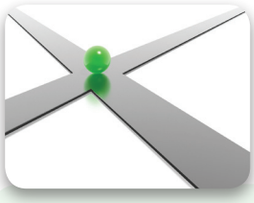


الوحدة الرابعة: أزواج من الدوال

الدرس الأوّل: ايجاد نقاط تقاطع بين مستقيمات بطريقة بيانيّة

أرادت **لجنة الصفّ** أن تشتري كمّيّة كبيرة من الحلوى بمناسبة الاحتفال المدرسيّ.
بحثت اللجنة في الإنترنت ووجدت أنّ هنالك شركتين تبيعان الحلوى حسب الوزن.
الشركة **أ**: تبيع كلّ كغم من الحلوى بسعر 10 شواقل (يشمل سعر الإرساليّة).
الشركة **ب**: تبيع كلّ كغم من الحلوى بسعر 5 شواقل وتجبي 40 شاقلًا مقابل الإرساليّة.
من أيّ شركة من الأفضل أن تشتري اللجنة؟

نتعرّف على المصطلح نقطة التّقاطع، ونتعلّم كيفيّة إيجادها بطريقة بيانيّة.

نتطرّق في المهامّ 1 – 5 إلى المعطيات الّتي وردت في مهمّة الافتتاحيّة.

1. أ. أكملوا حسب الشركة أ ($x \geq 0$).

x الوزن (بالكغم)	2	5	8	$8\frac{1}{2}$	10	
y المبلغ (بالشواقل)						200

ب. اختاروا التمثيل الجبريّ المناسب. اشرحوا.

$y = x + 10$ $\quad y = 10$ $\quad y = 10x$

2. أ. أكملوا حسب الشركة **ب** ($x \geq 0$).

x الوزن (بالكغم)	2	5	8	$8\frac{1}{2}$	10	
y المبلغ (بالشواقل)						200

ب. اختاروا التمثيل الجبريّ المناسب. اشرحوا.

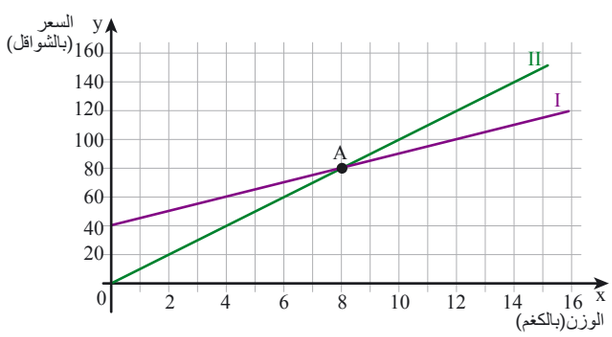
$y = 40x + 5$ $\quad y = 5x$ $\quad y = 5x + 40$

3. استعينوا بالجدولين في المهمّتين 1 وَ 2، ثم جدوا النقطة المشتركة. ما معنى إحداثِيَّي النقطة؟

4. يصف الخطّان البيانيّان دالّتين تناظران بين
وزن الحلوى x بالكغم ($x \geq 0$) والسعر y بالشواقل.

أ. لائموا كلّ خطّ بيانيّ للشركة المناسبة. اشرحوا.

ب. ما هما إحداثيّا النقطة A؟
ما معنى إحداثِيَّي النقطة في القصّة؟



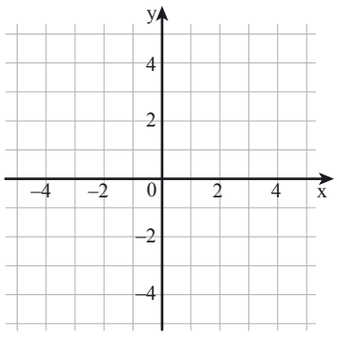
نقطة التقاطع بين مستقيمين هي نقطة مشتركة للتمثيلين البيانيّين للدالّتين.
لذا إذا عوّضنا إحداثيْ نقطة التقاطع في التمثيلين الجبريّين للدالّتين فنحصل على مساواة.

مثال: النقطة (8, 80) في مهمّة الافتتاحيّة هي نقطة مشتركة للمستقيمين.
ندفع لكلّ شركة 80 شاقلًا مقابل 8 كغم حلوى.

نعوِّض إحداثيي النقطة في الدالّة $y = 10x$
ونحصل على $80 = 10 \cdot 8$
✔ $80 = 80$

نعوِّض إحداثيي النقطة في الدالّة $y = 5x + 40$
ونحصل على $80 = 5 \cdot 8 + 40$
✔ $80 = 40 + 40$

5. أمامكم تمثيلان جبريّان لدالّتين خطيّتين. $y = x + 1$ $y = -2x + 4$



أ. ارسموا المستقيمين المناسبين.

ب. عيّنوا نقطة التقاطع.
أكملوا إحداثيَّي النقطة (____ , ____)

ت. عوِّضوا إحداثيَّيْ نقطة التقاطع، وافحصوا هل تتحقّق المساواة؟

6. أحيطوا، في كلّ بند، إحداثيْ نقطة التقاطع بين الخطيّن البيانيّين للدالّتين.

أ. $y = 2x + 1$, $y = x - 1$ — (1, 3) (–2, –3) (1, 0)

ب. $y = 4x$, $y = 3x$ — (1, 3) (1, 4) (0, 0)

ت. $y = x + 2$, $y = -2x - 1$ — (–1, 1) (1, 3) (–2, 3)

نفكّر بـ ...

7. حدّدوا، في كلّ بند، ما إذا توجد نقطة تقاطع بين الخطّيْن البيانيّين للدالّتين. اشرحوا.

أ. $y = 2x - 1$ ب. $y = x + 5$ ت. $y = -2x + 3$

$y = x + 2$ $y = x - 1$ $y = 2x + 7$

مجموعة مهامّ

1. أمامكم تمثيلان جبريّان لدالّتين خطيّتين.

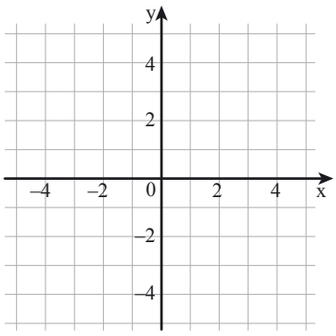
$y = 3 - x$ $y = 2x - 3$

أ. ارسموا المستقيمين المناسبين.

ب. عيّنوا نقطة التقاطع.

أكملوا إحداثِيَّي النقطة (____ , ____)

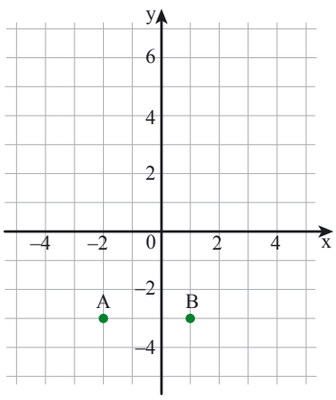
ت. عوِّضوا إحداثِيَّيْ نقطة التقاطع، وافحصوا هل تتحقّق المساواة؟



2. أ. ارسموا مستقيمًا يمرّ عبر النقطة A وميله 1.

ب. ارسموا مستقيمًا يمرّ عبر النقطة B وميله 4.

ت. ما هما إحداثيا نقطة تقاطع المستقيمين؟



3. أ. ارسموا مستقيمًا يمرّ عبر النقطة (2 ,1–) وميله1–.

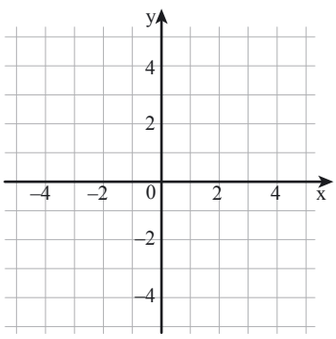
اكتبوا تمثيلًا جبريًّا للمستقيم الّذي رسمتموه.

ب. ارسموا مستقيمًا يمرّ عبر النقطة (0 ,1–)وميله 3–.

اكتبوا تمثيلًا جبريًّا للمستقيم الّذي رسمتموه.

ت. ما هما إحداثيّا نقطة تقاطع المستقيمين؟

ث. عوِّضوا إحداثِيَّيْ نقطة التقاطع، وافحصوا هل تتحقّق المساواة؟



4. أحيطوا، في كلّ بند، نقطة التقاطع بين الخطّين البيانيّين للدالّتين.

