الوحدة الرابعة والعشرون: نختزل

الدرس الأوّل: اختزال كسور جبريّة

أمامكم أربعة تمارين ($a \neq 0$).

أ. $\frac{\blacksquare}{4\blacksquare}=4$ ب. $\frac{\blacksquare}{4\blacksquare}=\frac{1}{4}$ ت. $\frac{4+\blacksquare}{\blacksquare}=4$ ث. $\frac{4-\blacksquare}{\blacksquare}=4$

أيّ حلول صحيحة؟ أيّ حلول غير صحيحة؟ اشرحوا.

نختزل كسورًا وتعابير جبريّة.

1. أ. اختزلوا على 3 إذا كان الأمر ممكنًا. قارنوا بين قيمتيِ الكسر قبل الاختزال وبعده.

مثال: **مع** الاختزال $\frac{7\cdot 3}{3}=\frac{7\cdot \cancel{3}}{\cancel{3}}=7$

دون الاختزال $\frac{7\cdot 3}{3}=\frac{21}{3}=7$

$\frac{5\cdot 3}{3}$, $\frac{5+3}{3}$, $\frac{5\cdot 3}{2\cdot 3}$, $\frac{5+3}{2+3}$, $\frac{3}{2+3}$, $\frac{3}{2\cdot 3}$, $\frac{3\cdot 4+1}{3}$

ب. اختزلوا على 5 إذا كان الأمر ممكنًا. اذكروا الأعداد الّتي يُسمح تعويضها في كلّ تعبير.

$\frac{5\cdot a}{5}$, $\frac{5+a}{5}$, $\frac{5\cdot a}{5\cdot b}$, $\frac{5+a}{5+b}$, $\frac{5}{a+5}$, $\frac{5}{a\cdot 5}$, $\frac{5a+1}{5a}$, $\frac{5\cdot(a+1)}{5a}$

ت. اختزلوا إذا كان الأمر ممكنًا. اذكروا الأعداد الّتي يُسمح تعويضها في كلّ تعبير.

$\frac{a\cdot b}{a}$, $\frac{a+b}{a}$, $\frac{a\cdot b}{a\cdot c}$, $\frac{a+b}{a+c}$, $\frac{a}{a+c}$, $\frac{a}{a\cdot c}$, $\frac{5a+1}{a+1}$, $\frac{5(a+1)}{a+1}$

- نسمّي التعبير الجبريّ الذي فيه مقام "**كسر جبريّ**" أيضًا.
- **يمكن أن نختزل** أعدادًا أو تعابير جبريّة (لا تساوي 0) تظهر **كعوامل** في الكسر الجبريّ، إذا ظهرت في **البسط والمقام أيضًا**.

أمثلة: $\frac{5}{4\cdot 5}=\frac{1}{4}$ يمكن الاختزال على 5 $\frac{7\cdot a}{5\cdot a}=\frac{7}{5}$ $(a\neq 0)$ يمكن الاختزال على a

$\frac{7(a+3)}{a+3}=7$ $(a\neq -3)$ يمكن الاختزال على $(a+3)$.

- **لا يمكن أن نختزل** أعدادًا أو تعابير جبريّة تظهر **كمضافات** أو **كمطروح منها** في الكسر الجبريّ.

أمثلة: $\frac{5}{4-5}$, $\frac{7+a}{5+a}$ $(a\neq -5)$ لا يمكن أن نختزل، $\frac{7a+3}{a+3}$ $(a\neq -3)$ لا يمكن أن نختزل.

إذا كان في مقام الكسر الجبريّ متغيّرًا فنفحص، في البداية، أيّ أعداد تعويضها يعطينا **تعبيرًا غير معرّف**.
نجد في **مجال التعويض** جميع الأعداد الّتي **يمكن** تعويضها في التعبير الجبريّ.

أمثلة: **مجال تعويض** التعبير $\frac{5}{2a}$ هو جميع الأعداد باستثناء العدد 0. يمكن أن نكتب $a \neq 0$.

مجال تعويض التعبير $\frac{7a}{a+3}$ هو جميع الأعداد باستثناء العدد (-3). يمكن أن نكتب $a \neq -3$.

2. جدوا، في كلّ بند، مجال التعويض.

أ. $\frac{1}{a}$ ت. $\frac{7k}{2+k}$ ج. $\frac{5x}{2x-8}$

ب. $\frac{2}{m-3}$ ث. $\frac{t+3}{5-t}$ ح. $\frac{x}{x(x-4)}$

3. حدّدوا، في كلّ بند، صحيح أو غير صحيح واشرحوا. تطرّقوا إلى مجال التعويض (تطرّقوا إلى كل متغيِّر).

