الوحدة الخامسة: معادلات ومتباينات

الدرس الأول: نحل معادلات ومتباينات بمساعدة رسم بياني

في درس العلوم، سخَّن التلاميذ ماء في ثلاثة أوعية لمدة 8 دقائق.

في الوعاء **أ**: في البداية كانت درجة الحرارة $20^\circ C$
وفي كل دقيقة ارتفعت درجة الحرارة $10^\circ C$.

في الوعاء **ب**: في البداية كانت درجة الحرارة $40^\circ C$
وفي كل دقيقة ارتفعت درجة الحرارة $5^\circ C$.

في الوعاء **ت**: في البداية كانت درجة الحرارة $57.5^\circ C$
وفي كل دقيقة ارتفعت درجة الحرارة $2.5^\circ C$.

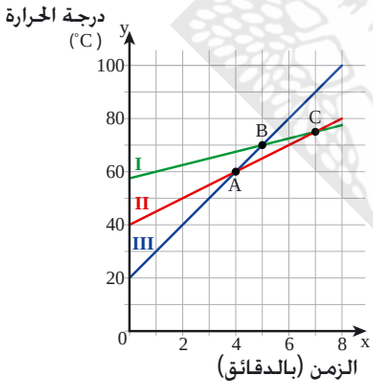
بَعد مرور كم دقيقة منذ بداية التسخين كانت درجة الحرارة في الوعاء أ أكبر من درجة الحرارة في الوعاء **ب**؟
بَعد مرور كم دقيقة منذ بداية التسخين كانت درجة الحرارة في الوعاء أ أكبر من درجة الحرارة في الوعاء **ت**؟

نحل معادلات ومتباينات بمساعدة رسم بياني.

نتطرق في المهام 1 - 5 إلى المعطيات التي وردت في مهمة الافتتاحية.

1. نرمز بـ x إلى الزمن (بالدقائق) الذي مرَّ منذ بداية التسخين $(0 \le x \le 8)$، وبـ y إلى درجة الحرارة $(^\circ C)$.
سجلوا لكل وعاء تمثيلًا جبريًّا مناسبًا للدالة.

2. أمامكم خطوط بيانية تصف العلاقة بين الزمن الذي مرَّ منذ بداية التسخين x (بالدقائق) $(0 \le x \le 8)$ ودرجة حرارة الماء في الوعاء y $(^\circ C)$.



أ. لائموا لكل وعاء الخط البياني المناسب له. اشرحوا.

ب. ما هي إحداثيات النقاط A, B, C؟
اشرحوا معنى كل نقطة في القصة.

3. سجلوا معادلة مناسبة لكل بند. حلوا المعادلة وقارنوا مع الحلول التي وجدتموها بواسطة الرسم البياني.

أ. بَعد مرور كم دقيقة منذ بداية التسخين كانت درجة الحرارة في الوعاء أ أكبر من درجة الحرارة في الوعاء **ب**؟
كم كانت درجة الحرارة؟

ب. بَعد مرور كم دقيقة منذ بداية التسخين كانت درجة الحرارة في الوعاء أ تساوي درجة الحرارة في الوعاء **ت**؟
كم كانت درجة الحرارة؟

ت. بَعد مرور كم دقيقة منذ بداية التسخين كانت درجة الحرارة في الوعاء **ب** تساوي درجة الحرارة في الوعاء **ت**؟
كم كانت درجة الحرارة؟

4. لائموا لكل وصف كلامي متباينة وحل مناسبين.

بَعد مرور x دقائق منذ بداية التسخين كانت درجة الحرارة في الوعاء أ أكبر من درجة الحرارة في الوعاء **ب.**	$20 + 10x > 57.5 + 2.5x$	بَعد مرور أكثر من 4 دقائق $x > 4$
بَعد مرور x دقائق منذ بداية التسخين كانت درجة الحرارة في الوعاء أ أكبر من درجة الحرارة في الوعاء **ت.**	$40 + 5x > 57.5 + 2.5x$	بَعد مرور أكثر من 7 دقائق $x > 7$
بَعد مرور x دقائق منذ بداية التسخين كانت درجة الحرارة في الوعاء **ب** أكبر من درجة الحرارة في الوعاء **ت.**	$20 + 10x > 40 + 5x$	بَعد مرور أكثر من 5 دقائق $x > 5$

إذا سجَّلنا إشارة الترتيب > أو < بين تعبير جبري وعدد، أو بين تعبيرين جبريين، فإننا نحصل على **متباينة**.
بطريقة بصرية، حل متباينة مع متغيِّر واحد هو مجموعة **كل الأعداد** (x) التي فيها الخط البياني لدالة واحدة يقع فوق (أو تحت) الخط البياني لدالة أخرى.

مثال: حسب المعطيات التي وردت في مهمة الإفتتاحية، وصفنا الحالة التي فيها درجة الحرارة في الوعاء أ أكبر من درجة الحرارة في الوعاء ب بواسطة المتباينة $20 + 10x > 40 + 5x$.
حسب الرسم البياني، بَعد مرور أكثر من 4 دقائق، درجة الحرارة في الوعاء أكبر من درجة الحرارة في الوعاء ب.
في المجال $x > 4$ يقع الخط البياني III فوق الخط البياني II.
لذا، الحل لهذه المتباينة هو جميع الأعداد الأكبر من 4، نسجِّل: $x > 4$.

5. سجَّل أيمن، جميل، منال وجمانة متباينات وغير متباينات تتطرق إلى درجة الحرارة في الأوعية الثلاثة.

سجَّل **أيمن:** $57.5 + 2.5x = 70$
سجَّل **جميل:** $57.5 + 2.5x > 40 + 5x$
سجَّلت **منال:** $57.5 + 2.5x < 20 + 10x$
سجَّلت **جمانة:** $40 + 5x < 70$

أ. اكتبوا وصفًا كلاميًّا مناسبًا لكل حالة.

ب. جدوا حلًا لكل حالة.

في الظروف العادية لضغط الهواء على ارتفاع سطح البحر (هذا الضغط نسمِّيه الضغط الجوي)،

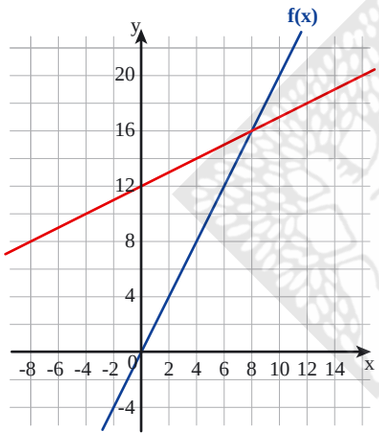
- في درجة حرارة بين $0^\circ C$ إلى $100^\circ C$ يكون الماء في الحالة السائلة.
- في درجة حرارة أقل من $0^\circ C$ يكون الماء في الحالة الصلبة (ثلج).
- في درجة حرارة أكثر من $100^\circ C$ يكون الماء في الحالة الغازية (بخار).

