



יחידה 9: משרטטים ופותרים*

שיעור 1. פתרון משוואות בעזרת שרטוטים

ערן פתר את המשוואה $3x + 4 = 22$ בעזרת שרטוט מתאים לכל אגף.

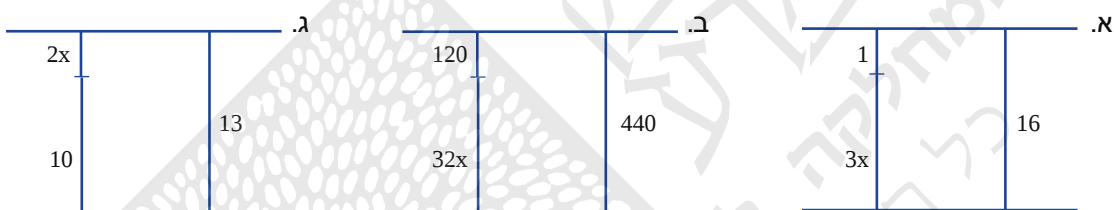


מהו הפתרון של ערן? הסבירו.

נפתור משוואות נוספות בעזרת שרטוטים.

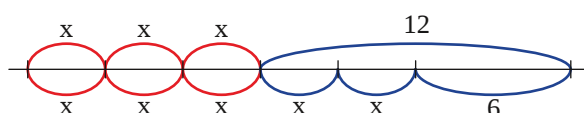
1. פתרו את המשוואה $70 + 5x = 140$ בדרך של ערן.

2. רשמו משוואה מתאימה לכל שרטוט ופתרו אותה.



תזכורת

כל צד של המשוואה נקרא אגף. משוואה מתארת מצב של שוויון בין שני האגפים.



3. עדנה אמרה: לתיאור המשוואה: $3x + 12 = 5x + 6$

אני מציעה את השרטוט הבא

לפי השרטוט אפשר לרשום: $2x + 6 = 12$

מכאן: $2x = 6$ ולכן, $x = 3$

בדיקה: $\sqrt{3 \cdot 3 + 12 = 5 \cdot 3 + 6}$

פתרו את המשוואות הבאות. תוכלו להיעזר בשרטוטים מתאימים.

א. $11x + 5 = 38$

ב. $39 = 15 + 6x$

ג. $3x + 9 = x + 13$

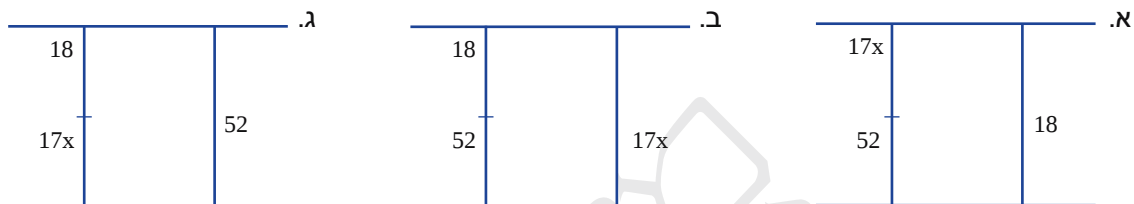
ד. $5 + 4x = 3x + 22$

* חומרי למידה נוספים / משימות לתרגול מיומנויות

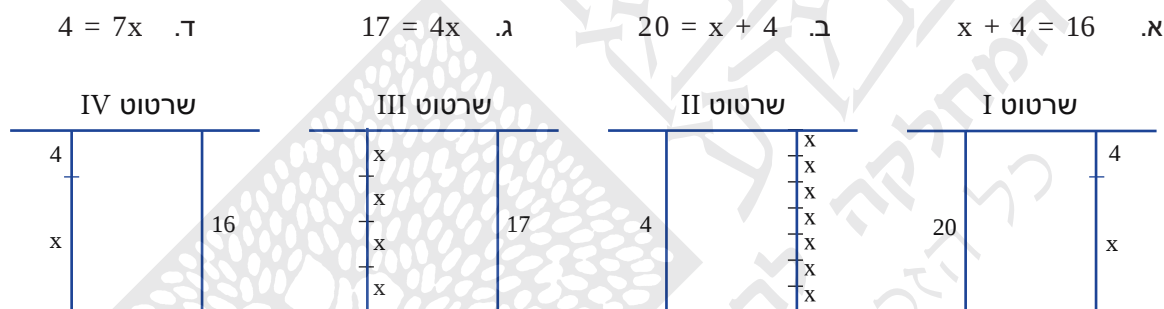
<http://stwww.weizmann.ac.il/math-rehovot/materials.html>



1. קבעו איזה מהשרטוטים מתאים לתיאור המשוואה: $17x + 18 = 52$, פתרו אותה.