أ. $\frac{a \cdot b}{a \cdot c} = \frac{b}{c}$ ت. $\frac{a \cdot c - d \cdot h}{a} = c - d$ ج. $\frac{a(c-d)}{c-d} = a$

ب. $\frac{a+b}{a+c} = \frac{b}{c}$ ث. $\frac{ac-d}{a} = c - d$ ح. $\frac{ac-d}{c-d} = a$

4. اذكروا، في كلّ بند، مجال التعويض وحدّدوا هل التعبيرين متساويين؟ اشرحوا.

أ. x $\frac{2x \cdot 5}{10}$ ت. $\frac{2x \cdot 5}{10}$ $\frac{10x}{10}$

ب. $2x \cdot \frac{1}{2}$ $\frac{2x \cdot 5}{10}$ ث. $\frac{4x+x}{5}$ $\frac{2x \cdot 5}{10}$

5. أ. اكتبوا ثلاثة تعابير جبريّة تساوي التعبير $\frac{x}{2}$ $(x \neq 0)$.

ب. اكتبوا ثلاثة تعابير جبريّة تساوي التعبير $\frac{2}{x}$ $(x \neq 0)$.

معنى الكلمة "**صفر**" في التوراة " لا يوجد". سُمّي العدد صفر في الأصل **سبونيا** - كلمة هندية معناها فارغ. هنالك دلائل أثريّة تدل على أن الثقافات القديمة، في أميركا، استعملت الصفر في القرن الخامس قبل الميلادي.

تبنى الهنود الصفر "كحافظ مكان أو منزلة"، وقد أُعطي له رمز في القرن السادس.
كانت فكرة الصفر كحافظ منزلة أساسًا للطريقة العشريّة.
لذا نستطيع التمييز، على سبيل المثال، بين العدد 12 وأعداد أخرى،
مثل: 102, 1020, 1000002.
رمز العرب قبل حوالي 200 سنة إلى الصفر بواسطة دائرة فارغة وسمّوها "صفر" (كلمة معناها فارغ).
مع مرور الوقت، تُرجم "الصفر" من اللغة العربيّة إلى اليونانيّة ومن هناك إلى الكلمة zero باللغة الأجنبيّة وهكذا سُمِّي حتّى اليوم.
استُعملت الكلمة سيفرا حتى القرن الثامن عشر للإشارة إلى الصفر.
توسع استعمال هذه الكلمة لاحقًا في اللغات المختلفة إلى كلّ منزلة (مثلًا: **سيفرا** في اللغة العبريّة، **صيفرا** في اللغة الروسيّة).

مجموعة مهامّ

1. اذكروا، في كلّ بند، مجال التعويض، وحدّدوا هل يمكن الاختزال؟ اشرحوا.

أ. $\frac{a}{a+b}$ ت. $\frac{a}{a\cdot b}$ ج. $6-\frac{a}{3}$

ب. $\frac{a-b}{a}$ ث. $\frac{a\cdot b}{a+b}$ ح. $6\cdot\frac{a}{3}$

2. اذكروا، في كلّ بند، مجال التعويض واختزلوا.

أ. $\frac{6a}{9b}$ ب. $\frac{2\cdot a}{2}$ ت. $\frac{3}{a}\cdot\frac{a}{b}$ ث. $\frac{7}{2x}\cdot x$

3. اذكروا، في كلّ بند، مجال التعويض واختزلوا.

أ. $\frac{17(a+3)}{3(a+3)}$ ب. $\frac{a(b+c)}{3(b+c)}$ ت. $\frac{17(a+3)}{a\cdot 17}$ ث. $\frac{(a+b)(a-b)}{a-b}$

4. اذكروا، في كلّ بند، مجال التعويض واختزلوا.

أ. $\frac{6+a}{a}$ ت. $\frac{6a+8}{3}$ ج. $\frac{6a+b}{ab}$

ب. $\frac{6a+a}{a}$ ث. $\frac{6(a+8)}{3}$ ح. $\frac{6a+8}{6a+8}$

5. اذكروا، في كلّ بند، مجال التعويض واختزلوا.

أ. $\frac{3a}{6a}$ ب. $\frac{c}{d}+\frac{d}{c}$ ت. $\frac{6a}{2\hat{}a+1h}$

$\frac{3a+a}{6a}$ $\frac{c+d}{d+c}$ $\frac{6+a}{2\hat{}a+1h}$

$\frac{3a}{6+a}$ $\frac{c}{d}\cdot\frac{d}{c}$ $\frac{6\,a}{2+\hat{}a+1h}$

6. اذكروا، في كلّ بند، مجال التعويض وحدّدوا هل الحلّ صحيح أو غير صحيح؟ اشرحوا.

أ. $\frac{a\hat{}\cancel{c-dh}}{b\hat{}\cancel{c-dh}}=\frac{a}{b}$ ت. $\frac{a\hat{}\cancel{c-dh}}{a+\cancel{c-d}}=1$

ب. $\frac{a\hat{}\cancel{c-dh}}{b\cancel{c-d}}=\frac{a}{b}$ ث. $\frac{a\hat{}\cancel{c-dh}}{\cancel{c-d}}=a$

7. انسخوا وأكملوا. اذكروا مجال التعويض.