كلما صعدنا إلى ارتفاع أعلى، ينخفض الضغط الأتموسفيري ونتيجةً لذلك تنخفض درجة حرارة غليان الماء. مثلًا: في قمم الهمالايا (قمم ارتفاعها حوالي 8,000 متر) درجة حرارة غليان الماء حوالي $70^\circ C$.

مجموعة مهامّ

1. يظهر في الرسمة الخطان البيانيان للدالتين:

$$f(x) = 2x \qquad g(x) = \frac{1}{2}x + 12$$



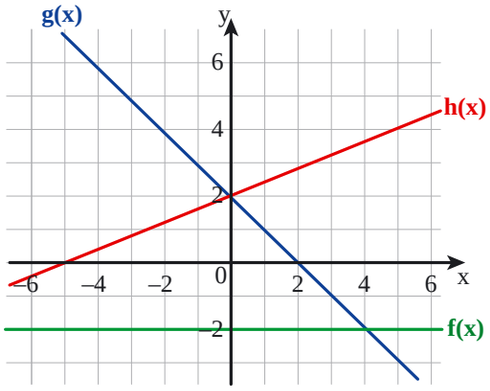
جدوا، في كل بند، حل المتباينة.

أ. $\frac{1}{2}x + 12 < 2x$

ب. $\frac{1}{2}x + 12 > 2x$

2. تظهر في الرسمة الخطوط البيانية للدوال:

$$f(x) = -2 \qquad g(x) = -x + 2 \qquad h(x) = 0.4x + 2$$



جدوا، في كل بند، حل المتباينة.

أ. $-2 > -x + 2$

ب. $-2 < 0.4x + 2$

ت. $-x + 2 > 0.4x + 2$

3. تظهر في الرسمة الخطوط البيانية للدوال:

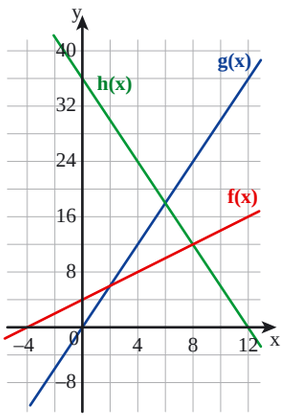
$f(x) = x + 4$ $\quad g(x) = 3x$ $\quad h(x) = 36 - 3x$

جدوا، في كل بند، حل المتباينة.

أ. $36 - 3x < 3x$

ب. $36 - 3x > x + 4$

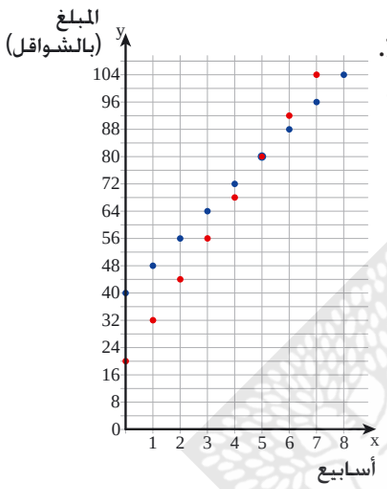
ت. $x + 4 > 3x$



4. يحصل **أيوب وعماد** كل أسبوع على مصروف شخصي، وهما يوفران المبلغ.

يوجد في صندوق توفير أيوب 20 شاقلًا، وفي كل أسبوع يحصل على 12 شاقلا.

يوجد في صندوق توفير عماد 40 شاقلًا، وفي كل أسبوع يحصل على 8 شواقل.



أ. أيُّهما كان معه نقود أكثر في صندوق التوفير:

بعد 3 أسابيع، بعد 7 أسابيع؟

ب. x يمثِّل عدد الأسابيع ($x \geq 0$, x عدد صحيح)،

f(x) يمثِّل مبلغ النقود (بالشواقل) في صندوق توفير أيوب.

g(x) يمثِّل مبلغ النقود (بالشواقل) في صندوق توفير عماد.

سجِّلوا لكل واحد منهما تمثيلًا جبريًّا مناسبًا للدالة.

ت. تمعَّنوا في الخطين البيانيين المناسبين للدالتين.

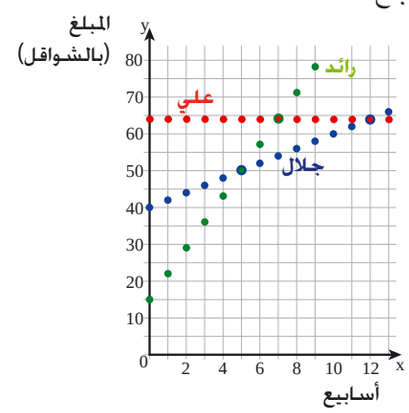
بَعد كم أسبوع كان مع أيوب وعماد نفس المبلغ في صندوق التوفير؟ كم كان المبلغ؟

ث. بَعد كم أسبوع كان في صندوق أيوب أكثر من 92 شاقلًا؟

ج. خلال كم أسبوع كان في صندوق عماد أقل من 96 شاقلًا؟

5. يحصل **علي، رائد وجلال** كل أسبوع على مصروف شخصي، وهم يوفرون المبلغ.

تظهر في الرسمة الخطوط البيانية للدوال التي تصف العلاقة بين عدد الأسابيع x ($x \geq 0$, x عدد صحيح) ومبلغ النقود (بالشواقل) لكل ولد.



أ. لائموا لكل ولد التمثيل الجبري للدالة المناسبة.

$f(x) = 15 + 7x$ $\quad g(x) = 64$ $\quad h(x) = 40 + 2x$

ب. سجِّلوا لكل متباينة معنى التباين في القصة وحلوه.

- $15 + 7x > 64$
- $40 + 2x < 64$
- $15 + 7x > 40 + 2x$

6. اقترح ثلاثة مقاولو حدائق أسعارًا لترتيب الحديقة.
x يمثِّل مساحة الحديقة بالمتر المربع ($x \geq 0$).
الدالة $f(x) = 700 + 10x$ تصف مبلغ الدفع (بالشواقل) حسب اقتراح المقاول أ.
الدالة $g(x) = 180 + 30x$ تصف مبلغ الدفع (بالشواقل) حسب اقتراح المقاول **ب**.
الدالة $h(x) = 45x$ تصف مبلغ الدفع (بالشواقل) حسب اقتراح المقاول **ت**.
اكتبوا، في كل بند، وصفًا كلاميًّا مناسبًا للمتباينة وحلوها.

أ. $700 + 10x > 180 + 30x$

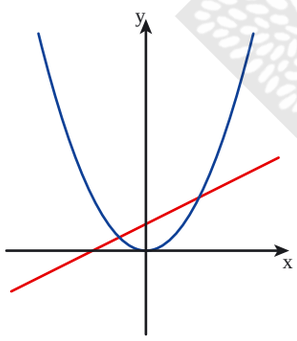
ب. $180 + 30x > 45x$

ت. $700 + 10x < 45x$

7. في درس الرياضيات، لعب التلاميذ لعبة "سباق التعابير الجبرية".
حصلت كل مجموعة على تمثيل جبري لدالة وحسبت قيمة الدالة لكل قيم x المختلفة.
تفوز المجموعة التي قيمة دالتها أكبر (لنفس التعويض).
حصلت مجموعة **عامر** على الدالة $f(x) = x^2$
حصلت مجموعة **نجوى** على الدالة $g(x) = x + 2$

أ. عوَّض التلاميذ الأعداد $1,\ 3,\ 0.5,\ -1,\ -4.5,\ 2$
حدِّدوا المجموعة التي فازت في كل مرة.