2. התאימו שרטוט לכל משוואה.



פתרו את המשוואות ובדקו את תשובותיכם.



3. שרטטו שרטוט מתאים לכל משוואה, ופתרו אותה.

א. $7 + 4x = 19$ ב. $5 = 3x$ ג. $5x = x + 10$



4. השלימו אותיות בשרטוטים הבאים וכתבו משוואות מתאימות.

א. y מייצג את גובהו של הר אחד במטרים.

x מייצג את גובהו של הר שני במטרים.

ההר השני גבוה ב- 250 מ' מן ההר הראשון.



ב. y מייצג את גובה הבית של **שולמית** במטרים.

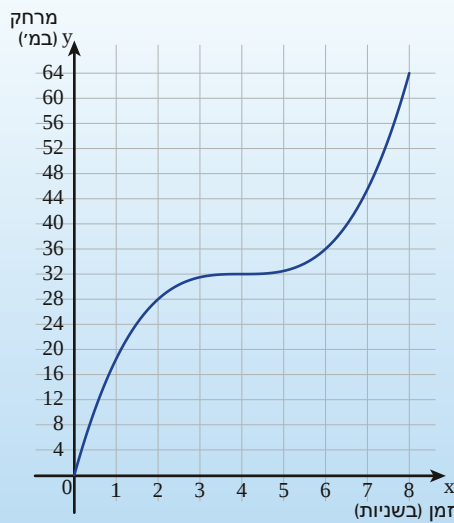
x מייצג את גובה הבית של **עידית** במטרים.

הבית של שולמית נמוך ב- 2.5 מ' מהבית של עידית.



שיעור 2. הריצה של ליאור

פתרון משוואות בעזרת גרף



ליאור מתחרה בריצה למרחק 64 מטרים.

הביטוי $0.5(x - 4)^3 + 32$ והגרף המתאים לו, מתארים את המרחק שעבר ליאור מתחילת הריצה. ציר x מייצג את הזמן (בשניות) שחלף מתחילת הריצה. ציר y מייצג את המרחק (במטרים) שעבר ליאור מתחילת הריצה.

אחרי כמה זמן מתחילת הריצה הגיע ליאור לקו הסיום? הסבירו כיצד ידעתם.

ניעזר בטבלה ובגרף כדי לפתור משוואות.



1. אילו מספרים מתאימים לזמן הריצה לפי הגרף במשימת הפתיחה.

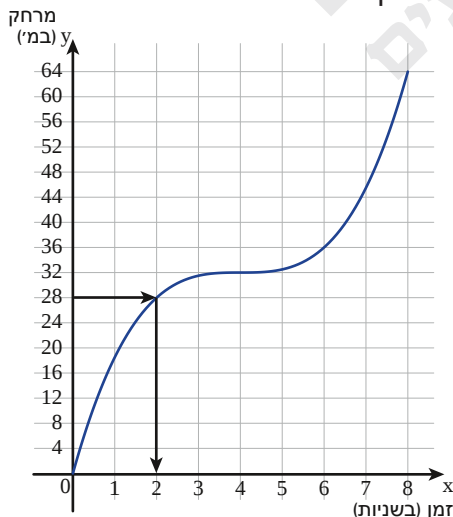


2. באתר "מתמטיקה משולבת" במדור "חומרי למידה נוספים", תמצאו את הפעילות "הריצה של ליאור". בצעו את הפעילות לפי ההוראות.



3. א. באיזה מרחק מנקודת הזינוק נמצא ליאור 7 שניות אחרי שהחל לרוץ? הסבירו כיצד ידעתם.