أ. $\frac{3x}{\quad}=x$ ب. $\frac{3x}{\quad}=1$ ت. $\frac{3x}{\quad}=\frac{1}{2}$ ث. $\frac{3x}{\quad}=\frac{1}{2}x$ ج. $\frac{3\hat{}x+1h}{\quad}=\frac{3}{2}$

8. أ. اكتبوا ثلاثة كسور جبريّة لا يمكن اختزالها. اذكروا مجال التعويض.

ب. اكتبوا ثلاثة كسور جبريّة يُسمح اختزالها. اذكروا مجال التعويض..

9. انسخوا، في كلّ بند، جميع التعابير الّتي تساوي التعبير المعطى في الإطار. اذكروا مجال التعويض للتعابير المتساوية.

أ. $\frac{8a}{2}$ $\frac{20a}{5}$ $\frac{2a\cdot 4}{2}$ $8a$ $\frac{4a}{a}$ 4 $4a$

ب. $\frac{8a}{a}$ $\frac{32a}{4}$ $\frac{24a}{3a}$ $8a$ $\frac{4a}{a}$ 4 $\frac{8a}{8}$

ت. $\frac{8+a}{a}$ $\frac{5(8+a)}{5a}$ $\frac{a+8}{a}$ 8 $\frac{a}{8+a}$ $8+1$ $\frac{8a}{a}$

10. جدوا، في كلّ بند، مجال التعويض.

أ. $\frac{ab-a}{2a}$ ب. $\frac{m-2}{m-5}$ ت. $\frac{m}{m+3}$ ث. $\frac{m-3}{(m+2)(m-1)}$

11. اكتبوا كسرًا جبريًّا بحيث يكون مجال تعويضه:

أ. جميع الأعداد ب. جميع الأعداد باستثناء العدد 8 ت. جميع الأعداد باستثناء (-8)

12. اكتبوا، في كلّ بند، مجال التعويض.

أ. $\frac{10}{x^2+25}$ ت. $\frac{10}{|x|+25}$ ج. $\frac{m-4}{2m-8}$

ب. $\frac{10}{x^2-25}$ ث. $\frac{10}{|x|-25}$ ح. $\frac{m-4}{|2m-8|}$

13. اكتبوا، في كلّ بند، مجال التعويض.

أ. $\frac{x-8}{|x|-x}$ ب. $\frac{x-8}{|x|+x}$ ت. $\frac{1}{x-\frac{1}{x}}$

الدرس الثاني: اختزال كسور جبريّة مع قوى

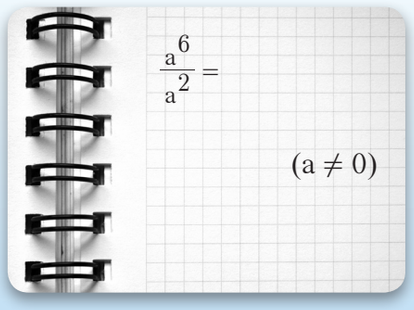
حلّ التلاميذ التمرين الآتي: $\frac{a^6}{a^2}$ $(a \neq 0)$

حلّ **رامي** كالتالي: $\frac{a^6}{a^2} = \frac{a^{\not 6}}{a^{\not 2}} = \frac{a^3}{a}$

حلّت **ليلى** كالتالي: $\frac{a^6}{a^2} = \frac{\not a \cdot \not a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a}{\not a \cdot \not a} = a^4$

حلّت **روما** كالتالي: $\frac{a^6}{a^2} = \frac{\not a^6}{\not a^2} = \frac{6}{2}$

أيُّهم حله صحيحًا؟ اشرحوا.



نختزل كسورًا جبريّة مع قوى.

1. اذكروا، في كلّ بند، مجال التعويض واختزلوا.

أ. $\frac{a^2}{a}$ ب. $\frac{4x}{x^2}$ ت. $\frac{xy}{x^3}$ ث. $\frac{ab^2}{a^2b}$

للتذكير

$a^2 = a \cdot a$ $a^3 = a \cdot a \cdot a$

مثال:

$\frac{ab^2}{a^2bc} = \frac{\not a \cdot b \cdot \not b}{\not a \cdot a \cdot \not b \cdot c} = \frac{b}{ac}$ $(a \neq 0,\ b \neq 0,\ c \neq 0)$

2. اذكروا، في كلّ بند، مجال التعويض واختزلوا.

أ. $\frac{a^3 \cdot 10}{5a^2}$ ب. $\frac{25xy}{10x^2y}$ ت. $\frac{36p^2k}{48p}$ ث. $\frac{7a^3b}{a^2b^2}$

3. اذكروا، في كلّ بند، مجال التعويض واختزلوا.

