الوحدة الخامسة والعشرون: أعداد غير نسبيّة والجذر التربيعيّ

الدرس الأول: مجموعات أعداد

أمامكم معادلات ومتباينات.

أ. $x + 7 = 4$ ت. $4x > 8$ ج. $3x - 4 = 10$

ب. $x - 3 = 2$ ث. $2x - 5 = 0$ ح. $3x > 0$

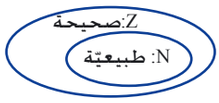
حلّوا، في كلّ بند، وسجّلوا هل الحلول أعداد صحيحة موجبة، أعداد صحيحة غير موجبة، أو أن هنالك أعداد غير صحيحة أيضًا.

نتعرّف على أسماء مجموعات الأعداد.

نرمز عادةً إلى مجموعة **الأعداد الطبيعيّة** بالحرف N: $N = \{1, 2, 3, 4,...\}$

نرمز عادةً إلى مجموعة **الأعداد الصحيحة** بالحرف Z: $Z = \{...,-4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4,...\}$

مجموعة الأعداد الصحيحة تحتوي على مجموعة الأعداد الطبيعيّة.



1. أ. انسخوا الرسم التخطيطيّ الّذي يظهر في الإطار، ثم سجّلوا كلّ عدد في المكان المناسب في الرسم التخطيطيّ.
اكتبوا بجانب الرسم التخطيطيّ الأعداد التي لا يوجد لها مكان فيه.

$\frac{1}{-2}$ $\quad 1.2 \quad$ $-\frac{14}{3}$ $\quad -\frac{14}{2}$ $\quad \frac{15}{3}$ $\quad -5 \quad 0$

$2\frac{1}{4}$ $\quad \frac{100}{5}$ $\quad \frac{100}{6}$ $\quad -100 \quad 1000 \quad \frac{2}{1}$ $\quad \frac{-2}{1}$

ب. اكتبوا ثلاثة أعداد إضافيّة لا يوجد لها مكان في الرسم التخطيطيّ.

2. اكتبوا كلّ عدد كخارج قسمة بين عددين صحيحين.

أمثلة: $5 = \frac{5}{1}$ $\quad -2.3 = \frac{-23}{10}$ $\quad -2.33 = \frac{-233}{100}$ $\quad -2.333 = -\frac{2333}{1000}$ $\quad 3\frac{1}{5} = \frac{16}{5}$

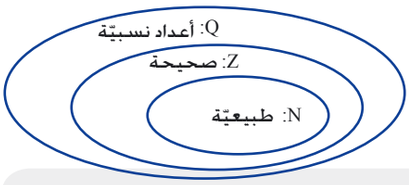
$1\frac{2}{3}$ $\quad 3\frac{7}{20}$ $\quad 7 \quad -1.5 \quad 0.25 \quad -0.55 \quad -7\frac{3}{7} \quad 0 \quad -50 \quad 1.33$

نسمّي العدد الذي يمكن تسجيله كخارج قسمة بين عددين صحيحين بالصورة $\frac{k}{m}$ عندما يكون k وَ m عددين صحيحين $m \neq 0$ **"عدد نسبيّ"**.

نرمز عادةً إلى مجموعة **الأعداد النسبية** بالحرف Q.

3. أ. اشرحوا الادعاء الآتي: كل عدد صحيح هو عدد نسبي.

ب. انسخوا الرسم التخطيطي، وسجلوا فيه الأعداد المعطاة في مهمة 2.



الأعداد النسبية

الأعداد النسبية هي الأعداد التي يمكن تسجيله كنسبة بين عددين صحيحين. معنى الكلمة ratio باللغتين اللاتينية والإنجليزية هو نسبة بين عددين أو مقدارين تمَّ قياسهما بنفس وحدات القياس.

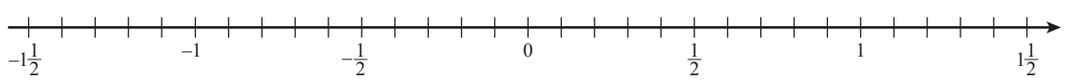
4. انسخوا وأكملوا إشارة =، > أو < .

أ. $\frac{5}{7} \bigcirc \frac{3}{7}$ ت. $\frac{1}{2} \bigcirc \frac{1}{4}$ ج. $\frac{1}{3} \bigcirc \frac{1}{2}$ خ. $\frac{15}{7} \bigcirc 2\frac{1}{7}$

ب. $\frac{2}{7} \bigcirc \frac{3}{8}$ ث. $\frac{1}{3} \bigcirc \frac{2}{5}$ ح. $\frac{1}{3} \bigcirc \frac{4}{12}$ د. $\frac{3}{8} \bigcirc \frac{3}{7}$

5. أ. انسخوا مستقيم الأعداد وعينوا عليه كل عدد في المكان المناسب.

