الوحدة الثالثة والعشرون: أجسام في الفراغ - منشور ثلاثيّ

الدرس الأول: عمود للمستوى

أيّ برج عموديّ مع الأرض؟

ساعة بيج بن في لندن

برج بيزا في إيطاليا

نتعلّم عن العمود للمستوى.

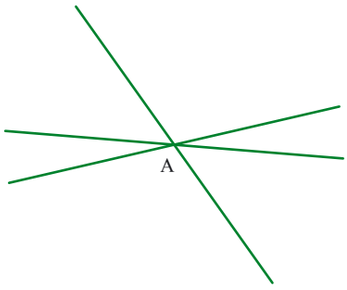
1. ضعوا، في كلّ بند، قلم الرصاص بحيث يكون عموديًّا:

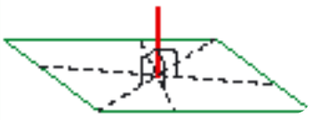
أ. للطاولة ب. للكتاب ت. لأرضيّة العرفة ث. للحائط

2. أمامكم ثلاثة مستقيمات تمرّ عبر النقطة A.

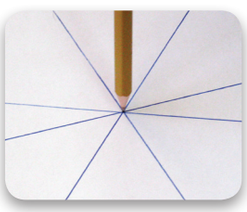
ضعوا قلم الرصاص على النقطة A بحيث يكون عموديًّا لصفحة الكتاب.

أيّ زاوية نتجت بين كلّ مستقيم رسمتموه وقلم الرصاص؟





المستقيم العموديّ لجميع المستقيمات، في المستوى، الّتي تمر في نقطة تقاطعه مع المستوى نسمِّيه **عموديًّا للمستوى.**



انتبهوا، قلم الرصاص عموديّ للمستقيمات في الصورة، لكن لا تبدو الزوايا قائمة بين المستقيمات وقلم الرصاص.

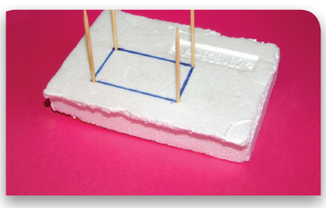
3. تمعَّنوا في زاوية (قرنة) سقف الصّف واذكروا مستقيمًا معامدًا للسقف.

صناديق

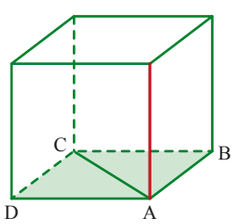
للتذكير

- نسمِّي الصندوق الّذي فيه سطحان رباعيّان **"صندوق رباعيّ"**.
  مثال: الصندوق المبنيّ من مربّعين قياسهما 3 سم × 3 سم ومن أربعة مستطيلات قياساتها 7 سم × 3 سم.
- نسمِّي الصندوق الّذي جميع سطوحه مربّعات **"مكعّب"**.
  مثال: الصندوق المبنيّ من ستّة مربّعات قياساتها 3 سم × 3 سم.

4. ابنوا قسمًا من نموذج الصّندوق (على كلكار) حسب المراحل الآتية.
   أ. ارسموا مستطيلًا على الكلكار.
   اغرزوا 4 مساوك لها نفس الطّول بشكل عموديّ للكلكار. حصلتم على قسم من نموذج الصّندوق (انظروا الرسمة).
   ب. ما هو شكل كلّ سطح في الصندوق؟

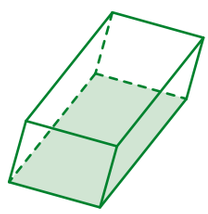


5. أ. هل الضلع (الحرف) **الأحمر** للصندوق معامد للسّطح **الأخضر**؟
   ب. استعينوا بنموذج الصندوق الّذي بنيتمُوه. وافحصوا:
   هل تعامد القطعة **الحمراء** كلّ قطعة من القطع **الخضراء**؟

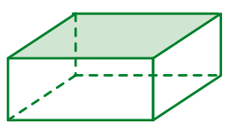


6. أمامكم رسومات صناديق "شفّافة".
   استعينوا بنموذج الصّندوق الّذي بنيتمُوه ولوّنوا جميع الأضلاع الّتي تعامد السطح **الأخضر**.

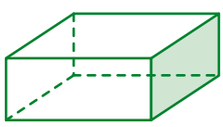
أ.



ب.

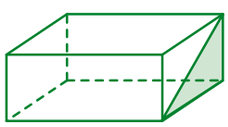


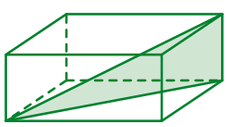
ت.

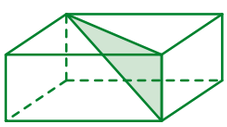


في أعقاب...

7. حدّدوا، في كلّ بند، هل المثلّث المرسوم قائم الزاوية؟ (استعينوا بنموذج الصندوق الّذي بنيتمُوه.)
إذا كانت الإجابة نعم فأين الزاوية القائمة؟ اشرحوا.

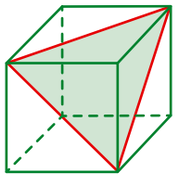
أ.


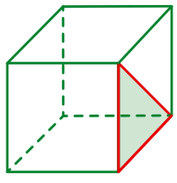
ب.


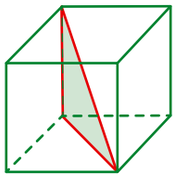
ت.


نفكّر بـ ...

8. أمامكم ثلاثة مكعّبات. رُسم مثلّث في كلّ مكعّب.