أ. $\frac{(a+b)b}{(a+b)^2}$ ت. $\frac{7(a+3)^2}{(a+3)}$ ج. $\frac{a(a-b)^2}{-(b-a)}$ خ. $\frac{\hat{}a-b\hat{}^2}{\hat{}-b+a\hat{}^2}$

ب. $\frac{(b-a)^2}{(b-a)}$ ث. $\frac{b+a}{\hat{}a+b\hat{}^2}$ ح. $\frac{(a-5)^2}{5(a-5)}$ د. $\frac{-12(a+3)^2}{-3\hat{}a+3\hat{}^2}$

4. طُلب من التلاميذ أن يختزلوا الكسر الجبريّ الآتي: $\frac{-5ab^2}{15}$

حلّ **يوسف** كالتالي: $\frac{(5a)^2}{15} = \frac{a^2}{3}$ حلّ **سليم** كالتالي: $\frac{-5ab^2}{15} = \frac{-25a^2}{15} = \frac{5a^2}{3}$

أيُّهما حله صحيحًا؟ اشرحوا.

5. انسخوا وأكملوا. اذكروا مجال التعويض.

أ. $\frac{-21a^3b^2}{\square} = 7ab$ ب. $\frac{\square}{3a^2b} = -\frac{2}{a}$ ت. $\frac{-a+1b^3}{\square} = a+1$

مجموعة مهامّ

1. اذكروا، في كلّ بند، مجال التعويض واختزلوا.

أ. $\frac{4x^2}{x}$ ب. $\frac{a}{a^3}$ ت. $\frac{8x}{4x^2}$ ث. $\frac{24c^3}{9c^2}$

2. اذكروا، في كلّ بند، مجال التعويض واختزلوا.

أ. $\frac{-3ab^2}{bc}$ ب. $\frac{2a^3b}{3a^2}$ ت. $\frac{-12}{3a^2}$ ث. $\frac{-12}{-3ab^2}$

3. اذكروا، في كلّ بند، مجال التعويض واختزلوا.

أ. $\frac{25xy}{10x^3y}$ ب. $\frac{-16m^3p}{32m^2p^2}$ ت. $\frac{16p^2k^3}{48pk^4}$ ث. $\frac{-20a^3b^4}{8a^2b^4}$

4. اذكروا، في كلّ بند، مجال التعويض واختزلوا.

أ. $\frac{(a+3)\cdot(a-3)}{(a-1)\cdot(a+3)}$ ب. $\frac{(a+3)^3\cdot(a-3)}{(a-3)\cdot(a+3)}$ ت. $\frac{(b-c)^3}{b-c}$ ث. $\frac{a+3}{7\cdot(a+3)^2}$

5. انسخوا وأكملوا. اذكروا مجال التعويض.

أ. $\frac{x^2}{\quad} = x$ ب. $\frac{5b^2}{\quad} = 5b$ ت. $\frac{12c^2}{\quad} = 3c$ ث. $\frac{8x^3}{\quad} = 2x$

6. انسخوا وأكملوا. اذكروا مجال التعويض.

أ. $\frac{7x^2}{\quad} = 7x$ ب. $\frac{\quad}{11ab} = b$ ت. $\frac{-12c^2d}{\quad} = 3c$ ث. $\frac{8x^3y}{\quad} = 2xy$

7. انسخوا وأكملوا. اذكروا مجال التعويض.

أ. $\frac{21x^2y}{\quad} = 7x$ ب. $\frac{11ab^3}{\quad} = \frac{ab}{2}$ ت. $\frac{\quad}{-4c^2d^2} = 3c$ ث. $\frac{8xy}{\quad} = \frac{1}{xy}$

8. انسخوا، في كلّ بند، جميع التعابير الّتي تساوي التعبير المعطى في الإطار. اذكروا مجال التعويض للتعابير المتساوية.

أ.	$\frac{a^2b^2}{3ab}$	$\frac{2a^2b^3}{6ab^2}$	$\frac{3ab^2}{ab}$	$\frac{4a^3b^2}{12a^2b}$	$\frac{a^3b^3}{3ab}$
ب.	$\frac{1}{a+5}$	$\frac{(a+5)^3}{(a+5)^2}$	$\frac{a+5}{(a+5)^2}$	$\frac{(a+5)^2}{(5+a)^3}$	$\frac{a+5}{5+a^2}$
ت.	$\frac{2x^2}{y^2x}$	$\frac{(2x)^2}{2y^2}$	$\frac{6x^2y}{3xy^3}$	$\frac{14xy}{7y^2}$	$\frac{14x^3y^2}{7y^4x^2}$
ث.	$\frac{(x-3)^2}{(x-3)^3}$	$\frac{(3-x)^2}{(x-3)^3}$	$\frac{(x-3)}{(x-3)^2}$	$\frac{1}{x-3}$	$\frac{(x-3)^2}{(3-x)^3}$
ج.	$\frac{b-a}{a-b}$	$\frac{(a-b)^2}{(b-a)^2}$	$\frac{(b-a)^2}{(a-b)^2}$	$\frac{b^2-a^2}{a^2-b^2}$	$-\frac{a-b}{b-a}$