ب. قرر **يوسف** أن يفحص في أي أعداد تفوز كل مجموعة. رسم الرسم البياني الآتي:
- ما هي كل الأعداد التي تفوز فيها مجموعة عامر؟
- ما هي كل الأعداد التي تفوز فيها مجموعة نجوى؟



الدرس الثاني: نحل المتباينة

في الدرس السابق، قمنا بحل المتباينة بطريقة بيانية.

ننفِّذ عملية الجمع على طرفِي المتباينة ونحل بطريقة جبرية.

1. مُعطاة المتباينة $4x > 10$.

أ. سجِّلوا عددين بحيث يكونا حل للمتباينة.

ب. أضافت **غزالة** العدد 3 إلى طرفِي المتباينة وسجَّلت $4x + \mathbf{3} > 10 + \mathbf{3}$

سجَّل **عزام**: $4x - 5 > 10 - 5$

سجَّلت **نعيمة**: $4x + 2x > 10 + 2x$

افحصوا ما إذا الحلول التي سجَّلتموها في بند أ مناسبة لمتباينات غزالة، عزام ونعيمة.

رأينا من الأمثلة أنه إذا **أضفنا** نفس العدد أو نفس التعبير الجبري إلى طرفِي المتباينة، فإن **الترتيب يُحفظ** بين الطرفين.

أمثلة:

نضيف 3	نطرح 2 (أو نضيف –2)	نطرح 2x
$x - 3 < 7 \quad /+3$	$x + 2 > 7 \quad /-2$	$3x > 2x + 6 \quad /-2x$
$x < 10$	$x > 5$	$x > 6$

2. حلوا المتباينات.

مثال:

$3x - 7 > 2x + 3 \quad /+7$

$3x > 2x + 10 \quad /-2x$

$x > 10$

أ. $x + 2 > 6$ ت. $-2 + x < 6$ ج. $10x - 6 < 9x$ خ. $6x < 5x + 3$

ب. $x - 2 > 6$ ث. $8 < x - 2$ ح. $4x + 2 < 3x + 7$ د. $6 - (2 - x) < 2(x + 1)$

عالِم الرياضيات الإنجليزي توماس هاريوت (Thomas Harriot, 1621 – 1560)، كان أول من استعمل إشارات التباين $<$, $>$.
أُلهم بهاتين الإشارتين من الوشم الذي رأه على أيدي أطفال أمريكيون وكان شكله $><$. أرسلت ملكة انكلترا هاريوت لأميركا كي يقيس الأراضي هناك.
اختُرعت إشارتي التباين بعد مرور 74 سنة على اختراع إشارة المساواة، لكنها ظهرت في الكتابات المطبوعة قبل إشارة المساواة، لأنه تمّت طباعتها بواسطة دوران الحرف V الذي كان موجود في الطباعة.

3. طلبت المعلمة من التلاميذ أن يجدوا المجال الذي تكون فيه الدالة $f(x) = x + 5$ موجبة.
قالت **سوسن**: وجدتُ المجال الذي تكون فيه الدالة $f(x)$ موجبة بواسطة حل المتباينة $f(x) > 0$.

أ. حلوا المتباينة $x + 5 > 0$.

ب. افحصوا إجابتكم بمساعدة الرسم البياني للدالة $f(x)$.

4. معطى دالتان:
$f(x) = x - 4$ $\quad$ $g(x) = 2x - 6$
جدوا، في كل بند، المجال المناسب.

أ. $f(x) > 0$ $\quad$ ب. $g(x) > f(x)$ $\quad$ ت. $g(x) < 0$

5. معطاة المتباينة $x + 6 > x + 4$.

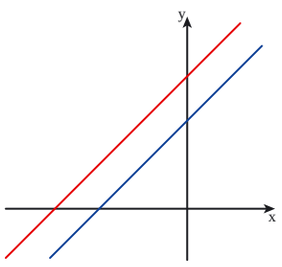
أ. سجلوا، إذا كان الأمر ممكنًا، عددين هما حلان للمتباينة.

ب. سجلوا، إذا كان الأمر ممكنًا، عددين ليس حلان للمتباينة.

ت. ما هي مجموعة الأعداد التي هي حل للمتباينة؟

يوجد متباينات حلها جميع الأعداد.

مثال: معطى دالتان $f(x) = x + 6$ $\quad$ $g(x) = x + 4$



الخطان البيانيان للدالتين مستقيمين متوازيين.
لكل x، يقع الخط البياني للدالة $f(x)$ فوق الخط البياني للدالة $g(x)$.
لذا حل المتباينة $x + 6 > x + 4$ هو كل الأعداد.

مجموعة مهامّ

1. افحصوا، في كل بند، الأعداد التي هي حلول للمتباينات أو المعادلات.

أ. $5x < 15$ الأعداد $-2, 0, 6, 3, 4, 5$

ب. $x + 3 > 5$ الأعداد $0, 7, 2, 4, -8, 2.5$

ت. $5x = 20$ الأعداد $0, 2, -3, 4, -4, 6$

2. سجِّلوا، في كل بند، ثلاثة أعداد هي حلول للمتباينات وثلاثة أعداد ليست حلول.

أ. $2x > 8$ ب. $2 + x > 8$ ت. $x - 2 > 8$ ث. $8x > 2$

3. سجِّلوا، في كل بند، ثلاثة أعداد هي حلول للمتباينات وثلاثة أعداد ليست حلول.

أ. $2x > 10$ ب. $2x > -10$ ت. $-2x > 10$ ث. $-2x > -10$

4. سجِّلوا، في كل بند، ثلاثة أعداد هي حلول للمتباينات وثلاثة أعداد ليست حلول.

أ. $2x < 0$ ب. $2(x - 1) < 0$ ت. $2(x + 1) < 0$ ث. $2(2x + 1) < 0$

5. معطاة المتباينة $x(x + 1) > 20$.

أ. سجلوا عددين هما حلان للمتباينة.

ب. سجلوا عددين ليس حلان للمتباينة.

ت. ماذا يمكنكم القول عن جميع الأعداد التي هي حل للمتباينة؟

6. لكل متباينة، سجلوا متباينتين إضافيتين لهما نفس الحل.

أ. $x > 1$ ب. $x < 0$ ت. $x < 2$ ث. $x > -5$

7. حلوا المتباينات.

أ. $x + 4 > -2$ ب. $x - 4 > -2$ ت. $4 + x < -2$ ث. $x - 4 > 2$

8. حلوا المتباينات.