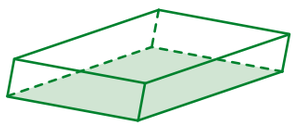


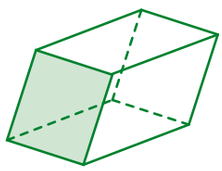


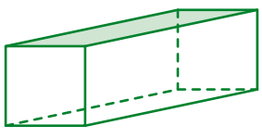
أيّ مثلّث محيطه هو الأكبر؟
أي مثلّث محيطه هو الأصغر؟ اشرحوا.

مجموعة مهامّ

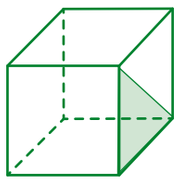
1. رُسم صندوق "شفّاف" في كلّ بند.
لوّنوا جميع الأضلاع المتعامدة مع السطح **الأخضر**. استعينوا بنموذج الصندوق.

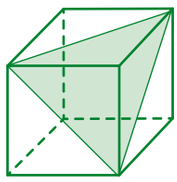
أ.


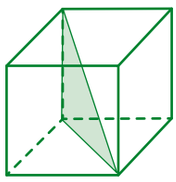
ب.


ت.


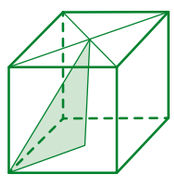
2. ابنوا نموذجًا للمكعّب على الكلكار.
جدوا، في كلّ بند، هل المثلّث الأخضر متساوي الأضلاع أو قائم الزاوية؟
(استعينوا بنموذج المكعّب الّذي بنيتمُوه.)

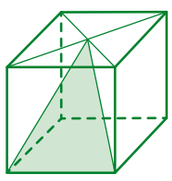
أ. 

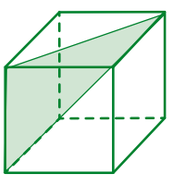
ب. 

ت. 

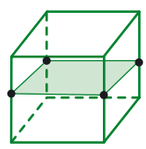
3. ابنوا نموذجًا للمكعّب على الكلكار.
جدوا، في كلّ بند، هل المثلّث الأخضر متساوي الساقين أو قائم الزاوية؟
(استعينوا بنموذج المكعّب الّذي بنيتمُوه.)

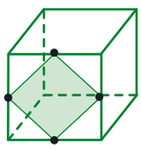
أ. 

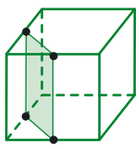
ب. 

ت. 

4. النّقاط البارزة، في الرّسومات الّتي أمامكم، هي منتصفات أضلاع مكعّبات شفافة.
جدوا، في كلّ بند، نوع الشكل الرباعيّ **الأخضر** وارسموا الشكل الرباعيّ. (استعينوا بنموذج المكعب الّذي بنيتمُوه.)

أ. 

ب. 

ت. 

5. أمامكم صورة تمثال في حديقة التّماثيل.
هذا التّمثال من إبداع الفنان ابرهام بورنشتين.
هل ترون في التّمثال قضيبًا عموديًّا للأرض؟
إذا كانت الإجابة نعم، أيّ قضيب؟

الدرس الثاني: منشور ثلاثيّ

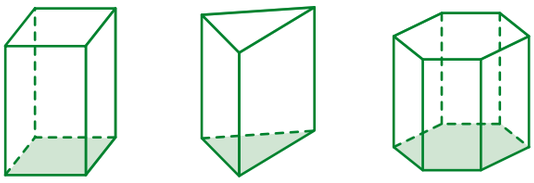
بماذا تتشابه كلّ من خيمة الكشّافة، قطعة الجبنة وقطعة الشّوكولاطة؟ ماذا نسمِّي هذا الجسم؟

نتعرَّف على هذا الجسم وعلى العائلة الّتي ينتمي إليها.

1. أمامكم رسومات لثلاثة أجسام.

أ. سجلوا اسمًا لكل مضلع أخضر.

ب. بماذا تتشابه، وبماذا تختلف الأجسام الآتية؟



الأجسام المرسومة في مهمّة 1 هي **مناشير قائمة.**

في المنشور القائم، الأضلاع (الأحرف) الجانبيّة معامدة للقاعدة.

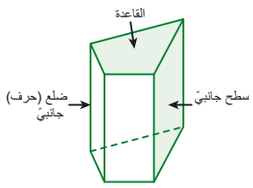
للتذكير: نسمّي ضلع المنشور **"حرف"** أيضًا.

جميع المناشير التي نتناولها، في هذه الوحدة، هي مناشير قائمة.

يوجد للمنشور قاعدتان وهما مضلّعان متطابقان.

السّطوح الأخرى للمنشور نسمِّيها سطوحًا جانبيّة.

مثال:



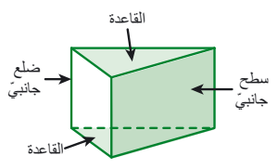
2. أ. ابنوا نموذجًا لمنشور قائم، بحيث تكون قاعدتاه مثلّثة: أُرسُموا مثلّثًا على الكلكار.

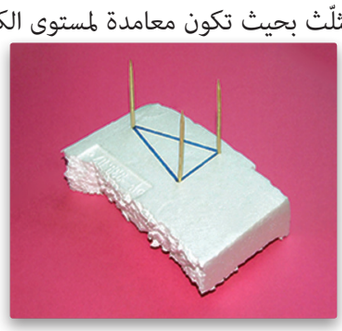
اغرزوا مساوك طولها متساوٍ في رؤوس المثلّث بحيث تكون معامدة لمستوى الكلكار.

ب. كم قاعدة يوجد للمنشور؟

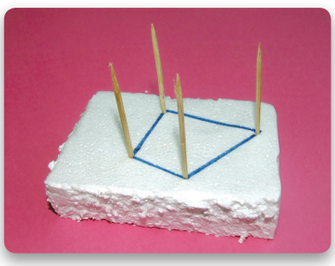
ت. كم سطحًا جانبيًّا يوجد للمنشور؟

ث. ما هو شكل كلّ سطح جانبيّ؟





3. أ. اِبنُوا نموذجًا لمنشور قاعدتاه شكل رباعيّ.