الدرس الثالث: التحليل إلى عوامل واختزال

طُلب من تلاميذ الصفّ الثامن أن يعوضوا أزواجًا من الأعداد في التعبير الآتي: $\frac{a-b}{2a-2b}$

أزواج من الأعداد للتعويض: $a=4\ ,\ b=8$ | $a=3\ ,\ b=7$ | $a=4\ ,\ b=3$ | $a=-4\ ,\ b=3$

توصل التلاميذ إلى استنتاج مفاجئ.

عوّضوا وافحصوا الاستنتاج الّذي توصل إليه التلاميذ.

نتعلّم كيفيّة الاختزال بواسطة التحليل إلى عوامل.

1. تطرّقوا إلى المعطيات الّتي وردت في مهمّة الافتتاحيّة.

أ. عوّضوا زوجًا من الأعداد من عندكم وحلّوا. على ماذا حصلتم؟

ب. جدوا مجال التعويض.

ت. قال **عامر**: لا توجد حاجة لتعويض أعداد. أنا أرى أن المقام أكبر بضعفين من البسط، لذا تكون النتيجة $\frac{1}{2}$ عندما نعوّض أعدادًا من مجال التعويض.

هل قول **عامر** صحيح؟ اشرحوا.

ث. اخرجوا عاملًا مشتركًا واختزلوا.

2. أمامكم كسر جبريّ $\frac{7a+21}{a+3}$

أ. جدوا مجال التعويض.

ب. هل هنالك عامل مشترك للمضافين في التعبير الموجود في البسط؟ ما هو؟

ت. اختزلوا الكسر الجبريّ إذا كان الأمر ممكنًا. استعينوا بإخراج عامل مشترك.

يمكن أحيانًا أن نختزل كسرًا جبريًّا بواسطة إخراج **عامل مشترك**.
هكذا نحوّل مجموع (في البسط أو المقام) إلى تعبير ضرب.

مثال: $\frac{4a+4b}{8c}$

مجال التعويض:

لـ a - جميع الأعداد،

لـ b - جميع الأعداد،

لـ c - جميع الأعداد باستثناء العدد 0 لذا نسجّل: $c \neq 0$

نحلّل إلى عوامل ونسجّل البسط كتعبير ضرب: $\frac{4a+4b}{8c}=\frac{4\cdot(a+b)}{8c}$

نختزل ونحصل على: $\frac{\cancel{4}^{1}\cdot(a+b)}{\cancel{8}_{2}c}=\frac{a+b}{2c}$

3. سجّلوا، في كلّ بند، مجال التعويض. اخرجوا عاملًا مشتركًا واختزلوا.

أ. $\frac{ab}{6a+6b}$ ث. $\frac{5ab+a}{5ab}$ خ. $\frac{ab-b^2}{a-b}$

ب. $\frac{ax-ay}{3a}$ ج. $\frac{6x-30}{12}$ د. $\frac{x^2-5x}{2x-10}$

ت. $\frac{8a+8b}{4c}$ ح. $\frac{a^2+ab}{a+b}$ ذ. $\frac{3a+6}{2a+4}$

4. حدّدوا، في كلّ بند، هل التعبيران متساويان؟

أ. $\frac{x}{2}-10$ $\frac{5x-10}{10}$ ت. x^2+5x-1 $\frac{10x^2+5x-10}{10}$

ب. $\frac{5x}{10}-1$ $\frac{5x-10}{10}$ ث. $6x^2+2x+3$ $\frac{18x^2+6x+9}{3}$

5. أمامكم تعبيران جبريّان: $\frac{6x^2-12x}{x-2}$ $6x$

أ. هل التعبيران متساويان؟

ب. قالت **عدن**: التعبيران غير متساويين، لأنّه إذا عوّضنا فيهما $x = 2$ فنحصل في أحدهما على النتيجة 12 والتعبير الثاني يكون غير معرّف.

قال **أمين**: التعبيران متساويان، لأنّنا نحدّد المساواة بين تعبيرين حسب مجال التعويض المشترك لإثناهما، وَ $x = 2$ لا يقع في هذا المجال.

أيُّهما قوله صحيح؟

6. أمامكم تعبير جبري: $\frac{5x-10}{2-x}$

أ. عوّضوا الأعداد الآتية: $1, 4, 0, -2$.

على ماذا حصلتم؟

ب. اخرجوا عاملًا مشتركًا.

