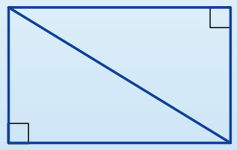
الوحدة الخامسة: مساحة المثلّث

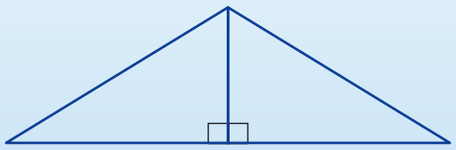
الدّرس الأوّل: مساحة المثلّث القائم الزّاوية

نطوي ورقة مستطيلة الشّكل على طول القطر ونقصّها إلى قسمين.
حصلنا على مثلّثين قائمَي الزّاوية. بنينا من المثلّثين الأشكال الآتية:

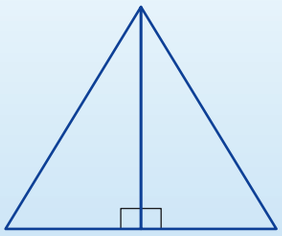
I



II



III

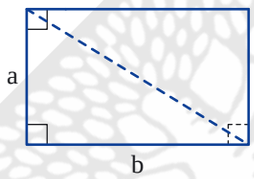


أيّ مضلّع له المحيط الأكبر، وأيّ مضلّع له المحيط الأصغر؟
أيّ مضلّع له المساحة الكبرى، وأيّ مضلّع له المساحة الصغرى؟

نتعلّم كيفيّة حِساب مساحة مثلّث قائم الزّاوية.

من مستطيل إلى مثلّث قائم الزاوية

1. مُعطى مستطيل أطوال أضلاعه هي: a وَ b (قياسات الطّول بالسّم، $a > 0 , b > 0$).



أ. عبِّروُا عن مساحة المستطيل بمساعدة أطوال الأضلاع.

ب. عبِّروُا عن مساحة المثلّث القائم الزّاوية بمساعدة أطوال الأضلاع a وَ b.

ت. ما هي العلاقة بين مساحة المثلّث القائم الزّاوية ومساحة المستطيل؟

في المثلّث القائم الزّاوية

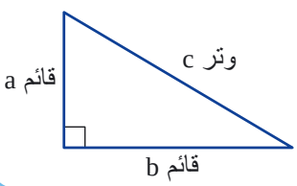
نسمِّي الضّلعين المتعامدين في المثلّث **"قائمين"**، والضّلع الثّالث نسمِّيه **"وترًا"**.

نرمز عادةً إلى القائمين بالحرفين(**a, b**)، والوتر بالحرف c ($a > 0, b > 0, c > 0$).

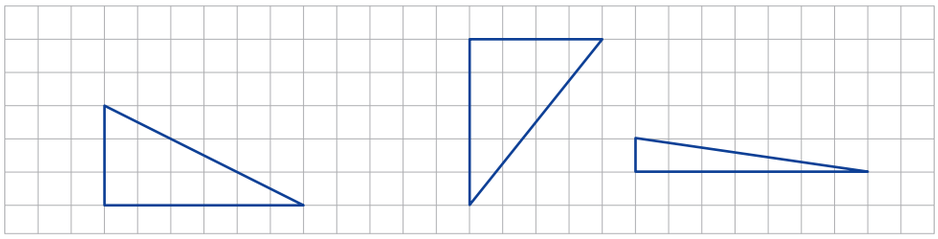
رأينا في المهمّة الأولى أنّ مساحة المثلّث القائم الزّاوية تساوي نِصف حاصل ضرب طولَي القائمين.

مثال: مساحة المثلّث في الرّسمة هي: $\frac{a \cdot b}{2}$

(**a** وَ **b** وحدات طول، $\frac{a \cdot b}{2}$ وحدات مساحة مناسبة.)



2. اِحسبُوا مساحة المثلّثات الآتية بوحدات مساحة تربيعيّة:



3. أ. أُرسُموا مثلّثًا قائم الزّاوية على ورقة مقسّمة إلى تربيعات، بحيث تساوي مساحته 5 تربيعات.

ب. أُرسُموا مثلّثًا قائم الزّاوية على ورقة مقسّمة إلى تربيعات، بحيث تساوي مساحته $\frac{1}{2}$ تربيعة.

4. أُرسُموا ثلاثة مثلّثات قائمة الزّاوية **مختلفة** على ورقة مقسّمة إلى تربيعات، بحيث تساوي مساحة كلّ منها 6 تربيعات.

5. أ. اِقترح أربعة تلاميذ أطوال الضّلعين القائمين لمثلّث قائم الزّاوية، مساحته 12 سنتمترًا مربّعًا.

اِقترح **عامر**: 8 سم، 3 سم

اِقترح **عماد**: 4 سم، 3 سم

اِقترح **أيّوب**: 6 سم، 2 سم

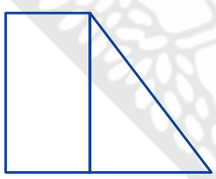
اِقترح **أدهم**: 6 سم، 4 سم

من منهم كان اقتراحه صحيحًا؟ اِشرحُوا.

ب. مساحة مثلّث قائم الزّاوية هي 20 سنتمترًا مربّعًا. طول أحد القائمين هو 5 سم.

ما هو طول القائم الثّاني؟

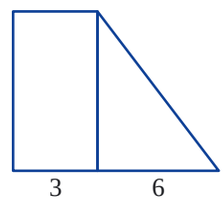
6. مُعطى مستطيل ومثلّث قائم الزّاوية، وهما متجاوران (كما يظهر في الرّسمة).



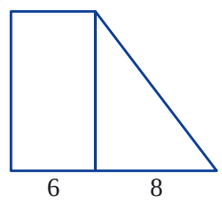
أ. حدِّدُوا في كلّ رسمة، أيُّهما مساحته أكبر: المستطيل أم المربّع؟ اِشرحُوا.

(الرّسومات ليست بحسب القياسات المسجَّلة، قياسات الطّول بالسّم).

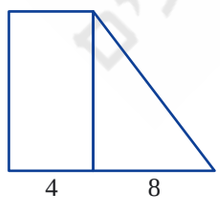
I



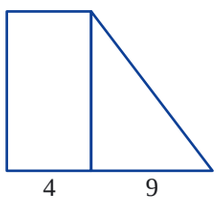
II



III



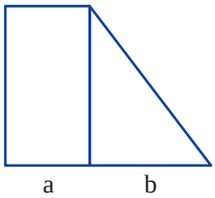
IV



ب. في الرّسمة الّتي أمامكم، مساحة المستطيل تساوي مساحة المثلّث (قياسات الطّول بالسّم، $a > 0, b > 0$).

أكتُبُوا مثالين لقياسات ممكنة لـ a وَ b.

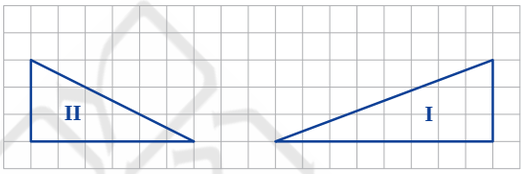
جِدُوا العلاقة بين a وَb.



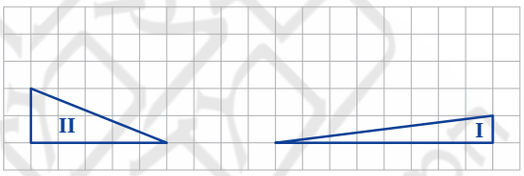
مجموعة مهامّ

1. في كلّ بند، حدِّدُوا المثلّث الّذي مساحته أكبر. اِشرحُوا.

أ.

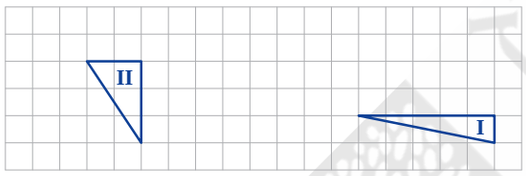


ب.



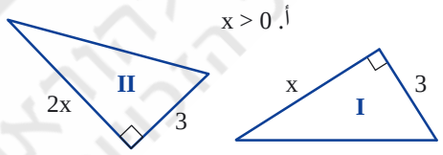
ت.

ث.

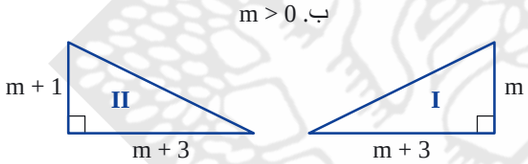


2. في كلّ بند، حدِّدُوا المثلّث الّذي مساحته أكبر. اِشرحُوا. (قياسات الطّول بالسّم، الرّسومات ليست بحسب القياسات).