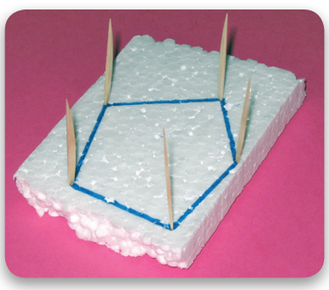


أُرسُموا شكلاً رباعيًّا على الكلكار.

اغرزوا مساوك طولها متساوٍ في رؤوس الشّكل الرّباعيّ بحيث تكون معامدة لمستوى الكلكار.

- كم قاعدة يوجد للمنشور؟
- كم سطحًا جانبيًّا يوجد للمنشور؟
- ما هو شكل كلّ سطح جانبيّ؟

ب. اِبنُوا نموذجًا لمنشور قاعدتاه شكل خماسيّ.



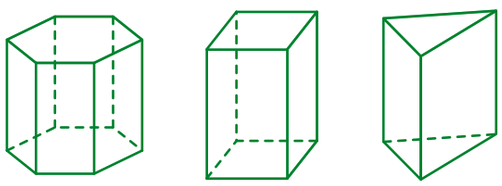
ارسموا شكلًا خماسيًّا على الكلكار.

اغرزوا مساوك طولها متساوٍ في رؤوس الشّكل الخماسيّ بحيث تكون معامدة لمستوى الكلكار.

- كم قاعدة يوجد للمنشور؟
- كم سطحًا جانبيًّا يوجد للمنشور؟
- ما هو شكل كلّ سطح جانبيّ؟؟

نسمّي المناشير حسب اسم قاعدتِي المنشور.

أمثلة:

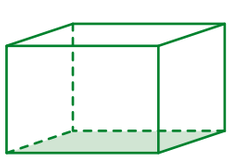


4. خيمة الكشّافة، قطعة الجبنة وقطعة الشّوكولاطة هي مناشير.

أ. ما هو اسم هذه المناشير؟

ب. أشيروا إلى قاعدة واحدة في كلّ منشور.

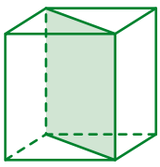
5. الصّندوق هو منشور. ما هو شكل قاعدته؟



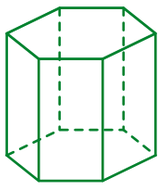
قال **راني**: كلّ سطح في الصندوق يمكن أن يكون قاعدة.

هل قول **راني** صحيح؟

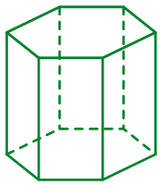
6. قُسِّم صندوق على طول قُطريِ القاعدتين ونتج منشورين (انظروا الرّسمة).
ما هما المنشوران اللّذان نَتَجا؟



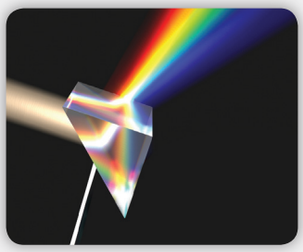
7. أ. قسِّموا المنشور السداسّي الّذي يظهر في الرسمة إلى منشورين رباعييّن.



ب. قسِّموا المنشور السداسيّ الّذي يظهر في الرسمة إلى منشورين
أحدهما ثلاثيّ والآخر خماسيّ.



عاش العالِم الإنجليزي المشهور ايزيك نيوتن (Isaac Newton) قبل حوالي 300 سنة. بعد أنْ أجرى تجارب كثيرة، اكتشف أنّ حزمة الضّوء الّتي تمر عبر منشور زجاجي تتوزع إلى حُزم ضوء بألوان قوس قزح: بنفسجيّ، أزرق، أخضر، أصفر، برتقالي وأحمر.



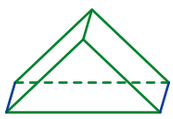
شرح نيوتن ذلك بأن "الضّوء الأبيض" مكوَّن من حُزم ملونة تنتشر بشكل متوازٍ لبعضها. نتيجةً لذلك، لا تستطيع العين أنْ تميِّز الألوان، لذا نشعر أنّ "الضوء أبيض". إذا مرَّ الضّوء الأبيض عبر منشور زجاجيّ، تنتشر الحُزم الملونة باتجاهات مختلفة، وعندئذٍ تستطيع العين أنْ تميِّز الألوان الّتي تكوِّنه.

مجموعة مهامّ

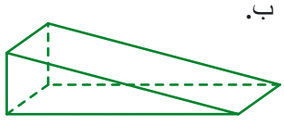
1. جِدوا مناشير في بيئتكم المحيطة.
أحضِروها إلى الصّف في الدرس القادم، أو صوّروها واحضِروا صورًا.

2. جميع المناشير الآتية هي مناشير ثلاثيّة. لوّنوا قاعدة واحدة في كلّ منشور.

أ.



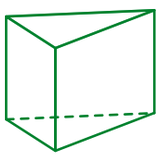
ب.



ت.

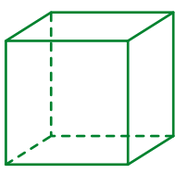
ث.

3. أ. أمامكم رسمة منشور ثلاثي.



