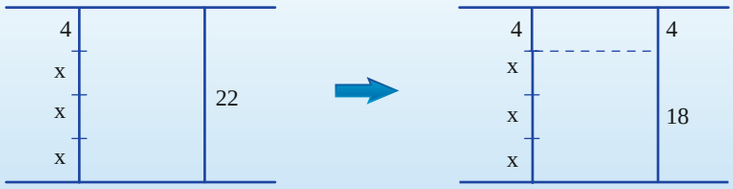
الوحدة التّاسعة: نرسم ونحلّ

الدّرس الأوّل: حلّ معادلات بمساعدة الرّسم

حلَّت **عرين** المعادلة $3x + 4 = 22$ بمساعدة رسمة مناسبة لكلّ طرف.



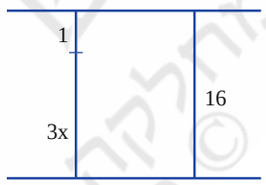
ما هو حلّ عرين؟ اِشرحُوا.

نحلّ معادلات أخرى بمساعدة الرّسم.

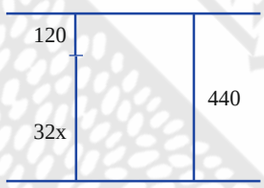
1. حلُّوا المعادلة $5x + 70 = 140$ بطريقة **عرين**.

2. سجِّلُوا معادلة مناسبة لكلّ رسمة وحلّوها.

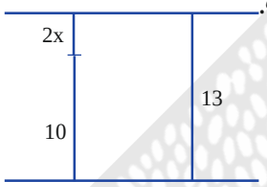
أ.



ب.



ت.

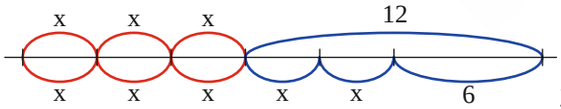


للتّذكير:

كلّ جهة في المعادلة نسمِّيها "**طرفًا**". المعادلة تصف **المساواة** بين كِلا الطّرفين.

3. قالت **دلال**: لوصف المعادلة: $3x + 12 = 5x + 6$

أقترحُ الرسمة الآتية،



بحسب الرّسمة، يمكن أن نسجِّل: $2x + 6 = 12$

من هنا: $2x = 6$ لذا؛ $x = 3$

الفحص: $3 \cdot 3 + 12 = 5 \cdot 3 + 6$ √

حلُّوا المعادلات الآتية. يمكنكم الاستعانة برسومات مناسبة.

أ. $11x + 5 = 38$

ب. $39 = 15 + 6x$

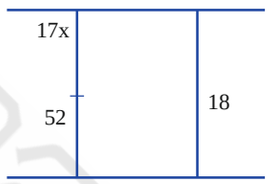
ت. $3x + 9 = x + 13$

ث. $5 + 4x = 3x + 22$

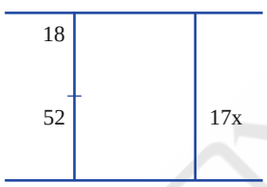
مجموعة مهامّ

1. أمامكم رسومات، جِدُوا الرّسمة المناسبة لوصف المعادلة $17x + 18 = 52$ ، ثمّ حلُّوها.

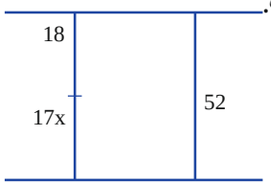
أ.



ب.



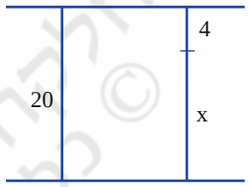
ت.



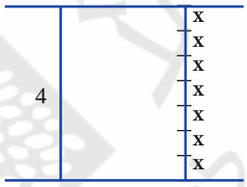
2. لائِمُوا رسمة لكلّ معادلة.