أ.	$y = 2x - 1$ $y = 5 - x$	(2, 3)	(0, −1)	(0, 5)
ب.	$y = 3x$ $y = 2x$	(2, 6)	(0, 0)	(3, 6)
ث.	$y = x + 1$ $y = 5 - x$	(2, 3)	(1, 4)	(0, 1)
ج.	$y = 2x + 1$ $y = -5x + 1$	(2, 3)	(−1, 6)	(0, 1)
ح.	$y = 1 - 3x$ $y = 1 + x$	(2, 3)	(−1, 4)	(0, 1)

5. حدّدوا، في كلّ بند، ما إذا توجد نقطة تقاطع بين الخطّين البيانيّين للدالّتين.

أ. $y = 2x - 1$ $y = 2x + 1$

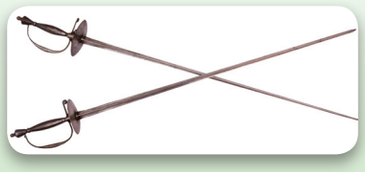
ب. $y = 5 - x$ $y = x - 1$

ت. $y = 2 + 4x$ $y = 4x + 4$

6. أحيطوا، في كلّ بند، الحرف المناسب في العمود. على ماذا حصلتم؟

	صحيح	غير صحيح
أ. تقع النقطة (−1, 5) على المستقيم $y = -2x + 3$.	ה	פ
ب. نقطة التقاطع بين المستقيمين $y = 2x - 8$ وَ $y = 7 - x$ هي (0, 4).	ו	צ
ت. نقطة التقاطع بين المستقيمين $y = -3x$ وَ $y = x - 4$ هي (−3, 1).	י	ר
ث. تقع نقطة التقاطع بين المستقيمين $y = -3x + 4$ وَ $y = x + 4$ على محور y.	ו	י
ج. تقع النقطة (0, 4) على المستقيم $y = x + 4$	מ	נ
ح. يتقاطع المستقيمان $y = 4x + 1$ وَ $y = 4x + 3$.	ש	מ
خ. المستقيمان $y = 5x - 2$ وَ $y = 5x + 3$ متوازيان.	א	ם
د. النقطة (−2, 0) مشتركة للمستقيمين $y = 3x - 2$ وَ $y = x + 2$.	ח	ה

الدرس الثاني: ايجاد نقاط تقاطع بين مستقيمات بطريقة جبريّة



اختار **عامر وإياد** نفس العدد.
ضرب **عامر** العدد في 2 وطرح 4 من حاصل الضرب.
أضاف **إياد** 4 إلى العدد.
هل يمكن أن يحصل كلاهما على نفس النتيجة؟

نتعلّم كيفيّة إيجاد إحداثِيَّيْ نقطة التّقاطع بين مستقيمين بطريقة جبريّة.

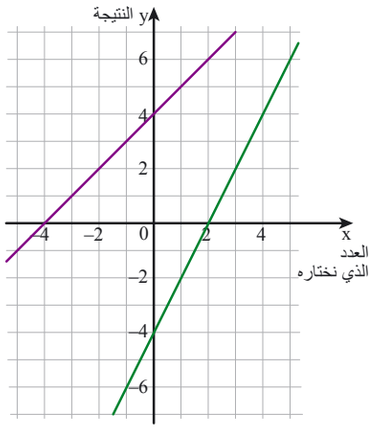
نتطرّق في المهامّ 1 – 4 إلى المعطيات الّتي وردت في مهمّة الافتتاحيّة.

1. أمامكم دالّتان تصفان العلاقة بين العدد x الّذي يختاره **عامر وإياد** والنتيجة y الّتي يحصلان عليها. لائموا لكلّ واحد منهما دالّة.

$y = 2x - 4$ $\quad$ $y = x + 4$

2. قالت **عناية:** يتقاطع الخطّان البيانيّان للدالّتين.
هل قول **عناية** صحيح؟ اشرحوا.

3. قال **رائد:** رسمت الخطّين البيانيّين لدالتيْ **عامر وإياد** ولم أنجح في إيجاد النقطة المشتركة.
ما هي صعوبة **رائد**؟



4. قالت **هديل:** سجّلت مساواة بين الدالّتين وقمت بحلّ المعادلة $x + 4 = 2x - 4$.

أ. حلّوا معادلة **هديل**.
ما معنى الإحداثيّ x الّذي وجدتموه في القصة؟

ب. عوضوا الإحداثيّ x الّذي وجدتموه في دالّة **عامر**. ما هي النتيجة الّتي حصلتم عليها؟

ت. عوضوا الإحداثيّ x الّذي وجدتموه في دالّة **إياد** . ما هي النتيجة الّتي حصلتم عليها؟

ث. ما هما إحداثيّا نقطة التقاطع بين المستقيمين المناسبين؟

يمكن أن نجد إحداثيّي نقطة تقاطع بين مستقيمين بعدّة طرق:

- **بطريقة بيانيّة**

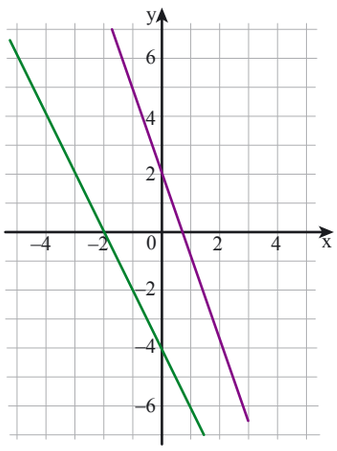
نرسم الخطّين المستقيمين بدقّة في نفس هيئة المحاور، ونقرأ إحداثيّي نقطة التّقاطع من الرسمة. أحيانًا، من الصّعب أن نقرأ إحداثيّي نقطة التّقاطع من الرسم البيانيّ.

- **بطريقة جبريّة**

نكتب مساواة بين الدّالّتين، ونبحث عن الإحداثيّ x الّذي يعطينا نفس قيمة y في الدالّتين.

مثال: جدوا إحداثيْ نقطة تقاطع المستقيمين المناسبين للدالّتين:

$y = -2x - 4$ $\qquad$ $y = 2 - 3x$



من الصّعب أن نجد نقطة التّقاطع من الرسم البيانيّ.

نكتب مساواة بين الدّالّتين

ونسجِّل معادلة: $-2x - 4 = 2 - 3x$

$x = 6$

نحصل عند حلّ المعادلة على الإحداثيّ x لنقطة التقاطع.

لإيجاد الإحداثيّ y لنقطة التّقاطع نعوِّض الإحداثيّ x في كلّ دالّة من الدالّتين.

$y = -2 \cdot 6 - 4$ $\qquad$ $y = 2 - 3 \cdot 6$

$y = -16$ $\qquad$ $y = -16$

إحداثيّا نقطة التقاطع هما: $(6, -16)$

5. جدوا إحداثيْ نقطة التقاطع لكلّ زوج من المستقيمات.

أ. $y = 2x$ $\qquad$ $y = 6 - x$

ب. $y = x - 8$ $\qquad$ $y = 4 + 2x$

ت. $y = 4x + 3$ $\qquad$ $y = 3x + 5$

6. أمامكم تمثيلات جبريّة لأربع دوال.

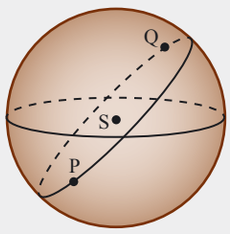
تتقاطع الخطوط البيانيّة لثلاث دوال في نفس النقطة.

$y = 4x - 1$ $\qquad$ $y = 2x + 1$ $\qquad$ $y = 10x - 8$ $\qquad$ $y = -2x + 5$

أ. جدوا الدوال.

ب. ما هما إحداثيّا نقطة التقاطع؟

تُعتبر حقيقة وجود نقطة تقاطع واحدة فقط لكلّ مستقيمين حقيقة مفهومة ضمنًا.
وقد حدّد ذلك، قبل حوالي 2300 سنة، إقليدس مؤسّس الهندسة.
في نفس الوقت، يمكن أن نَصف لأنفسنا حالات لا يكون فيها الأمر هكذا. مثلًا: إذا أخذنا بالحسبان أنّنا نعيش على سطح الكرة الأرضيّة فسنفهم، في هذا الواقع، أن الخطّ المكافئ للخطّ المستقيم في المستوى هو محيط دائرة مركزها في مركز الكرة، ونِصف قطرها كنصف قُطر الكرة (أُنظروا الرّسمة).
على سطح المستوى، المستقيم هو الخطّ الأقصر الّذي يربط بين نقطتين معطاتين.
أمّا على سطح الكرة، فالخطّ الأقصر بين نقطتين معطاتين (مثلًا: P وَ Q في الرّسمة) هو دائريّ (منحنٍ).
من هنا أمامكم "عالَم" فيه "خطوط مستقيمة" تتقاطع في نقطتين!