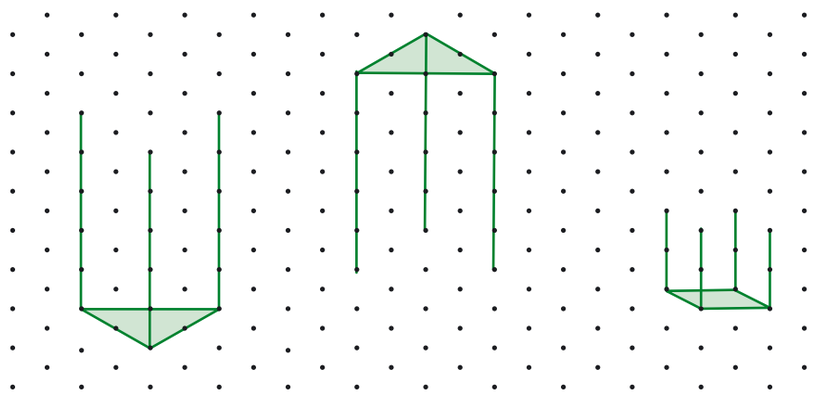
- كم رأسًا يوجد للمنشور الثلاثيّ؟
- كم ضلعًا (حرفًا) يوجد للمنشور الثلاثيّ؟
- كم سطحًا يوجد للمنشور الثلاثيّ؟

ب. أمامكم رسمة صندوق.



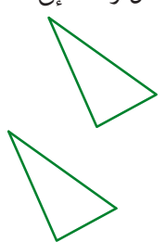
- كم رأسًا يوجد للصندوق؟
- كم ضلعًا (حرفًا) يوجد للصندوق؟
- كم سطحًا يوجد للصندوق؟

4. أكملوا كلّ رسمة إلى منشور.



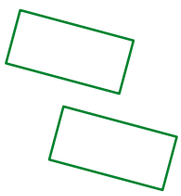
5. أكملوا كلّ رسمة إلى منشور. اذكروا، في كلّ بند، نوع المنشور الّذي حصلتم عليه.

أ.



ب.

ت.



6. أمامكم خمسة حروف، باللغة الإنجليزيّة، ثلاثيّة الأبعاد.

أ. أيّ حروف رُسمت كمناشير؟

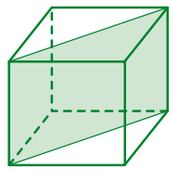
ب. لكلّ منشور (من بند أ)، سجِّلوا اسم المضلّع الّذي يشكل القاعدة؟

ت. أُرسُموا حرفًا باللغة العبرية أو العربية، بحيث يكون منشورًا ثلاثيّ الأبعاد.

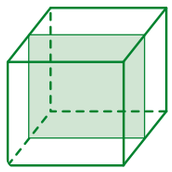
7. قُسِّم مكعّب حسب المقطع الأخضر.

أُذكُروا، في كلّ بند، المناشير الّتي نَتَجت.

أ.



ب.

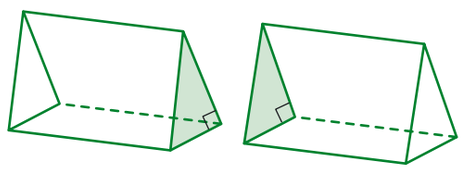


8. أ. أمامكم أزواج من المناشير الثّلاثيّة المتماثلة الّتي قواعدها مثلّثات قائمة الزاوية.

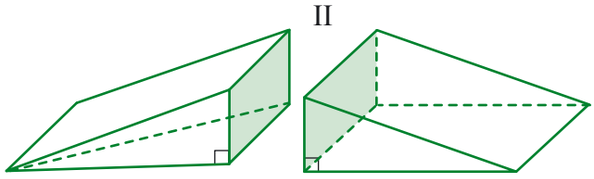
يوجد، في كلّ بند، سطحان أخضران متطابقان.

حدِّدوا الأجسام الّتي يمكن الحصول عليها إذا وضعنا السّطحين الخضراوين بشكل متجاور.

I

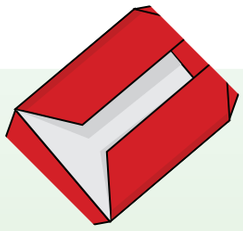


II



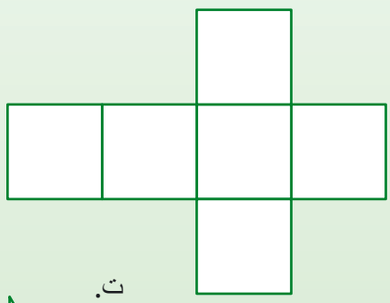
ب. في موقع "الرّياضيّات المدمجة"، في قسم "مواد تعليميّة إضافيّة"، تجدون فعّاليّة "مناشير متجاورة". **"הצמדת מנסרות"**. يمكنكم أن تضعوا المناشير بشكل متجاور بواسطة الفعّاليّة وأن تفحصوا إجاباتكم عن بند أ.

الدّرس الثّالث: الفرش (النّشر) ومساحة السّطح الخارجيّ

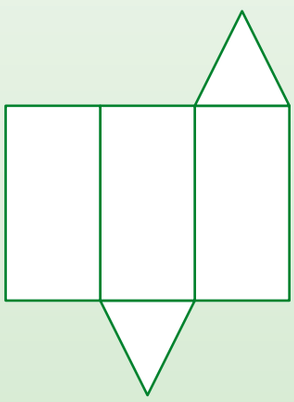


أمامكم رسومات لفرش مناشير.
انسخوا كلّ فرش على ورقة، قُصُّوا من حوله واطووه للحصول على جسم.

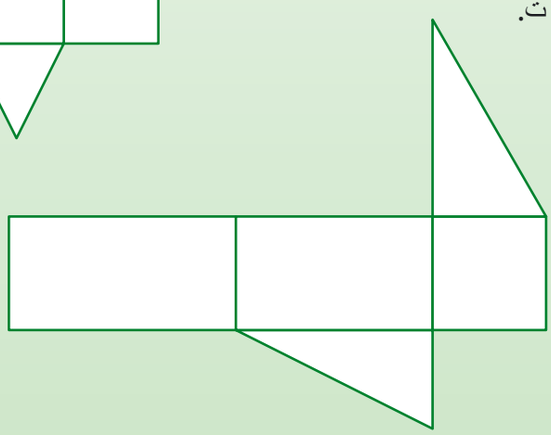
أ.