أ. $x + 4 = 16$ ب. $20 = x + 4$ ت. $17 = 4x$ ث. $4 = 7x$

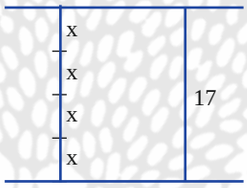
الرّسمة I



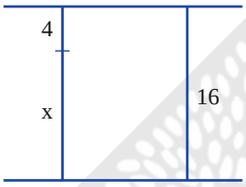
الرّسمة II



الرّسمة III



الرّسمة IV



حلُّوا المعادلات وافحصُوا إجاباتكم.

3. أرسُموا رسمة مناسبة لكلّ معادلة وحلُّوها.

أ. $7 + 4x = 19$ ب. $5 = 3x$ ت. $5x = x + 10$

4. أكملُوا حروفًا في الرّسومات الآتية، واُكتُبوا معادلات مناسبة.

أ. y يمثِّل ارتفاع الجبل الأوّل بالأمتار.

x يمثِّل ارتفاع الجبل الثّاني بالأمتار.

الجبل الثّاني أعلى بـ 250 مترًا من الجبل الأوّل.

ب. y يمثِّل ارتفاع بيت **سلام** بالأمتار.

x يمثِّل ارتفاع بيت **علياء** بالأمتار.

بيت سلام أقلّ ارتفاعًا بمترين ونِصف من ارتفاع بيت علياء.

الدّرس الثّاني: ركض رياض
حلّ معادلات بمساعدة الرّسم البيانيّ

يتنافس رياض على الرّكض لمسافة 64 مترًا.

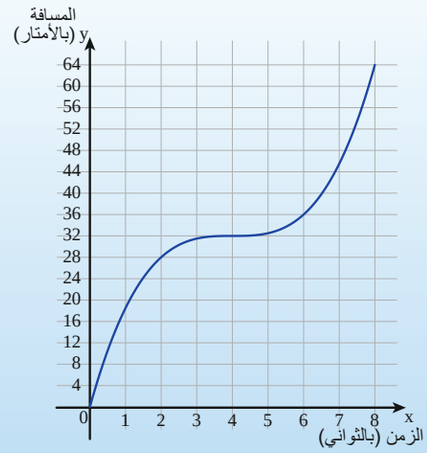
يصف التّعبير الجبريّ $0.5(x-4)^3+32$ والرّسم البيانيّ الملائم له المسافة التي قطعها رياض منذ البدء بالرّكض.

المحور x يمثّل الزّمن (بالثواني) الّذي مرَّ منذ بدء الرّكض.

المحور y يمثّل المسافة (بالأمتار) التي قطعها رياض منذ بدء الرّكض.

بَعد كم دقيقة منذ بدء الرّكض وصل رياض خطّ النّهاية؟

اِشرحُوا كيف عرفتم ذلك.



نستعين بجدول وبرسم بيانيّ، لكي نحلّ معادلات.

1. جِدُوا الأعداد المناسبة لزمن الرّكض، بحسب الرّسم البيانيّ الّذي وَرَدَ في مهمّة افتتاحيّة الدّرس.

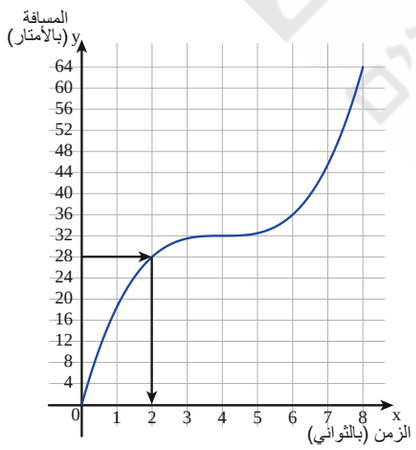
2. في موقع "الرّياضيّات المدمجة"، في قسم "موادّ تعليميّة إضافيّة"، تجدون فعّاليّة "ركض رياض" "הריצה של ליאור".
نفِّذُوا الفعّاليّة بحسب التّعليمات.