$-1\frac{1}{2}$ 1.5 $\frac{2}{5}$ -1.2 $\frac{-7}{10}$



ب. سجِّلوا، بالتقريب، أماكن الأعداد الآتية على مستقيم الأعداد الذي رسمتموه.

-1.3 1.25 $-1\frac{2}{3}$ $\frac{1}{3}$

ت. ارسموا مستقيم أعداد وقسّموه بحيث يكون من السهل تعيين مكان العدد $\frac{5}{7}$.

ث. اشرحوا لماذا هنالك مكان لكل عدد نسبي على مستقيم الأعداد؟

6. انسخوا وأكملوا عددًا مناسبًا.

أ. $\frac{1}{4} < \square < \frac{1}{3}$ ب. $\frac{20}{17} < \square < \frac{21}{17}$ ت. $\frac{1}{23} < \square < \frac{2}{23}$

مجموعة مهامّ

1. اكتبوا كلّ عدد كخارج قسمة عددين صحيحين.

0.37	4.25	$-1\frac{4}{7}$	−5.125	$2\frac{21}{23}$
7.7	7.77	7,777	$2\frac{7}{13}$	−0.325

2. أ. أعطوا مثالًا لعدد طبيعيّ. هل هو عدد صحيح؟

ب. أعطوا مثالًا لعدد صحيح، لكنّه ليس عدد طبيعيًّا.

ت. أعطوا مثالًا لعدد نسبيّ سالب وهو عدد صحيح.

ث. أعطوا مثالًا لعدد نسبيّ غير صحيح.

3. أ. انسخوا الجدول، وسجّلوا كلّ عدد في كلّ مكان مناسب له في الجدول (انظروا المثال).

-1 $\quad 0 \quad$ $2.7 \quad$ $-4.5 \quad$ $\frac{-10}{-2} \quad$ $1 \quad$ $1\frac{7}{8} \quad$ $0.007 \quad$ $6\frac{19}{20} \quad$ $\frac{72}{12} \quad$ $\frac{72}{-12}$

	طبيعيّ	صحيح	نسبيّ
موجب			
سالب		**−1**	**−1**

ب. هل هنالك مستطيل لم تسجلوا فيه عدد؟ اشرحوا.

4. انسخوا الجدول، وسجّلوا عددًا في كلّ مستطيل. إذا لم تجدوا عددًا مناسبًا فاشرحوا.

	طبيعيّ	صحيح	نسبيّ
موجب			
سالب			

5. رتّبوا، في كلّ بند، الأعداد تصاعديًّا.

مثال: $\frac{1}{15} < \frac{1}{14} < \frac{1}{3} < \frac{2}{3} < \frac{4}{3}$

أ. $\frac{2}{7} \quad \frac{2}{2} \quad \frac{2}{5} \quad \frac{2}{3} \quad \frac{2}{1} \quad \frac{2}{9}$

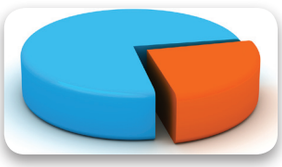
ب. $\frac{10}{5} \quad \frac{6}{5} \quad \frac{7}{5} \quad \frac{5}{5} \quad \frac{5}{7} \quad \frac{5}{6}$

6. انسخوا، كلّ بند، وأكملوا أعدادًا مناسبة.

أ. $\frac{30}{70} < \square < \square < \square < \frac{20}{70}$

ب. $\frac{3}{7} < \square < \square < \square < \frac{2}{7}$

7. معطى العددان $\frac{3}{7}$ وَ $\frac{4}{7}$.



أ. كم كسرًا مقامه 70 يوجد بين هذين العددين؟

ب. كم كسرًا مقامه 700 يوجد بين هذين العددين؟

ت. كم كسرًا مقامه 7000 يوجد بين هذين العددين؟

ث. كم كسرًا يوجد بين هذين العددين؟

8. أ. اكتبوا عددًا نسبيًّا يقع بين $\frac{1}{2}$ إلى $\frac{2}{3}$.

كم عددًا نسبيًّا يوجد بين $\frac{1}{2}$ إلى $\frac{2}{3}$؟اشرحوا.

ب. اكتبوا عددًا نسبيًّا يقع بين $\frac{1}{100}$ إلى $\frac{2}{100}$.

كم عددًا نسبيًّا يوجد بين $\frac{1}{100}$ إلى $\frac{2}{100}$؟ اشرحوا.

9. حدّدوا، في كلّ بند، هل الادّعاء صحيح؟ إذا كانت الإجابة نعم فاشرحوا. إذا كانت لا فسجّلوا مثالًا مضادًّا.

أ. هنالك عدد طبيعيّ بين كلّ عددين طبيعيّين.

ب. هنالك عدد صحيح بين كل عددين صحيحين.

ت. هنالك عدد نسبيّ بين كل عددين نسبيّين..