مجموعة مهامّ

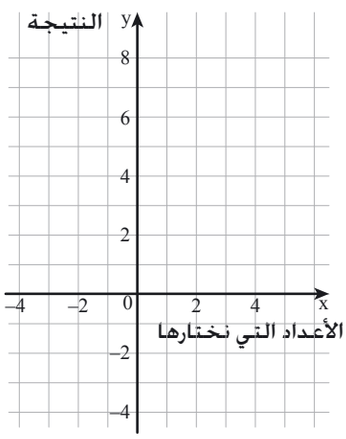
1. اختارت **مريم** عددًا، ضربته في 3 وأضافت 1 إلى حاصل الضرب.
اختارت **سامية** عددًا، ضربته في 2 وأضافت 3 إلى حاصل الضرب.

أ. أمامكم دالتان تصفان العلاقة بين العدد x الّذي تختاره **مريم وسامية** والنتيجة y الّتي تحصلان عليها. لائموا لكلّ واحد منهما دالّة.

$y = 3x + 1$ $\qquad$ $y = 2x + 3$

ب. اكتبوا معادلة مناسبة وجدوا العدد الّذي تحصل فيه **مريم وسامية** على نفس النتيجة.
اكتبوا النتيجة المتساوية.

ت. ارسموا الخطّين البيانيّين لدالتيْ **مريم وسامية** في نفس هيئة المحاور.



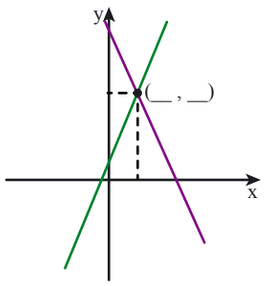
ث. ما هما إحداثيّا نقطة التقاطع بين المستقيمين؟

ج. ما هي العلاقة بين إحداثِيَّي النقطة الّتي وجدتموها والقصّة؟

2. أ. جدوا إحداثيّي نقطة تقاطع المستقيمين المناسبين للدّالّتين:

$y = 3x + 1$ $\quad$ $y = 6 - 2x$

ب. اكتبوا الإحداثيّين المناسبين بجانب النقطة.



3. (i) جدوا إحداثيّي نقطة تقاطع المستقيمين المناسبين لكلّ زوج من الدوال.

أ. $y = x + 4$ $\quad$ $y = 2 - x$

ب. $y = 2x - 1$ $\quad$ $y = x + 1$

ت. $y = 3x - 3$ $\quad$ $y = 2x + 1$

ث. $y = 2x + 3$ $\quad$ $y = -2x + 3$

(ii) جدوا إحداثيّات نقاط التقاطع، في الجدول، وامحوا الحروف المسجّلة تحتها. على ماذا حصلتم؟

(4, 9)	(1, 3)	(–1, 1)	(–1, 3)	(2, 1)	(2, 3)	(3, –1)	(0, 3)	(0, 1)
ג	מ	י	ל	ר	ו	ש	ב	י

4. جدوا، في كلّ بند، إذا كان الأمر ممكنًا، إحداثيّيْ نقطة تقاطع المستقيمين المناسبين للدّالّتين.

أ. $y = x + 7$ $\quad$ $y = 1 - 2x$

ب. $y = 3x - 5$ $\quad$ $y = 15 - 2x$

ت. $y = 5 + 3x$ $\quad$ $y = -5 + 3x$

5. جدوا، في كلّ بند، إذا كان الأمر ممكنًا، إحداثيّيْ نقطة تقاطع المستقيمين المناسبين للدّالّتين.

أ. $y = 2(x - 1) - 3x$ $\quad$ $y = x$

ب. $y = 3(x - 2) - 5x$ $\quad$ $y = 6 - 2x$

ت. $y = x + 7(x - 2)$ $\quad$ $y = 2$

الدّرس الثّالث: مقاولو حدائق

حلّ مسألة في التّنور الرّياضيّ

نشر مقاولا حدائق، في صحيفة الحيّ، اقتراحات أسعار لتصميم الحديقة.
الاقتراح **أ** للمقاول **مروان:** 180 شاقلا مقابل الإستشارة + 30 شاقلًا لكلّ متر مربّع من الحديقة.
الاقتراح **ب** للمقاول **سليم:** 45 شاقلًا لكلّ متر مربّع من الحديقة (السّعر يشمل الإستشارة).
x يمثّل مساحة الحديقة (بالمتر المربّع)،
y يمثّل مبلغ الدفع لتصميم الحديقة (بالشواقل).
نبحث كلّ اقتراح.
نحلّ مسألة في التّنور الرّياضيّ.

نتطرّق في المهامّ 1 - 4 إلى المعطيات الّتي وردت في مهمّة الافتتاحيّة.

1. أ. أكملوا حسب الاقتراح **أ** (المقاول **مروان**).

x مساحة الحديقة (بالمتر المربّع)	5	8	10	14	16	$18\frac{1}{2}$	
y مبلغ الدفع (بالشواقل)							780

ب. اكتبوا تمثيلًا جبريًّا مناسبًا.

ت. أيّ قيم مناسبة لـ x حسب شروط المسألة؟ اشرحوا.

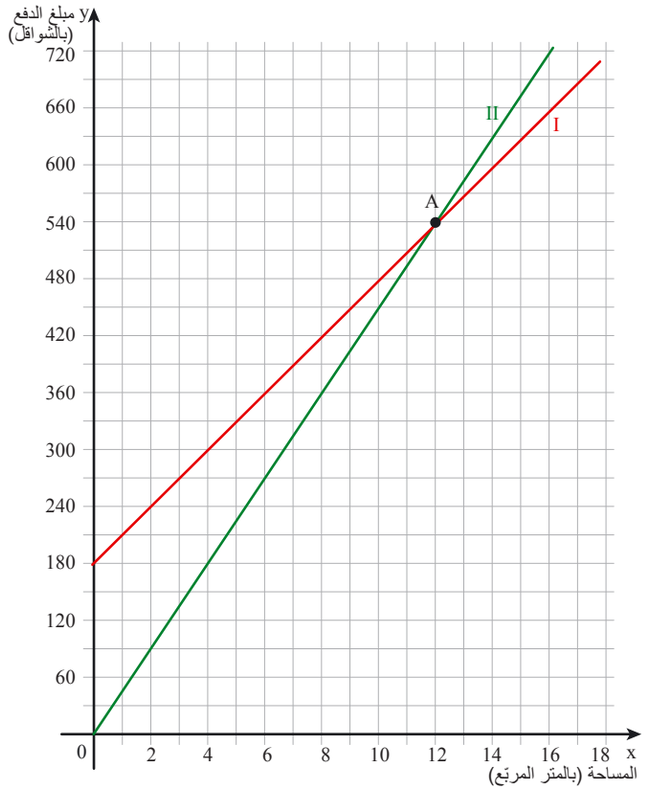
2. أ. أكملوا حسب الاقتراح **ب** (المقاول **سليم**).

x مساحة الحديقة (بالمتر المربّع)	5	8	10	12	16	$18\frac{1}{2}$	
y مبلغ الدفع (بالشواقل)							900

ب. اكتبوا تمثيلًا جبريًّا مناسبًا.

ت. أيّ قيم مناسبة لـ x حسب شروط المسألة؟ اشرحوا.

3. أمامكم خطّان بيانيّان يصفان الاقتراحين.



أ. لائموا كلّ خطّ بيانيّ للاقتراح المناسب. اشرحوا.

ب. ما هما إحداثيّا النقطة A؟

ما معنى إحداثيّا النقطة في القصة؟

ت. أيّ اقتراح من الأفضل اختياره لحديقة مساحتها 8 أمتار مربّعة؟ اشرحوا.

ث. أيّ اقتراح من الأفضل اختياره لحديقة مساحتها 16 مترًا مربّعًا؟ اشرحوا.

4. أ. قالت السّيدة **نورة**: من الأفضل أن أختار اقتراح المقاول **مروان**.

سجِّلوا إمكانيّتين لمساحة حديقة السيدة **نورة**.

ب. قالت السّيدة **سليمة**: من الأفضل أن أختار اقتراح المقاول **سليم**.

سجِّلوا إمكانيّتين لمساحة حديقة السيدة **سليمة**.

ت. قالت السّيدة **سامرة**: الاقتراحان متساويان بالنسبة لي.

ما هي مساحة حديقة السّيدة **سامرة**؟

ث. أمامكم اقتراح المقاول **آدم**: 120 شاقلا مقابل الإستشارة + 35 شاقلًا لكلّ متر مربّع.