فعّاليّة بديلة
للفعّاليّة المحوسبة

3. أ. أيّ مسافة وصل رياض، بَعد مرور 7 ثوانٍ على انطلاقه من نقطة البداية؟ اِشرحُوا كيف عرفتم ذلك.

ب. حلَّت حرّاء المعادلة: $0.5(x-4)^3+32=28$ بواسطة الرّسم البيانيّ:

- فتّشت على محور y عن مسافة 28 مترًا.
- وجدت الزّمن المناسب (ثانيتين) على محور x.
- لكي تفحص الحلّ، عوَّضت $x=2$ في التّعبير:
  $0.5(2-4)^3+32=28$ √



ت. أمامكم معادلتان:

$0.5(x-4)^3+32=32$

$0.5(x-4)^3+32=36$

صِفُوا معنى كلّ معادلة.

حلُّوا المعادلات بواسطة الرّسم البيانيّ.

اِفحصُوا إجاباتكم.

4. تناقْشُوا حول حسنات وسيّئات حلّ المعادلات بواسطة الرّسم البيانيّ.

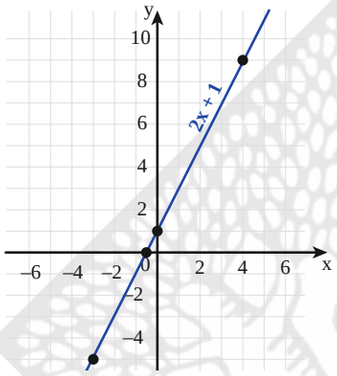
- لكي نرسم الرّسم البيانيّ المناسب للتّعبير نستعين بجدول.

مثال: التّعبير الجبريّ $2x + 1$.

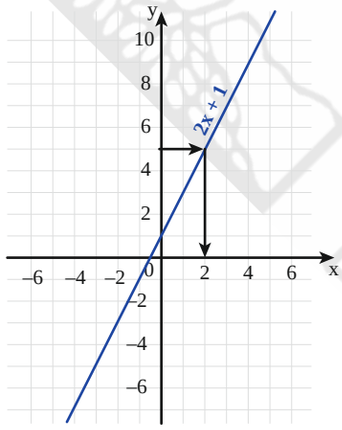
- نحضِّر جدول قيم ونُكمله.

x	−3	0	4	−0.5
2x + 1	−5	1	9	0

- نعيِّن النّقاط في هيئة محاور، ونربط بينها بخطّ، للحصول على رسم بيانيّ مناسب.



- بمساعدة الرّسم البيانيّ، يمكن أن نحلّ معادلات من النّوع: عدد = تعبير جبريّ.
نبحث في الرّسم البيانيّ عن الإحداثيّ x لنقطة، بحيث يكون الإحداثيّ y لهذه النّقطة هو العدد الّذي يقع في الطّرف الأيمن.



مثال: لكي نحلّ المعادلة $2x + 1 = 5$، نبحث عن
مكان العدد 5 على محور y ونجد
قيمة x المناسبة في الرّسم البيانيّ.
حلّ المعادلة هو $x = 2$.

5. في موقع "الرّياضيّات المدمجة"، في قسم "موادّ تعليميّة إضافيّة"، تجدون ملفّ "حلّ معادلات بمساعدة الرّسم البيانيّ" "**פתרון משוואות בעזרת גרף**".
نفِّذُوا الفعّاليّة بحسب التّعليمات.

فعّاليّة بديلة
للفعّاليّة المحوسبة

6. مُعطى التّعبير: $3 - 0.2x$

أ. اِنسخُوا وأكملُوا الجدول المناسب للتّعبير.

x	−15	−5	0	5	
$3 - 0.2x$					

ب. عيِّنُوا النّقاط في هيئة المحاور، واربطُوا بينها بخطّ، للحصول على الرّسم البيانيّ المناسب للتّعبير المعطى.

ت. حلُّوا المعادلات الآتية بمساعدة الرّسم البيانيّ.

