

יחידה 22: משולשים

שיעור 1. חוצה זווית במשולש

- גזרו משולש קהה-זווית ושונה-צלעות.
- קפלו את המשולש בקדקוד הקהה, כך ששתי שוקי הזווית יהיו מונחות זו על זו (ראו שרטוט).
- פתחו את המשולש וצבעו את קו הקיפול.



האם הקטע שצבעתם הוא גובה או חוצה זווית?

נלמד לזהות חוצה זווית במשולש ולהבחין בינו ובין גובה במשולש.

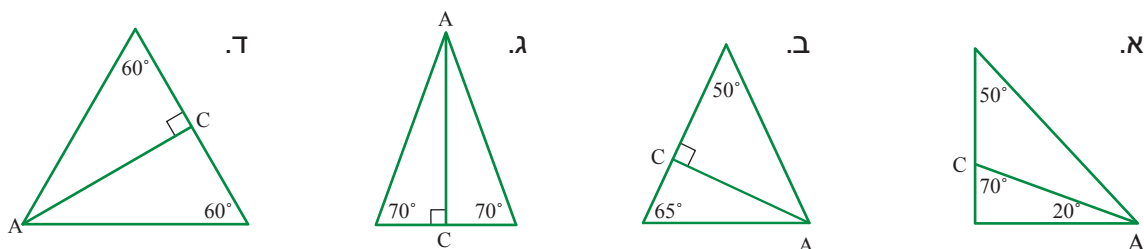


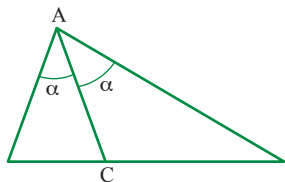
1. גזרו משולש קהה-זווית ושונה-צלעות נוסף. קפלו את המשולש בקדקוד הקהה, כך ששני חלקי הצלע הארוכה של המשולש מונחים זה על זה (ראו שרטוט).



- פתחו את המשולש וצבעו את קו הקיפול. האם הקטע שצבעתם הוא גובה או חוצה זווית? הסבירו.

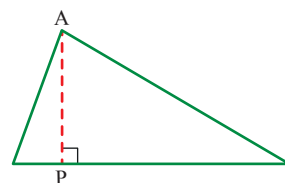
2. בכל סעיף, חשבו את הגדלים של הזוויות ומצאו באילו משולשים הקטע AC חוצה את הזווית A.





קטע החוצה את אחת מזוויות המשולש, נקרא **חוצה זווית במשולש**.

זל/מל: במשולש שבשרטוט AC חוצה את זווית A.



תזכורת

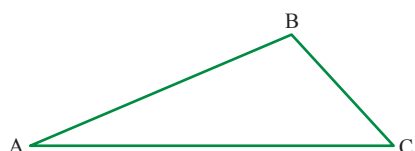
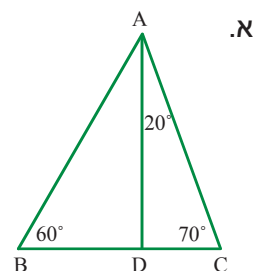
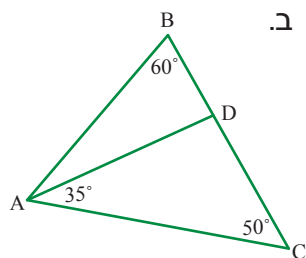
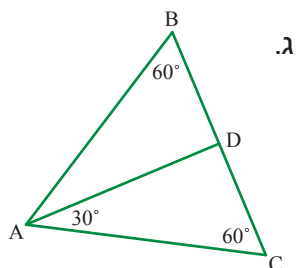
אנך מאחד הקדקודים של משולש, לצלע שמול הקדקוד, נקרא **גובה**.

זל/מל: במשולש שבשרטוט, AP הוא גובה.

אוריגמי (ביפנית, "אורי" - קיפול, "קמי" מבוטא "גמי" - נייר) היא אמנות מסורתית יפנית, שנוצרה ביפן לפני כ- 400 שנה והתפרסמה במערב לפני פחות ממאה שנים. מטרת האמנות הזאת היא יצירת דמויות ופסלים תלת-ממדיים על-ידי קיפול (ללא חיתוך או הדבקה) של דף נייר או חומר שטוח אחר. מעבר לייעודה המקורי כאמנות, לאוריגמי שימושים רבים - למשל, בטכניקות אריזה, בהנדסת חומרים, ברפואה וביצירת בעיות מתמטיות.



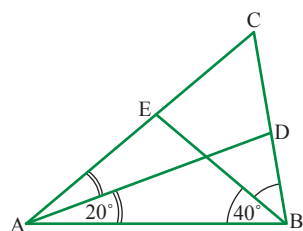
3. בכל סעיף, חשבו את כל הזוויות וקבעו אם AD הוא חוצה זווית או גובה במשולש.



4. א. מדדו את זווית B.

ב. שרטטו את חוצה הזווית B.

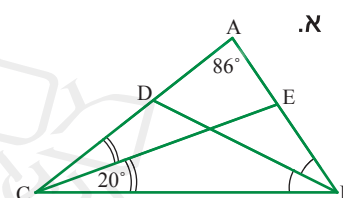
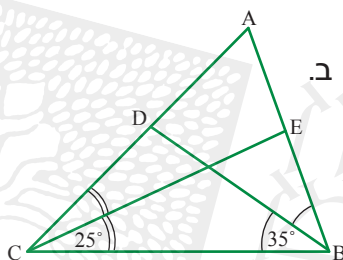
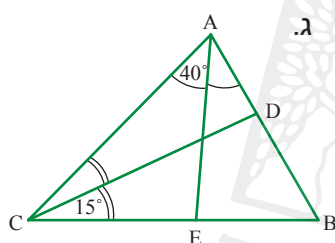
ג. שרטטו גובה מהקדקוד B לצלע AC.