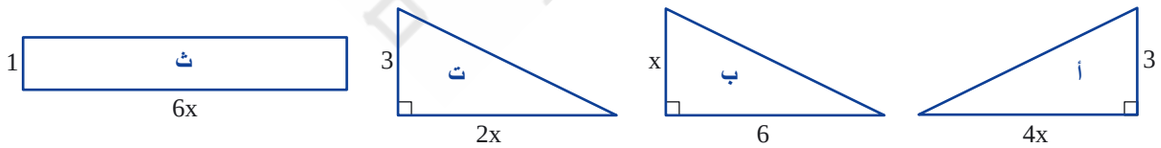
أ. $x > 0$



ب. $m > 0$



3. جِدُوا أزواج مضلّعات متساوية في المساحة ($x > 0$، قياسات الطّول بالسّم، الرّسومات ليست بحسب القياسات.)



4. أُرسُموا مثلّثين قائمَي الزّاوية **مختلفين**، بحيث تكون مساحة كلّ واحد منهما 8 سنتمترات مربّعة.

5. مساحة مثلث قائم الزّاوية هي 30 سنتمترًا مربّعًا. طول أحد القائمين هو 5 سم.
اختارُوا طول القائم الثّاني:
3 سم، 6 سم، 12 سم، 25 سم.

6. أ. مساحة مثلّث قائم الزّاوية هي 24 سنتمترًا مربّعًا. طول أحد القائمين هو 6 سم.
ما هو طول القائم الثّاني؟

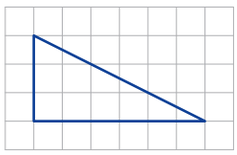
ب. سجِّلُوا طولَي القائمين لمثلّث آخر قائم الزّاوية، مساحته 24 سنتمترًا مربّعًا.

7. أ. مساحة مثلّث قائم الزّاوية هي 12 سنتمترًا مربّعًا. طول أحد القائمين هو 24 سم.
ما هو طول القائم الثّاني؟

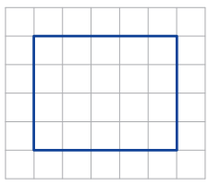
ب. سجِّلُوا ثلاثة اقتراحات إضافيّة لأطوال قوائم مثلّث قائم الزّاوية، مساحته 12 سنتمترًا مربّعًا.

8. سجِّلُوا ثلاثة اقتراحات لأطوال قوائم مثلّث قائم الزّاوية، مساحته سنتمتر مربّع واحد.

9. أ. أُرسُموا مثلّثًا قائم الزّاوية، مساحته تساوي مساحة المثلّث الّذي يظهر في الرّسمة، وطول أحد قائميه هو 2 وحدات طول.

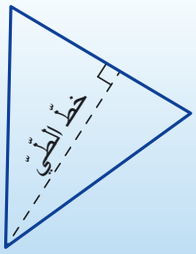


ب. أُرسُموا مثلّثًا قائم الزّاوية، مساحته تساوي مساحة المثلّث الّذي يظهر في الرّسمة، وطول أحد قائميه هو 1 وحدة طول.



ت. أُرسُموا مثلّثًا قائم الزّاوية، مساحته تساوي مساحة المستطيل الّذي يظهر في الرّسمة، وطول أحد قائميه يساوي طول أحد أضلاع المستطيل.
كم مثلّثًا كهذا يوجد؟

الدّرس الثّاني: ارتفاع المثلّث

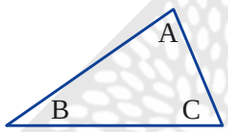


قُصُّوا مثلّثًا من ورقة (منفرج الزّاوية، قائم الزّاوية أو حادّ الزّوايا).
أُطوُوا المثلّث، بحيث تحصلون على مثلّثين قائمي الزّاوية (أُنظُروا الرّسمة).
هل يمكن تقسيم كلّ مثلّث إلى مثلّثين قائمي الزّاوية؟

نتعلّم كيفيّة رسم ارتفاع المثلّث.

للتّذكير:
المستقيمات الّتي تكوّن بينها زاوية قائمة، نسمّيها **"مستقيمات متعامدة"**.
اِنتبهُوا! خطّ الطّيّ الّذي يقسّم مثلّثًا إلى مثلّثين قائمَي الزّاوية هو **عمود على ضلع المثلّث**.
تعريف: العمود الّذي يخرج من رأس المثلّث إلى الضلع المقابل للرأس نسمّيه **"ارتفاع"** المثلّث.

1. أ. قُصُّوا مثلّثًا كبيرًا حادّ الزّوايا، ثمّ عيِّنُوا فيه الرؤوس: A , B , C (أُنظُروا الرّسمة).

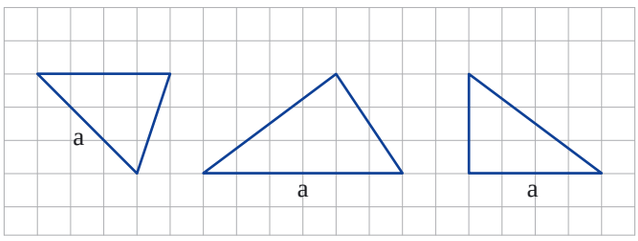


ب. أُرسُموا ارتفاعًا من الرّأس A (استعينُوا بالطّيّ).
ت. أُرسُموا ارتفاعًا من الرّأس B (استعينُوا بالطّيّ).
ث. هل يمكن أن نرسم ارتفاعًا إضافيًّا؟ إذا كانت الإجابة نعم، فمن أيّ رأس إلى أيّ ضلع؟

2. في موقع "الرّياضيّات المدمجة "، في قسم "موادّ تعليميّة إضافيّة"، تجدون فعّاليّة "ارتفاع المثلّث " גובה במשלש".
نفّذُوا الفعّاليّات بحسب التّعليمات.

فعّاليّة بديلة
للفعّاليّة المحوسبة

3. اِنسخُوا المثلّثات الآتية، وأرسُموا ارتفاعًا للضّلع a في كلّ مثلث:



أين الارتفاع؟

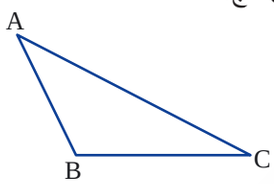
4. أ. قُصُّوا مثلّثًا حادّ الزّوايا، اطوُوا المثلّث بحيث تحصلون على مثلّثين قائمي الزّاوية.
أشيروا بلون أحمر إلى الارتفاع الّذي نَتَج بواسطة الطّيّ.
كم طيًّا كهذا يمكن أن ننفّذ؟ أشيرُوا بألوان مختلفة إلى الارتفاعات الّتي أنتجتُمُوها بواسطة الطّيّ.

ب. قُصُّوا مثلّثًا قائم الزّاوية، اطوُوا المثلّث بحيث تحصلون على مثلّثين قائمي الزّاوية.

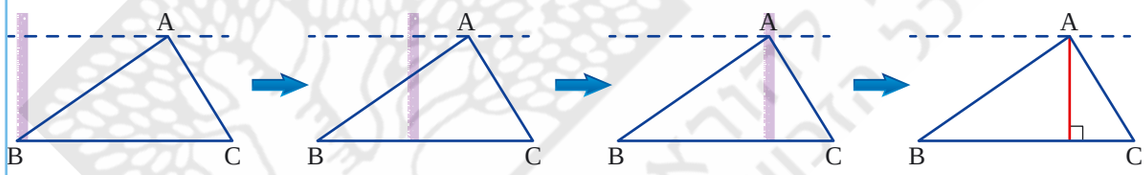
كم طيًّا كهذا يمكن أن ننفّذ؟ أشيرُوا بلون أحمر إلى الارتفاع الّذي نَتَج.

ت. قُصُّوا مثلّثًا منفرج الزّاوية. ، اطوُوا المثلّث بحيث تحصلون على مثلّثين قائمي الزّاوية.
كم طيًّا كهذا يمكن أن ننفّذ؟ أشيرُوا بلون أحمر إلى الارتفاع الّذي نَتَج.

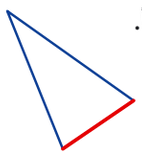
ث. اِنسخُوا المثلث ABC.
أرسُموا ارتفاعًا من الرّأس A إلى الضّلع BC.
هل الارتفاع الّذي رسمتمُوه يقع داخل المثلّث؟



يمكن أن نرسم ارتفاعًا في المثلّث كالآتي:
نضع مسطرة مستطيلة الشّكل على ضلع المثلّث، ثمَّ نحرّك المسطرة على طول الضّلع حتّى الرّأس:

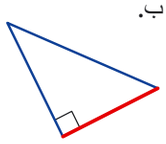


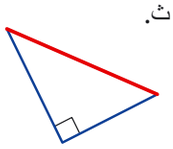
5. في كلّ بند، حدِّدُوا ما إذا كان الارتفاع على الضّلع الأحمر هو: داخل المثلّث، خارج المثلّث أو يقع على ضلع المثلّث.