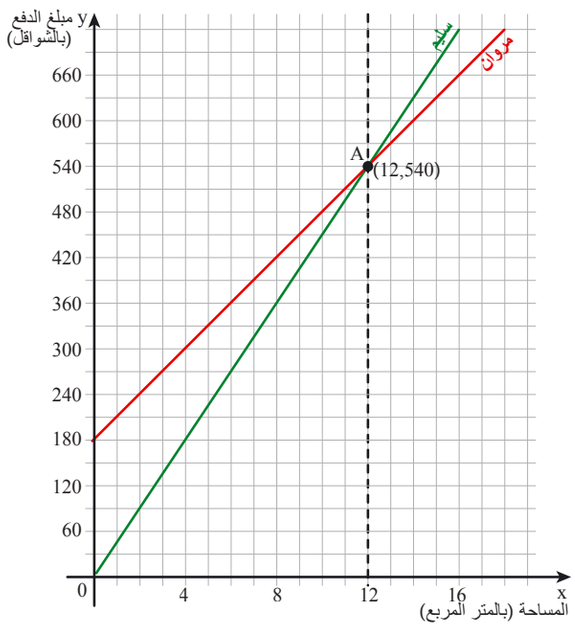
اكتبوا تمثيلًا جبريًّا لهذا الاقتراح، ثم ارسموا رسمًا بيانيًّا مناسبًا.

هل تتغيّر إجاباتكم للبند ت في أعقاب اقتراح **آدم**؟ اشرحوا.

يمكن الاستعانة، في المهمتين 3 وَ 4، بالخطوط البيانيّة كي نعرف في أيّ اقتراح السعر أقل.
نقطة التقاطع بين المستقيمين هي (12 ,540).
هذا يعني أنّه مقابل حديقة مساحتها 12 مترًا مربّعًا ندفع 540 شاقلًا في الاقتراحين.
نتمعّن على يمين وعلى يسار النقطة الّتي وجدناها.

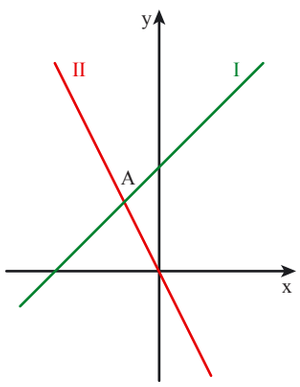
- لكلّ $0 < x < 12$
يقع الخطّ البيانيّ **الأحمر** فوق الخطّ البيانيّ **الأخضر**.
لذا للحديقة التي مساحتها أصغر من 12 مترًا مربّعًا يكون السعر حسب اقتراح **مروان** أعلى من السعر حسب اقتراح **سليم**.

- لكل $x > 12$,
يقع الخطّ البيانيّ **الأحمر** تحت الخطّ البيانيّ **الأخضر**.
لذا للحديقة التي مساحتها أكبر من 12 مترًا مربّعًا يكون السعر حسب اقتراح **مروان** أقلّ من السعر حسب اقتراح **سليم**.



نفكّر بـ ...

5. أمامكم خطّان بيانيّان لدالّتين خطيّتين.
إحداثيّا النقطة A هما (2 ,1–).
أحيطوا، في كلّ بند، إحداثيّات x المناسبة للمجال.



أ. إحداثيّات x الّتي تكون فيها قيمة الدالّة I **أكبر** من قيمة الدالّة II.

$5\frac{1}{2}$ 2 0 –1 –3 –7 –12

ب. إحداثيّات x الّتي تكون فيها قيمة الدالّة I **أصغر** من قيمة الدالّة II.

$5\frac{1}{2}$ 2 0 –1 –3 –7 –12

ت. إحداثيّات x الّتي تكون فيها قيمة الدالّة I **تساوي** قيمة الدالّة III.

$5\frac{1}{2}$ 2 0 –1 –3 –7 –12

مجموعة مهامّ

1. أمامكم اقتراحان لتبليط غرف.

الاقتراح **أ:** 160 شاقلا مقابل الإستشارة + 10 شواقل لكلّ متر مربّع تبليط.

الاقتراح **ب:** 30 شاقلًا لكلّ متر مربّع تبليط (السّعر يشمل الإستشارة).

يصف الخطّان البيانيّان الاقتراحين.

x يمثّل مساحة الغرفة بالمتر المربّع $(x \geq 0)$،

y يمثّل مبلغ الدفع بالشواقل.

التمثيلان الجبريّان للدالّتين هما:

$y = 30x$ $\qquad$ $y = 10x + 160$

أ. لائموا خطًّا بيانيًّا وتمثيلًا جبريًّا لكلّ اقتراح.

ب. أيّ اقتراح من الأفضل اختياره إذا كانت مساحة التبليط 8 أمتار مربّعة؟

ت. أيّ اقتراح من الأفضل اختياره إذا كانت مساحة التبليط 10 أمتار مربّعة؟

ث. ما هي مساحة التبليط إذا دفعنا في الاقتراحين نفس المبلغ؟ ما هو المبلغ؟

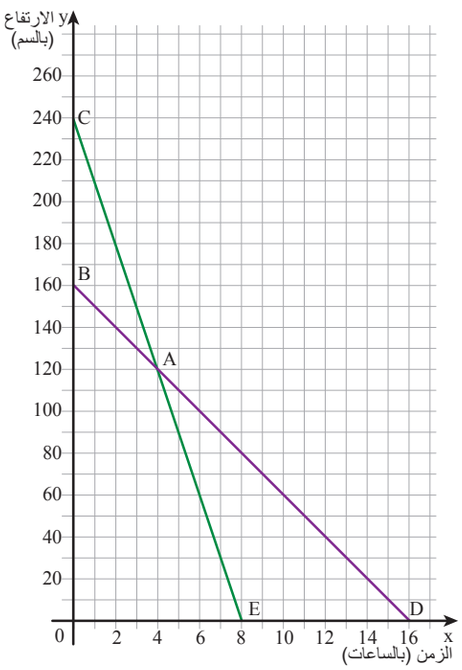
2. فتح المزارع غسان، عند السّاعة الـ 12 من منتصف اللّيل، حنفيتيْ بركتين للرّيّ.

أمامكم خطّان بيانيّان يصفان دالّتين. تناظر كلّ دالّة بين الزّمن الّذي مرَّ منذ أن فتح المزارع الحنفيّة

x (بالسّاعات) وارتفاع الماء في البركة y (بالسم)..

البركة أ: $y = 160 - 10x \quad (0 \leq x \leq 16)$

البركة ب: $y = 240 - 30x \quad (0 \leq x \leq 8)$



أ. لائموا كلّ خطّ بيانيّ للبركة المناسبة.

ب. اكتبوا إحداثيّات النقطتين B وَ C.

ت. اكتبوا إحداثيّات النقطتين D وَ E.

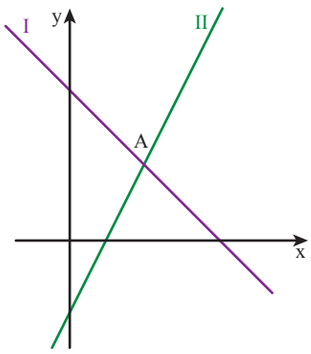
ت. اكتبوا إحداثِيَّيِ النقطة A.

ث. ما معنى إحداثيّا كلّ نقطة في القصة؟

ج. بين أيّ ساعات كان ارتفاع الماء في البركة أ أعلى من ارتفاع الماء في البركة **ب**؟

3. معطى تمثيلان جبريّان لدالّتين خطيّتين، وخطّان بيانيّان مناسبان.

$y = 2x - 3$ $\qquad$ $y = -x + 6$



أ. لائموا خطًّا بيانيًّا لكلّ تمثيل جبريّ للدالّة.

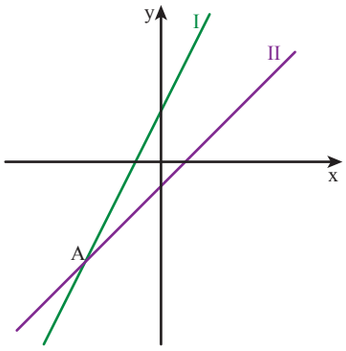
ب. جدوا إحداثيّي نقطة التقاطع A وسجِّلوها في الرسمة.

ت. سجِّلوا قيمتين لـ x يكون فيهما قيمة الدالّة I أكبر من قيمة الدالّة II.

ث. سجِّلوا قيمتين لـ x يكون فيهما قيمة الدالّة I أصغر من قيمة الدالّة II.

4. معطى تمثيلان جبريّان لدالّتين خطيّتين، وخطّان بيانيّان مناسبان.

$y = 2x + 2$ $\qquad$ $y = x - 1$



أ. لائموا خطًّا بيانيًّا لكلّ تمثيل جبريّ للدالّة.