$3 - 0.2x = 10$ $\quad$ $3 - 0.2x = 15$ $\quad$ $3 - 0.2x = 0$

7. في حاوية حليب، يوجد 2,800 لتر. تُفرّغ الحاوية بوتيرة ثابتة بمساعدة أنبوب مع حنفيّة.
التّعبير الجبريّ الّذي يصف حجم الحليب (باللّترات) الّذي بقي في الحاوية منذ البدء بعملية التّفريغ هو $2800 - 200x$.
x يمثِّل الزّمن (بالدّقائق) منذ بدء عمليّة التفريغ.

أ. كم لترًا من الحليب بقي في الحاوية بعد مرور 5 دقائق، بعد مرور 12 دقيقة؟

ب. اِنسخُوا وأكملُوا الجدول المناسب للتّعبير.

x (عدد الدّقائق)	0	1	3	6	8	12
$2,800 - 200x$						

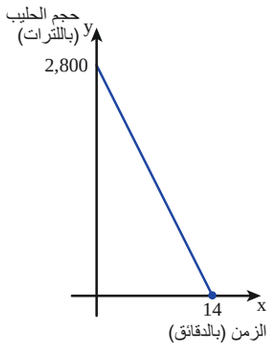
ت. جِدُوا الأعداد المناسبة لـ x بحسب شروط المسألة. اِشرحُوا.

ث. أُرسُموا هيئة محاور، محور x يمثِّل الزّمن (بالدّقائق)، منذ بدء عمليّة التّفريغ، محور y يمثِّل حجم الحليب (باللّترات) الّذي بقي في الحاوية.
عيِّنُوا النّقاط في هيئة محاور، واربطُوا بينها بخطّ، للحصول على الرّسم البيانيّ المناسب للقصّة الرّياضيّة.

ج. بَعد كم دقيقة بقي في الحاوية 800 لتر من الحليب؟
بَعد كم دقيقة أصبحت الحاوية فارغة من الحليب؟
أُكتُبوا معادلات مناسبة وحلُّوا بمساعدة الرّسم البيانيّ.

يمكن أنْ نحلّ مسألة بمساعدة الرّسم البيانيّ.

- نحدّد ماذا يمثّل المتغيِّر، ونسجِّل تعابير جبريّة لمقادير أخرى في المسألة الرّياضيّة.
- نفحص الأعداد المناسبة لـ x بحسب شروط المسألة.
- نرسم فقط جزءًا من الخطّ البيانيّ الّذي يحقّق هذه الشّروط.
- نحلّ المسألة.



مثال: في المهمّة الـ 7، بودّنا أنْ نعرف،بَعد كم دقيقة أصبحت الحاوية فارغة من الحليب؟

x يمثّل الزّمن (بالدّقائق) الّذي مرَّ، منذ فتح الحنفيّة؛ لذا: $x \geq 0$.

التّعبير الجبريّ $2,800 - 200x$ يمثّل حجم الحليب الّذي بقي في الحاوية.

الحجم ليس عددًا سالبًا؛ لذا: $0 \leq x \leq 14$.

الخطّ البيانيّ الّذي يظهر في الرّسمة مناسب للتّعبير.

المعادلة المناسبة هي: $2,800 - 200x = 0$

نحلّ بمساعدة الرّسم البيانيّ، ونجد $x = 14$ ؛ هذا يعني أنّ حاوية الحليب أصبحت فارغة بعد 14 دقيقة.

مجموعة مهامّ

1. مُعطى التّعبير $x + 3$

أ. اِنسخُوا وأكملُوا الجدول المناسب للتّعبير.

x	−5	−2	0	2	5
x + 3					

ب. عيِّنُوا النّقاط في هيئة محاور، واربطُوا بينها بخطّ، للحصول على الرّسم البيانيّ المناسب للتّعبير.

ت. حلُّوا المعادلات الآتية بمساعدة الرّسم البيانيّ.