10. يتمّ الدخول إلى المتاهة عبر أحد المستطيلات في السطر العلويّ، ويتمّ الخروج عبر مستطيل في السطر السفليّ. ضعوا ورقة شفّافة على المتاهة، ثم مروا عبر المستطيلات التي يوجد فيها مساواة صحيحة.

$\frac{2}{5} = 0.25$	$\frac{1}{4} = 0.25$	$0.2 = \frac{1}{2}$	$0.5 = \frac{1}{5}$
$\frac{1}{4} = 0.4$	$0.8 = \frac{4}{5}$	$0.2 = \frac{1}{5}$	$\frac{1}{4} = 0.25$
$0.3 = \frac{3}{5}$	$\frac{2}{5} = 0.2$	$0.8 = \frac{1}{8}$	$0.4 = \frac{2}{5}$
$0.25 = \frac{1}{25}$	$0.25 = \frac{1}{4}$	$0.5 = \frac{1}{2}$	$0.6 = \frac{3}{5}$
$0.75 = \frac{1}{75}$	$\frac{3}{4} = 0.75$	$0.6 = \frac{1}{5}$	$\frac{2}{5} = 0.2$

الدرس الثاني: أعداد نسبيّة بإسمها العشريّ

هل كلّ عدد نسبيّ له اسم عشريّ؟

إذا كانت الإجابة نعم فما هو الاسم العشريّ للعدد $\frac{757}{77}$؟

نتعرّف على الأسماء العشريّة للأعداد النسبيّة.

1. اكتبوا العدد العشريّ للأعداد الآتية.

مثال: $\frac{7}{125} = \frac{56}{1000} = 0.056$

$\frac{7}{100}$ $\frac{9}{50}$ $\frac{19}{200}$ $\frac{5}{4}$ $\frac{7}{8}$

2. أ. اكتبوا كسرًا بحيث لا نستطيع أن نجد اسمه بواسطة التوسيع (هذا يعني أنّه لا نستطيع أن نضرب بسطه ومقامه في نفس العدد والحصول في المقام على عدد من مضاعفات العدد 10).

ب. استعينوا بالآلة الحاسبة وجدوا الأعداد العشريّة المناسبة للأعداد النسبيّة الآتية.

$1\frac{1}{3}$ $\frac{5}{11}$ $\frac{7}{15}$ $\frac{21}{22}$ $\frac{20}{13}$

ت. الأعداد العشريّة لجميع الأعداد في بند ب هي أعداد عشريّة لا نهائيّة دوريّة. سجّلوا تحت كلّ عدد، كم رقمًا يكرر ذاته؟

للتذكير

نسجّل **الكسر العشريّ الدوريّ** بكتابة مختصرة بواسطة نقاط فوق الأرقام المتكررة.

نسمّي الأرقام المتكررة **"دورة"** الكسر العشريّ.

أمثلة:

$1\frac{1}{3} = 1.\dot{3}$ $\frac{5}{11} = 0.\dot{4}\dot{5}$ $\frac{421}{990} = 0.42\dot{5}\dot{5}$

3. اكتبوا الأعداد الآتية بكتابة عشريّة مختصرة.

0.5555... 0.282828... 5.3212121... 1.23412341234...

4. أ. جدوا بواسطة الآلة الحاسبة الكسر العشريّ للعدد $\frac{1}{7}$.
خمّنوا هل الكسر العشريّ هو كسر عشريّ دوريّ؟

ب. خط الكسر هو إشارة قسمة أيضًا. نفحص بواسطة القسمة ما هو الكسر العشريّ للعدد $\frac{1}{7}$؟

$$1.000.. : 7 = 0.142$$

$$\underline{0}$$

$$10$$

$$\underline{07}$$

$$030$$

$$\underline{028}$$

$$0020$$

$\underline{0014}$ استمرّوا.

ب. كم رقمًا يوجد في دورة الكسر العشريّ للعدد $\frac{1}{7}$؟

5. جدوا بواسطة القسمة الكسر العشريّ للأعداد الآتية: $\frac{7}{15}$ $\frac{1}{11}$ $\frac{5}{18}$

6. وسِّعوا كلّ كسر بحيث يصبح مقامه من مضاعفات العدد 10 وسجِّلوا الكسر العشريّ المناسب.

مثال: $\frac{17}{125} = \frac{136}{1000} = 0.136$

$\frac{7}{20}$ $\frac{5}{4}$ $\frac{3}{8}$ $\frac{9}{40}$

7. أ. حلّلوا **مقامات** الكسور، الّتي تظهر في المهمّة السابقة، إلى عوامل أوليّة.

ب. اشرحوا لماذا يمكن توسيع هذه الكسور (بواسطة ضرب المقام والبسط في نفس العدد) بحيث نحصل على كسور مقاماتها من مضاعفات العدد 10 ولماذا كسرها العشريّ نهائيّ؟

8. صنّفوا الأعداد الآتية إلى مجموعتين:
أعداد ذات كسر عشريّ نهائيّ، وأعداد ذات كسر عشريّ لا نهائيّ.