ب. جدوا إحداثيّي نقطة التقاطع A وسجِّلوها في الرسمة.

ت. سجِّلوا قيمتين لـ x يكون فيهما قيمة الدالّة I أكبر من قيمة الدالّة II.

ث. سجِّلوا قيمتين لـ x يكون فيهما قيمة الدالّة I أصغر من قيمة الدالّة II.

5. ارسموا رسمة تقريبيّة لدالّتين خطيّتين بحيث يتحقّق ما يلي:

لكلّ x قيمة الدالّة I أكبر من قيمة الدالّة II.

سجِّلوا مثالًا للتمثيل الجبريّ للدوال الّتي رسمتموها.

6. معطى، في كلّ بند، تمثيلان جبريّان لدالّتين خطيّتين.

في أيّ بنود سُجِّلت دوال فيها قيمة الدالّة I أكبر من قيمة الدالّة II لكلّ x؟ اشرحوا.

أ. الدالّة I: $y = 3x + 5$

الدالّة II: $y = 3x - 1$

ب. الدالّة I: $y = 2x + 7$

الدالّة II: $y = x + 10$

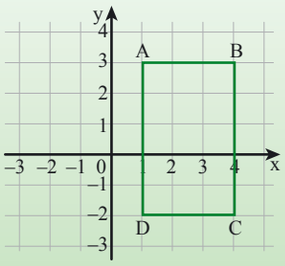
ت. الدالّة I: $y = 8$

الدالّة II: $y = 3$

ث. الدالّة I: $y = -2x + 1$

الدالّة II: $y = -2x + 5$

الدرس الرابع: مساحات مضلّعات في هيئة المحاور



أمامكم مستطيل في هيئة محاور.
جدوا إحداثيّات رؤوس المستطيل.
جدوا مساحة المستطيل.

سنتعلّم كيفيّة حساب أطوال قطع ومساحات المضلّعات.

1. نتطرّق إلى المعطيات الّتي وردت في مهمّة الافتتاحيّة.

أ. قال **رامي**: طول القطعة AB هو 5 لأنّ $4 + 1 = 5$
قال **سامي**: طول القطعة AB هو 3 لأنّ $4 - 1 = 3$
قال **أمير**: طول القطعة AB هو −3 لأنّ $1 - 4 = -3$
أيّهم قوله صحيح؟

ب. جدوا طول القطعة DC.

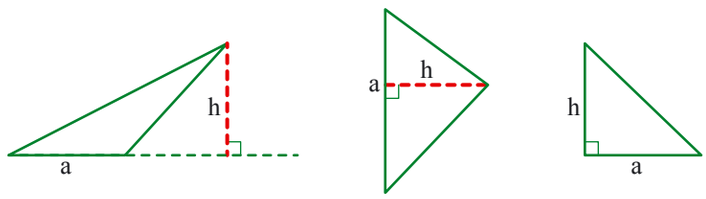
ت. جدوا طول القطعة AD.

ث. احسبوا محيط المستطيل.

للتذكير

الارتفاع في المثلّث هو عمود من الرأس إلى ضلع المثلّث.
في المثلّث القائم الزاوية، القائم هو ارتفاع المثلّث.
في المثلّث المنفرج الزاوية يمكن أن يكون الارتفاع خارج المثلّث.

أمثلة:



مساحة المثلّث تساوي نِصف حاصل ضرب طول الضّلع بطول الارتفاع على الضّلع.

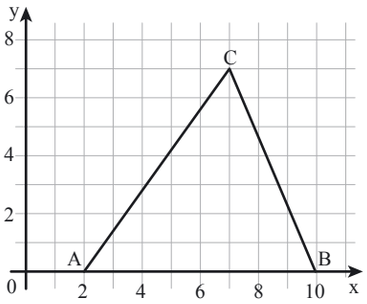
مثال: مساحات المثلّثات في الرّسمة هي $\frac{a \cdot h}{2}$

($a, a > 0, h > 0$ وَ h وحدات طول، $\frac{a \cdot h}{2}$ وحدات مساحة مناسبة).

2. أمامكم مثلّث في هيئة محاور .

أ. أكملوا إحداثيّات النقاط.

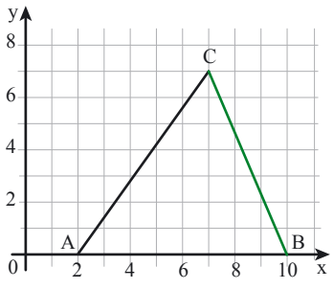
A(___ , ___) B(___ , ___) C(___ , ___)

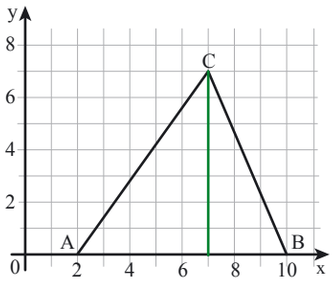


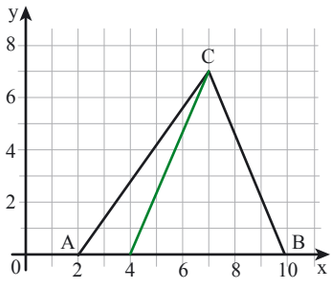
ب. جدوا طول الضلع AB.

ت. أمامكم ثلاث رسومات.

في أيّ رسمة القطعة الخضراء هي ارتفاع للضلع AB؟



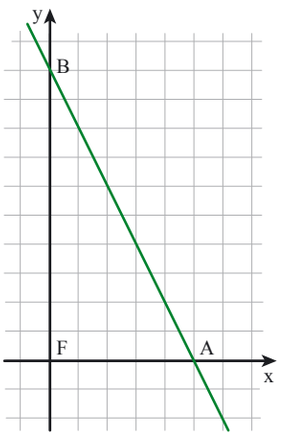




ث. جدوا طول الارتفاع للضلع AB.

ج. احسبوا مساحة المثلّث ΔABC.

3. يظهر في الرّسمة الّتي أمامكم الخطّ البيانيّ للدّالّة $y = -2x + 10$



أ. ما هو نوع المثلّث ΔABF؟

ب. جدوا إحداثيّيْ النقطة B.

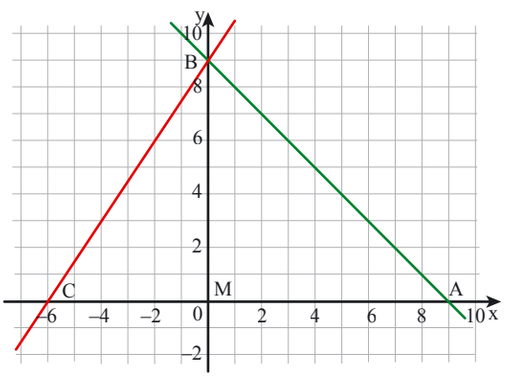
جدوا إحداثيّيْ النقطة A.

ت. احسبوا مساحة المثلّث ΔABF.

4. يظهر في الرّسمة الّتي أمامكم خطّان بيانيّان لدّالّتين. طلبت المعلمة من التلاميذ أن يحسبوا مساحة المثلّث ΔABC.

أ. قالت **مريم**: يمكن أن نحسب مساحة المثلّث ΔBCM ومساحة المثلّث ΔABF ونجمع المساحتين.

احسبوا مساحة المثلّث ΔABC حسب طريقة **مريم**.



ب. قالت **أميرة**: يمكن أن نجد، من الرسمة، طول الضلع

وطول الارتفاع للضلع AC.

احسبوا مساحة المثلّث حسب طريقة **أميرة**.

هل حصلتم على نفس النتيجة؟

نفكّر بـ ...

5. يظهر في الرّسمة الّتي أمامكم خطّان بيانيّان لدالّتين خطّيّتين.

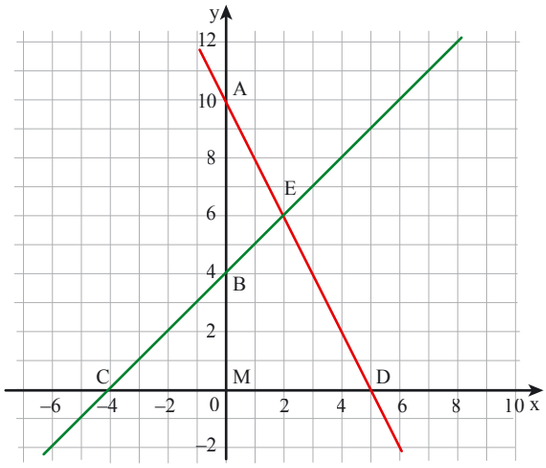
طلبت المعلمة من التلاميذ أن يحسبوا مساحة المثلّث ΔCDE.