$x + 3 = -4$ $x + 3 = 9$ $x + 3 = 2$

2. مُعطى التّعبير $7 - x$

أ. اِنسخُوا وأكملُوا الجدول المناسب للتّعبير.

x	−5	−2	0	2	5
7 − x					

ب. أرسُموا رسمًا بيانيًّا مناسبًا للتّعبير المعطى. (استعينُوا بهيئة المحاور).

ت. حلُّوا المعادلات الآتية بمساعدة الرّسم البيانيّ.

$7 - x = 2$ $7 - x = -4$ $7 - x = 9$

3. مُعطى التّعبير $\frac{6-2x}{3}$

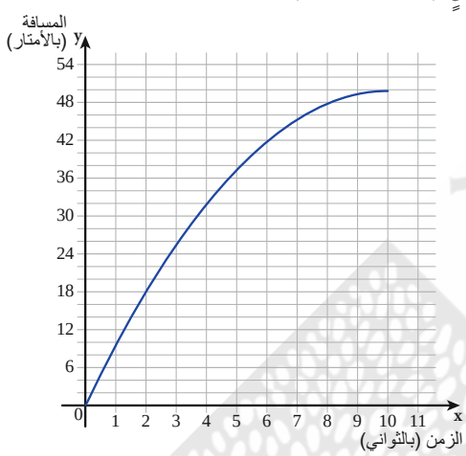
أ. أرسُموا رسمًا بيانيًّا مناسبًا للتّعبير المعطى.

ب. حلُّوا المعادلات الآتية بمساعدة الرّسم البيانيّ.

$\frac{6-2x}{3}=0$ $\frac{6-2x}{3}=6$ $\frac{6-2x}{3}=2$

4. التّعبير $10x-0.5x^2$ يصف المسافة الّتي ركضها **سليم** خلال 10 ثوانٍ $(0 \le x \le 10)$.

الرّسم البيانيّ يصف المسافة التي ركضها **سليم** منذ بدء الرّكض.



أ. ما هي المسافة الّتي قطعها سليم في نهاية الرّكض؟

ب. اِستعينُوا بالرّسمة لحلّ المعادلات :

$10x-0.5x^2=18$

$10x-0.5x^2=32$

$10x-0.5x^2=42$

5. حلُّوا.

أ. $-x+4x=6$ ب. $x-4x=3$ ت. $-4-x=6$

6. حلُّوا.

أ. $2(x-3)+7=1$ ت. $3(x+5)+5(x+3)=22$

ب. $5x-3(x-5)=7$ ث. $2(x+3)-5(x-1)=26$

7. حلُّوا.

أ. $2(2x+5)+5(2x+1)=-13$ ت. $2(5x+1)-5(3x-1)=-18$

ب. $5(x+1)-6(x+2)=7$ ث. $5(x-1)-3(2x-4)=7$

8. جِدُوا حلول المعادلات التالية بطريقتين مختلفتين.

أ. $5\cdot 0.6=0.3\cdot x$ ب. $x\cdot 0.4=1.2\cdot 20$ ت. $1.5:x=3 \quad (x\neq 0)$

الدّرس الثّالث: الحقيبة المشفَّرة

حلّ مهمّة تنوّر رياضيّ بمساعدة اعتبارات رياضيّة وبمساعدة معادلات

وجدتم حقيبة سرّيّة تحتوي على كنز كبير.
يوجد بجانب الحقيبة إرشادات حول ثلاثة **أرقام** تكوِّن الأرقام السّرّيّة (الشّيفرة) لفتح الحقيبة. الشّيفرة مكوّنة من ثلاثة أرقام، سُجِّلت بحسب التّرتيب من اليسار إلى اليمين.
لم يظهر الإرشاد الثّاني؛ لذا لا نستطيع قراءته.

الإرشاد الأوّل:
مجموع الأرقام الثّلاثة هو 18

الإرشاد الثّاني:
[redacted]

نستعين باعتبارات رياضيّة ومعادلات لحلّ المهامّ.