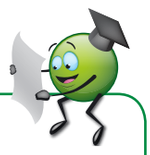
ب.



ت.



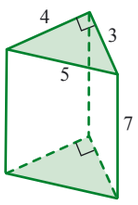
ما هي المناشير الّتي حصلتم عليها؟
نتعرف على فرش المنشور الثلاثي ونستعين به لحساب مساحة السطح الخارجيّ.

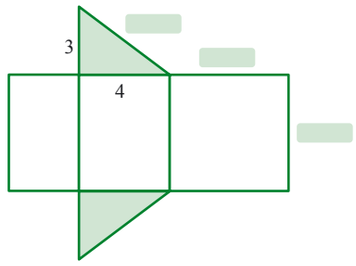


فرش المنشور هو شكل في المستوى حيث يمكن قصُّه وطيُّه إلى منشور.
مساحة السّطح الخارجيّ للمنشور هي المساحة الّتي تغلِّف كلّ المنشور (مجموع مساحات جميع السطوح).

أُعِدَّت الرسومات في مهامّ الدرس وفي مجمّع المهامّ للتوضيح، وقياسات الطول معطاة بالسم.

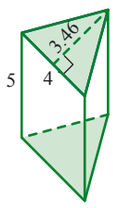
1. القاعدتان في المنشور الثلاثيّ الآتي هما مثلّثان قائما الزاوية.
سُجِّل قسم من معطيات المنشور على فرش المنشور.

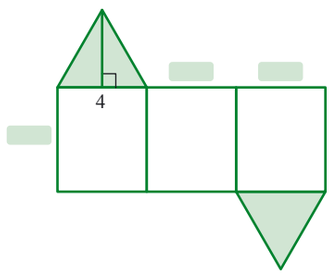




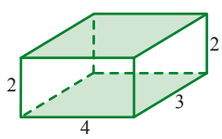
أ. أضيفوا المعطيات الناقصة على رسمة الفرش.
ب. احسبوا مساحة قاعدة المنشور.
ت. احسبوا مساحة كلّ سطح من السطوح الجانبيّة.
ث. احسبوا مساحة السطح الخارجيّ للمنشور.

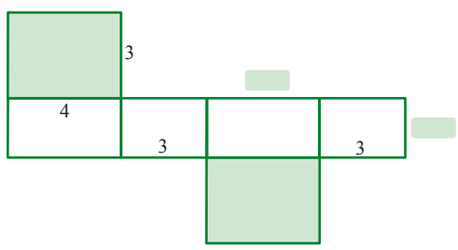
2. القاعدتان في المنشور الثلاثيّ الّذي يظهر في الرّسمة هما مثلّثان متساويا الأضلاع.
أ. أكملوا، على رسمة الفرش، المعطيات المسجّلة على المنشور.
ب. احسبوا مساحة قاعدة المنشور.
ت. احسبوا مساحة كلّ سطح من السطوح الجانبيّة.
ث. احسبوا مساحة السطح الخارجيّ للمنشور.





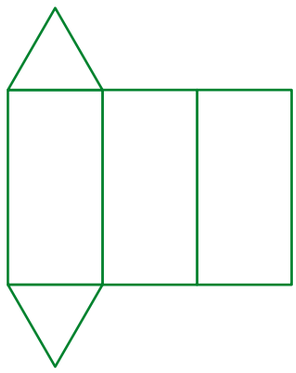
3. أ. أكملوا، على رسمة الفرش، المعطيات المسجّلة على المنشور.
ب. احسبوا مساحة السطح الخارجيّ للمنشور..



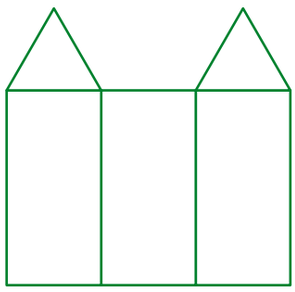


4. افحصوا ما إذا كانت الرّسومات الآتية هي فرش لمنشور ثلاثيّ. يمكنكم أنْ تنسخوها، تقصُّوها وتفحصُوها.

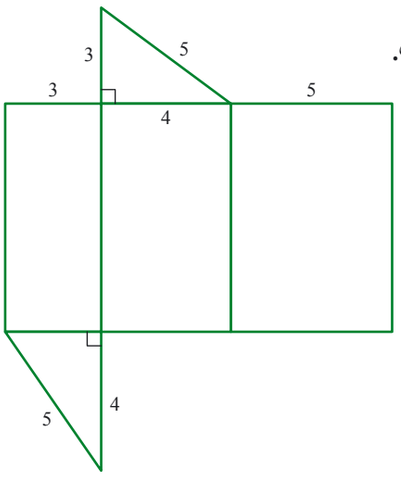
أ.



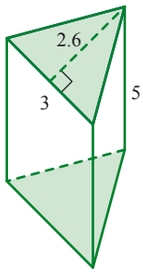
ب.

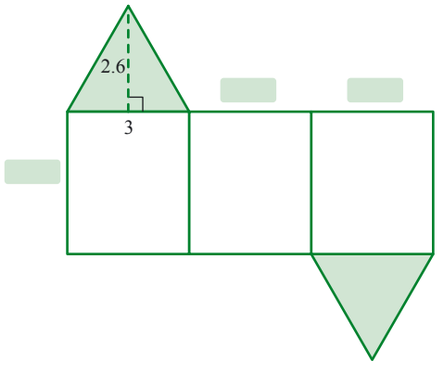


ت.