أ. قال **ضياء**: الارتفاع للضلع CD هو القطعة BM.

قال **نسيم**: الارتفاع للضلع CD هو القطعة التي تخرج من الرأس E وتوازي محور y.

أيُّهما قوله صحيح؟

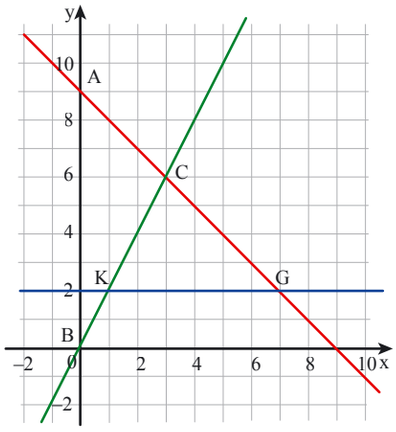
ب. احسبوا مساحة المثلّث ΔCDE.



في أعقاب...

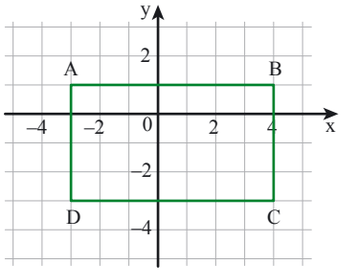
6. تظهر في الرّسمة الّتي أمامكم خطوط بيانيّة لثلاث دوال خطيّة.

احسبوا مساحة شبه المنحرف BKGD.

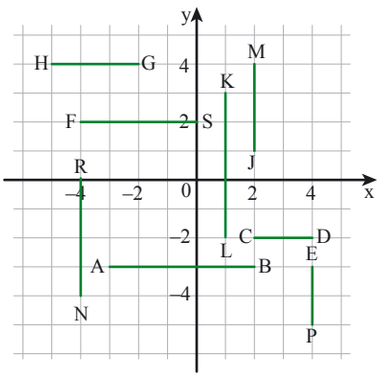


مجموعة مهامّ

1. احسبوا مساحة المستطيل الّذي يظهر في الرسمة .



2. احسبوا أطوال القطع الّتي تظهر في الرسمة. صلوا خطًّا بين القطع المتساوية في الطول.



القطعة AB • • القطعة MJ

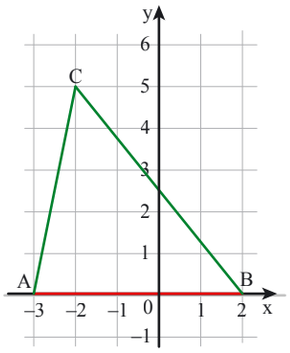
القطعة HG • • القطعة KL

القطعة CD • • القطعة FS

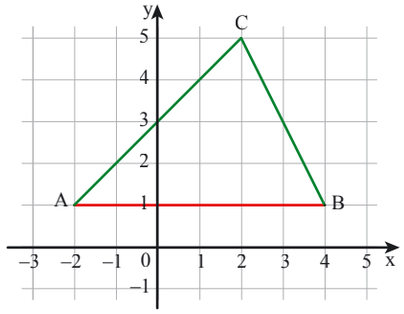
القطعة NR • • القطعة EP

3. ارسموا أو لوّنوا، في كلّ رسمة، الارتفاع للضلع AB في المثلّث ΔABC وجدوا طوله.

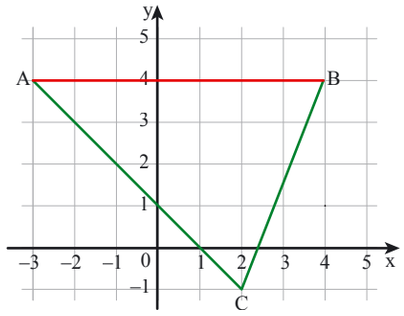
أ.



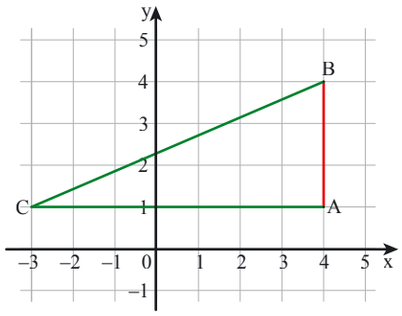
ب.



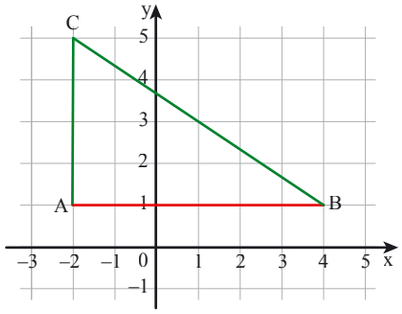
ت.



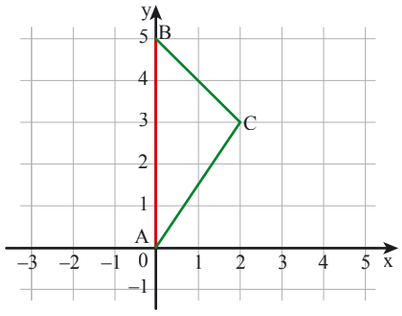
ث.



ج.

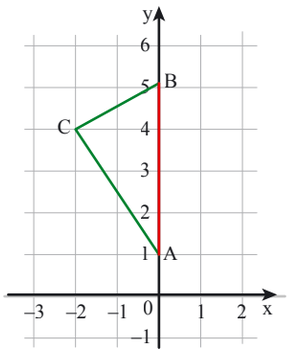


ح.

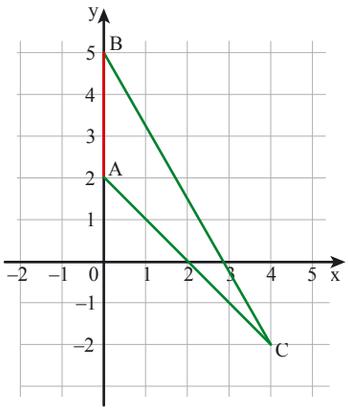


4. ارسموا أو لوّنوا، في كلّ رسمة، الارتفاع للضلع AB في المثلّث ΔABC وجدوا طوله.

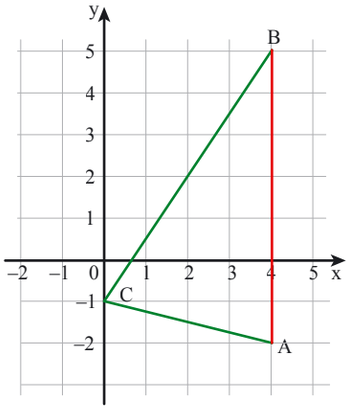
أ.



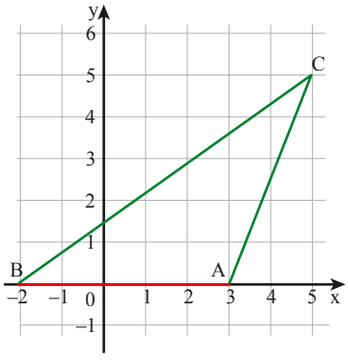
ت.



ب.

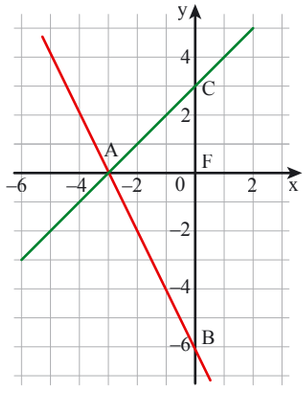


ث.



5. أ. أكملوا إحداثيّات النقاط من الرسمة.

A(___ , ___) B(___ , ___) C(___ , ___)



ب. احسبوا مساحة المثلّث ΔACF.

ت. احسبوا مساحة المثلّث ΔABF.

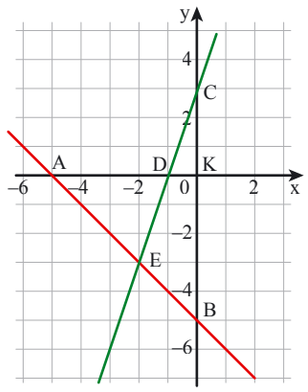
ث. احسبوا مساحة المثلّث ΔABC.

6. أ. أكملوا إحداثيّات النقاط من الرسمة.