ב. **חנה** פתרה את המשוואה $0.5(x - 4)^3 + 32 = 28$ באמצעות הגרף:



- היא חיפשה על ציר y את המרחק 28 מ'
- היא מצאה את הזמן המתאים (2 שניות) בציר x
- כדי לבדוק את הפתרון היא הציבה $x = 2$ בביטוי:

$$0.5(2 - 4)^3 + 32 = 28 \quad \checkmark$$

לפניכם שתי משוואות:

$$0.5(x - 4)^3 + 32 = 32$$

$$0.5(x - 4)^3 + 32 = 36$$

תארו את המשמעות של כל אחת מהמשוואות.

פתרו את המשוואות באמצעות הגרף.

בדקו את תשובותיכם.



4. דונו ביתרונות ובחסרונות של פתרון משוואות באמצעות גרף.



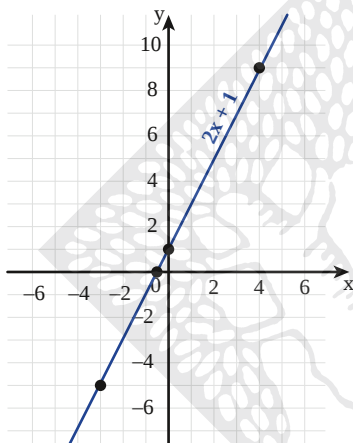
- כדי לשרטט גרף המתאים לביטוי, נעזרים בטבלה.

דוגמה: הביטוי האלגברי $2x + 1$

- מכינים טבלת ערכים ומשלימים אותה.

x	-3	0	4	-0.5
$2x + 1$	-5	1	9	0

- מסמנים את הנקודות במערכת צירים, ומחברים אותן בקו לקבלת גרף מתאים.



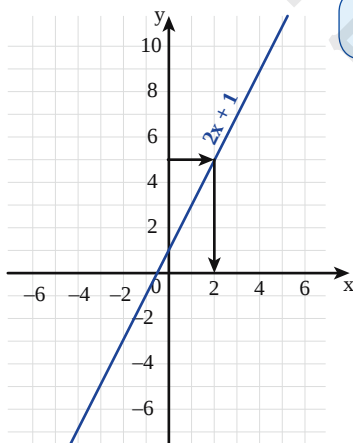
- בעזרת הגרף אפשר לפתור משוואות מהסוג מספר = ביטוי אלגברי

מחפשים על הגרף שיעור x של נקודה בה שיעור y הוא המספר באגף ימין.

דוגמה: כדי לפתור את המשוואה $2x + 1 = 5$ מחפשים על

ציר y את 5 ומוצאים את ערך x המתאים על הגרף.

פתרון המשוואה הוא $x = 2$





5. באתר "מתמטיקה משולבת" במדור "חומרי למידה נוספים", תמצאו את הקובץ "פתרון משוואות בעזרת גרף".

בצעו את הפעילות לפי ההוראות.



6. נתון הביטוי $3 - 0.2x$

x	-15	-5	0	5	
$3 - 0.2x$					

א. העתיקו והשלימו את הטבלה המתאימה לביטוי.

ב. סמנו את הנקודות במערכת צירים וחברו לקבלת גרף מתאים לביטוי הנתון.

ג. פתרו בעזרת הגרף את המשוואות:

$$3 - 0.2x = 0$$

$$3 - 0.2x = 15$$

$$3 - 0.2x = 10$$

7. במכלית חלב 2,800 ליטר. המכלית מתרוקנת בקצב קבוע בעזרת צינור עם ברז. הביטוי האלגברי המתאר את נפח החלב (בליטרים) שנותר במכלית מרגע שהחלו לרוקן הוא $2,800 - 200x$, x מייצג את הזמן (בדקות) מאז שהחלו לרוקן.

א. כמה ליטרים חלב נותרו במכלית כעבור 5 דקות? כעבור 12 דקות?

ב. העתיקו והשלימו את הטבלה המתאימה לביטוי.

x (מספר דקות)	0	1	3	6	8	12
$2,800 - 200x$						

ג. אילו מספרים מתאימים ל- x לפי תנאי הבעיה? הסבירו.

ד. שרטטו מערכת צירים, שבה ציר x מייצג את הזמן (בדקות) מאז שהחלו לרוקן, ציר y מייצג את נפח החלב (בליטרים) שנותר במכלית.