$\frac{3}{4}$ $\frac{2}{3}$ $\frac{15}{8}$ $\frac{14}{13}$ $\frac{1237}{1000}$ $2\frac{8}{25}$ $\frac{5}{6}$

9. أ. سجلوا أربعة كسور **يمكن توسيعها** (بحيث تكون مقاماتها من مضاعفات العدد 10). اكتبوا كسورها العشريّة.

ب. سجّلوا أربعة أعداد **لا يمكن توسيعها** (هذا يعني أنّه لا يمكن توسيعها للحصول على مقام من مضاعفات العدد 10). سجّلوا كسورها العشريّة أيضًا.

10. كيف يمكن أن نحدد هل العدد النسبي المسجَّل كخارج قسمة بين عددين صحيحين له كسر عشري نهائي أم كسر عشري دوري؟ اشرحوا.

استنتاج: إذا استطعنا أن نوسّع كسرًا (نضرب البسط والمقام في نفس العدد) بحيث يكون مقامه من مضاعفات العدد 10، عندئذٍ يوجد للكسر اسم كسر عشريّ نهائيّ. تتحقّق هذه الإمكانيّة بشرط أن تكون العوامل الأوليّة للمقام 2 وَ 5 فقط.

مجموعة مهامّ

1. وسِّعوا، في كلّ بند، الكسر بحيث يصبح مقامه من مضاعفات العدد 10 وسجّلوا كسره العشريّ.

أ. $\frac{7}{8}$ ب. $\frac{9}{25}$ ت. $\frac{19}{40}$ ث. $\frac{1}{8}$ ج. $\frac{126}{125}$

2. جدوا، بواسطة القسمة، الكسور العشريّة للأعداد الآتية وافحصوا بواسطة الآلة الحاسبة.

א. $\frac{5}{22}$ ב. $\frac{83}{15}$ ג. $\frac{7}{24}$ ד. $\frac{32}{25}$ ה. $\frac{5}{14}$

3. صنّفوا الأعداد الآتية إلى مجموعتين:

أعداد ذات كسر عشريّ نهائيّ، وأعداد ذات كسر عشريّ لا نهائيّ.(افحصوا بالآلة الحاسبة).

$\frac{6}{11}$ $\frac{9}{25}$ $\frac{7}{9}$ $\frac{27}{16}$ $\frac{50}{3}$ $\frac{9}{20}$ $\frac{88}{125}$ $\frac{5}{6}$ $\frac{26}{27}$

4. أ. اكتبوا الأعداد الآتية بكتابة عشريّة مختصرة.

0.381381381… 0.223232323… 5.1234121212… 1.4455555…

ب. اكتبوا كلّ عدد من الأعداد الآتية كعدد عشريّ نهائيّ.

مثال: 0.3454545… = 0.345

0.0123 0.01225 0.01225 0.01225

5. حدّدوا، في كلّ بند، الرقم الّذي يقع في المكان الـ 12 (بعد النقطة العشريّة) في العدد.

أ. 0.3125 ب. 0.31225 ت. 0.31225 ث. 5.554466 ج. 5.554466

6. انسخوا وأكملوا <, > أو = (استعينوا بالآلة الحاسبة).

أ. 0.5 ◯ 0.5 0.5 ◯ $\frac{2}{3}$ ت. 0.6 ◯ 0.87 ج. 0.87 ◯ 0.824 خ. $\frac{8}{33}$ ◯ 0.24

ب. 0.5 ◯ 0.54 0.1401 ◯ 0.1401 ث. 0.78 ◯ 0.78 ح. 0.78 ◯ 0.24 د. $\frac{8}{33}$ ◯ 0.24

7. انسخوا وأكملوا عددًا مناسبًا.

أ. 0.34 < ◻ < 0.34 0.34 < ◻ < 0.35 ت. 7.123 < ◻ < 7.125 ج. 3.79 < ◻ < 3.79

ب. 12.1 < ◻ < 12.1 12.1 < ◻ < 12.2 ث. 3.4 < ◻ < 3.45 ح. 3.03 < ◻ < 3.03

الدرس الثالث: أعداد نسبيّة وأعداد غير نسبيّة

هل هنالك أعداد غير نسبيّة؟
هل هنالك أعداد عشريّة لا يمكن كتابتها كخارج قسمة بين عددين صحيحين؟

نفحص هل هنالك أعداد غير نسبيّة؟

1. جدوا، بواسطة القسمة، الكسور العشريّة للأعداد الآتية: $\frac{7}{12}$ $\frac{4}{11}$ $\frac{5}{18}$

مثال:

$7.000 : 12 = 0.583$
0
70
60
100
096
0040
0036
0004

2. أ. كيف نعرف متى تبدأ الدورة؟
إرشاد: ابرزوا الباقي الذي حصلتم عليه خلال القسمة.
ب. قالت **رمزية**: أوقفت القسمة الطويلة عندما حصلت في المرة الثانية على نفس الباقي، وعندئذ حددت الدورة.
افحصوا تمارين القسمة التي نفّذتموها في مهمة 1 واشرحوا ادّعاء **رمزية**.