أ. $4x > 3x + 2$ ت. $5x + 1 < 4x + 8$ ج. $6x + 8 > 5x + 8$

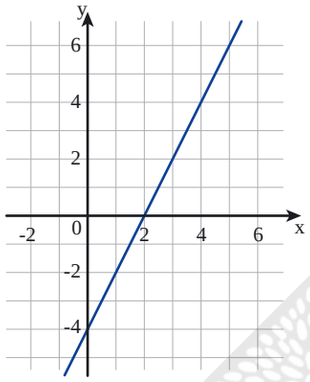
ب. $3x > 2x + 7$ ث. $9x - 4 < 5 + 8x$ ح. $6 < 5x + 2 - 4x$

9. حلوا المتباينات.

أ. $4(x - 1) - 2(x + 2) > x + 3$ ت. $3x - (1 - x) < 3(x + 2)$ ج. $1.5x > 0.5x - 4$

ب. $10 - 3(x - 2) > 1 - 4x$ ث. $12 < 1 - (3 - x)$ ح. $2(x + 1) < 2$

10. يظهر في الرسمة الخط البياني للدالة $f(x) = 2x - 4$.
استعينوا، في كل بند، بالرسم البياني وجدوا قيم x مناسبة.



أ. $f(x) = 4$ ب. $f(x) > 0$ ت. $f(x) > 2$

11. معطاة الدالة $f(x) = x - 9$.

أ. جدوا إحداثيِي النقطة الصفرية للدالة.

ب. جدوا المجال الذي تكون فيه الدالة موجبة.

ت. جدوا المجال الذي تكون فيه الدالة سالبة.

ث. جدوا المجال الذي يكون فيه $f(x) > -2$.

12. معطاة دالتان:

$f(x) = 3(x + 1)$ $g(x) = 4x - 5$

جدوا، في كل بند، المجال المناسب.

أ. $f(x) > 0$ ب. $g(x) > f(x)$ ت. $f(x) < 3$

13. معطاة الدالة $f(x) = (x - 2)^2$.

أ. جدوا إحداثيِي النقطة الصفرية للدالة.

ب. جدوا المجال الذي تكون فيه الدالة موجبة.

ت. هل يوجد مجال تكون فيه الدالة سالبة؟ اشرحوا.

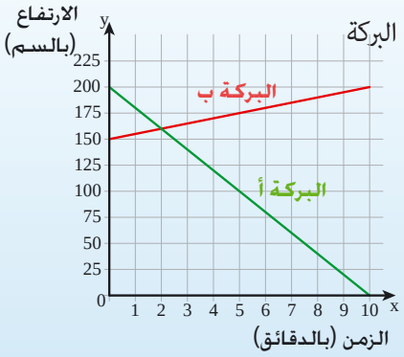
ث. $f(x) = 4$ ما هو x؟

ج. جدوا المجال الذي يكون فيه $f(x) > 4$.

الدرس الثالث: بركتان للري

نحل متباينة بمساعدة ضرب طرفي المتباينة

شغَّل يوسف المزارع، في نفس الوقت، بركتيْ ماء للري لمدة 10 دقائق.



أمامكم خطان بيانيان لدالتين يصفان العلاقة بين الزمن الذي مرَّ منذ تشغيل البركة x بالدقائق ($0 \le x \le 10$) وارتفاع سطح الماء y (بالسم).

الدالة المناسبة للبركة **أ**: $f(x) = 200 - 20x$

الدالة المناسبة للبركة **ب**: $g(x) = 150 + 5x$

بَعد مرور كم دقيقة منذ تشغيل البركتين يصبح ارتفاع سطح الماء في البركة أ أعلى من سطح الماء في البركة **ب**؟

حلَّت **رنا** كالتالي:

$200 - 20x > 150 + 5x \quad / -5x$

$200 - 25x > 150 \quad / -200$

$-25x > -50 \quad /:-25$

$x > 2$

حلَّت **رلى** كالتالي:

$200 - 20x > 150 + 5x \quad /+20x$

$200 > 150 + 25x \quad /-150$

$50 > 25x \quad /:25$

$2 > x$

أيُّهما صادقة؟ اشرحوا.

نستمر في حل المتباينات.

1. حدِّدوا، في كل بند، ما إذا يُحفظ الترتيب بين الأعداد، وأضيفوا إشارة < أو >.

أ. نضرب في 2

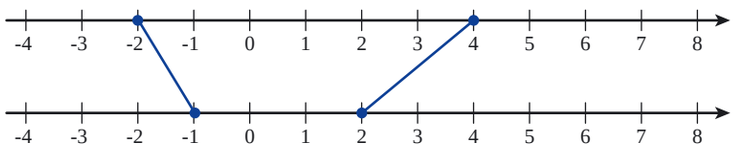
$-2 \bigcirc 4 \quad / \cdot 2$

$-4 \bigcirc 8$

ب. نضرب في $\frac{1}{2}$

$-2 \bigcirc 4 \quad / \cdot \frac{1}{2}$

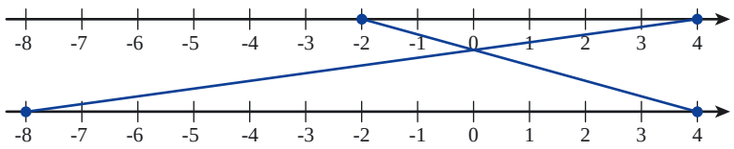
$-1 \bigcirc 2$



ت. نضرب في -2

$-2 \bigcirc 4 \quad / \cdot(-2)$

$4 \bigcirc -8$



2. جدوا، في كل بند، الأعداد التي استُعملت، ماذا كان ترتيبها، وهل حُفظ الترتيب؟

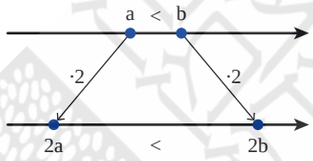
أ. اضربوا عددين في 3 واحصلوا على: $21 > -12$

ب. اضربوا عددين في (-5) واحصلوا على: $15 > 5$

ت. اضربوا عددين في 0 واحصلوا على: $0 = 0$

رأينا،

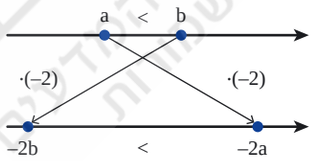
- إذا **ضربنا** (أو قسَّمنا) عددين مختلفين في **عدد موجب**، فإن **الترتيب** بينهما **يُحفظ**.



أمثلة:

نضرب في 3	نقسِّم على 3
$\frac{x}{3} < 1 \quad / \cdot 3$	$3x > 21 \quad /:3$
$x < 3$	$x > 7$

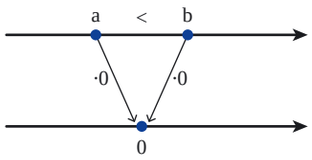
- إذا **ضربنا** (أو قسَّمنا) عددين مختلفين في **عدد سالب**، فإن **الترتيب** بينهما **ينعكس**.



