\quad} = (\underline{\quad} + \underline{\quad})^2$$

$$\underline{\quad} + 3x + \underline{\quad} = (\underline{\quad} + \underline{\quad})^2$$

$$\underline{\quad} + 3x + \underline{\quad} = (\underline{\quad} + \underline{\quad})^2$$

$$\underline{\quad} + 3x + \underline{\quad} = (\underline{\quad} + \underline{\quad})^2$$

7.

מציאת קשרים בין תרגילים
הבנת משמעות

פתרו את המשוואות הבאות

א. $2(2\frac{1}{2} + \frac{1}{2}x) = 3\frac{1}{2}x$

ב. $5 + x = 3\frac{1}{2}x$

ג. $5 = 2\frac{1}{2}x$

א. $0.2x + 4 = 6$

ב. $2x + 40 = 60$

ג. $2x = 20$

א. $5(4x - 2) = 50$

ב. $4x - 2 = 10$

ג. $4x = 12$

מה המשותף לכל טור של משוואות? הסבירו מדוע.

רשמו שלוש משוואות שיש להן קשר דומה לזה שמצאתם.

8.

חשיבה תבניתית

ידוע כי $ab = 36$ $a - b = 9$

א. מבלי למצוא את ערכם של a ו- b מצאו את הביטויים הבאים.

a) $2a - 2b$ b) $2ab$ c) $a^2 - 2ab + b^2$

ב. הסתמכו על הסעיפים הקודמים וחשבו

a) $a^2 + b^2$ b) $(a + b)^2$ c) $a^2 - b^2$

9.

חשיבה מטה-קוגניטיבית
מציאת קשר בין תרגילים

תלמידים אחדים קיבלו כשיעורי בית לכתוב כמכפלה את התבנית $x^4 - 16$.
התקבלו התשובות הבאות:

רונ: $(x^2 + 4)^2$ רות: $(x^2 + 4)(x^2 - 4)$

אלי: $(x^2 - 4)^2$ אסף: $(x + 2)(x - 2)(x^2 + 4)$

מור: $x^2(x^2 - \frac{16}{x^2})$ טל: $(x - 2)^2(x + 2)^2$

שירה: $x^2(x^2 - 16)$ ניר: $(x - 2)^4$

שלושה מבין התלמידים רשמו נכון. מי הם?

10.

איתור שגיאות

התלמידים התבקשו לפתור את המשוואה: $3x - 12 = 15$

דני פתר כך:

יוסי פתר כך:

$$3x - 12 = 15 \quad / +12$$

$$3x - 12 = 15 \quad / -12$$

$$3x = 27$$

$$3x = 3$$

$$x = 9$$

$$x = 1$$

מי פתר נכון? הסבירו.



בדקו אם הפתרון למשוואה הבאה נכון. אם לא, גלו את השגיאה ותקנו אותה.

$$2(3 - x) + 3(x - 2) + 7x = 2$$

$$6 - 2x + 3x - 6 + 7x = 2$$

$$8x = 2$$

$$x = 4$$

11.

חשיבה רב-כיוונית

לפניכם שמונה תבניות:

$$x^2 - 8x + 16 \quad x^2 + 10x + 25$$

$$x^2 - 16 \quad x^2 + 25$$

$$x^2 + 8x + 16 \quad x^2 - 25$$

$$x^2 + 16 \quad x^2 + 10x - 25$$

א. מיינו את התבניות לשתי קבוצות ותנו שם לכל קבוצה.

ב. מיינו את התבניות לשלוש קבוצות ותנו שם לכל קבוצה.

ג. מצאו דוגמה משלכם לכל אחת מן הקבוצות שהגדרתם.

למידת מיומנויות אלגבריות



יחידה 7: משוואות אי-שוויונות ובעיות שיעור 5. פותרים ובודקים

תלמידים התבקשו לפתור את המשוואה: $3x - 12 = 15$.