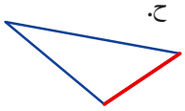
أ.


ت.

ج.

ب.


ث.


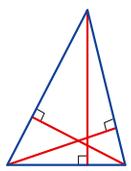
ح.


6. في موقع "الرّياضيّات المدمجة"، في قسم "موادّ تعليميّة إضافيّة"، تجدون فعّاليّة "اثنين أو ثلاثة ارتفاعات في المثلّث" "שניים או שלושה גבהים במשולש". نفِّذُوا الفعّاليّة بحسب التّعليمات.

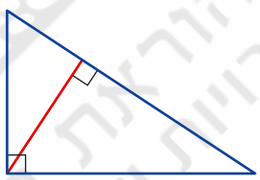
فعّاليّة بديلة
للفعّاليّة المحوسبة

7. كم ارتفاعًا يوجد في المثلّث؟
كم ارتفاعًا منها **داخل** المثلّث، إذا كان المثلّث **حادّ الزّوايا**؟
كم ارتفاعًا منها **داخل** المثلّث، إذا كان المثلّث **قائم الزّاوية**؟ اِشرحُوا.
كم ارتفاعًا منها **داخل** المثلّث، إذا كان المثلّث **منفرج الزّاوية**؟ اِشرحُوا.

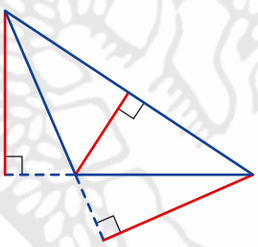
في مثلّث **حادّ الزّوايا**
تقع جميع الارتفاعات **داخل** المثلّث.



في مثلّث **قائم الزّاوية**
ارتفاعان هما قائما المثلّث.



في مثلّث **منفرج الزّاوية**
يقع ارتفاعان خارج المثلّث.



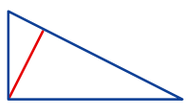
بُني برج بيزا (Pisa) المائل، في المدينة الإيطالية التي سُمِّي باسمها، في ثلاث مراحل، بين السّنوات 1173-1372، وقد بدأ في الميلان منذ البداية نتيجةً لبنائه على أُسس ليست عميقة بشكل كافٍ، وبسبب بنائه على أرض غير مستقرّة. ارتفاع البناية في الطّرف المنخفض هو 55.86 مترًا، وارتفاعه في الطّرف العالي هو 56.70 مترًا.

ضَعُوا ورقة شفّافة على البرج، ثمّ أُرسُموا الارتفاعين المناسبين.

مجموعة مهامّ

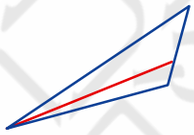
1. أمامكم رسومات مثلّثات. في أيّ منها تُشكِّل القطعة الحمراء ارتفاع على أحد الأضلاع؟

أ.

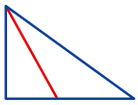


ب.

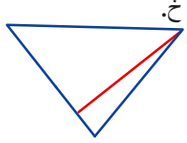
ج.



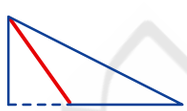
د.



ه.



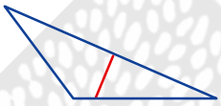
ו.



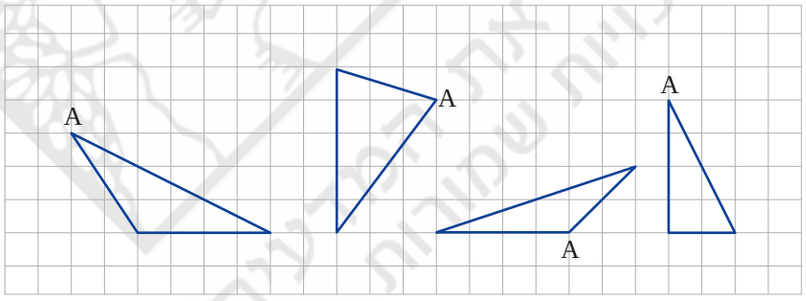
ז.

ח.

ט.



2. اِنسخُوا المثلّثات، وأرسموا في كلّ مثلّث ارتفاعًا من الرّأس A.
(يمكنكم أن تمدُّوا الضلع المقابل للرّأس A إذا احتجتم إلى ذلك)



3. أ. أرسُموا ارتفاعًا في مثلّث حادّ الزّوايا.
هل يقع الارتفاع داخل المثلّث، خارج المثلّث، أم على ضلع المثلّث؟

ب. أرسُموا ارتفاعًا في مثلّث منفرج الزاوية.
هل يقع الارتفاع داخل المثلث؟
إذا كانت الإجابة نعم، أرسُموا ارتفاعًا إضافيًّا. هل يقع هو أيضًا داخل المثلّث؟
إذا كانت الإجابة كلّا، هل يمكن أن نرسم ارتفاعًا داخل المثلّث؟

ت. لوِّنُوا في المثلّث القائم الزّاوية ضلعًا هو ارتفاع أيضًا.

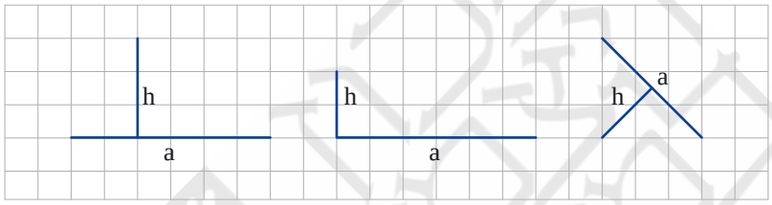
4. أ. أُرسُموا مثلّثًا، بحيث تقع ارتفاعاته الثّلاثة داخل المثلّث. ما هو نوع المثلّث الذي رسمتموه؟

ب. أُرسُموا مثلّثًا، بحيث يقع أحد ارتفاعاته، على الأقلّ، خارج المثلّث. ما هو نوع المثلّث الّذي رسمتموه؟

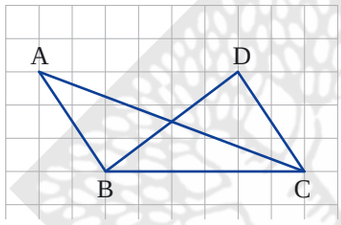
ت. أُرسُموا مثلّثًا، بحيث يقع أحد ارتفاعاته على ضلع المثلّث. ما هو نوع المثلّث الّذي رسمتموه؟

5. اِنسخُوا الرّسومات في دفاتركم، ثمّ أكملُوا كل رسمة إلى مثلّث، بحيث يكون a ضلع المثلّث، وَ h هو ارتفاع المثلّث.

كم مثلّثًا كهذا يمكن أن ترسُموا؟ اِشرحُوا.



6. في الرّسمة الّتي أمامكم، يوجد مثلّثان: ΔABC, ΔDBC، لهما ضلع مشترك BC.

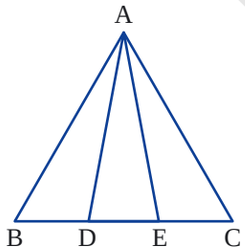


أ. اِنسخُوا الرّسمة، ثمّ أُرسُموا ارتفاعًا للضّلع BC في كلّ مثلث.

ب. ما هي العلاقة بين طولي الارتفاعين اللّذين رسمتموهما؟

ت. في المثلث EBC ، يوجد ارتفاع مساوٍ بطوله للارتفاعين اللّذين رسمتموهما.
أين يقع الرّأس E للمثلّث؟

7. أ. كم مثلثًا يوجد في الرّسمة؟ أُكتُبوا أسماء المثلّثات بثلاثة حروف.



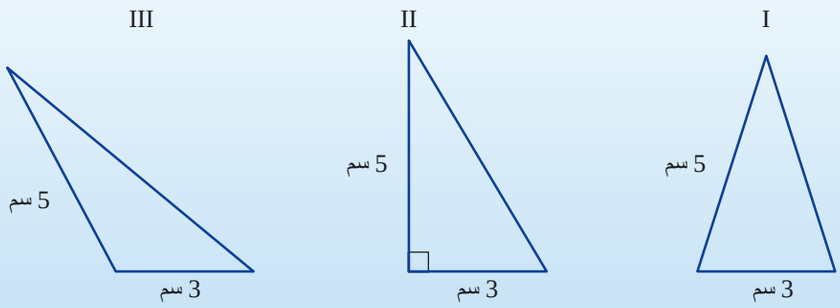
ب. اِنسخُوا الرّسمة.
أُرسُموا ارتفاعًا للضّلع DE في المثلّث ΔADE.