3. قالت **رنا**: حاولت أن أجد الكسر العشريّ للعدد $\frac{5}{17}$ وحصلت على ...0.2941176471
يبدو لي أنّه لا توجد دورة.
قالت **غزالة**: يجب أن نحصل على دورة بعد 16 مرحلة قسمة على الأكثر. أيتهما قولها صحيح؟ اشرحوا.

4. أ. أي باقي يمكن الحصول عليه عندما نقسّم $\frac{3}{7}$؟ كم رقمًا (منزلة) ، على الأكثر، يوجد في الدورة الواحدة للكسر العشري للعدد $\frac{3}{7}$؟
جدوا، بواسطة الآلة الحاسبة، الكسر العشريّ للعدد $\frac{3}{7}$، كم رقمًا (منزلة) يوجد في الدورة الواحدة؟
ب. أي باقي يمكن الحصول عليه عندما نقسّم $\frac{5}{13}$، كم رقمًا (منزلة)، على الأكثر، يوجد في الدورة الواحدة للكسر العشري للعدد $\frac{5}{13}$؟
جدوا، بواسطة الآلة الحاسبة، الكسر العشريّ للعدد $\frac{5}{13}$، كم رقمًا (منزلة) يوجد في الدورة الواحدة للكسر العشري للعدد $\frac{5}{13}$؟
ت. أي باقي يمكن الحصول عليه عندما نقسّم $\frac{1}{11}$، كم رقمًا (منزلة)، على الأكثر، يوجد في الدورة الواحدة للكسر العشري للعدد $\frac{1}{11}$؟
جدوا، بواسطة الآلة الحاسبة، الكسر العشريّ للعدد $\frac{1}{11}$، كم رقمًا (منزلة) يوجد في الدورة الواحدة للكسر العشري للعدد $\frac{1}{11}$؟
ث. اشرحوا لماذا كلّ عدد نسبيّ له كسر عشريّ نهائيّ أو دور

استنتاج: كلّ عدد نسبيّ له كسر عشري نهائيّ أو لا نهائي دوريّ.

5. حاولوا أن تجدوا كسرًا عشريًّا غير نهائيّ وغير دوريّ.

6. أ. اقترح تلاميذ أعدادًا عشريّة لا نهائيّة وغير دورية. افحصوا الاقتراحات واشرحوا.

اقتراح **نديم:** ...0.1234567891011 اقتراح **يوسف:** ...0.121212

اقتراح **مريم:** ...0.34344344434444 اقتراح **أمير:** ...0.011012013014015

ب. اكتبوا عددًا عشريًّا غير نهائيّ وغير دوريّ.

عدد غير نسبيّ هو عدد لا يمكن كتابته كخارج قسمة بين عددين صحيحين.
التمثيل العشريّ للعدد غير النسبيّ هو كسر عشريّ لا نهائي وغير دوريّ.

7. لماذا **لا يمكن** أن نكتب عددًا غير نسبيًّا كخارج قسمة بين عددين صحيحين؟

قالت **أميرة:** لو كان ممكنًا أن نكتب عددًا غير نسبيّ ككسر بالصورة $\frac{k}{m}$ $m \neq 0$، لحصلنا على عدد عشريّ عندما نفّذنا عملية القسمة $k:m$.

استمرّوا في شرح **أميرة**.

مجموعة مهامّ

1. صنّفوا الأعداد الآتية إلى أعداد نسبيّة وإلى أعداد غير نسبيّة.

$21.212121\ldots$ $\quad 2.1212222\ldots$ $\quad \frac{5}{123456}$ $\quad 2.1234$ $\quad 5.1551555155551\ldots$

2. أمامكم أعداد: $\frac{5}{6}$ $\quad \frac{17}{11}$ $\quad \frac{5}{9}$ $\quad \frac{7}{33}$

جدوا لكلّ عدد ما يلي:

- الباقي الّذي يمكن الحصول عليه.
- عدد الأرقام، على الأكثر، في الكسر العشريّ للعدد.
- الكسر العشريّ للعدد.

3. أ. هل يمكن تسجيل كسر عشريّ دوريّ كخارج قسمة عددين صحيحين؟

ب. خمّنوا أسماء الأعداد الآتية كخارج قسمة بين عددين صحيحين، ثم افحصوا بالآلة الحاسبة.

0.3 $\quad 0.7$ $\quad 0.8$ $\quad 0.13$ $\quad 0.07$

4. اضربوا.

مثال: $0.345 \cdot 1000 = 0.3454545\ldots \cdot 1000 = 345.4545\ldots = 345.45$

$0.7 \cdot 10$ $\quad 0.72 \cdot 100$ $\quad 1.234 \cdot 1000$ $\quad 0.12345 \cdot 10000$

5. سجّلوا الأعداد الآتية ككسر بسيط وافحصوا بالآلة الحاسبة.