أمثلة:

نضرب في (-3)	نقسِّم على (-3)
$-\frac{x}{3} < 1 \quad / \cdot(-3)$	$-3x > 21 \quad /:(-3)$
$x > -3$	$x < -7$

- إذا **ضربنا** عددين مختلفين **في 0**، فإننا نحصل على **مساواة**.
لذا، لا نضرب متباينة في 0.



نفكّر بـ ...

3. سجَّلت المعلمة، على لوح الصف، أمثلة لأخطاء تلاميذ في امتحان الرياضيات.
جدوا، في كل بند، الخطأ وحاولوا أن تصححوه.

أ. $8 - 3(3 + x) < 20$
$5(3 + x) < 20 \quad / :5$
$3 + x < 4 \quad / -3$
$x < 1$

ب. $2x + 7 > 6 \quad / :2$
$x + 7 > 3 \quad / -7$
$x > -4$

ت. $-4x < 20 \quad / \cdot\left(-\frac{1}{4}\right)$
$x < -5$

ث. $20x - 3 > 2 + 5x \quad / +3$
$20x > 5 + 5x \quad / -5x$
$15x > 5 \quad / :5$
$x > 3$

ج. $8 - 3(3 + x) < 20$
$8 - 9 - 3x < 20$
$-1 - 3x < 20 \quad / +1$
$-3x < 21 \quad / :(-3)$
$x < -7$

ح. $2x + 5 < 3x \quad / -5 - 3x$
$x < -5$

4. حلوا المتباينات.

أمثلة:

$-2x + 1 < 7 \quad / -1$
$-2x < 6 \quad / :(-2)$
$x > -3$

$8x - 3 > 5x + 6 \quad / +3$
$8x > 5x + 9 \quad / -5x$
$3x > 9 \quad / :3$
$x > 3$

أ. $-2x + 3 > 5$

ب. $4x + 2 < 6x - 8$

ت. $5(x - 2) + 7 > 27 - 2(x - 6)$

ث. $4(6 - x) + 1 < 2(x + 5) + 3$

في أعقاب...

5. معطاة ثلاث دوال:
$f(x) = 2x - 4 \qquad g(x) = x - 6 \qquad h(x) = 4x + 3$
جدوا، في كل بند، مجال مناسب.

أ. $f(x)$ موجبة

ب. $h(x)$ سالبة

ت. $g(x) > f(x)$

ث. $h(x) < f(x)$

ج. $g(x) < h(x)$

ح. $f(x) < -8$

مجموعة مهامّ

1. حلوا المتباينات.

أ. $2x + 3 > 5$ ت. $4x - 3 < 5$ ج. $3x < -15$

ب. $-3x > 15$ ث. $-2x - 3 < -5$ ح. $3 - 2x > -5$

2. حلوا المتباينات.

أ. $2x + 1 > x + 10$ ت. $2x - 2 < 5x + 10$ ج. $3x - 2 < 5x + 6$

ب. $3x - 7 > 5 - x$ ث. $1 - 2x > 3 + 2x$ ح. $-2x > 10 + 3x$

3. حلوا المتباينات.

أ. $-\frac{1}{2}x - 4 > 4$ ت. $6 - 2x - 3(7 + x) > 0$ ج. $0.2 - 0.03x < -0.01$

ب. $3(5 - x) > 1 + x$ ث. $15 - (7x - 5) < -2(x + 15)$ ح. $5(x - 3) < 5(3 - x)$

4. معطاة المتباينة $3x > 18$.

أ. جدوا حل المتباينة.

ب. استعينوا بالحل الذي وجدتموه وحلوا المتباينات الآتية.

$3(x + 2) > 18$ $3(x - 2) > 18$ $3(2x) > 18$ $3(x - 5) > 18$

5. معطاة المتباينة $6x > 3$.

أ. جدوا حل المتباينة.

ب. استعينوا بالحل الذي وجدتموه وحلوا المتباينات الآتية.

$6(x + 1) > 3$ $6(x - 1) > 3$ $6(2x) > 3$ $6(2x - 4) > 3$

6. معطاة المتباينة $-2x > 16$.

أ. جدوا حل المتباينة.

ب. استعينوا بالحل الذي وجدتموه وحلوا المتباينات الآتية.

$-2(x + 1) > 16$ $\quad -2(x - 3) > 16$ $\quad -2(3x - 5) > 16$ $\quad -2(x - 1) < 16$

7. افحصوا، في كل بند، ما إذا حل المتباينة صحيح.

إذا كان الحل غير صحيح، اذكروا الخطأ.

أ. $5 + 3x < 7 - 4x \;/\; -5$

$3x < 2 - 4x \;/\; +4x$

$7x < 2 \quad / : 2$

$x < 3.5$

ب. $6(x - 3) > 24 \;/ : 6$

$x - 3 > 4 \;/ + 3$

$x > 7$

ت. $5(x + 3) < x + 7$

$5x + 15 < x + 7 \;/ - x$

$4x + 15 < 7 \;/ - 15$

$4x < 8 \;/ : 4$

$x < 2$

8. اذكروا بنودًا فيها متباينات حلها مماثل لحل المتباينة $5x < 7$. اشرحوا، كيف وجدتم؟

أ. $5x - 3 < 4$ $\quad$ ت. $5x - 7 < 0$ $\quad$ ج. $10x < 5x + 7$

ب. $5x + 1 < 6$ $\quad$ ث. $3x < -2x + 7$ $\quad$ ح. $x < 7$

9. اذكروا بنودًا فيها متباينات حلها مماثل لحل المتباينة $5x + 3 < 2x - 7$.

اشرحوا، كيف وجدتم؟

أ. $5x < 2x - 4$ $\quad$ ت. $5x + 5 < 2x - 5$ $\quad$ ج. $3x < -10$

ب. $5x < 2x - 10$ $\quad$ ث. $4x + 3 < x - 7$ $\quad$ ح. $3x + 2 < 2x - 8$

10. حلوا المتباينات الآتية. صنفوها إلى أربع مجموعات حسب الحلول.

أ. $-\frac{1}{2}x > 4$ $\quad$ ت. $-\frac{1}{2}x < -4$ $\quad$ ج. $2x < -4$ $\quad$ خ. $-2x > 4$

ب. $\frac{1}{2}x > 4$ $\quad$ ث. $-\frac{1}{2}x < 4$ $\quad$ ح. $-x > 8$ $\quad$ د. $-x < -8$

11. معطاة ثلاث دوال:

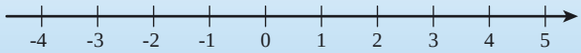
$f(x) = 0.5(x - 2)$ $\quad g(x) = 3x - 6$ $\quad h(x) = 4 - x$

جدوا، في كل بند، المجال المناسب.