ما هي العلاقة بين التعبيرين اللذين حصلتم عليهما في البسط والمقام؟ هل يمكن اختزالهما؟ اشرحوا.

7. سجّلوا، في كلّ بند، مجال التعويض. اخرجوا عاملًا مشتركًا واختزلوا.

أ. $\frac{3x^2-6x^3}{x}$ ت. $\frac{3x^2-6x^3}{3x^2+6x^3}$ ج. $\frac{3x^2-6x^3}{3x^3-6x^2}$

ب. $\frac{x^2}{3x^2-6x^3}$ ث. $\frac{3x^2-6x^3}{6x^3-3x^2}$ ح. $\frac{3x^2-6x^3}{6x^2-3x}$

مجموعة مهامّ

1. سجّلوا، في كلّ بند، مجال التعويض. اخرجوا عاملًا مشتركًا واختزلوا.

أ. $\frac{4m+4p}{12}$ ب. $\frac{ab-a}{a}$ ت. $\frac{5m-5k}{3m-3k}$ ث. $\frac{4a-12}{3b-12}$

2. سجّلوا، في كلّ بند، مجال التعويض. اخرجوا عاملًا مشتركًا واختزلوا.

أ. $\frac{x+y}{3x+3y}$ ب. $\frac{9x+9y}{3x+3y}$ ت. $\frac{9x+9y}{x+9y}$ ث. $\frac{5m-5k}{\text{^}m-kh\text{^}m+kh}$

3. سجّلوا، في كلّ بند، مجال التعويض. اخرجوا عاملًا مشتركًا واختزلوا.

أ. $\frac{6x^3-12x^2}{6x}$ ب. $\frac{6x^3+x^4}{6}$ ت. $\frac{6x^3-x^4}{6-x}$ ث. $\frac{6x^3-x^4}{x^2-6x}$

4. سجّلوا، في كلّ بند، مجال التعويض، وافحصوا هل التعبيران متساويان؟

أ. $\frac{x^2-x^3}{3x}$ $\frac{x-x^2}{3}$ ب. $\frac{2x^2-5}{x-5}$ $2x$ ت. $\frac{15a^2-5a}{5a}$ $3a-1$

5. انسخوا وأكملوا. اذكروا مجال التعويض.

أ. $\frac{4a-12}{\quad} = a-3$ ب. $\frac{4a-12}{\quad} = 4$ ت. $\frac{4a-12}{\quad} = 2a-6$

6. انسخوا وأكملوا. اذكروا مجال التعويض.

أ. $\frac{5a-10}{\quad} = 5$ ب. $\frac{4a-12}{\quad} = -1$ ت. $\frac{3a-18}{\quad} = 3$

$\frac{5a-10}{\quad} = a-2$ $\frac{4a-12}{\quad} = -4$ $\frac{3a-18}{\quad} = a-6$

$\frac{\quad}{-2} = a-2$ $\frac{\quad}{4a-12} = -2$ $\frac{\quad}{3a-18} = -1$

7. أمامكم أربعة تعابير: $x^2 - 7x$ $\quad x^2 + 7x$ $\quad 7x$ $\quad x$

ابنوا، في كلّ بند، كسرًا جبريًّا مساويًا من التعابير المعطاة (سجِّلوا مجال التعويض).

أ. $x + 7$ $\quad$ ب. $\frac{1}{7}$ $\quad$ ت. $\frac{x-7}{x+7}$ $\quad$ ث. $\frac{7}{x-7}$

8. سجّلوا، في كلّ بند، مجال التعويض، وحدّدوا هل الحلّ صحيح؟ إذا كان الحلّ غير صحيحًا فصححوه.

أ. $\frac{ac-dc}{c} = a - dc$ $\quad$ ت. $\frac{9x+27}{2x+6} = \frac{9}{2}$ $\quad$ ج. $\frac{ac+bc}{(a+b)^2} = c$

ب. $\frac{3ab \cdot 4a}{6ab} = 2a$ $\quad$ ث. $\frac{x^2-4x}{4-x} = x$ $\quad$ ح. $\frac{b^2-ab}{a^2-ab} = -\frac{b}{a}$

9. انسخوا جميع التعابير الّتي تساوي التعبير $-\frac{1-x}{x-1}$.

اذكروا مجال التعويض.

أ. $\frac{-^\wedge 1-xh}{x-1}$ $\quad$ ب. $\frac{x-1}{1-x}$ $\quad$ ت. $\frac{1+x}{x-1}$ $\quad$ ث. -1 $\quad$ ج. 1 $\quad$ ح. $\frac{1-x}{-^\wedge x-1h}$

10. افحصوا، في كلّ بند، كلّ مساواة. انسخوا الصحيحة منها، ثم صححوا غير الصحيحة.