مثال:

نرمز: $x = 0.7 = 0.777\ldots$

نضرب في 10: $10x = 7.7 = 7.777\ldots$

نطرح x من 10x

$9x = 7$

$x = \frac{7}{9}$

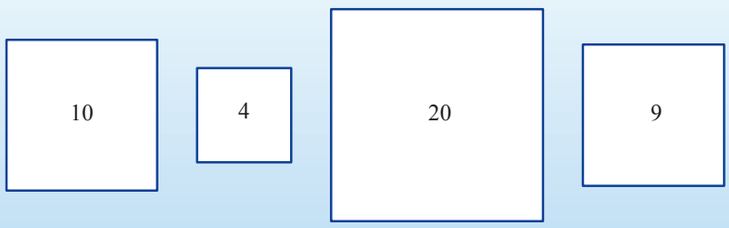
أ. $x = 1.5$ $\quad$ ب. $x = 0.85$ $\quad$ ت. $x = 0.123$

استنتاج:

يمكن أن نسجّل كلّ عدد عشريّ نهائيّ أو دوريّ كخارج قسمة بين عددين صحيحين (المقام لا يساوي 0). اشرحوا.

الدرس الرابع: الجذر التربيعي

سُجِّلت داخل كلّ مربّع مساحته بالسنتمترات المربّعة (الرسومات للتوضيح).
جدوا طول ضلع (بالسم) كلّ مربّع.



سنتعلّم إيجاد الجذر التربيعيّ لعدد ليس بالضرورة عدد صحيح، ونفحص هل الجذر التربيعيّ هو عدد نسبيّ دائمًا؟

1. سجّلوا، في كلّ بند، هل يوجد حلول للمعادلة؟ إذا كانت الإجابة نعم فكم حلًّا؟

أ. $x^2 = 81$ ب. $x^2 = 121$ ت. $x^2 = -9$ ث. $x^2 = 0$ ج. $x^2 = 169$

للتذكير

- الجذر التربيعيّ لعدد هو عدد **مربّعه** يساوي العدد المعطى.
- كلّ عدد **موجب** له جذران تربيعيّان، أحدهما موجب والآخر **سالب**.
- نرمز إلى **الجذر التربيعيّ الّذي هو عدد موجب** كالتالي: $\sqrt{\ }$
- نرمز إلى **الجذر التربيعيّ الّذي هو عدد سالب** كالتالي: $-\sqrt{\ }$

مثال: $\sqrt{9} = 3$ لأنّ $3^2 = 9$ $\quad -\sqrt{9} = -3$ لأنّ $(-3)^2 = 9$

لا توجد جذور تربيعيّة للأعداد السالبة(في مجال الأعداد الّذي نعرفه).

2. اشرحوا لماذا لم نجد حلًّا للمعادلة $x^2 = -9$؟

3. أ. احسبوا الجذور التربيعيّة للأعداد الآتية، واشرحوا بواسطة عمليّة القوة.

مثال: $\sqrt{100} = 10$ لأنّ $10^2 = 100$

$\sqrt{81}$ $\quad \sqrt{1}$ $\quad \sqrt{64}$ $\quad \sqrt{0}$ $\quad \sqrt{25}$ $\quad -\sqrt{25}$

ب. سجّلوا عددين صحيحين مربّعهما هو نفس العدد.

4. أ. جدوا بين أيّ عددين صحيحين متتاليين نجد كلّ جذر من الجذور التربيعيّة الآتية، ثم سجّلوه كمتباينة.

مثال: $7 < \sqrt{50} < 8$

$\sqrt{15}$ $\quad \sqrt{90}$ $\quad \sqrt{\frac{1}{6}}$ $\quad \sqrt{1.6}$ $\quad -\sqrt{32}$ $\quad -\sqrt{0.5}$

ب. جدوا الجذور التربيعيّة بواسطة الآلة الحاسبة، وافحصوا إجاباتكم عن بند أ.

5. حلّوا. افحصوا هل هنالك حلول؟ إذا كانت الإجابة نعم فكم حلّ؟

أ. $3x^2 = 27$ $\quad$ ث. $7 + (2x - 6) = (x - 2)(x - 4)$

ب. $(x + 2)(x - 1) = x - 2$ $\quad$ ج. $2x(x - 6) - 4(8 - 3x) = 0$

ت. $(x - 3)(x + 1) = -2(5 + x)$ $\quad$ ح. $\frac{6x - 3}{2} = x(x + 3)$

6. انسخوا وأكملوا = أو ≠

أ. $\sqrt{100} + \sqrt{25}$ ◯ $\sqrt{100 + 25}$ $\quad$ ث. $\sqrt{0.04}$ á$\sqrt{1.21}$ ◯ $\sqrt{1.21 \cdot 0.04}$

ب. $\sqrt{121} - \sqrt{81}$ ◯ $\sqrt{121 - 81}$ $\quad$ ج. $\frac{\sqrt{49}}{\sqrt{36}}$ ◯ $\sqrt{\frac{49}{25}}$

ت. $\sqrt{36} \cdot \sqrt{49}$ ◯ $\sqrt{36 \cdot 49}$ $\quad$ ح. $\frac{\sqrt{196}}{\sqrt{225}}$ ◯ $\sqrt{\frac{196}{225}}$

7. انسخوا وأكملوا = أو ≠ $(b > 0 \ , \ a \geq 0, \ a \neq b)$.