أ. $f(x)$ موجبة $\quad$ ب. $g(x) > f(x)$ $\quad$ ت. $g(x) < h(x)$ $\quad$ ث. $h(x) < f(x)$ $\quad$ ج. $h(x) < 0$

الدرس الرابع: القيمة المطلقة

خرج **وسام** و**سامر** من النقطة 0 على محور الأعداد وقطعوا 4 وحدات، لكن لم يصلا نفس المكان.
هل يمكن ذلك؟



1. أ. حدَّد **رامي** و**راني** أن يلتقيا في نقطة، على محور الأعداد، تقع على بُعد 3 وحدات عن الـ 0، لكنهما لم يلتقيا.
وصل رامي العدد (3−)، أين وصل راني؟ اشرحوا.
ب. حدَّد **ضياء** و**سوسن** أن يلتقيا في نقطة، على محور الأعداد، تقع على بُعد 10 وحدات عن الـ 0، لكنهما لم يلتقيا.
أين وصلا؟ اشرحوا.

تذكير

بُعد عدد عن نقطة الصفر نسمِّيه **القيمة المطلقة** للعدد.
نرمز إلى القيمة المطلقة للعدد a كالتالي: |a|

أمثلة: القيمة المطلقة للعدد (5−) نرمز لها | 5− |.
القيمة المطلقة للعدد 5 هي 5 وحدات.
القيمة المطلقة للعدد (5−) هي 5 وحدات أيضًا.

2. أ. اكتبوا عددين قيمتهما المطلقة تساوي 7.
ب. اكتبوا عددين قيمتهما المطلقة تساوي $4\frac{1}{2}$.

3. جدوا، في كل بند إذا كان الأمر ممكنًا، عددين مناسبين.

أ. $|x| = 1$ ب. $|x| = 8$ ت. $|x| = -9$ ث. $|x| = 0$

التعبير الجبري |x| يمثِّل بُعد x عن 0.
لحل المعادلة $|x| = 15$ نبحث عن أعداد بُعدها عن الـ 0 يساوي 15 وحدة.
العددان هما 15 وَ (15−)، هذا يعني، حلول المعادلة هما $x = 15$ أو $x = -15$
المعادلة $|x| = -15$ لا يوجد لها حل، لأن البُعد عدد موجب أو صفر.

4. جدوا، في كل بند، أعدادًا مناسبة.

أ. أعداد تُحقق $|x| = 5$.

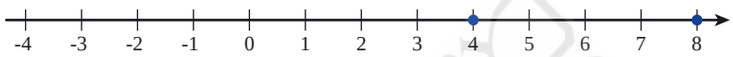
ب. ثلاثة أعداد موجبة تحقق $|x| > 5$.

ت. ثلاثة أعداد سالبة تحقق $|x| > 5$.

البُعد بين الأعداد

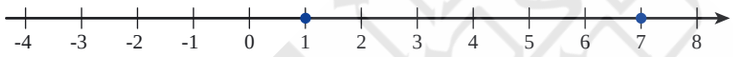
5. جدوا، في كل بند، البُعد بين زوج الأعداد المشار إليهما على محور الأعداد، واختاروا أعدادًا تعبِّر عن هذا البُعد.

أ.



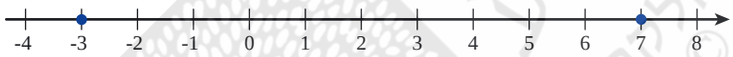
$|4 - 8|$ $|8 - 4|$ $4 - 8$ $8 - 4$

ب.



$|7 - 1|$ $|1 - 7|$ $7 - 1$ $1 - 7$

ت.



$|-3 - 7|$ $|7 - (-3)|$ $-3 - 7$ $7 - (-3)$

رأينا أنه يمكن إيجاد بُعد بين عددين بمساعدة القيمة المطلقة.

a وَ b هما عددان. يمكن إيجاد البُعد بين a وَ b بمساعدة $|a - b|$.

أمثلة: نحسب البُعد بين 2 إلى 5 كالتالي: $|5 - 2|$

نحسب البُعد بين 2 إلى (−5) كالتالي: $|(-5) - 2|$ هذا يعني $|5 + 2|$.

6. سجِّلوا، في كل بند، بمساعدة قيمة مطلقة واحسبوا.

أ. البُعد بين 6 إلى 1.

ب. البُعد بين 6 إلى (−1).

ت. البُعد بين (−6) إلى 1.

ث. البُعد بين (−6) إلى (−1).

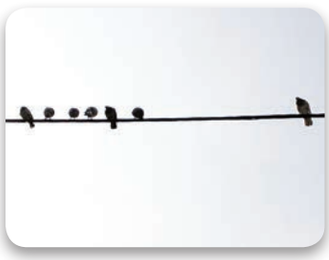
نفكّر بـ ...

7. قالت **نداء**: $|x + 1|$ يمثِّل بُعد x عن 1.
قال **سامر**: $|x + 1|$ يمثِّل بُعد x عن (-1).
أيُّهما صادق؟ اشرحوا.

8. سجِّلوا، في كل بند، تعبيرًا جبريًّا مناسبًا بمساعدة القيمة المطلقة.

أ. البعد بين x إلى 3.
ب. البعد بين x إلى (-3).
ت. البعد بين 2 إلى x.
ث. البعد بين (-2) إلى x.

في أعقاب...



9. اشرحوا لماذا $|x - 3| = |3 - x|$.

مجموعة مهامّ

1. سجِّلوا، في كل بند، إشارة ترتيب (<، > أو =) مناسبة.

أ. $|-7|$ ◯ $|7|$
ب. $|-3|$ ◯ $|-2|$
ت. $|7|$ ◯ $|-8|$
ث. $|-9|$ ◯ $|-6|$
ج. 0 ◯ $|-5|$
ح. 10 ◯ $|6|$
خ. -3 ◯ -4
د. $|-3|$ ◯ -4
ذ. $|-3|$ ◯ $|-4|$

2. حلوا المعادلات.

أ. $|x| = 0$
ب. $|x| = 3$
ت. $|x| = \frac{1}{2}$
ث. $|x| = 4$

3. جدوا، في كل بند، أعدادًا مناسبة.

أ. عدد موجب يحقق $|x| = 6$
ب. عدد سالب يحقق $|x| = 6$
ت. عدد سالب يحقق $|x| > 2$
ث. عدد موجب يحقق $|x| < 2$

4. معطى |◯| > |□|

سجِّلوا، في كل بند، أعدادًا مناسبة في الدائرة والمربع.

أ. عددان سالبان ب. عدد موجب وعدد سالب ت. عدد سالب وصفر

5. جدوا، في كل بند، زوجًا من الأعداد المناسبة.

أ. $|a| = |b|$ وأيضًا $a < b$

ب. $|a| > |b|$ وأيضًا $a > b$

ت. $|a| > |b|$ وأيضًا $a < b$

6. a وَ b عددان.

لأي قيم **a** وَ **b** يتحقق.

أ. $|a| = |b|$ ب. $|a| \neq |b|$

7. جدوا عددين قيمتهما المطلقة متساوية، والبُعد بينهما على محور الأعداد هو 10 وحدات.
اشرحوا.

8. أ. جدوا عددين البُعد بينهما على محور الأعداد هو 8 وحدات.