דני פתר כך:

$$3x - 12 = 15 \quad / +12$$

$$3x = 27$$

$$x = 9$$

יוסי פתר כך:

$$3x - 12 = 15 \quad / -12$$

$$3x = 3$$

$$x = 1$$

מי פתר נכון? יוסי, דני שניהם או אף אחד מהם? הסבירו.

נפתור משוואות ואי-שוויונות ונבדוק פתרונות של תלמידים.

מהי רמת הקושי?
מהי רמת החשיבה?

1. בדקו אם הפתרון נכון. אם לא, גלו את השגיאה ותקנו אותה.

א.	$20x - 3 = 2 + 5x / +3$	ב.	$2(3 - x) + 3(x - 2) + 7x = 2$
	$20x = 5 + 5x / -5x$		$6 - 2x + 3x - 6 + 7x = 2$
	$15x = 5$		$8x = 2$
	$x = 3$		$x = 4$

2. פתרו את המשוואות ובדקו את הפתרון.

א.	$8 - 5x = 3x$	$8 - 5(x + 1) = 3(x + 1)$	$8 - 5(3 - 4x) = 3(3 - 4x)$
ב.	$4x = 7x$	$4(2x - 5) = 7(2x - 5)$	$4(5x + 2) = 7(5x + 2)$



בכל שורה, שימו לב לקשר בין המשוואה הראשונה מימין, לבאות אחריה.

התוכלו לפתור משוואות אלה בדרך קצרה יותר?

מהי רמת הקושי?
מהי רמת החשיבה?

6. הילה פתרה בבוחן אי שוויונות.

בדקו את פתרונותיה, אם יש שגיאות תקנו אותן. (שימו לב: חלק מהפתרונות של הילה פתרה נכונים).

א.	$-4x < 20 / \cdot (-\frac{1}{4})$	ד.	$3x < 21 / \cdot \frac{1}{3}$
	$x > -5$		$x < 7$
ב.	$x - 2 < 6 / \cdot \frac{1}{2}$	ה.	$x + 15 < -8 / -15$
	$x < 3$		$x = -23$
ג.	$\frac{1}{3}x > 15 / \cdot \frac{1}{3}$	ו.	$-5x < 0 / : (-5)$
	$x > 5$		$x > 0$

7. מורה ביקשה מתלמידי הכיתה להציג אי-שוויונות שפתרונם $x > 2$.

לפניכם הצעות התלמידים. בדקו אותם. אם יש פתרונות שגויים, כתבו את פתרונם.

א. $x - x - 2 + 2x + 3 > 3 - 2x - 7$ ב. $x - 5 - 6 < -2$ ג. $x - 4 < 2$

ד. $17x - 15 + 5 - 8x + 10 - 8x > 2$ ה. $-5 - x + 7 + x < 12x - 11x$

ו. $2x + 9 > 2(4x - 3) + 3$ ז. $5x - x \cdot 4 < 2$

8. פתרו את המשוואות והאי-שוויונות הבאים.

א. $4(5 - x) - 3x > 5 - (2x - 10)$ ב. $2.5(2x - 4) - 15 = (0.2x - 5)5$

ג. $2 - 5(3 + 2x) = (3 - 2x)4 + 15$ ד. $3(5x - 2) - 2(3 - 4x) > 2 - (2 + x)$



1. פתרו את המשוואות. בדקו את הפתרון בעזרת הצבה.

א. $4x - 6 = 18$ ב. $7x - 10 = 6x$ ג. $7 - 2x = 5x$

ד. $8x = 2x + 12$ ה. $5 = 3x + 20$ ו. $16 - 3x = 4 - x$

ז. $2x = 8x + 12$ ח. $2x + 3 = 5x - 6$ ט. $16 + 3x = 4 - x$



2. פתרו את המשוואות (פשטו תחילה). בדקו את הפתרון בעזרת הצבה.