ت. أُرسُموا ارتفاعًا للضّلع BD في المثلّث ΔABD. أين يمرّ الارتفاع؟

ث. هل الارتفاع الّذي رسمتموه في بند ب هو الارتفاع في المثلّثات الأخرى أيضًا؟
في أيّ مثلثات؟

الدّرس الثّالث: مساحة مثلث

أمامكم ثلاثة مثلّثات:

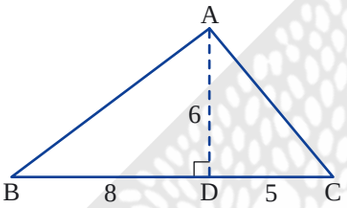


خمِّنُوا، أيّ مثلّث توجد له أكبر مساحة؟ وأيّ مثلّث توجد له أصغر مساحة؟

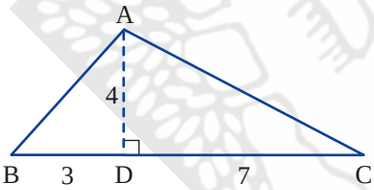
نتعلّم كيفيّة حِساب مساحة المثلّثات.

مساحة مثلّث فيه ارتفاع داخل المثلّث

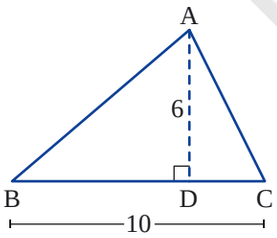
1. أ. أمامكم رسمة مثلّث ΔABC (قياسات الطّول بالسّم).
احسبُوا مساحات المثلّثات: ΔABC, ΔADC, ΔADB.
اِشرحُوا، كيف حسبتم؟



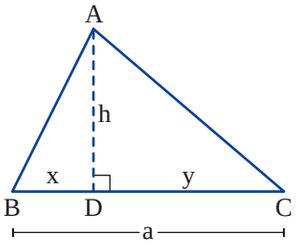
ب. أمامكم رسمة مثلّث ΔABC (قياسات الطّول بالسّم).
احسبُوا مساحات المثلّثات: ΔABC, ΔADC, ΔADB.
اِشرحُوا، كيف حسبتم؟



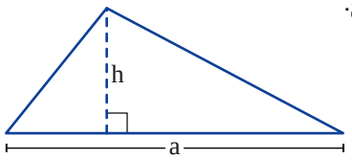
ت. أمامكم رسمة مثلّث ΔABC (قياسات الطّول بالسّم).
هل يمكن أن نحسب مساحة المثلّث ΔABC ،
دون أن نجد طولَي القطعتين BD وَ DC ؟ اِشرحُوا.



ث. أمامكم رسمة مثلّث ΔABC (قياسات الطّول بالسّم، $a > 0, h > 0, x > 0, y > 0$).
اُكتُبوا تعابير جبريّة لمساحات المثلّثات الآتية:
ΔADB, ΔADC, ΔABC.



رأينا أنّ مساحة المثلّث تساوي نِصف حاصل ضرب طول الضّلع بطول الارتفاع للضّلع.



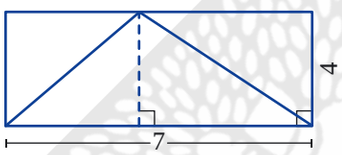
مثال: مساحة المثلّث في الرّسمة هي $\frac{a \cdot h}{2}$ $(a > 0, h > 0,$

a وَ h وحدتا طول، $\frac{a \cdot h}{2}$ وحدات مساحة مناسبة).

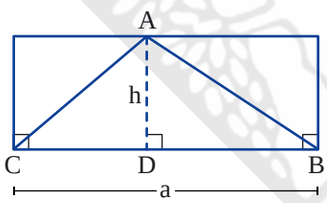
2. في موقع "الرّياضيّات المدمجة"، في قسم "موادّ تعليميّة إضافيّة"، تجدون فعّاليّة "من مساحة مستطيل إلى مساحة مثلّث" "משטח מלבן לשטח משלש". نفِّذوُا الفعّاليّة بحسب التّعليمات.

فعّاليّة بديلة
للفعّاليّة المحوسبة

3. أ. أمامكم مستطيل داخله مثلّث (قياسات الطّول بالسّم).
جِدُوا مساحة المستطيل ومساحة المثلّث، بحسب معطيات الرّسمة.



ب. قال **رائد:** مساحة المثلّث في الرّسمة تساوي نِصف مساحة المستطيل.
هذا يعني: مساحة المثلث هي $\frac{a \cdot h}{2}$



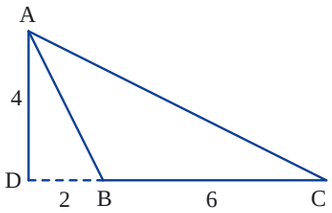
$(a > 0, h > 0$ a وَ h وحدات طول، $\frac{a \cdot h}{2}$ وحدات مساحة مناسبة).

هل قول **رائد** صحيح؟ اِشرحُوا.

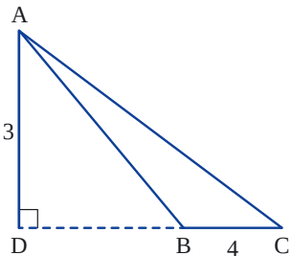
مساحة مثلّث ارتفاعه يقع خارج المثّلث

4. معطى مثلّث ΔABC وارتفاع AD للضلع BC (قياسات الطّول بالسّم).

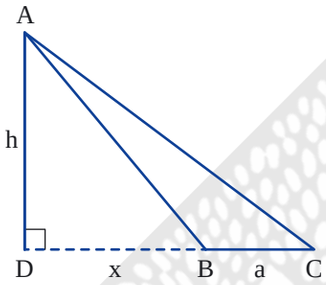
أ. اِحسبُوا مساحة المثلّث ΔABC كفرق بين مساحتيْ مثلّثين قائمَي الزّاوية.



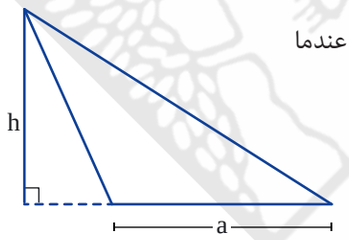
ب. اِحسبُوا مساحة المثلّث ΔABC.



ت. أُكتُبوا تعبيرًا لمساحة المثلث ΔABC (a > 0, h > 0 , x > 0).



رأينا أنّ مساحة المثلّث تساوي نِصف حاصل ضرب طول الضّلع بطول الارتفاع للضّلع، عندما يقع ارتفاع المثلّث خارج المثلّث.



مثال: مساحة المثلّث في الرّسمة هي: $\frac{a \cdot h}{2}$ (a > 0, h > 0,

a وَ h وحدات طول، $\frac{a \cdot h}{2}$ وحدات مساحة مناسبة).

5. قال **عماد**: رسمتُ مثلّثًا فيه:

طول أحد الأضلاع هو 6 سم، وطول الارتفاع للضّلع هو 4 سم.

طول ضلع آخر هو 5 سم، وطول الارتفاع للضّلع هو 5 سم.

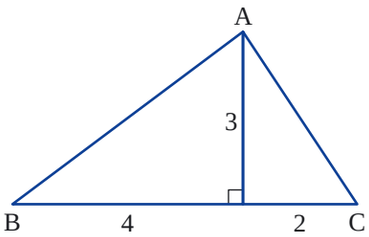
قال **أيّوب**: قياسات عماد ليست دقيقة.

كيف عرف **أيّوب** ذلك؟ اِشرحُوا.

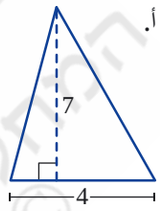
6. أيّ مثلّث من المثلّثات الّتي وردت في الافتتاحيّة له المساحة الكبرى؟ اِشرحُوا.

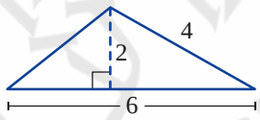
مجموعة مهامّ

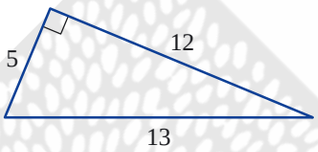
1. ما هي مساحة المثلّث ΔABC (قياسات الطّول بالسّم)؟

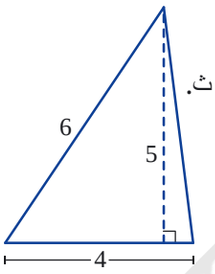


2. في كلّ بند، اِحسبُوا مساحة المثلّث (قياسات الطّول بالسّم).