ب. كم حلًا يوجد للمسألة؟ أعطوا أمثلة.

9. أ. جدوا عددين حاصل ضربهما موجب والبُعد بينهما على محور الأعداد هو 10 وحدات.

ب. كم حلًا يوجد للمسألة؟ أعطوا أمثلة.

10. سجِّلوا، في كل بند، تعبيرًا جبريًّا مناسبًا بمساعدة القيمة المطلقة واحسبوا.

أ. البعد بين 5 إلى 9. ت. البعد بين 3 إلى 8.

ب. البعد بين 5 إلى (9−). ث. البعد بين 3 إلى (8−).

11. سجِّلوا، في كل بند، تعبيرًا جبريًّا مناسبًا بمساعدة القيمة المطلقة.

أ. البعد بين x إلى (7−).

ب. البعد بين x إلى 7.

ت. البعد بين 10 إلى x.

ث. البعد بين (10−) إلى x.

12. سجِّلوا، في كل بند، تعبيرًا جبريًّا مناسبًا بمساعدة القيمة المطلقة.

جدوا قيم x المناسبة.

أ. البعد بين x إلى 3 هو 7.

ب. البعد بين 3 إلى x هو 4.

ت. البعد بين x إلى (1−) هو 5.

ث. البعد بين x إلى (2−) هو 1.

13. أ. سجلوا بمساعدة القيمة المطلقة تعبيرًا جبريًّا للبعد بين 2x إلى 1.

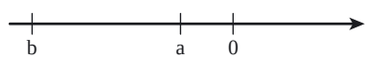
ب. لأي قيم x، البعد الذي سجَّلتموه هو 1؟

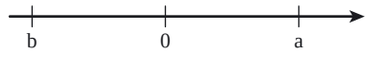
ت. لأي قيم x، البعد الذي سجَّلتموه أصغر من 1؟

ث. لأي قيم x، البعد الذي سجَّلتموه أكبر من1؟

14. حدِّدوا، في كل بند، إشارة الترتيب المناسبة (<, > أو =) للإدعاء : a ◯ b |b| ◯ |a|

أ.

ب.


ت.


ت.

ث.

15. معطى التعبيران الجبريان a , −a , |a| $a \neq 0$

أي تعبير يمثِّل عدد موجب دائمًا؟ اشرحوا.

الدرس الخامس: نحل معادلات مع قيمة مطلقة

جدوا، على مستقيم الأعداد، عددين موجبين، البُعد بينهما 5 وحدات.
جدوا، على مستقيم الأعداد، عددين سالبين، البُعد بينهما 5 وحدات.
جدوا، على مستقيم الأعداد، عددًا سالبًا وعددًا موجبًا، البُعد بينهما 5 وحدات.
اختاروا معادلات بمساعدتها يمكن أن نجد عددين (a وَb) البُعد بينهما 5 وحدات.

$a - b = 5$ $\quad a + b = 5$ $\quad |a - b| = 5$ $\quad |b - a| = 5$

نحل معادلات ونرسم دوال مع قيمة مطلقة.

نحل معادلات

1. حلوا المعادلة $|x - 3| = 5$.

أ. قال **شعاع**: حل المعادلة $|x - 3| = 5$ يمثِّل كل الأعداد التي بُعدها عن 3 يساوي 5 وحدات.
جدوا الأعداد.

ب. قال **حبيب**: أنا أحل معادلتين $x - 3 = 5$ $\quad x - 3 = -5$
حلوا المعادلتين اللتين سجَّلهما حبيب.

ت. بأية طريقة من الأسهل لكم أن تحلوا المتباينة $|x - 3| > 5$؟

2. أ. حلوا المعادلة $|x + 2| = 4$.

ب. قالت **ليلى**: نبحث عن أعداد بُعدها عن العدد (2–) هو 4.
قال **معزوز**: نبحث عن أعداد بُعدها عن العدد 2 هو 4.
أيُّهما صادق؟ اشرحوا.

3. حلوا المعادلات.

أ. $|x - 1| = 6$ $\quad$ ب. $|x - 6| = 1$ $\quad$ ت. $|x - 5| = 2$ $\quad$ ث. $|x + 5| = 5$ $\quad$ ج. $|x + 1| = 4$ $\quad$ ح. $|x - 1| = 4$

4. نرسم الخط البياني للدالة $f(x) = |x|$.

أ. انسخوا الجدول وأكملوه.

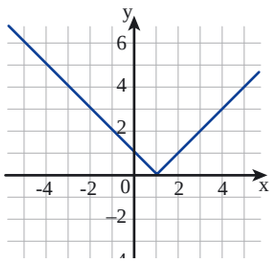
x	–3	–2	–1	0	1	2	3
$f(x) = \|x\|$							

ب. عيِّنوا النقاط التي وجدتموها، في الجدول، في هيئة محاور وارسموا الخط البياني للدالة.

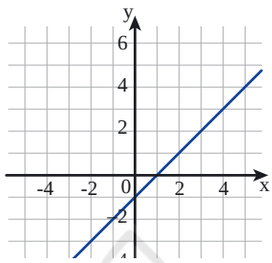
5. لائموا لكل رسم بياني الدالة المناسبة له.

$y = x + 3$ $\quad y = |x + 3|$ $\quad y = x - 1$ $\quad y = |x - 1|$

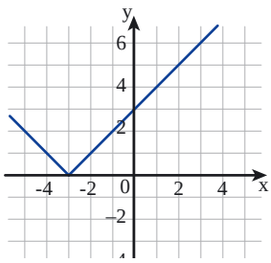
أ.



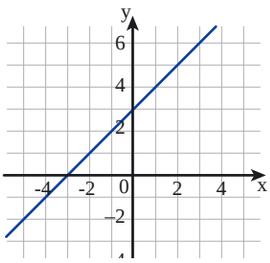
ب.



ت.



ث.



القيمة المطلقة لعدد تمثِّل بُعده عن الصفر، لذا فهو عدد موجب أو 0.

لكل قيم الـ x التي فيها قيمة الدالة موجبة أو صفر يتحقق $|f(x)| = f(x)$.

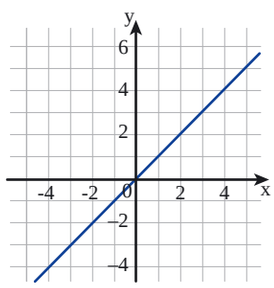
لكل قيم الـ x التي فيها قيمة الدالة سالبة يتحقق $|f(x)| = -f(x)$.

لذا، في المجال الذي فيه $f(x) \geq 0$، الخط البياني للدالة $|f(x)|$ مماثل للخط البياني للدالة $f(x)$.

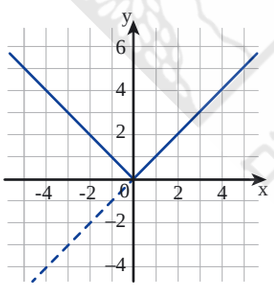
في المجال الذي فيه $f(x) < 0$، الخط البياني للدالة $|f(x)|$ هو انعكاس بمحور x للخط البياني للدالة $f(x)$.