أ. $\frac{a+b}{b+a} = 1$ $\quad a \neq -b$ $\quad$ ب. $\frac{a-b}{b-a} = 1$ $\quad a \neq b$

$\frac{a+b}{-b-a} = 1$ $\quad a \neq -b$ $\quad$ $\frac{a-b}{-b-a} = 1$ $\quad a \neq -b$

$\frac{a+b}{-(b+a)} = 1$ $\quad a \neq -b$ $\quad$ $\frac{a-b}{-^\wedge b+ah} = 1$ $\quad a \neq -b$

$\frac{a+b}{-(-a-b)} = 1$ $\quad a \neq -b$ $\quad$ $\frac{a-b}{-^\wedge b-ah} = 1$ $\quad a \neq b$

11. أ. افحصوا هل كلّ مساواة صحيحة؟

$\frac{5^2-1}{5-1} - 1 = 5$ $\quad$ $\frac{4^2-1}{4-1} - 1 = 4$ $\quad$ $\frac{3^2-1}{3-1} - 1 = 3$

ب. ما هي نتيجة $\frac{97^2-1}{97-1} - 1$؟

ت. بسّطوا التعبير $\frac{a^2-1}{a-1} - 1$ $\quad (a \neq 1)$.

على ماذا حصلتم؟

الدرس الرابع: حلّ معادلات بمساعدة الاختزال

أمامكم معادلتان.

$x^2 - 5x = 0$ $\qquad$ $\frac{x^2-5x}{x-5}=0$

هل هنالك نفس الحلول للمعادلتين؟ اشرحوا.

نحلّ معادلات ومتباينات مع متغيِّر في المقام.

1. معطاة المعادلة $\frac{x^2-5x}{x-5}=0$.

أ. ما هو مجال التعويض في المعادلة؟

ب. اخرجوا عاملًا مشتركًا، اختزلوا، وحلّوا المعادلة.

ت. كم حلًّا يوجد للمعادلة؟ هل جميع الحلول ممكنة؟ اشرحوا.

2. أ. حلّوا المعادلة $x^2 - 5x = 0$.

ب. هل هنالك نفس الحلول للمعادلات في المهمتين 1 وَ 2 ؟ افحصوا فرضيتكم في مهمّة الافتتاحيّة.

عندما نحلّ معادلات فيها متغيِّر في المقام:

- نجد، في البداية، مجال التعويض.
  انتبهوا، يمكن اختزال أو الضرب في تعبير جبريّ فقط إذا كان **لا يساوي صفرًا.**
- نحل المعادلة.
- نفحص هل جميع الحلول ممكنة، هذا يعني، هل تقع في مجال التعويض؟

مثال: مجال تعويض المعادلة $\frac{x^2-7x}{x}=0$ هو $x \neq 0$

يمكن حلّ المعادلة $\frac{x^2-7x}{x}=0$ بطرق مختلفة. مثلًا:

الطريقة أ: بمساعدة الاختزال

$$\frac{\cancel{x}(x-7)}{\cancel{x}}=0$$

$$x - 7 = 0$$

$$x = 7$$

الطريقة ب: بمساعدة الضرب في مقام مشترك

$$\frac{x(x-7)}{x}=0 \quad /\cdot x$$

$$x(x - 7) = 0$$

$$x = 0 \text{ أو } x = 7$$

الحلّ $x = 0$ غير مناسب لمجال التعويض، لذا الحلّ غير ممكن.

الحلّ الوحيد هو $x = 7$

انتبهوا، يُسمح الضرب في x أو الاختزال على x لأنّ $x \neq 0$.

هذا يعني أنّنا ضربنا أو اختزلنا طرفِي المعادلة بعدد لا يساوي صفر.

3. سجّلوا مجال التعويض وحلّوا.

أ. $\frac{x^2-6x}{x}=0$ ت. $\frac{x^2+4x}{x+4}=2$ ج. $\frac{x^2-3x}{x-3}=-9$

ب. $\frac{x^2+8x}{x+8}=0$ ث. $\frac{x^2-x}{x}=-2$ ح. $\frac{x^3-3x^2}{x-3}=-9$

4. سجّلوا مجال التعويض وحلّوا.

أ. $\frac{4x-4}{4}>1$ ت. $\frac{2x^2}{2}<0$ ج. $\frac{5x^2}{5}>0$

ب. $\frac{6x-18}{6}<-1$ ث. $\frac{20-5x}{5}>3$ ح. $\frac{7x-21}{7}>-3$

5. انسخوا، في كلّ بند، المعادلة $\frac{x^2+11x}{2x+22}=$ أكملوا عددًا في الطرف الأيمن بحيث تحصلون على معادلة حلّها:

أ. $x=0$ ب. $x=1$ ت. $x=3$

1. سجّلوا مجال التعويض وحلّوا.