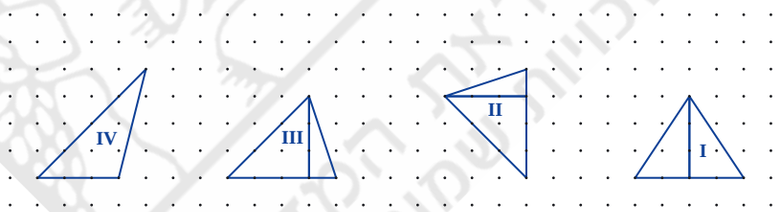
أ.


ب.


ت.


ث.


3. مُعطى أربعة مثلّثات:



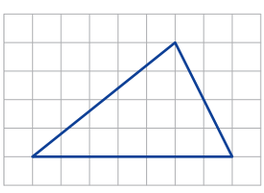
أ. ما هي المثلّثات المتطابقة؟

ب. جِدُوا المثلّثات المتساوية في المساحة.

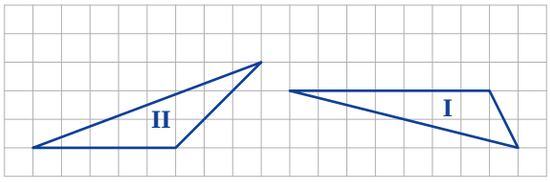
ت. هل المثلّثات المتساوية في المساحة متطابقة أيضًا؟

4. أ. اِحسبُوا مساحة المثلّث الّذي يظهر في الرّسمة.

ب. أُرسُموا مثلّثًا مساحته تساوي مساحة المثلّث الّذي يظهر في الرّسمة، لكنّ المثلّثين غير متطابقين.



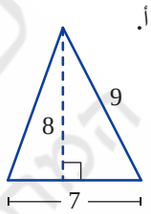
5. أ. اِحسبُوا مساحة المثلّثين.



ب. أرسُموا مثلّثًا مساحته تساوي مساحة المثلّث I.

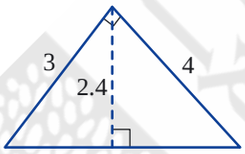
6. اِحسبُوا مساحة المثلّثات (قياسات الطّول بالسّم). إذا لم تتمكّنُوا، اِشرحُوا.

أ.

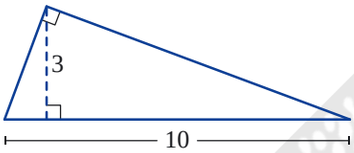


ب.

ت.

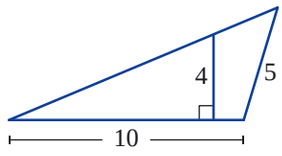


ث.

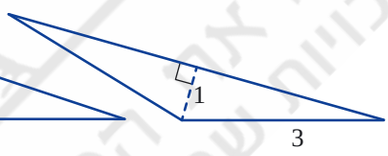


7. اِحسبُوا مساحة المثلّثات (قياسات الطّول بالسّم). إذا لم تتمكّنوا، اِشرحُوا.

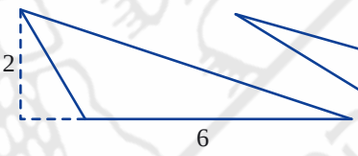
أ.



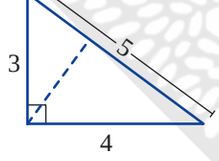
ب.

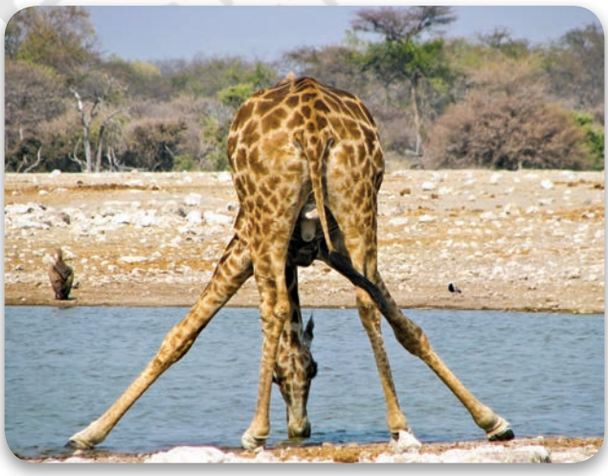


ت.

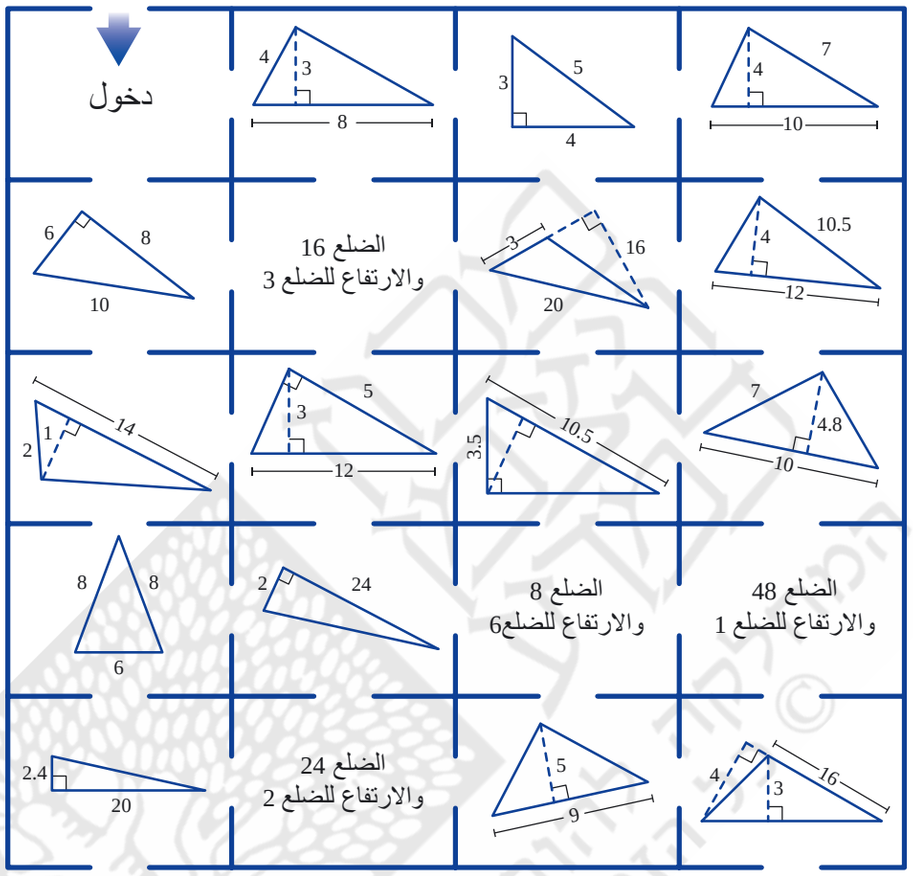


ث.

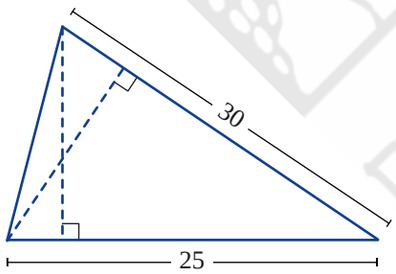




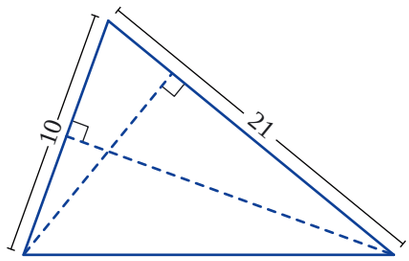
8. يمكن الانتقال في المتاهة عبر التّربيعات الّتي في كلّ منها مساحة المثلّث هي 24 سنتمترًا مربّعًا فقط.
ضَعُوا ورقة شفّافة، ثمّ ارسُموا مسار الخروج. (أطوال الأضلاع معطاة بالسّم).



9. طول ضلعيِ المثلّث في الرّسمة هما: 25 سم، 30 سم.
طول الارتفاعين للمثلّث هما: 24 سم، 20 سم.
اِحسبُوا مساحة المثلّث بطريقتين مختلفتين.

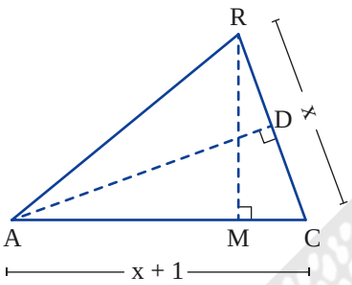


10. طول ضلعيِ المثلّث في الرّسمة هما: 10 سم، 21 سم.
طول الارتفاعين للمثلّث هما: 16.8 سم، 8 سم.
أ. لاءمُوا لكلّ ضلع طول الارتفاع للضّلع.
ب. اِحسبُوا مساحة المثلّث بطريقتين مختلفتين.