A(___ , ___) B(___ , ___)

C(___ , ___) D(___ , ___)

E(___ , ___) K(___ , ___)

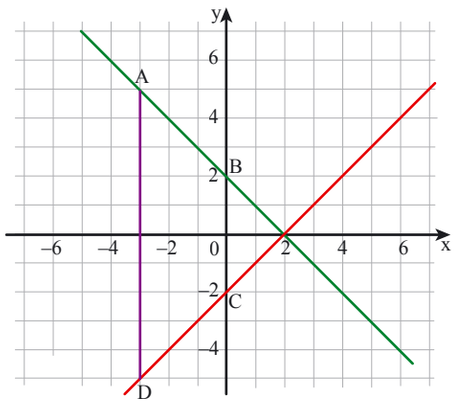


ب. احسبوا مساحة المثلّث ΔADE.

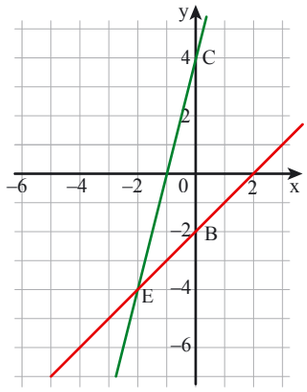
ت. احسبوا مساحة المثلّث ΔBCE.

ث. احسبوا مساحة المثلّث ΔABK.

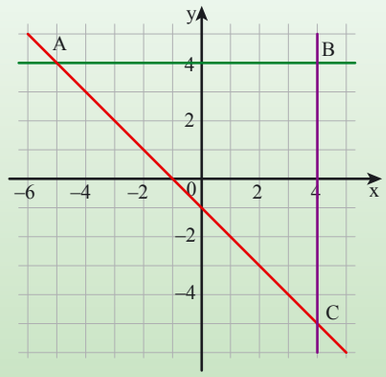
7. احسبوا مساحة شبه المنحرف ABCD.



8. احسبوا مساحة المثلّث ΔBCE.



الدرس الخامس: مساحات مثلّثات في هيئة المحاور



أمامكم مثلّث في هيئة المحاور.

- جدوا إحداثيّات رؤوس المثلّث.
- ما هو نوع المثلّث ABC؟
- احسبوا مساحة المثلّث ABC.

اختاروا تمثيلًا جبريًّا مناسبًا للمستقيم الّذي يمرّ عبر النّقطتين A وَB.

وتمثيلًا جبريًّا للمستقيم الّذي يمرّ عبر النّقطتين A وَ C. اشرحوا.

$y = 4$ $\quad y = 4x$ $\quad y = x - 1$ $\quad y = -x - 1$

نحسب مساحات في هيئة المحاور.

1. نتطرّق في المهمّتين 1 وَ 2 إلى المعطيات الّتي وردت في مهمّة الافتتاحيّة.

أ. عيّنوا نقطتين إضافيّتين على المستقيم الّذي يمرّ عبر النقطتين B وَ A.

اكتبوا إحداثيّات النقاط الّتي عيّنتموها. ما المشترك لجميع النقاط الّتي تقع على هذا المستقيم؟

ب. عيّنوا نقطتين إضافيّتين على المستقيم الّذي يمرّ عبر النقطتين B وَ C.

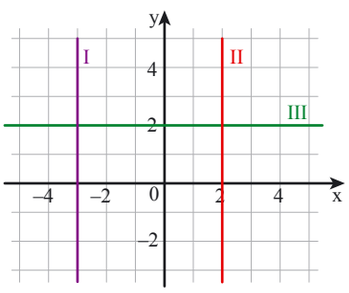
اكتبوا إحداثيّات النقاط الّتي عيّنتموها. ما المشترك لجميع النقاط الّتي تقع على هذا المستقيم؟

2. ما هو التمثيل الجبريّ للمستقيم الّذي يمرّ عبر النقطتين B وَ C؟

قالت **ولاء:** المستقيم الّذي يمرّ عبر النّقطتين B وَ C يوازي محور y، لذا التمثيل الجبريّ للمستقيم هو $y = 4$.

قالت **مريم:** الإحداثيّ x لجميع النقاط الّتي تقع على المستقيم الّذي يمرّ عبر النّقطتين B وَ C هو 4، لذا التمثيل الجبريّ للمستقيم هو $x = 4$.

أيُّهما قوله صحيح؟ اشرحوا.



المستقيم الموازي لمحور y لا يصف دالّة.

جميع نقاط هذا المستقيم لها نفس الإحداثيّ x.

أمثلة: في الرّسمة الّتي أمامكم:

التّمثيل الجبريّ للمستقيم I هو $x = -3$.

التّمثيل الجبريّ للمستقيم II هو $x = 2$.

انتبهوا، المستقيم الموازي لمحور x هو دالّة ثابتة تمثيلها الجبريّ صورته $y = k$

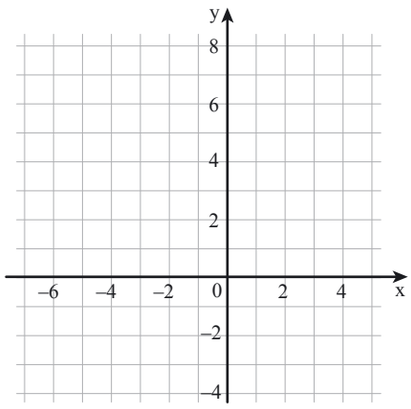
مثال: التّمثيل الجبريّ للمستقيم III هو $y = 2$.

3. أمامكم تمثيلات جبريّة لمستقيمات:

المستقيم I $x = -4$

المستقيم II $y = x + 4$

المستقيم III $y = -2x - 2$



أ. ارسموا المستقيمات المناسبة في هيئة المحاور.

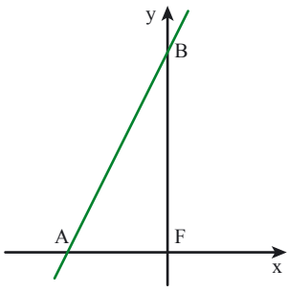
ب. ارمزوا بالحرف A إلى نقطة التقاطع بين المستقيمين I وَ II.

ارمزوا بالحرف B إلى نقطة التقاطع بين المستقيمين I وَ III.

ارمزوا بالحرف C إلى نقطة التقاطع بين المستقيمين II وَ III.

ت. احسبوا مساحة المثلّث ΔABC.

4. أمامكم الخطّ البيانيّ للدالّة $y = 2x + 4$.



أ. جدوا إحداثيَّي النقطة A.

ب. جدوا إحداثيَّي النقطة B.

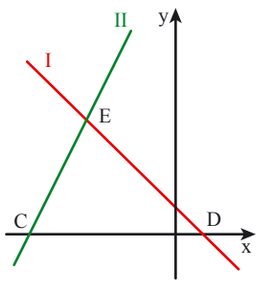
ت. جدوا طول الضلع AF.

ث. جدوا طول الضلع BF.

ج. احسبوا مساحة المثلّث ΔABF.

5. معطاة الدالّتان:

$y = 2x + 10$ $y = -x + 1$



أ. لائموا كلّ خطّ بيانيّ للدالّة المناسبة. اشرحوا.

ب. حددوا "صحيح" أم "غير صحيح".

(i) النقطة C هي نقطة تقاطع الدالّة II مع محور y.

(ii) الإحداثيّ y للنقطة C هو 0.

(iii) الإحداثيّ x للنقطة D هو 0.

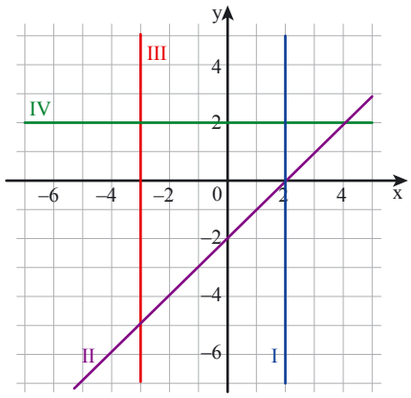
(iv) النقطة E هي نقطة التقاطع بين المستقيمين اللذين يصفان الدالّتين.

ت. جدوا إحداثيّات النقاط E, D, C.

ث. احسبوا مساحة المثلّث ΔCDE.

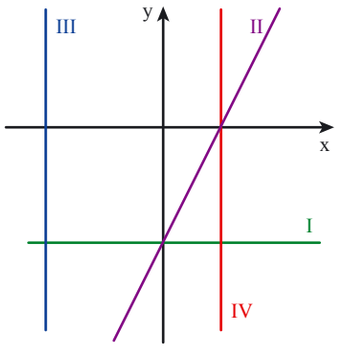
مجموعة مهامّ

1. لائموا كلّ تمثيل جبريّ للمستقيم المناسب.



المستقيم I •	• $y = 2$
المستقيم II •	• $x = 2$
المستقيم III •	• $y = x - 2$
المستقيم IV •	• $x = -3$

2. لائموا كلّ تمثيل جبريّ للمستقيم المناسب.