أ. $\sqrt{a} + \sqrt{b}$ ◯ $\sqrt{a + b}$ $\quad$ ب. $\sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$ ◯ $\sqrt{a \cdot b}$ $\quad$ ت. $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$ ◯ $\sqrt{\frac{a}{b}}$ $\quad b \neq 0$

يمكن أن نبرهن أنّ العدد $\sqrt{2}$ هو عدد غير نسبيّ. لو كان $\sqrt{2}$ عدد نسبيّ عندئذٍ يمكن تسجيله كخارج قسمة بين عددين صحيحين $\frac{a}{b}$ عندما يكون $\frac{a}{b}$ كسر مُختزَل وَ $b \neq 0$. $\frac{a}{b} = \sqrt{2}$ هو كسر مُختزَل ⁘ $\frac{a^2}{b^2} = 2$ ⁘ $a^2 = 2b^2$ ⁘ a^2 من مضاعفات العدد 2 (زوجيّ).

⁘ a هو عدد زوجيّ أيضًا (لأن العدد الزوجيّ ناتج مربّع عدد زوجيّ دائمًا). ⁘ a^2 من مضاعفات العدد 4

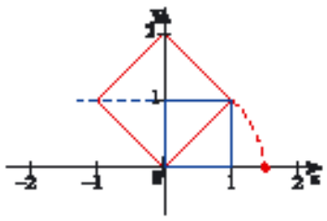
لكن $a^2 = 2b^2$ ⁘ $2b^2$ وهو أيضًا من مضاعفات العدد 4 ⁘ b^2 من مضاعفات العدد 2 ⁘ وعندئذٍ b عدد زوجيّ أيضًا، وهذا **يتناقض** مع الافتراض أن $\frac{a}{b}$ **كسر مُختزَل.**

أُعِدّت الرسومات في المهام الآتية للتوضيح، وقياسات الطول معطاة بالسم.

8. أ. جدوا مساحة المربّع الأزرق ومساحة المربّع الأحمر.

ب. سجّلوا طول ضلع المربّع الأحمر بمساعدة الرمز $\sqrt{\ }$.

ت. انسخوا الرسمة وسجّلوا على محور الأعداد (محور x) العدد المناسب لطول ضلع المربّع الأحمر.

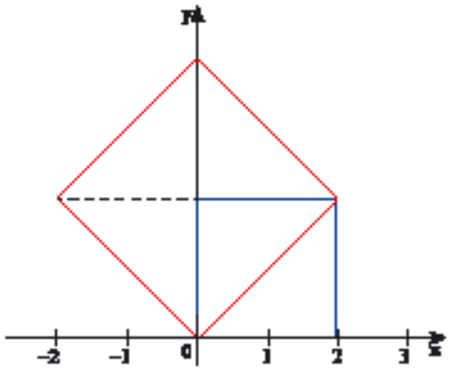


في أعقاب...

9. أ. جدوا مساحة المربّع الأزرق ومساحة المربّع الأحمر.

ب. سجّلوا طول ضلع المربّع الأحمر بمساعدة الرمز $\sqrt{\ }$.

ت. انسخوا الرسمة وسجّلوا على محور الأعداد (محور x) النقطة والعدد المناسب لطول ضلع المربّع الأحمر.



وجدنا في المهمّتين 8 وَ 9 مكان العددين $\sqrt{2}$ وَ $\sqrt{8}$ على محور الأعداد.

رأينا من خلال الأمثلة أن العدد غير النسبيّ الّذي صورته $\sqrt{a}$ (عندما يكون الجذر التربيعيّ عدد عشريّ لا نهائيّ وغير دوريّ) له مكان على محور الأعداد.

مجموعة مهامّ

1. حلّوا. هل هنالك حلول؟ إذا كانت الإجابة نعم فكم حل.

أ. $5x^2 = 125$

ب. $3x(x-2) - 8 = x(x-6)$

ت. $(x-2)(x+4) = 2x(x+1)$

ث. $(2x+2)(x-3) = x(x-4) - 6$

ج. $1 + 2x(x+7) = 7(2x+1)$

ح. $\frac{2x-3}{2} = x(x+1)$

2. انسخوا وجدوا بين أيّ عددين صحيحين متتاليين نجد كلّ عدد من الأعداد الآتية. افحصوا بواسطة الآلة الحاسبة.