א. $15 = 5(x + 3) - 4x$ ב. $-2x + 3x = 6x - 2(3x + 5)$

ג. $5 + 4x + 3x = 3(4x + 5)$ ד. $5x + 3(1 - x) - 2x = 3x$

ה. $4 + x = 4 - 2(2 + x) + 2x$ ו. $11x - 5(2 - 2x) - 9 = 2$



3. פתרו את המשוואות (פשטו תחילה). בדקו את הפתרון בעזרת הצבה.

א. $-24 + 6x = 8(0.5x - 3)$	ה. $5(x + 1) - 6(x + 2) = 7$
ב. $4x = 7 - x + 3(x - 5)$	ו. $5x + 25 + 2x = 16 - (5x + 3)$
ג. $2(x - 3) + 7 = 1$	ז. $7x + 2(5 - x) = -5(x + 1)$
ד. $3(x + 5) + 5(x + 3) = 22$	ח. $2(2 + 5x) + 5(2 + x) = -13x$



4. מצאו את הפתרון של המשוואה הבאה. (רמז היעזרו בשיקולים).

$$\frac{12}{2 + \frac{24}{8 + \frac{28}{2 + \frac{4}{x}}}} = 2$$



31. פתרו.

א. $3x > 15$	ג. $3(5 + 2x) > 15$
ב. $21 > -3x$	ד. $21 > -3(5 - 2x)$



32. פתרו.

א. $3x - 6 > 12x - 15$	ג. $4(x + 1) < 8x - (3x - 6)$
ב. $13x - 6 > 12x - 5$	ד. $4(x - 1) < 8x - (3x - 6)$



33. פתרו.

א. $5 - 4 \cdot 2x + 8 > 1$	ג. $5 - 4 \cdot (2x + 8) > 1$
ב. $(5 - 4) \cdot 2x + 8 > 1$	ד. $5 - 4 \cdot 2(x + 8) > 1$



34. פתרו.

א. $-3(x+2) + 3x > (3-x)^2 + 3x - 2 - 4$ ד. $17 - 2x - 3x - 17 + 6x < \frac{11}{2} - \frac{13}{2} + 1$

ב. $x \cdot 5 - x + 3(5-x) - 15 < x \cdot 2 + 2 \cdot x$ ה. $2(3.5x + 15) - 5(6-x) > 4(2x-3) + 8x$

ג. $3x(4-2) - 5x < 6 - 12 \cdot 2$ ו. $\frac{2(4x-4)}{4} - (x-2) > 6(2x+3) - 12x$



35. נתון אי שוויון $x(x+1) > 20$

- א. הציגו 2 דוגמאות למספרים **שאינם** פתרון של האי שוויון.
- ב. הציגו 2 דוגמאות למספרים שהם פתרונות של האי שוויון.
- ג. מה תוכלו לומר על כל המספרים שהם פתרונות של האי שוויון?



36. בכל שורה רק משוואה אחת יוצאת דופן. איזו היא?

א. $5 = x + 3$	ב. $x + 2 = -4$	ג. $4x - 3 = 3(x - 1)$	ד. $4x = 2$
א. $3 + x = 1$	ב. $x - 2 = -4$	ג. $x + 4 = -4$	ד. $2(x - 2) = 0$
א. $3x = 6$	ב. $4 + x = -6$	ג. $x - 8 = -8$	ד. $-3x = -6$
א. $x + 2 = 4$	ב. $x + 2 = 0$	ג. $-1 \cdot x = 0$	ד. $-2x = -4$

באילו משוואות עוסקים? מהי רמת הקושי?
מהו אופי המשימות? מהי רמת החשיבה?



41. איזה מספר יש לרשום במשבצת כך שפתרון המשוואות יהיה $x = 2$?

א. $2x + 8 = \square$ ב. $5x = \square + 16$ ג. $3x = 7x - \square$



42. נתונה המשוואה: $3x + \square - 2x = 5$.