11. طول ضلعين في المثلّث هما: 6.25 سم، وَ 15 سم.
طول الارتفاعين للمثلّث هما: 5 سم، 12 سم.
قال **رائف:** مساحة المثلّث هي $\frac{15\cdot 12}{2}$ سنتمترًا مربّعًا.
قال **سامي:** مساحة المثلّث هي $\frac{6.25\cdot 12}{2}$ سنتمترًا مربّعًا.
من منهما أخطأ؟ وما هو الخطأ؟

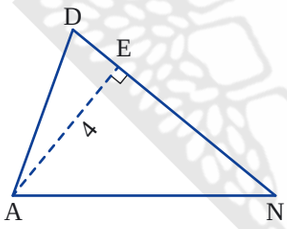
12. مُعطى في المثلّث ΔARC طولا ارتفاعان: 7 سم = AD، 5 سم= RM.
x وَ x + 1 يمثّلان طولي ضلعين (x > 0، قياسات الطّول بالسّم).
اِختاروا تعابير جبريّة لمساحة المثلّث ΔARC.



أ. 7x ت. $\frac{7x}{2}$ ج. $\frac{5x}{2}$

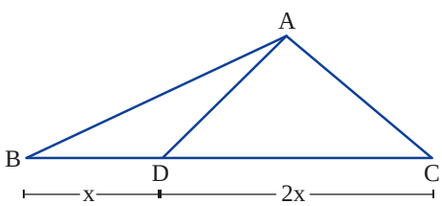
ب. $\frac{7(x+1)}{2}$ ث. $\frac{5(x+1)}{2}$ ج. $\frac{x(x+1)}{2}$

13. مساحة المثلّث ΔDAN الّذي يظهر في الرّسمة هي 18 سنتمترًا مربّعًا.
طول الارتفاع 4 سم.
اِحسبُوا أطوال الأضلاع إذا كان الأمر ممكنًا.



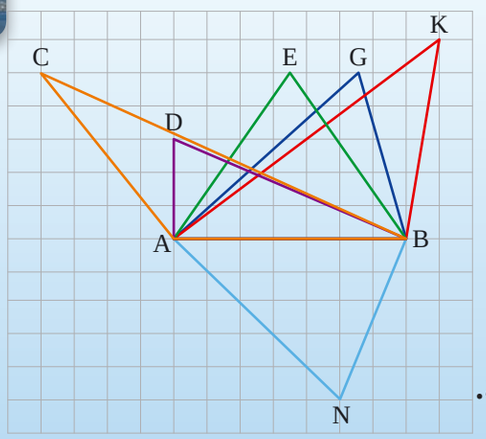
14. مساحة المثلّث هي 60 سنتمترًا مربّعًا.
أ. طول أحد الارتفاعات في المثلّث هو 12 سم. ما هو طول الضّلع القائم عليه هذا الارتفاع؟
ب. طول ضلع آخر في نفس المثلّث هو 15 سم. ما هو طول الارتفاع القائم على هذا الارتفاع؟

15. مُعطى: x > 0 ، حدِّدُوا واشرحُوا.
أ. كم ضعفًا مساحة المثلّث ΔADC أكبر من مساحة المثلّث ΔABD؟
ب. كم ضعفًا مساحة المثلّث ΔABC أكبر من مساحة المثلّث ΔABD؟



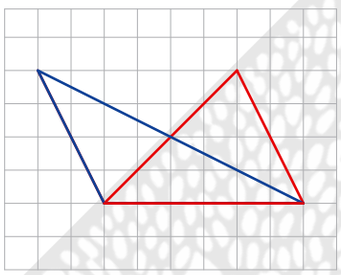
الدّرس الرّابع: المثلّثات المتساوية في المساحة

للمثلّثات في الرّسمة ضلع AB مشترك.
جِدُوا المثلّثات المتساوية في المساحة.



نبحث مثلّثات متساوية في المساحة.

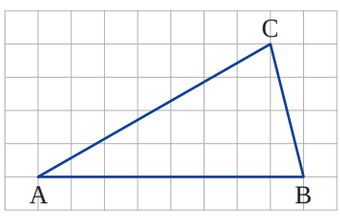
1. اِحسبُوا مساحة المثلّث الأزرق ومساحة المثلّث الأحمر.
على ماذا حصلتم؟ اِشرحُوا.



2. في موقع "الرّياضيّات المدمجة"، في قسم "موادّ تعليميّة إضافيّة"، تجدون فعّاليّة "مثلثات متساوية في المساحة " "משולשים שווי שטח". نفِّذُوا الفعّاليّة بحسب التّعليمات.

فعّاليّة بديلة
للفعّاليّة المحوسبة

3. في كلّ بند، اِنسخُوا المثلّث ΔABC على ورقة مقسّمة إلى تربيعات.
أُرسُموا **مثلّثين** لكلّ منهما، ضلع AB ومساحة كلّ واحد منهما تساوي مساحة المثلّث ΔABC، بحيث تكون:



أ. المثلّثات **حادّة الزّوايا.**
كم مثلّثًا حادّ الزّوايا كهذه يمكن أن نرسم؟

ب. المثلّثات **منفرجة الزّاوية.**
كم مثلّثًا منفرج الزّاوية كهذه يمكن أن نرسم؟

ت. المثلّثات **قائمة الزّاوية.**
كم مثلّثًا قائمة الزّاوية كهذه يمكن أن نرسم؟

ث. المثلّثات **متساوية السّاقين.**
كم مثلّثًا متساوي السّاقين كهذه يمكن أن نرسم؟

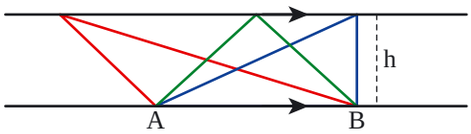
4. أين يقع الرّأس الثّالث لجميع المثلّثات المتساوية في المساحة الّتي وردت في افتتاحيّة الدّرس؟ اِشرحُوا.

للتّذكير:

جميع الأعمدة الّتي تقع بين مستقيمين متوازيين لها نفس الطّول.

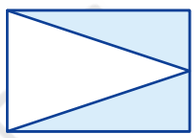
جميع المثلّثات في الرّسمة لها نفس الارتفاع.

الارتفاع هو البُعد بين المستقيمين المتوازيين.

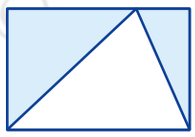


5. جميع المستطيلات متساوية في المساحة. في أيّ مستطيل المساحة الزّرقاء هي الأكبر؟ وفي أيّ مستطيل المساحة الزّرقاء هي الأصغر؟

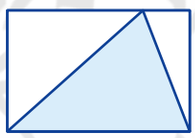
أ.



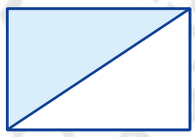
ب.



ت.



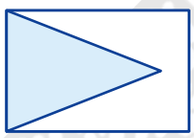
ث.



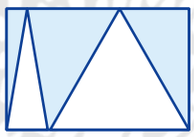
ج.

ح.

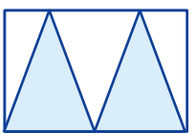
خ.



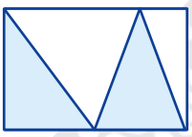
د.



ذ.



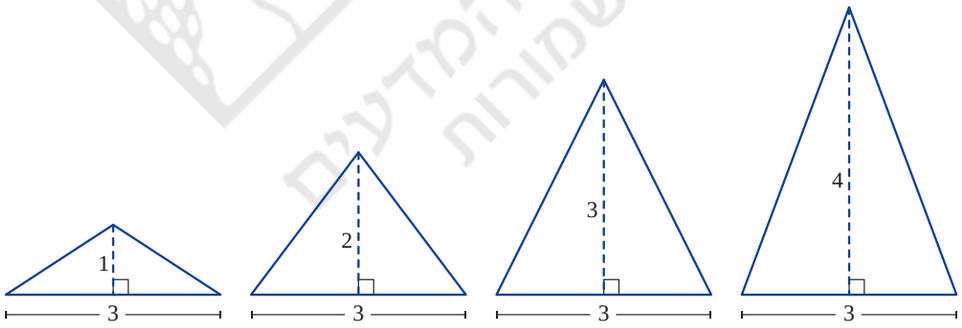
ر.



معلوم أنّ مساحة كلّ مستطيل هي 16 سنتمترًا مربّعًا. جِدُوا مساحة القسم الأزرق في الحالات الّتي يمكن أن تُحسب بدقة.

6. أمامكم متوالية مثلّثات. طول كلّ ضلع منها هو 3 سم.

في كلّ مثلّث إضافيّ في المتوالية، يكبر الارتفاع (قياسات الطّول بالسّم).



أ. اِحسبُوا مساحة المثلّثات.