أ. ☐ $< \sqrt{19} <$ ☐ ب. ☐ $< -\sqrt{68} <$ ☐ ت. ☐ $< \sqrt{120} <$ ☐

3. انسخوا وأكملوا $<$, $>$ أو $=$.

أ. $\sqrt{5}+\sqrt{7}$ ◯ $\sqrt{5+7}$

ب. $\sqrt{9}$ ◯ $3+\sqrt{3}$

ت. -2 ◯ $-\sqrt{4.5}$

ث. $-\sqrt{9}$ ◯ $-3+\sqrt{3}$

ج. $\frac{\sqrt{5}}{2}$ ◯ $\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{4}}$

ح. $\sqrt{5}$ ◯ $\frac{5}{\sqrt{5}}$

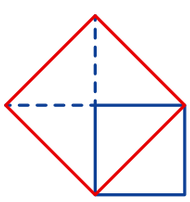
خ. $\frac{3}{5}$ ◯ $\frac{3}{\sqrt{5}}$

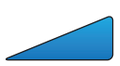
د. $\frac{3}{\sqrt{0.25}}$ ◯ $\frac{3}{0.25}$

4. عددان من بين الأعداد الآتية هما عددان غير نسبيين. جدوهما.

$\sqrt{4}$ $\sqrt{5}$ $-\sqrt{361}$ $\sqrt{0.16}$ $-\sqrt{10}$

5. مساحة المربّع الأزرق 8 سنتمترات مربّعة (أُعِدّت الرسمة للتوضيح).
احسبوا مساحة المربّع الأحمر وطول ضلع المربّع الأحمر.

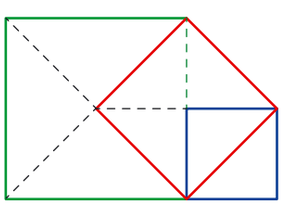




6. مساحة المربّع الأزرق 9 سنتمترات مربّعة (أُعِدّت الرسمة للتوضيح).

أ. احسبوا مساحة المربّع الأحمر
وطول ضلع المربّع الأحمر.

أ. احسبوا مساحة المربّع الأخضر
وطول ضلع المربّع الأخضر.

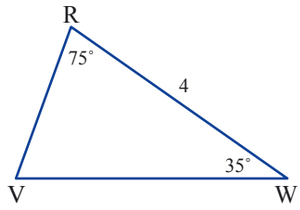


7. تظهر في الدرس قطعه معلومات فيها برهان أن $\sqrt{2}$ هو عدد غير نسبيّ.
اقرأوا البرهان وبرهنوا بطريقة شبيهة أن $\sqrt{3}$ هو عدد غير نسبيّ.

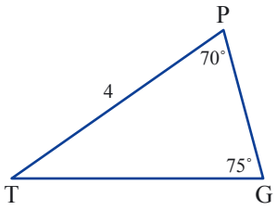
تطابق مثلثات

1. جدوا، في الرسمة، زوجًا من المثلّثات المتطابقة، وسجّلوا حسب أيّ نظرية يتطابق المثلثان (أُعِدّت الرسومات للتوضيح، وقياسات الطول معطاة بالسم).

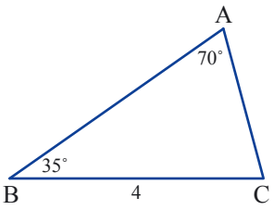
أ.



ب.



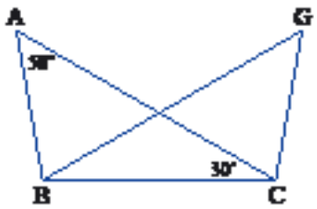
ت.



2. معطى $\Delta ABC \cong \Delta GCB$.

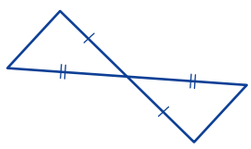
احسبوا مقدار الزوايا

$\sphericalangle G, \sphericalangle ABC, \sphericalangle GBC, \sphericalangle GBA, \sphericalangle BCG$.

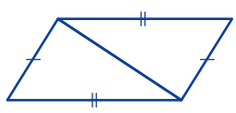


3. حدّدوا، في كلّ بند، بناءً على المعطيات المشار إليها في الرسمة هل يمكن الاستنتاج أنّ المثلثين متطابقان؟
إذا كانت الإجابة نعم فسجّلوا حسب أيّ نظرية؟

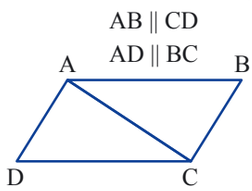
أ.



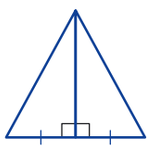
ب.



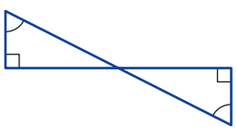
ت.



ث.



ج.



ح.