סמנו במערכת הצירים את הנקודות וחברו לקבלת גרף מתאים לסיפור.

ה. כעבור כמה דקות נותרו במכלית 800 ליטרים חלב?

כעבור כמה דקות התרוקנה מכלית החלב?

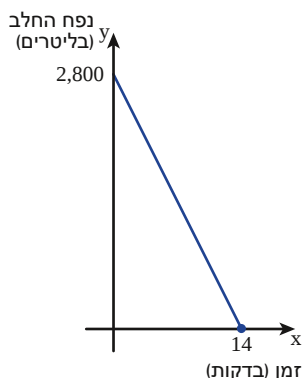
רשמו משוואות מתאימות ופתרו בעזרת גרף.





אפשר לפתור בעיה בעזרת גרף.

- קובעים מה מייצג המשתנה ורושמים ביטויים אלגבריים לגדלים האחרים בבעיה.
- בודקים אילו מספרים מתאימים ל- x לפי תנאי הבעיה.
- משרטטים רק את חלק הגרף המקיים את התנאים האלה.
- פותרים את הבעיה.



דוגמה: במשימה 7 רוצים למצוא: כעבור כמה דקות התרוקנה מכלית החלב?

x מייצג את הזמן (בדקות) שחלף מפתחת הצינור, לכן $x \geq 0$.
הביטוי $2,800 - 200x$ מייצג את נפח החלב שנותר במכלית.
הנפח אינו מספר שלילי ולכן $0 \leq x \leq 14$.
הגרף שבשרטוט מתאים לביטוי.

המשוואה המתאימה היא: $2,800 - 200x = 0$

פותרים בעזרת הגרף ומוצאים $x = 14$, כלומר, מכלית החלב התרוקנה כעבור 14 דקות.



אוסף משימות



1. נתון הביטוי $x + 3$

x	-5	-2	0	2	5
$x + 3$					

א. העתיקו והשלימו את הטבלה המתאימה לביטוי.

ב. סמנו את הנקודות במערכת צירים,

וחברו אותן בקו לקבלת הגרף המתאים לביטוי.

ג. פתרו את המשוואות הבאות בעזרת הגרף.

$$x + 3 = 2$$

$$x + 3 = 9$$

$$x + 3 = -4$$



2. נתון הביטוי $7 - x$

x	-5	-2	0	2	5
$7 - x$					

א. העתיקו והשלימו את הטבלה המתאימה לביטוי.

ב. שרטטו גרף מתאים לביטוי הנתון.

(היעזרו במערכת צירים).

ג. פתרו את המשוואות הבאות בעזרת הגרף.

$$7 - x = 9$$

$$7 - x = -4$$

$$7 - x = 2$$



3. נתון הביטוי $\frac{6-2x}{3}$

א. שרטטו גרף מתאים לביטוי הנתון.

ב. פתרו את המשוואות הבאות בעזרת הגרף.

$$\frac{6-2x}{3} = 2$$

$$\frac{6-2x}{3} = 6$$

$$\frac{6-2x}{3} = 0$$



4. הביטוי $10x - 0.5x^2$ מתאר את המרחק שעבר שמעון בריצה במשך 10 שניות ($0 \leq x \leq 10$).

הגרף מתאר את מרחק הריצה של שמעון מתחילת הריצה.

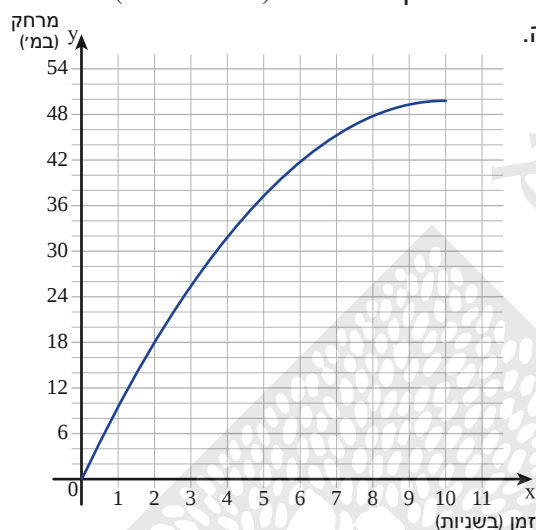
א. לאיזה מרחק הגיע שמעון בסוף הריצה?