أمثلة:

الخط البياني للدالة $y = x$

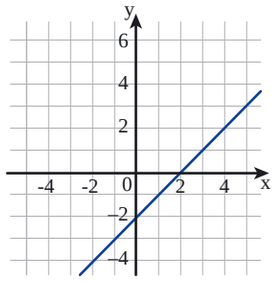


الخط البياني للدالة $y = |x|$

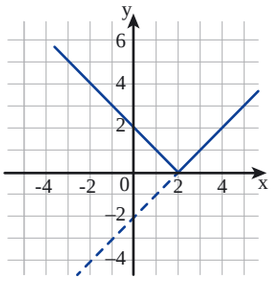


⇐

الخط البياني للدالة $y = x - 2$



الخط البياني للدالة $y = |x - 2|$

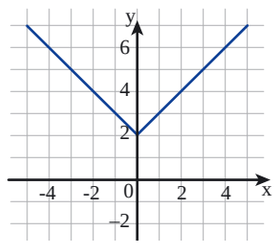


⇐

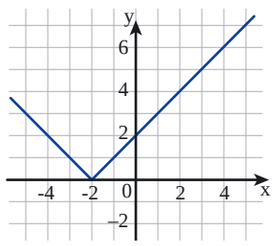
6. لائموا لكل رسم بياني الدالة المناسبة له.

$f(x) = |x - 2|$ $\quad g(x) = |x + 2|$ $\quad h(x) = |x| + 2$ $\quad p(x) = 2|x|$

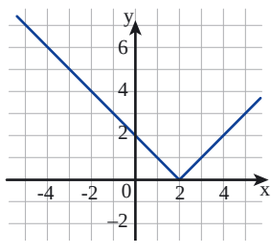
أ.



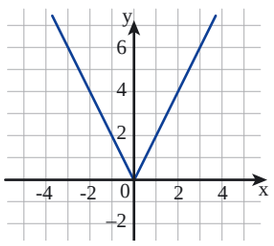
ب.



ت.



ث.



7. ارسموا، في كل بند، الخط البياني للدالة.

أ. $f(x) = |x - 3|$ $\qquad$ ب. $g(x) = |x + 1|$

8. معطاة الدالة $f(x) = |x - 4|$.

أ. ما هو المجال الذي تكون فيه الدالة موجبة؟

ب. ما هو المجال الذي تكون فيه الدالة تصاعدية؟

ت. ما هو المجال الذي تكون فيه الدالة تنازلية؟

مجموعة مهامّ

1. الأعداد الآتية هي حلول للمعادلات المعطاة.

1 $\quad (-1)$, $\quad 7$, $\quad (-7)$

لائموا لكل معادلة الحلول المناسبة لها.

أ. $|x - 3| = 4$ $\qquad$ ب. $|x - 4| = 3$ $\qquad$ ت. $|x + 3| = 4$ $\qquad$ ث. $|x + 4| = 3$

2. اكتبوا، في كل بند، وصفًا كلاميًّا وحلوه.

مثال: $|x + 2| = 5$ أعداد بُعدها عن (-2) يساوي 5 $\qquad$ $x = 3$, $x = -7$

أ. $|x - 2| = 6$ $\qquad$ ب. $|x - 1| = 5$ $\qquad$ ت. $|x - 4| = 4$ $\qquad$ ث. $|x + 1| = 3$

3. حلوا.

أ. $|x - 3| = 2$ ب. $|x - 2| = 5$ ت. $|x - 6| = 3$ ث. $|x + 6| = 3$ ج. $|x + 3| = 2$ ح. $|x + 2| = 5$

4. حلوا.

أ. $|x - 5| = 2$ ب. $|x - 5| > 2$ ت. $|x - 5| < 2$

5. حلوا.

أ. $|x + 3| = 7$ ب. $|2x + 3| = 7$ ت. $|2(x + 3)| > 7$

6. أ. كم حلًا يوجد للمعادلة $|x| = |x - 3|$؟

ب. كم حلًا يوجد للمعادلة $2|x| = |x - 3|$؟

7. ارسموا، في كل بند، الخط البياني للدالة.

أ. $y = |x - 4|$ ب. $y = |x + 4|$

8. ارسموا، في كل بند، الخط البياني للدالة.

أ. $y = -|x - 4|$ ب. $y = |x| - 4$

9. قارنوا بين الخطوط البيانية للدوال المعطاة (بماذا تتشابه؟ وبماذا تختلف؟).

أ. $y = x^2$ $y = |x^2|$

ب. $y = x^3$ $y = |x^3|$

ت. $y = x^n$ $y = |x^n|$ $(n > 0)$

نحافظ على لياقة رياضيّة

كسور بسيطة

1. حدِّدوا، في كل بند، صحيح أو غير صحيح.

أ. $\frac{\cancel{9}^{3}\cdot 6}{\cancel{3}_{1}}=18$

ب. $\frac{\cancel{9}^{3}+6}{\cancel{3}_{1}}=9$

ت. $\frac{\cancel{9}^{3}\cdot \cancel{6}^{2}}{\cancel{3}_{1}}=6$

ث. $\frac{\cancel{9}^{3}+\cancel{6}^{2}}{\cancel{3}_{1}}=5$

ج. $\frac{9\cdot 6}{3}=9\cdot\frac{6}{3}$

ح. $\frac{9+6}{3}=9+\frac{6}{3}$

خ. $\frac{9\cdot \cancel{6}^{2}}{\cancel{3}_{1}}=18$

د. $\frac{9\cdot \cancel{6}^{2}}{\cancel{3}_{1}}=11$

ذ. $\frac{9\cdot 6}{3}=\frac{9}{3}\cdot\frac{6}{3}$

ر. $\frac{9+6}{3}=\frac{9}{3}+\frac{6}{3}$

2. حلوا التمارين، وسجِّلوا النتائج حسب الترتيب من الصغرى إلى الكبرى.

أ. $\frac{3}{5}-\frac{1}{10}=$

ب. $\frac{3}{5}+\frac{1}{10}=$

ت. $\frac{3}{5}\cdot\frac{1}{10}=$

ث. $\frac{3}{5}:\frac{1}{10}=$

3. حلوا.

أ. $1:\frac{1}{5}=$

ب. $\frac{1}{5}:1=$

ت. $5:\frac{1}{2}=$

ث. $2:\frac{1}{2}=$

ج. $\frac{1}{2}:2=$

ح. $\frac{2}{3}:\frac{1}{3}=$

خ. $\frac{1}{2}:\frac{3}{5}=$

د. $\frac{3}{5}:\frac{1}{2}=$

4. أ. اختاروا العملية الحسابية التي تُعطينا النتيجة الصغرى $\frac{3}{4}$ ◯ $15\frac{4}{5}$

ب. اختاروا العملية الحسابية التي تُعطينا النتيجة الصغرى $2\frac{3}{5}$ ◯ $15\frac{4}{5}$

המחלקה לחינוך המדעים כל הזכויות שמורות ©