المستقيم I •	• $y = 2x - 4$
المستقيم II •	• $x = -4$
المستقيم III •	• $y = -4$
المستقيم IV •	• $x = 2$

3. التمثيلات الجبريّة للمستقيمات الّتي تظهر في الرسمة هي:

(i) $x = 3$ (ii) $y = 3$ (iii) $y = 1 - x$

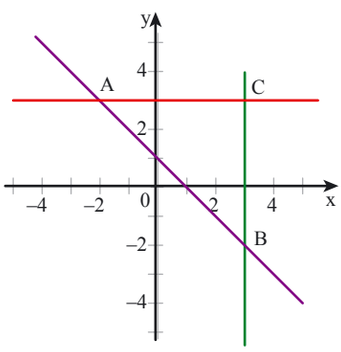
أ. لائموا كلّ تمثيل جبريّ للمستقيم المناسب.

ب. جدوا إحداثيّات النقاط C, B, A.

ت. احسبوا طول القطعة AC.

ث. احسبوا طول القطعة BC.

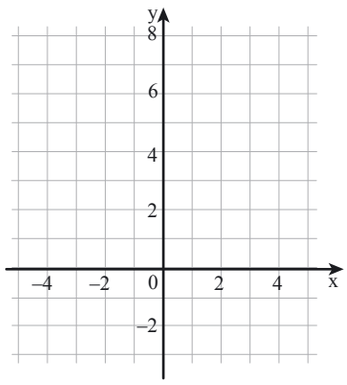
ج. احسبوا مساحة المثلّث ΔACB.



4. أ. ارسموا، في هيئة المحاور، مستقيمي الدالّتين الآتيتين:

$y = -x + 3$ (المستقيم I)

$y = 2x + 6$ (المستقيم II)



ب. ارمزوا بالحرف A إلى نقطة تقاطع المستقيم I مع المحور x.

ت. ارمزوا بالحرف B إلى نقطة تقاطع المستقيم II مع المحور x.

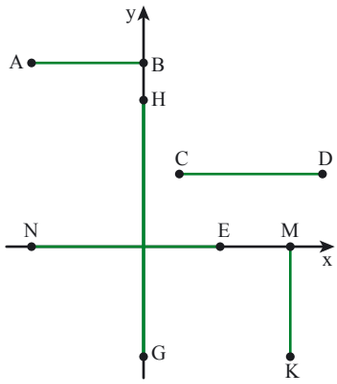
ث. ارمزوا بالحرف C إلى نقطة التقاطع بين المستقيمين .

ج. احسبوا مساحة المثلّث ΔACB.

5. عُيّنت النقاط الآتية في هيئة المحاور.

(4, 0) (0, 5) (2, 0) (5, 2) (–3, 5)

(1, 2) (–3, 0) (4, –3) (0, –3) (0, 4)



أ. أحيطوا إحداثيّات النقاط الّتي تقع على محور x أو على محور y.

ب. اكتبوا بجانب كلّ نقطة أحطتموها الحرف المناسب حسب الرسمة.

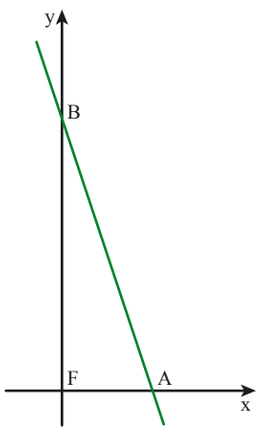
ت. اكتبوا بجانب النقاط الأربع الّتي بقيت في القائمة الحروف المناسبة حسب الرسمة.

ث. جدوا طول القطعة HG.

ج. جدوا طول القطعة NE.

ح. جدوا طول قطعتين متساويتين في الطول.

6. أمامكم الخطّ البيانيّ للدالّة $y = 3 - 3x$



أ. جدوا إحداثيِي النقطة A.

ب. جدوا إحداثيِي النقطة B.

ت. احسبوا مساحة المثلث ΔABF.

7. معطاة الدالّتان:

$y = x - 1$

$y = -2x + 14$

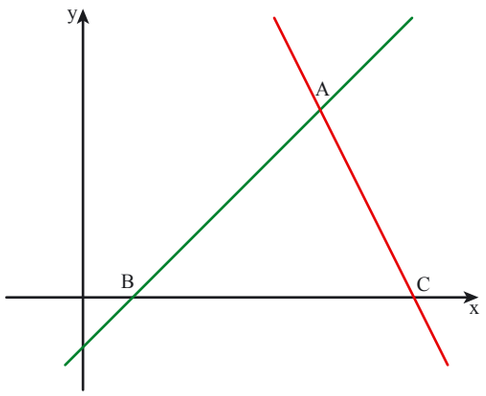
أ. لائموا كلّ خطّ بيانيّ للدالّة المناسبة.

ب. جدوا إحداثيَّي النقطة B.

ت. جدوا إحداثيَّي النقطة C.

ث. جدوا إحداثيَّي النقطة A.

ج. احسبوا مساحة المثلّث ΔABC.



8. أ. تقع النقطة A على المستقيم الّذي يصف الدالّة $y = 4 - x$.

جدوا إحداثيَّي النقطة A.

ب. تقع النقطة D على المستقيم الّذي يصف الدالّة $y = 3x + 12$.

جدوا إحداثيَّي النقطة D.

ت. جدوا إحداثيَّي النقطة E.

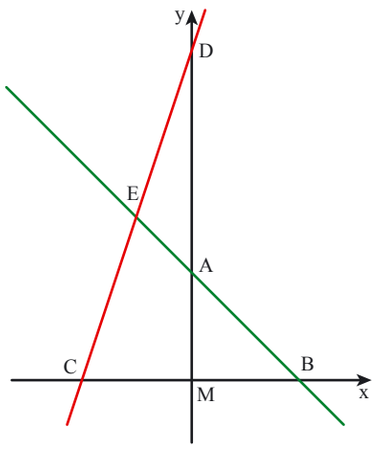
ث. احسبوا مساحة المثلّث ΔADE.

ج. جدوا إحداثيّات النقطتين C, B.

ح. احسبوا مساحة المثلّث ΔBCE.

خ. احسبوا مساحة المثلّث ΔABM.

د. احسبوا مساحة الشكل الرباعيّ AMCE.



نحافظ على لياقة رياضيّة

معادلات، مسائل وتعابير جبريّة

1. حلّوا المعادلات.

أ. $2(x - 5) + 3(x + 4) = 27$ ث. $3(4x - 5) + 5(2x - 1) = 2$

ب. $3(x - 1) + 5(x + 1) = 18$ ج. $6x + 2(x + 4) + 3(1 + 2x) = 11$

ت. $5(2x + 3) - 2(x + 4) = 7$ ح. $5 + 3(2x + 1) - 4(x + 1) = 2$

2. جدوا، في كلّ بند، العدد الّذي نتيجة تعويضه (بدل x) في التّعبيرين متساوية.

أ.	$3x - 4$	$2x - 1$	الأعداد:	1	5	3	−1
ب.	$5x - 3$	$2x - 3$	الأعداد:	5	2	1	0
ت.	$x + 3$	$2(x + 2)$	الأعداد:	−1	0	3	8
ث.	$4(x - 3)$	$3(1 + x)$	الأعداد:	2	15	−15	6

3. حلّوا المعادلات.

أ. $6x - 7 = 2x + 13$ ت. $10x = 8(x + 2)$

ب. $3(x - 2) + 5 = 4 - 2x$ ث. $2(x + 2) + 5 = 6x + 13$

4. لائموا لكلّ معادلة حلًّا من بين الأعداد الآتية: $-2, 2, 3$

أ. $8x - 7 = 2x + 11$ ت. $3x + 5x + 4 = 6x + 8$

ب. $9x - 5 = 8x - 7$ ث. $4(x - 1) = 3x - 1$

5. يوجد في جرّة خرزات بيضاء خرزات حمراء وخرزات زرقاء.

عدد الخرزات البيضاء هو ضعفا عدد الخرزات الحمراء.

عدد الخرزات الزرقاء أكبر بـ 5 من عدد الخرزات الحمراء.

x يمثّل عدد الخرزات الحمراء في الجرّة. (x عدد طبيعيّ).

أ. أكملوا تعابير جبريّة. عدد الخرزات الحمراء x

عدد الخرزات البيضاء _____

عدد الخرزات الزرقاء _____

ب. إذا كان مجموع الخرزات في الجرّة 30 خرزة فكم خرزة من كلّ نوع يوجد في الجرّة؟

ت. هل يمكن أن يكون مجموع الخرزات في الجرّة 23 خرزة؟ اِشرحوا.