ב. היעזרו בשרטוט כדי לפתור את המשוואות:

$$10x - 0.5x^2 = 18$$

$$10x - 0.5x^2 = 32$$

$$10x - 0.5x^2 = 42$$



5. פתרו.

א. $-x + 4x = 6$

ב. $x - 4x = 3$

ג. $-4 - x = 6$



6. פתרו.

א. $2(x - 3) + 7 = 1$

ב. $5x - 3(x - 5) = 7$

ג. $3(x + 5) + 5(x + 3) = 22$

ד. $2(x + 3) - 5(x - 1) = 26$



7. פתרו.

א. $2(2x + 5) + 5(2x + 1) = -13$

ב. $5(x + 1) - 6(x + 2) = 7$

ג. $2(5x + 1) - 5(3x - 1) = -18$

ד. $5(x - 1) - 3(2x - 4) = 7$



8. מצאו את פתרון המשוואות, בשתי דרכים שונות.

א. $5 \cdot 0.6 = 0.3 \cdot x$ ב. $x \cdot 0.4 = 1.2 \cdot 20$ ג. $1.5 : x = 3$ ($x \neq 0$)

שיעור 3. תיק הסתרים

פתרון משימה אוריינית בעזרת שיקולים ובעזרת משוואות



גיליתם תיק סתרים המכיל אוצר גדול.
ליד התיק נמצאו רמזים לשלוש הספרות היוצרות את
הקוד הסודי לפתיחת התיק.
הקוד מכיל שלוש ספרות הרשומות משמאל לימין.
הרמז השני היה מחוק ולא ניתן לקריאה.

רמז ראשון:

סכום שלוש הספרות הוא 18

רמז שני:

ניעזר בשיקולים ובמשוואות כדי לפתור משימות.

1. רשמו אילו מספרים מתאימים לפי הנתונים כתשובה לבעיה במשימת הפתיחה.
2. בכל סעיף, רשומה אפשרות לרמז השני במשימת הפתיחה.
 - רשמו אילו מספרים מתאימים להיות הספרות של הקוד לפי נתוני הבעיה ולפי שני הרמזים.
 - קבעו אם אפשר לגלות את שלוש הספרות של הקוד באופן ודאי באמצעות שני הרמזים.

אם כן, מצאו את הקוד. אם לא, הסבירו מדוע.

 - א. הספרה הראשונה בקוד היא 0.
 - ב. שלוש הספרות הן מספרים עוקבים.
 - ג. ההפרש בין ספרות סמוכות בקוד הוא 3.
 - ד. כל הספרות הן אי-זוגיות.
 - ה. הספרה השנייה גדולה פי 2 מן הספרה הראשונה, וקטנה ב-3 מן הספרה השלישית.
 - ו. ההפרש בין שתי ספרות סמוכות הוא 5.
 - ז. הספרה השנייה קטנה ב-4 מהראשונה, והספרה השלישית גדולה פי $1\frac{1}{2}$ מהספרה השנייה.



נהוג לקרוא לתיק מהסוג המופיע בתמונה
"תיק ג'יימס בונד", על שם גיבור סדרת
ספרי ריגול פרי עטו של הסופר הבריטי



איאן פלמינג (Ian Fleming). בסדרת סרטי "ג'יימס בונד"
גיבור הסרט נוהג לשאת תיק כזה.
הסרט הראשון בסדרה הוקרן בשנת 1962, בכיכובו של
השחקן שון קונרי (Sean Connery).
מאז הופקו עוד סרטי "ג'יימס בונד" בכיכובם של שחקנים מוערכים בהוליווד.



אוסף משימות

משימות 1-4 מבוססות על הרמז הראשון ממשימת הפתיחה: סכום שלוש הספרות הוא 18. עליכם לקבוע אם הרמז השני מתאים.

- רשמו בכל סעיף אילו מספרים מתאימים להיות הספרות של הקוד לפי נתוני הבעיה ולפי שני הרמזים.
- קבעו אם אפשר לגלות את שלוש הספרות של הקוד באופן ודאי באמצעות שני הרמזים. אם כן, מצאו את הקוד. אם לא, הסבירו מדוע.