1. أُكتُبوا الأرقام المناسبة بحسب المعطيات، كإجابة للمسألة الّتي عُرضت في افتتاحيّة الدّرس.

2. في كلّ بند، سُجِّلت إمكانيّة للإرشاد الثّاني للمهمّة الّتي وردت في الافتتاحيّة.

- سجِّلُوا الأرقام المناسبة الّتي يمكن أن تكوّن الشّيفرة (الأرقام السّرّيّة) بحسب معطيات المسألة وبحسب الإرشادين.
- حدِّدُوا إنْ كان بالإمكان اكتشاف الأرقام السّرّيّة الثلاثة بشكل مؤكّد بمساعدة الإرشادين.

إذا كانت الإجابة نعم، جِدُوا الشّيفرة. إذا كانت الإجابة كلّا، اِشرحُوا السّبب.

أ. الرّقم الأوّل في الشّيفرة هو 0.

ب. الأرقام السّرّيّة الثّلاثة هي أرقام متتالية.

ت. الفرق بين كلّ رقمين متجاورين في الشّيفرة هو 3.

ث. جميع الأرقام فرديّة.

ج. الرّقم الثّاني أكبر بضعفين من الرّقم الأوّل، وأصغر بـ 3 من الرّقم الثّالث.

ح. الفرق بين كلّ رقمين متجاورين هو 5.

خ. الرّقم الثّاني أصغر بـ 4 من الرّقم الأوّل، والرّقم الثّالث أكبر بـ $1\frac{1}{2}$ أضعاف من الرّقم الثّاني.

عادةً نُسمِّي الحقيبة الّتي تظهر في الصّورة "حقيبة جيمس بوند"، على اسم بطل سلسلة كتب التّجسّس التي ألّفها الكاتب الإنجليزيّ إيان فليمنج (**Ian Fleming**). في سلسلة أفلام "جيمس بوند"؛ يحمل بطل الفيلم عادةً حقيبة من هذا النّوع.
في سنة 1962، عُرض الفيلم الأوّل وكان من بطولة الممثّل شون كونري (Sean Connery).
منذ ذلك الحين، أُنتجت أفلام "جيمس بوند" كثيرة ببطولة ممثّلين مشهورين في هوليوود.

مجموعة مهامّ

تعتمد المهامّ 1-4 على الإرشاد الأوّل الّذي وَرَدَ في مهمّة الافتتاحيّة: مجموع الأرقام الثّلاثة هو 18.
يجب عليكم أنْ تحدِّدُوا ما إذا كان الإرشاد الثّاني مناسبًا.

- سجِّلُوا في كلّ بند الأرقام الّتي يمكن أن تكون مناسبة للشّيفرة، بحسب معطيات المسألة، وبحسب **الإرشادين**.
- حدِّدُوا إنْ كان بالإمكان اكتشاف الأرقام السّرّيّة الثّلاثة للشّيفرة **بشكل مؤكّد** بمساعدة الإرشادين.
  إذا كانت الإجابة نعم، جِدُوا الشّيفرة. إذا كانت الإجابة كلّا، اِشرحُوا السّبب.

1. أ. حاصل ضرب الأرقام الثلاثةأكبر ما يمكن، الأرقام مرتَّبة ترتيبًا تصاعديًّا.

ب. مجموع الرّقمين الأوّلين يساوي الرّقم الثّالث.

2. أ. جميع الأرقام زوجيّة (تذكّرُوا! الـ 0 هو عدد زوجيّ).

ب. الرّقم الثّاني أكبر بـ 3 أضعاف من الرّقم الأوّل، والرّقم الثّالث أكبر بـ 3 من الرّقم الأوّل.

3. أ. الرّقم الثّاني أكبر بضعفين من الرّقم الأوّل، والرّقم الثّالث أكبر بـ 6 من الرّقم الأوّل.

ب. الرّقم الثّاني أصغر بـ 1 من الرّقم الأوّل. الرّقم الثّالث هو مجموع الرّقمين الأوّلين.