ب. اِحسبُوا مساحة المثلّث الخامس في المتوالية.

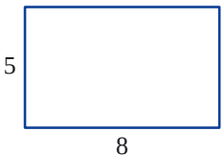
ت. اِحسبُوا مساحة المثلّثين التّاسع والعاشر في المتوالية.

ث. اُكتُبوا تعبيرًا جبريًّا لمساحة المثلّث في المكان n في المتوالية (n عدد طبيعيّ).

ج. بكم تكبر مساحة المثلّث الّذي يقع في المكان n، عن مساحة المثلّث السّابق له؟ اِشرحُوا.

مجموعة مهامّ

1. أ. احِسبُوا مساحة المستطيل المرسوم (قياسات الطّول بالسّم).



ب. اِنسخُوا المستطيل وارسُموا داخله مثلّثًا مساحته تساوي نِصف مساحة المستطيل.

ت. أرسُموا داخل المستطيل مثلّثًا إضافيًّا، مساحته تساوي نِصف مساحة المستطيل.
كم مثلّثًا كهذا وجدتم؟

ث. ارسُموا مثلّثًا إضافيًّا، مساحته تساوي نِصف مساحة المستطيل، وأحد رؤوسه يقع خارج المستطيل.

2. أمامكم رسومات، في أيّ منها مساحة المثلّث الأزرق تساوي نِصف مساحة المستطيل؟ اِشرحُوا.

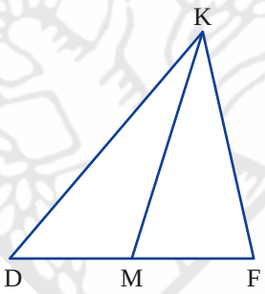
أ. ب. ت. ث.

3. في المثلّث ΔDKF، DM = MF.
أمامكم ادّعاءات. اِختارُوا الادّعاء الصّحيح واشرحُوا.

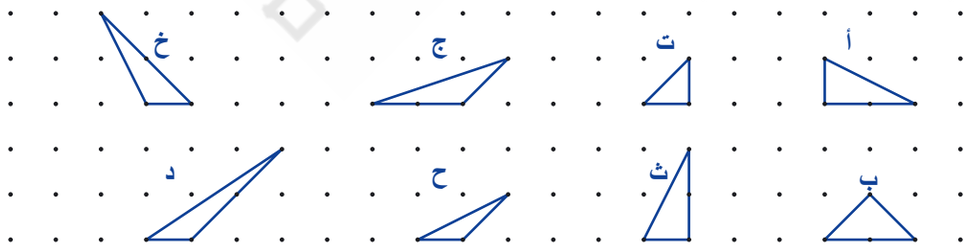
أ. مساحة المثلّث ΔDMK أكبر من مساحة المثلّث ΔMFK.

ب. مساحة المثلّث ΔDMK تساوي مساحة المثلّث ΔMFK.

ت. مساحة المثلّث ΔDMK أصغر من مساحة المثلّث ΔMFK.



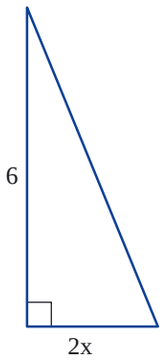
4. جِدُوا في الرّسمة مثلّثات متساوية في المساحة.



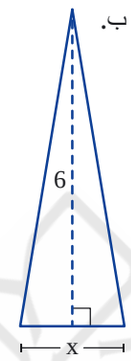
5. أرسُموا على ورقة مقسّمة إلى تربيعات خمسة مثلّثات مختلفة، بحيث تكون مساحة كلّ منها $\frac{1}{2}$ تربيعة.

6. جِدُوا جميع المثلّثات الّتي مساحة كلّ منها 6x سنتمترًا مربّعًا (قياسات الطّول بالسّم، $x > 0$).

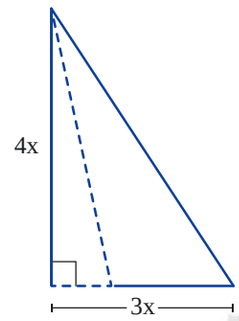
أ.



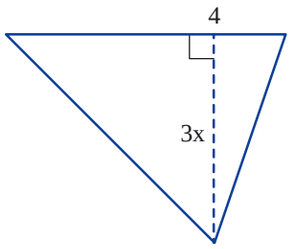
ب.



ت.

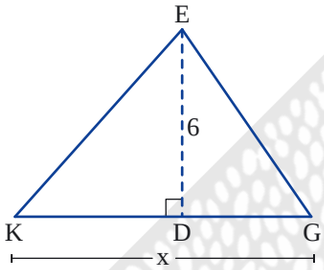


ث.



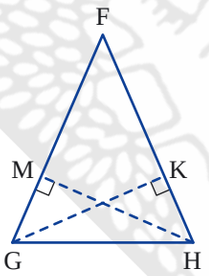
7. أ. أُكتُبوا تعبيرًا جبريًّا لمساحة المثلّث ΔEKG (قياسات الطّول بالسّم، $x > 0$).

ب. أُكتُبوا تعبيرًا جبريًّا لطول الضّلع، ولطول الارتفاع للضّلع في مثلّثات أخرى مساحتها تساوي مساحة المثلث ΔEKG.



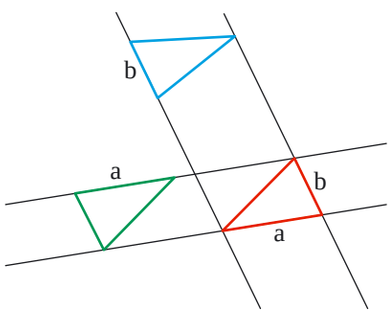
8. أ. مساحة المثلّث ΔFGH هي 50 سنتمترًا مربّعًا.
الارتفاعان HM وَ GK متساويان في الطّول. 5 سم = $MH = GK$.
هل الضّلعان HF وَ GF متساويان في الطّول؟ اِشرحُوا.
ما هو نوع المثلّث ΔFGH؟

ب. في المثلّث ΔABC، الارتفاعات الثّلاثة متساوية.
ماذا يمكن أن نستنتج عن نوع المثلّث؟ اِشرحُوا.



9. أُرسُموا مثلّثًا متساوي الأضلاع، وقسِّموه إلى 4 مثلّثات متساوية في المساحة.
بيِّنوا طريقتين مختلفتين للتقسيم.

10. يوجد في الرّسمة زوجان من الأضلاع المتوازية.
a, b هما طولا ضلعان في المثلّث الأحمر ($b > 0, a > 0$).
أيّ مثلّثات مساحاتها متساوية؟

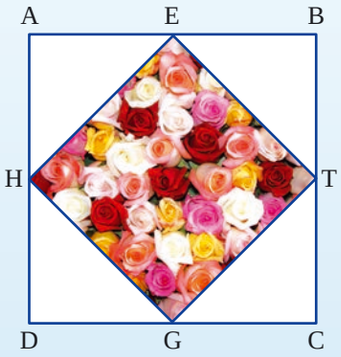


الدّرس الخامس: ما أجمل الأزهار!

مهمّة تنور رياضيّ في حِساب المساحات

في حيّ الأزهار، بُنيت حديقة عامّة مربّعة الشكل (رمزنا إليها في الرّسمة بـ ABCD)، طول ضلعها 20 م.
يرغب سكّان الحيّ في زرع أزهار في قسم من المساحة، وتبليط القسم الآخر ،لكي يضعُوا عليه مقاعد للجلوس.
حصلت لجنة الحيّ على أربعة اقتراحات لتخطيط الحديقة العامّة.

الاقتراح الأوّل



E, T, G, H هي منتصفات أضلاع المربّع.

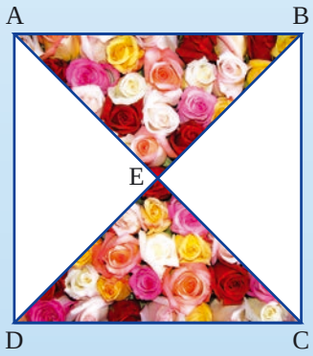
الاقتراح الثّالث

طول ضلع المربّع الدّاخليّ يساوي نِصف
طول ضلع المرّبع الخارجيّ

الاقتراح الثّاني

النّقطتان E وَ G هما منتصفا الضّلعان
AB وَ AD بالتّناظر.

الاقتراح الرّابع



النّقطة E هي مركز المربّع
(نقطة تقاطع القطرين).

أيّ اقتراح تختارون؟ أُذكُروا حسنات وسيّئات كلّ اقتراح.

نحسب مساحات ونستعمل اعتبارات رياضيّة أخرى.