1. א. מכפלת שלוש הספרות גדולה ככל האפשר, הספרות מסודרות בסדר עולה.
ב. סכום שתי הספרות הראשונות שווה לספרה השלישית.



2. א. כל הספרות הן זוגיות (זכרו, 0 הוא מספר זוגי).
ב. הספרה השנייה גדולה מהספרה הראשונה פי 3, והספרה השלישית גדולה מהספרה הראשונה ב-3.



3. א. הספרה השנייה גדולה פי 2 מהספרה הראשונה, והספרה השלישית גדולה ב-6 מהספרה הראשונה.
ב. הספרה השנייה קטנה ב-1 מהספרה הראשונה. הספרה השלישית היא סכום שתי הספרות הראשונות.



4. א. ההפרש בין כל שתי ספרות סמוכות הוא קבוע.
ב. אם נוסיף לספרה הראשונה 1, לספרה השנייה 2, ולספרה השלישית 3, נקבל שלוש ספרות זהות.

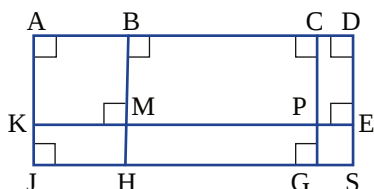


5. גיליתם תיק סתרים.
ליד התיק נמצאו שני רמזים לשלוש הספרות היוצרות את הקוד הסודי לפתיחת התיק. הקוד מכיל שלוש ספרות הרשומות לפי הסדר משמאל לימין.
הרמז הראשון: סכום שלוש הספרות הוא 21. הרמז השני היה מחוק ולא ניתן לקריאה.
בכל סעיף, קבעו אם אפשר לדעת את הקוד באופן ודאי. הסבירו.
א. שלוש הספרות הן מספרים עוקבים.
ב. ההפרש בין ספרות סמוכות בקוד הוא 4.
ג. כל הספרות הן אי-זוגיות.
ד. הספרה השנייה קטנה ב-2 מהספרה הראשונה, והספרה השלישית גדולה ב-1 מהספרה השנייה.
ה. כל ספרה גדולה מהקודמת פי 2.



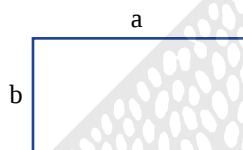
שומרים על כושר

ישרים מקבילים וישרים מאונכים

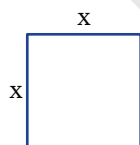


1. א. מצאו בשרטוט זוגות של ישרים מאונכים.
ב. מצאו בשרטוט זוגות של ישרים מקבילים.
ג. רשמו את כל המלבנים בשרטוט בעזרת 4 אותיות.

2. שרטטו שני ישרים a ו- b כך ש- $a \parallel b$
שרטטו ישר שלישי c כך ש- $c \perp a$, שרטטו ישר נוסף d כך ש- $d \perp c$.
א. מצאו בשרטוט זוגות של ישרים מאונכים.
ב. מצאו בשרטוט זוגות של ישרים מקבילים.



3. בשרטוט מלבן שאורכי צלעותיו a ס"מ ו- b ס"מ ($a > 0, b > 0$).
א. שרטטו מלבן נוסף שאורכי צלעותיו a ס"מ ו- b ס"מ.
הצמידו את שני המלבנים לאורך אחת הצלעות.
כמה אפשרויות להצמדת שני המלבנים קיימות?
ב. כתבו ביטויים אלגבריים לאורכי הצלעות של המלבנים החדשים. (כתבו את כל האפשרויות).
ג. כתבו ביטויים אלגבריים לשטחי המלבנים החדשים.
ד. כתבו ביטויים אלגבריים להיקפי המלבנים החדשים.



4. נתון ריבוע שאורך צלעו x ס"מ ($x > 3$).
האריכו ב-2 ס"מ שתי צלעות מקבילות,
וקיצרו ב-3 ס"מ את שתי הצלעות האחרות.
כתבו ביטויים אלגבריים מתאימים:
א. לאורכי הצלעות של המלבן שנוצר.
ב. לשטח המלבן שנוצר.
ג. להיקף המלבן שנוצר.