4. أ. الفرق بين كلّ رقمين متجاورين ثابت.

ب. إذا أضفنا 1 إلى الرّقم الأوّل، 2 إلى الرّقم الثّاني، 3 إلى الرّقم الثّالث، فإنّنا نحصل على ثلاثة أرقام متساوية.

5. اِكتشفُوا الحقيبة المشفَّرة.

يوجد بجانب الحقيبة إرشادان لثلاثة أرقام تُنْتِج شيفرة سّريّة لفتح الحقيبة. الشّيفرة مكوّنة من ثلاثة أرقام، سُجِّلت بحسب التّرتيب من اليسار إلى اليمين.

الإرشاد الأوّل: مجموع الأرقام الثّلاثة هو 21. كان الإرشاد الثّاني ممحى ولا يمكن قراءته.

حدِّدُوا في كلّ بند إنْ كان بالإمكان معرفة الشّيفرة بشكل مؤكّد. اِشرحُوا.

أ. الأرقام الثّلاثة هي أرقام متتالية.

ب. الفرق بين كلّ رقمين متجاورين في الشّيفرة هو 4.

ت. جميع الأرقام فرديّة.

ث. الرّقم الثّاني أصغر بـ 2 من الرّقم الأوّل، والرّقم الثّالث أكبر بـ 1 من الرّقم الثّاني.

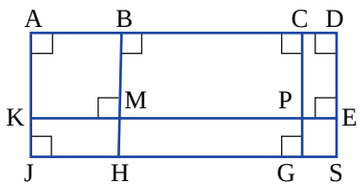
ج. كلّ رقم أكبر بضعفين من الرّقم السّابق له.

مستقيمات متوازية ومستقيمات متعامدة

1. أ. جِدُوا في الرّسمة أزواجًا من المستقيمات المتعامدة.

ب. جِدُوا في الرّسمة أزواجًا من المستقيمات المتوازية.

ت. أُكتُبوا أسماء جميع المستقيمات الّتي تظهر في الرّسمة بمساعدة 4 حروف.



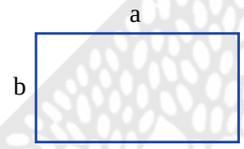
2. أُرسُموا مستقيمين a وَ b بحيث يكون a || b .

أُرسُموا مستقيمًا ثالثًا c بحيث يكون a ⊥ c، أُرسُموا مستقيمًا إضافيًّا d بحيث يكون c ⊥ d.

أ. جِدُوا في الرّسمة أزواجًا من المستقيمات المتعامدة.

ب. جِدُوا في الرّسمة أزواجًا من المستقيمات المتوازية.

3. مُعطى في الرّسمة مستطيل، أطوال أضلاعه a سم وَ b سم $(a > 0, b > 0)$.



أ. أُرسُموا مستطيلاً إضافيًّا، بحيث تكون أطوال أضلاعه a سم وَ b سم.

ألصقُوا المستطيلين على طول أحد الأضلاع.

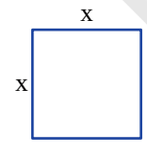
كم إمكانيّة وجدتم للصق المستطيلين ببعضهما؟

ب. أُكتُبوا تعابير جبريّة لأطوال أضلاع المستطيلات الجديدة (أُكتُبوا جميع الإمكانيّات).

ت. أُكتُبوا تعابير جبريّة لمساحات المستطيلات الجديدة.

ث. أُكتُبوا تعابير جبريّة لمحيطات المستطيلات الجديدة.

4. مُعطى مربّع طول ضلعه x سم $(x > 3)$.



طوَّلنا بـ 2 سم ضلعين متوازيين، وقصَّرنا بـ 3 سم الضّلعين الآخرين.

أُكتُبوا تعابير جبريّة مناسبة:

أ. لأطوال أضلاع المستطيل الّذي نَتَج.

ب. لمساحة المستطيل الّذي نَتَج.

ت. لمحيط المستطيل الّذي نَتَج.