1. أمامكم منشور قاعدتاه **مثلّثان متساويا الأضلاع**، وفرش المنشور.





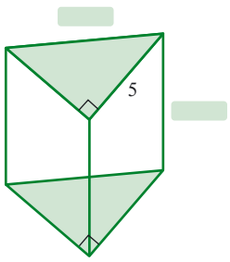
أ. أكملوا القياسات على الفرش.

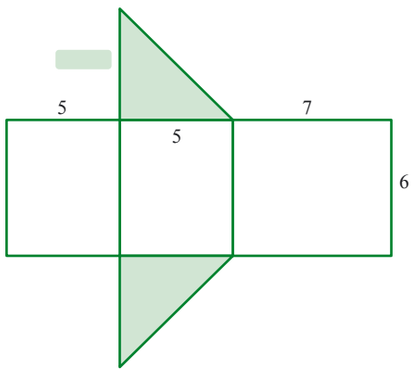
ب. احسبوا مساحة قاعدة المنشور.

ت. احسبوا مساحة كلّ سطح من السطوح الجانبيّة.

ث. احسبوا مساحة السطح الخارجيّ للمنشور.

2. أمامكم منشور قاعدتاه **مثلّثان متساويا الساقين وقائما الزاوية**، وفرش المنشور.



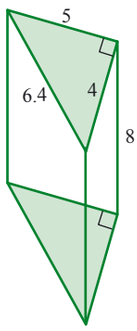


أ. أكملوا القياسات على الرسومات.

ب. احسبوا مساحة قاعدة المنشور.

ت. احسبوا مساحة كلّ سطح من السطوح الجانبيّة.

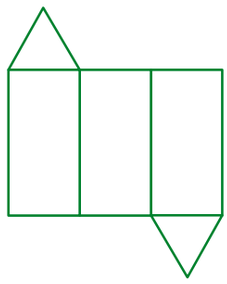
ث. احسبوا مساحة السطح الخارجيّ للمنشور.



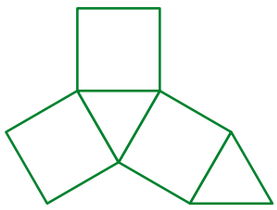
3. احسبوا مساحة السّطح الخارجيّ للمنشور الثلاثي حسب المُعطيات المسجَّلة في الرّسمة.
يمكنكم الاستعانة برسمة الفرش.

4. افحصوا ما إذا كانت الرسومات الآتية هي نشر لمنشور ثلاثيّ (يمكنكم أنْ تنسخوها، تقصُّوها وتفحصوها).

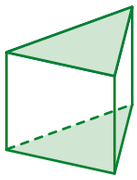
أ.



ب.

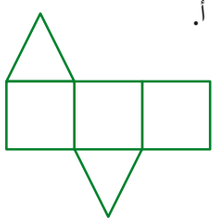


5. أمامكم رسمة منشور جميع أضلاعه متساوية بالطّول.

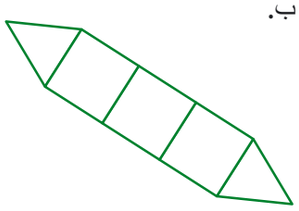


- ارسموا إحدى القاعدتين. ما هو شكلها؟
- ارسموا سطحًا جانبيًّا. ما هو شكله؟
- أمامكم رسومات، أيّ منها هي نشر للمنشور المُعطى؟

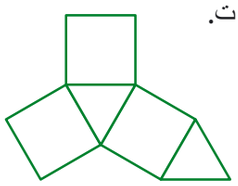
أ.



ب.



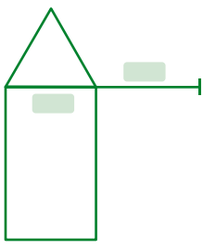
ت.

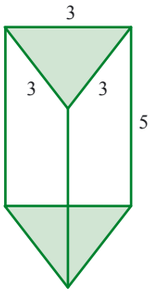


6. أمامكم رسمة منشور قاعدته مثلّث متساوي الأضلاع، وقسم من رسمة الفرش.

أ. أكملوا رسمة الفرش.

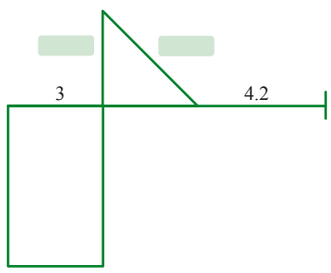
ب. سجّلوا قياسات مناسبة على الفرش.

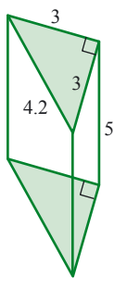




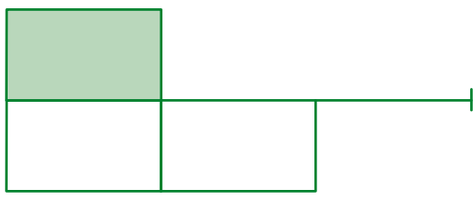
7. أمامكم رسمتان: منشور ثلاثيّ وصندوق.
أكملوا كلّ رسمة فرش وقياساتها.

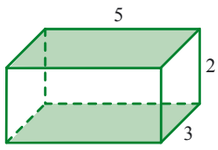
أ.





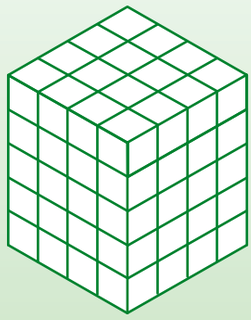
ب.