أ. $\frac{7x+14}{7}=3$ ب. $\frac{2x+8}{4}=x$ ت. $\frac{x^2-7x}{x}=2$

2. سجّلوا مجال التعويض وحلّوا.

أ. $\frac{x^2+3x}{x}=2x$ ب. $\frac{x^2+3x}{x}=-3$ ت. $\frac{x^2+3x}{x+3}=2x$

3. سجّلوا مجال التعويض وحلّوا.

أ. $\frac{x^2+2x}{x+2}=\frac{9x-3}{3}$ ب. $\frac{5x^2-20}{3x^2-12}=x+\frac{2}{3}$ ت. $\frac{25-5x}{5}=\frac{3x-6}{3}$

4. جدوا معادلات حلولها $x=-6$.

أ. $\frac{x^2+6x}{x}=0$ ت. $\frac{x^2-6x}{x-6}=6$ ج. $\frac{6x-x^2}{6-x}=6$

ب. $\frac{x^2-6x}{x}=0$ ث. $\frac{x^2-6x}{6-x}=6$ ح. $\frac{6x-x^2}{x-6}=6$

5. سجّلوا مجال التعويض وحلّوا.

أ. $\frac{3x-6}{3}<0$ ب. $\frac{7x-49}{7}>4$ ت. $\frac{25x^2}{5}>0$

6. سجّلوا مجال التعويض، اختزلوا وحلّوا.

أ. $\frac{7-14x}{7}<3$ ب. $\frac{7-14x}{14}<-3$ ت. $\frac{7-14x}{1-2x}>7-x$

7. حلّوا.

أ. $\frac{8x^2+x^3}{2x+16}<-3$ ب. $\frac{9x-x^2}{x-9}>0$ ت. $\frac{2x^2+8}{2}<4$

8. معلوم أن $\frac{4a+10}{12a}=5$ $(a\neq 0)$

جدوا، في كلّ بند، قيمة التعبير دون أن تجدوا، في البداية، قيمة a.

أ. $\frac{2a+5}{6a}=$ ت. $\frac{4a+10}{6a}=$

ب. $\frac{2a+5}{12a}=$ ث. $\frac{12a}{4a+10}=$

نحافظ على لياقة رياضيّة

النسبة

1. النسبة بين عدد الأولاد إلى عدد البنات بين أطفال البلدة الجديدة "أجيال" هي 4:5.
(هذا يعني أنّه مقابل 4 أولاد هنالك 5 بنات).

أ. هل يمكن أن يكون في البلدة 20 ولدًا وَ 25 بنتًا؟ اشرحوا.

ب. هل يمكن أن يكون في البلدة 22 ولدًا وَ 27 بنتًا؟ اشرحوا.

ت. إذا كان عدد الأولاد في البلدة 16 فما هو عدد البنات؟

ث. إذا كان عدد البنات في البلدة 15 فما هو عدد الأولاد؟

ث. إذا كان في البلدة18 طفلًا فكم ولدًا وكم بنتًا في البلدة؟

2. النسبة بين دخل ومصاريف عائلة سليم في الشهر هي 10:9.

أ. هل دخل عائلة سليم أكثر من مصاريفها أم بالعكس؟ اشرحوا.

ب. كان دخل عائلة سليم في شهر أغسطس 12,000 شاقلًا. كم كانت المصاريف في هذا الشهر؟

3. أمامكم نسب، جدوا من بينها النسب الّتي تساوي 5:7.

أ. 50:70 ب. $5x:7x$ $(x > 0)$ ت. 7:5 ث. 14:10 ج. 15:14 ح. 20:28

4. حلّوا المعادلات.

أ. $\frac{x}{5} = \frac{4}{10}$ ث. $\frac{x}{8} = \frac{1}{4}$ خ. $\frac{x}{9} = \frac{1}{3}$

ب. $\frac{x}{10} = \frac{4}{10}$ ج. $\frac{x+1}{8} = \frac{1}{4}$ د. $\frac{x+1}{9} = \frac{1}{3}$

ت. $\frac{x}{20} = \frac{4}{10}$ ح. $\frac{x-4}{8} = \frac{1}{4}$ ذ. $\frac{x-4}{9} = \frac{1}{3}$

5. النسبة بين عُمرَيْ أخوين هي 2:7. مجموع عُمريهما هو 18.
جدوا عُمرَيْ الأخوين.

6. بودّنا أن نقسِّم حبلًا طوله 28 مترًا إلى قسمين بنسبة 2:5. ماذا يكون طول كلّ قسم؟

7. رسم كلّ تلميذ قطعة طولها 24 سم.

أ. قسّم **أيوب** القطعة بنسبة 1:2.
ما هما طولا القطعتان؟

ب. قسّم **حامد** القطعة بنسبة 1:5.
ما هما طولا القطعتان؟

ت. قسّم **يوسف** القطعة بنسبة 5:7.
ما هما طولا القطعتان؟