1. حدِّدُوا دون أن تحسبُوا:

أ. تمعَّنُوا في الاقتراحات الّتي وردت في افتتاحيّة الدّرس، واذكُروا الاقتراحات الّتي فيها أتلام الأزهار متساوية في المساحة؟ اِشرحُوا.

ب. في أيّ اقتراح، المساحة الّتي أُعِدَّت للأزهار هي الأكبر؟ وفي أيّ اقتراح هي الأصغر؟ اِشرحُوا.

2. اِحسبُوا المساحة المعدَّة للأزهار في كلّ اقتراح وَرَدَ في مهمّة افتتاحيّةالدّرس.

3. أ. اِحسبُوا سعر جميع الأزهار في الحديقة العامّة، إذا كان معلومًا أنّ سعر متر مربّع واحد من الأزهار هو 50 شاقلاً.

ب. اِحسبُوا سعر التّبليط، إذا كان معلومًا أنّ سعر تبليط متر مربّع واحد هو 80 شاقلاً.

ت. إذا كانت تكاليف صيانة حديقة الأزهار أكثر بضعفين من تكاليف صيانة المساحة المبَلّطة؛ في أيّ اقتراحٍ تكاليف الصّيانة هي الأكبر؟

4. لكي لا يَدُوس الناس على الأزهار، بُني سياج داخلي يفصل بين أتلام الأزهار والمساحة المبَلّطة.

أ. في أيّ اقتراحات، طول السّياج متساوٍ؟ اِشرحُوا.

ب. في أيّ اقتراح، طول السّياج هو الأطول؟ في أي اقتراح طول السّياج هو الأقصر؟ اِشرحُوا.

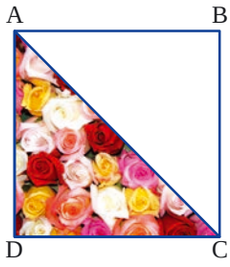
5. اِقترحُوا على لجنة الحيّ الاقتراح الأفضل للاختيار، ثمّ اشرحُوا.

مجموعة مهامّ

1. في حيّ شعبيّ، يوجد حديقة عامة مربّعة الشّكل، طول ضلعها 20 مترًا .

قُدِّمت الاقتراحات الآتية لبناء الحديقة:

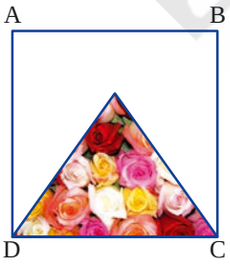
الاقتراح الأوّل



الاقتراح الثّاني

E منتصفAB

الاقتراح الثّالث



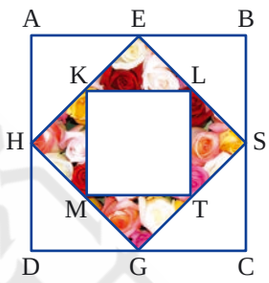
أ. المثلّث في الاقتراح الثّالث هو مثلّث متساوي الأضلاع. ما هو اسم المثلّث في الاقتراحات الأخرى؟

ب. في أيّ اقتراح نجد أصغر مساحة للتّلم؟

ت. في أيّ اقتراحين مساحة الأتلام متساوية؟ اِشرحُوا.

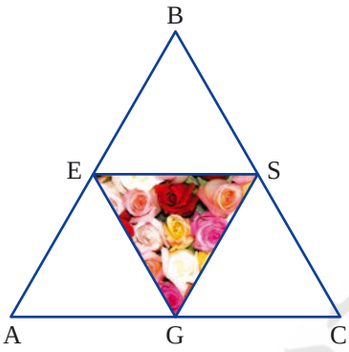
2. في حيّ سكن آخر، اقترح المهندس اقتراحين لبناء حديقة أزهار عامّة مساحتها 400 متر مربّع.

الاقتراح الأوّل



مربّع

الاقتراح الثّاني



مثلّث متساوي الأضلاع

E, S, G, H منتصفات أضلاع المربّع ABCD
K, L, T, M منتصفات أضلاع المربّع ESGH

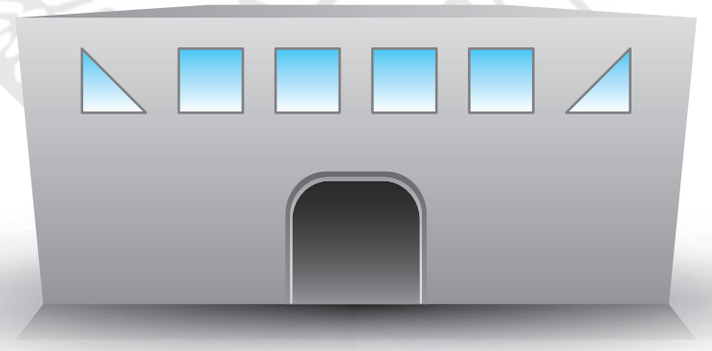
E, S, G منتصفات أضلاع المثلّث ΔABC

أ. أيّ قسم من مساحة المربّع ABCD تشكّل الحديقة في الاقتراح الأوّل؟

ب. أيّ قسم من مساحة المثلّث ΔABC تشكّل الحديقة في الاقتراح الثّاني؟

ت. اِحسبُوا مساحة الحديقة في كلّ اقتراح .

3. في قاعة الرّياضة، يوجد شبابيك أشكالها مربّعة ومثلّثات قائمة الزّاوية (اُنظروُا الرّسمة).



جميع المربّعات متساوية في المساحة، وأطوال قوائم المثلّثات تساوي طول ضلع المربّع.

المساحة الكلّيّة للشّبابيك السّتّة هي 12,500 سنتمترات مربّعة.

بعد الانتهاء من بناء القاعة، اتّضح أنّ القاعة مظلمة، وقد قرّر مهندس البلديّة أن يفتحُوا شبابيك إضافيّة في القسم السفليّ من حائط القاعة، بحيث تكون المساحة الكلّيّة للشبابيك السفليّة 12,500 سنتمترات مربّعة أيضًا.

أ. اِقترحُوا تخطيطين مختلفين للشّبابيك السفليّة، ثمّ ارسُموهما.

ب. جِدُوا قياسات طول شبّاك مربّع الشّكل (اُنظروُا الرّسمة).

نحافظ على لياقة رياضيّة

ضرب وقسمة كسور

1. اِضربُوا:

أ. $\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}=$ ت. $\frac{2}{3}\cdot\frac{3}{2}=$ ج. $\frac{4}{3}\cdot\frac{9}{8}=$ خ. $\frac{7}{4}\cdot\frac{2}{9}=$

ب. $\frac{1}{4}\cdot\frac{1}{2}=$ ث. $\frac{4}{3}\cdot\frac{4}{3}=$ ح. $\frac{8}{4}\cdot\frac{1}{2}=$ د. $\frac{2}{8}\cdot\frac{8}{2}=$

في أيّ بنود عوامل تمرين الضّرب هي العدد ومقلوبه؟

2. اِضربُوا:

أ. $32:\frac{1}{2}=$ ت. $32:\frac{1}{4}=$ ج. $32:\frac{2}{7}=$ خ. $32:\frac{2}{3}=$

ب. $32:\frac{1}{3}=$ ث. $32:\frac{1}{5}=$ ح. $32:\frac{2}{9}=$ د. $32:\frac{2}{5}=$

3. اِضربُوا شفويًّا. جِدُوا في كلّ بند تمارين لها إجابات متساوية:

أ. $\frac{1}{3}\cdot 30=$ $\frac{1}{6}\cdot 30=$ $0.5\cdot 20=$ $0.25\cdot 20=$

ب. $4\cdot\frac{3}{10}=$ $3\cdot\frac{4}{10}=$ $5\cdot 0.2=$ $2\cdot 0.5=$

ت. $\frac{1}{3}\cdot 12=$ $\frac{2}{3}\cdot 12=$ $0.4\cdot 20=$ $0.8\cdot 5=$

4. معلوم أنّ $81 = 3 \cdot 27$.
جِدُوا شفويًّا نتائج التّمارين الآتية:
اِفحصُوا إجاباتكم بمساعدة الآلة الحاسبة.

أ. $270\cdot 3=$ ت. $2.7\cdot 0.3=$ ج. $0.27\cdot 3=$ خ. $2.7\cdot 0.03=$

ب. $27\cdot 0.3=$ ث. $270\cdot 0.3=$ ح. $0.27\cdot 0.3=$ د. $2.7\cdot 30=$

5. لائمُوا لكلّ تمرين قسمة في السّطر الأوّل، تمرين ضرب مساوٍ له في النّتيجة، في السّطر الثّاني.

$8:10=$ $8:100=$ $8:0.1=$ $8:0.01=$ $8:1000=$

$8\cdot 0.1=$ $8\cdot 10=$ $8\cdot 0.01=$ $8\cdot 0.001=$ $8\cdot 100=$