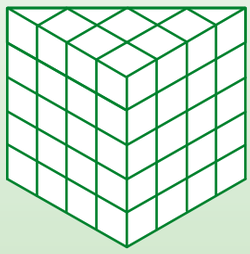




الدّرس الرّابع: حجم المنشور الثلاثيّ

أمامكم رسمتان: منشور ثلاثيّ وصندوق.



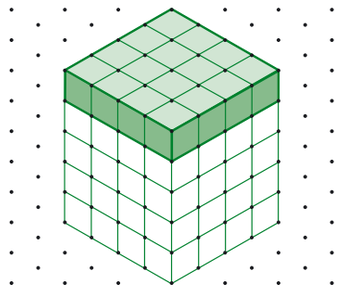


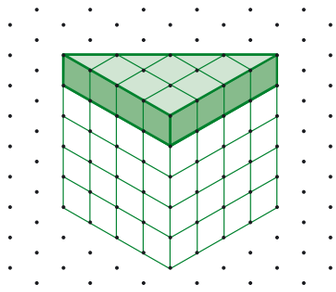
خمّنوا كم ضعفًا حجم الصندوق أكبر من حجم المنشور الثلاثيّ؟

نحسب حجم المنشور الثلاثيّ.

من حجم الصّندوق إلى حجم منشور قاعدتاه مثلّثان قائما الزاوية

1. أمامكم منشور ثلاثيّ وصندوق.





أ. أكملوا الجدول.

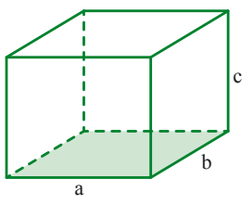
	عدد المكعّبات في طبقة واحدة	عدد المكعّبات في المنشور
الصندوق		
المنشور الثلاثيّ		

ب. حجم كلّ مكعّب صغير هو 1 سنتمتر مكعّب.
ما هو حجم كلّ منشور؟

ت. افحصوا التخمين الّذي اقترحتموه في مهمّة الافتتاحيّة.

للتذكير

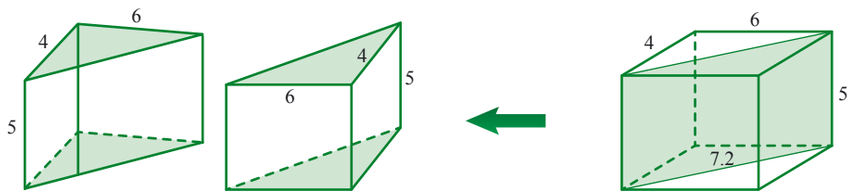
عند حِساب الحجم، إذا كان مُعطى أطوال الأضلاع بالسّم فإنَّ الحجم يكون بالسَّنتمتر مكعّب. حجم الصندوق يساوي حاصل ضرب أطوال أضلاعه a $b $c
(a $b = مساحة السطح **الأخضر** (القاعدة)، a 2 0, b 2 0, c 2 0).



أُعِدَّت الرسومات في مهامّ الدرس وفي مجمّع المهامّ للتوضيح، وقياسات الطول معطاة بالسم.

2. أ. اِحسبُوا حجم الصندوق.

ب. قُسِّم الصّندوق إلى منشورين قاعدتاهما مثلّثان قائما الزاوية.
ما هو حجم كلّ منشور؟ اشرحوا.

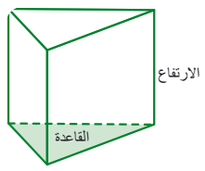


ت. احسبوا مساحة قاعدة المنشور الثلاثيّ وقاعدة الصندوق.

ث. قال **عامر**: حجم المنشور الثلاثيّ يساوي مساحة القاعدة (المثلّث) ضرب طول ارتفاع المنشور.
هل قول **عامر** صحيح؟

حجم منشور ثلاثيّ قاعدته كلّ مثلّث

3. حُصر منشور ثلاثيّ في كلّ صندوق.
اشرحوا لماذا مساحة المثلّث **البنفسجيّ** تساوي نِصف مساحة قاعدة الصندوق (الّتي هي مستطيل).

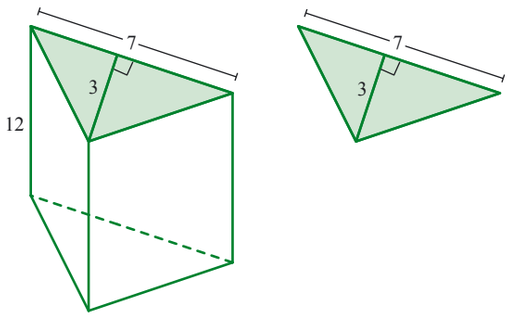


رأينا في المهمّتين 2 وَ 3 أنّ **حجم المنشور الثّلاثيّ القائم** يساوي حاصل ضرب مساحة المثلّث (قاعدة المنشور) بطول ارتفاع المنشور.

4. مُعطى في منشور ثلاثي:
طول أحد أضلاع القاعدة هو 7 سم،
طول الارتفاع لهذا الضلع هو 3 سم،
وطول ارتفاع المنشور هو 12 سم

أ. احسبوا مساحة القاعدة.

ب. احسبوا حجم المنشور.



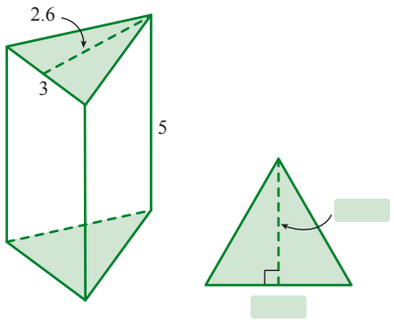
5. أمامكم رسمة منشور ثلاثي قاعدتاه مثلّثان متساويا الأضلاع.

أ. سجّلوا قياسات ضلع القاعدة وطول الارتفاع للقاعدة.