- א. בחרו מספר כרצונכם, רשמו אותו במקום הריק ופתרו את המשוואה שהתקבלה.
 ב. יוסי רשם מספר במקום הריק ומצא שפתרון המשוואה הוא $x = 1$. איזה מספר הוא רשם?
 ג. אסף רשם מספר אחר ופתרון המשוואה שלו הוא 7. איזה מספר רשם אסף?



43. אילו מספרים יש לרשום במקומות הריקים כך שפתרון כל אחת מהמשוואות הבאות יהיה 4?

א. $3x + \square = 18$ ד. $3 + x + \square = 18$
 ב. $3(x + \square) = 18$ ה. $3(x - \square) = 18$
 ג. $\square \cdot (x - 3) = 18$ ו. $3 + x \cdot \square = 18$



44. נתונה המשוואה: $x \cdot \square \cdot x = 15$.

- א. בחרו מספר כרצונכם, רשמו במקום הריק ופתרו את המשוואה.
 ב. השלימו מספר במקום הריק כך שפתרון המשוואה יהיה (-3) .
 ג. השלימו מספר במקום הריק כך שפתרון המשוואה יהיה 1.

יחידה 9: משוואות עם מכנה מספרי

שיעור 3. בשיעור חשבון משימה 4

$$\begin{array}{llll} \text{א.} & \frac{x}{3} + \frac{x}{2} = 1 & \text{ג.} & \frac{x}{10} + \frac{x}{15} > 1 \\ \text{ב.} & \frac{x}{6} - \frac{x}{9} = 1 & \text{ד.} & \frac{x}{8} - \frac{x}{12} < 1 \\ \text{ג.} & \frac{4x}{6} - \frac{2x}{4} < 1 & \text{ה.} & \frac{5x}{8} + \frac{x}{4} < 4 \\ \text{ד.} & \frac{x}{3} - \frac{x}{4} - \frac{x+5}{12} = 0 & \text{ו.} & \frac{2x}{5} - \frac{x}{3} = 1 \end{array}$$

- א. מיינו את המשוואות והאי-שוויונות. הסבירו את דרך המיון.
 ב. עידן אמר: "בסעיפים א, ו-ז מכפלת המכנים שווה למכנה המשותף הקטן ביותר. בשאר הסעיפים, מכפלת המכנים גדולה מהמכנה המשותף הקטן ביותר". האם עידן צודק?
 ג. הסבירו את ההבדל בין המכנים שבסעיפים ב, ג, ד, ז למכנים שבסעיפים ה, ח.

מה יש במשימה? מה אין במשימה?

משימות ברמת קושי גבוהה – מהי רמת החשיבה?

21. פתרו.

$$\begin{array}{ll} \text{א.} & \frac{x}{5} - \frac{x-1}{2} = 1 \\ \text{ב.} & \frac{2x+1}{3} + \frac{3x-1}{4} = 0 \\ \text{ג.} & \frac{x-2}{3} - \frac{x-1}{2} > 0 \\ \text{ד.} & 3 + \frac{x-2}{6} - \frac{2x}{5} > 5 \\ \text{ה.} & 2 + x < 3 - \frac{x+6}{7} \\ \text{ו.} & 10x - \frac{12x-1}{4} - 3 = 0 \end{array}$$

23. נתונה המשוואה: $\frac{4}{5}x = \frac{1}{3}x - 8$.

קבעו לאילו מבין המשוואות הבאות אותו פתרון כמו למשוואה הנתונה. הסבירו.

$$\begin{array}{lll} \text{א.} & \frac{4}{5}x + \frac{1}{3}x = -8 & \text{ג.} & 0 = \frac{1}{3}x - 8 - \frac{4}{5}x \\ \text{ב.} & \frac{4}{5}x - \frac{1}{3}x = -8 & \text{ד.} & 8 = \frac{1}{3}x - \frac{4}{5}x \\ \text{ה.} & -\frac{4}{5}x = -\frac{1}{3}x + 8 & \text{ו.} & x = 24 \end{array}$$