ب. احسبوا مساحة القاعدة.

ت. احسبوا حجم المنشور.

.



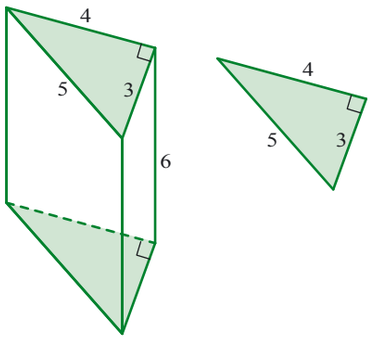
في أعقاب...

6. حجم منشور ثلاثيّ هو 216 سنتمترًا مكعّبًا.
مساحة قاعدة المنشور هي 18 سنتمترًا مربّعًا.
أمامكم أعداد، أيّ منها هو طول ارتفاع المنشور؟ اشرحوا.

6 سم 12 سم 120 سم

مجموعة مهامّ

1. أمامكم رسمة منشور قاعدتاه مثلّثان قائما الزاوية.

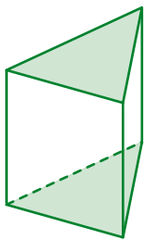


أ. احسبوا مساحة قاعدة المنشور.

ب. احسبوا حجم المنشور.

ت. احسبوا مساحة السطح الخارجيّ للمنشور.

2. أمامكم رسمة منشور ثلاثي.

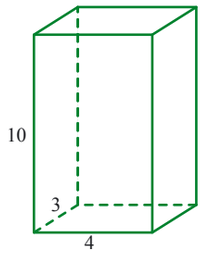


أ. مساحة قاعدة المنشور 7 سنتمترات مربّعة وطول ارتفاع المنشور 4 سم.
احسبوا حجم المنشور.

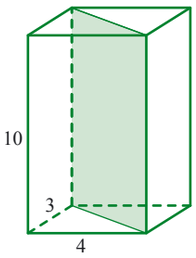
ب. حجم المنشور 85 سنتمترًا مكعّبًا وارتفاع المنشور 17 سم.
ما هي مساحة قاعدة المنشور؟

ت. حجم المنشور 210 سنتمترات مكعّبة، مساحة قاعدة المنشور 35 سنتمترًا مربّعًا.
ما هو طول ارتفاع المنشور؟

3. أ. احسبوا حجم الصندوق.



ب. نصّفوا الصندوق على طول قطريِ القاعدتين.
ما هما المنشوران اللذان نتجا؟
ما هو حجم كلّ واحد من المنشورين؟



4. أمامكم صورة علبة شوكولاطة، شكلها منشور ثلاثيّ، قاعدته مثلّث متساوي الأضلاع.
طول ضلع المثلّث 4 سم، وطول الارتفاع لضلّع المثلّث هو 3.5 سم،
ارتفاع المنشور 17 سم.

أ. سجِّلوا القياسات في الرسمة.

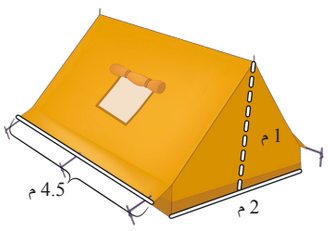
ب. احسبوا حجم العلبة.

5. أمامكم صورتان لخيمتَيْ كشافة، شكل كلّ واحدة منهما منشور ثلاثيّ.

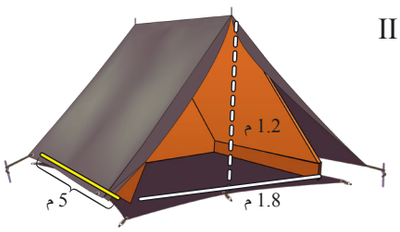
أ. أشيروا بـ ✔ إلى قاعدة واحدة في كلّ خيمة.

ب. احسبوا حجم الخيمتين، وحدِّدوا الخيمة الّتي حجمها أكبر.

I



II



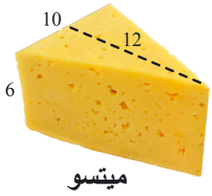
6. أمامكم نوعان من الجبنة وهما متساويان في السعر: جبنة من نوع "بيتسو" وجبنة من نوع "ميتسو".

يرغب **نسيم** في شراء حجم أكبر من الجبنة. وهو متخبّط أيّ جبنة يختار.

أ. احسبوا حجم كلّ نوع من نوعيِ الجبنة.

ب. أيّ جبنة يختار نسيم؟ اشرحوا.

بيتسو



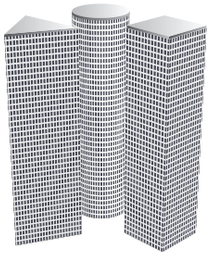
ميتسو

7. أ. احسبوا وسجّلوا ارتفاع كلّ بُرج من أبراج عزريئل.

البُرج الدّائري: عدد الطّوابق 49، ارتفاع كلّ طابق 3.82 م.

البُرج المثلّث: عدد الطّوابق 46، ارتفاع كلّ طابق 3.67 م.

البُرج المربّع: عدد الطّوابق 42، ارتفاع كلّ طابق 3.67 م.



ب. أيّ بُرج هو الأعلى؟ أيّ بُرج هو المنخفض؟

ت. مساحة قاعدة البُرج المثلّث 1,449 مترًا مربّعًا. اِحسبُوا حجمه.

ث. مساحة قاعدة البُرج المربّع 1,385 مترًا مربّعًا. اِحسبُوا حجمه.

ث. معلوم أنّ حجم البُرج الدّائريّ هو 287,321 مترًا مكعّبًا.

أيّ برج له الحجم الأكبر؟ أيّ برج له الحجم الأصغر؟