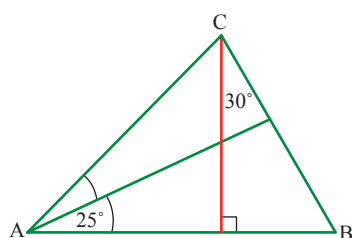
1. א. AD חוצה את A במשולש $\triangle ABC$.
חשבו את גודל הזוויות $\angle CAD$, $\angle CAB$.
- ב. BE חוצה את B במשולש $\triangle ABC$.
חשבו את גודל הזוויות $\angle CBE$, $\angle CBA$.
- ג. מהו גודל $\angle C$?



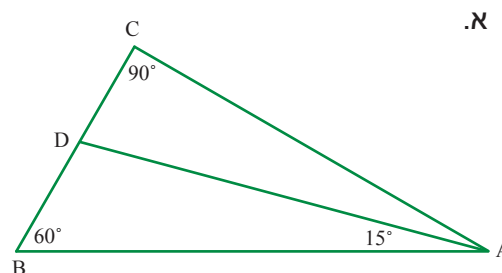
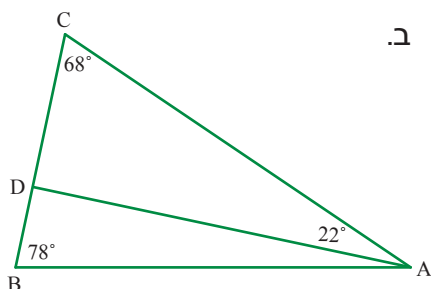
2. בכל סעיף משורטט משולש $\triangle ABC$ ושני חוצי זוויות.
מצאו את הגדלים של זוויות המשולש $\triangle ABC$.

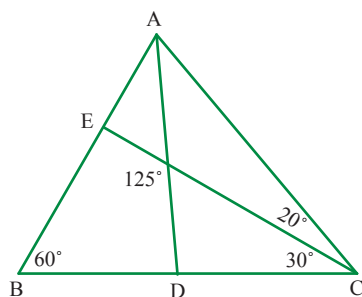


3. במשולש משורטטים גובה וחוצה זווית (לא מאותו קדקוד).
מצאו את הגדלים של זוויות המשולש.



4. בכל סעיף, חשבו את כל הזוויות וקבעו: האם AD הוא חוצה זווית? האם AD הוא גובה במשולש?



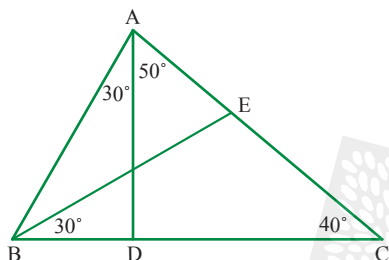


5. AD ו-CE הם שני קטעים במשולש $\triangle ABC$.

- חשבו את הגדלים של הזוויות.
- האם AD הוא חוצה זווית או גובה במשולש?
- האם CE הוא חוצה זווית או גובה במשולש?



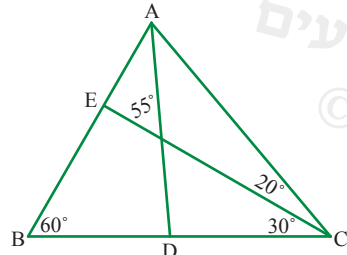
6. בשרטוט משולש $\triangle ABC$.



- חשבו את הגדלים של הזוויות ורשמו בשרטוט.
- האם במשולש שבשרטוט משורטט חוצה זווית? אם כן, איזו זווית הוא חוצה?
- האם במשולש שבשרטוט משורטט גובה? אם כן, לאיזו צלע?
- מהו גודל $\angle ABC$?



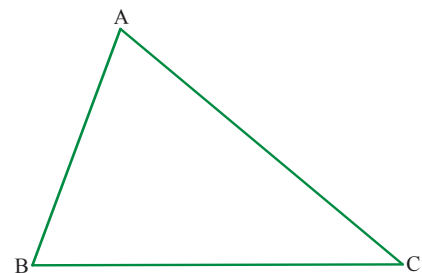
7. בשרטוט משולש $\triangle ABC$.



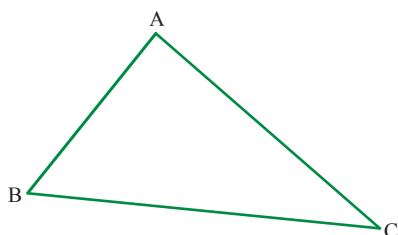
- חשבו את הגדלים של הזוויות ורשמו בשרטוט.
- האם במשולש שבשרטוט משורטט חוצה זווית? אם כן, איזו זווית הוא חוצה?
- האם במשולש שבשרטוט משורטט גובה? אם כן, לאיזו צלע?
- מהו גודל $\angle BAC$?



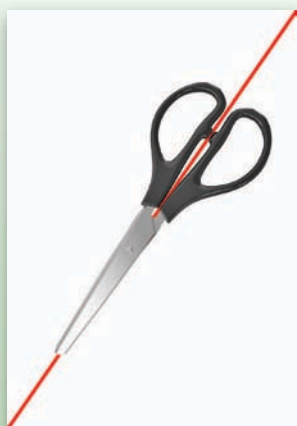
8. א. שרטטו את חוצה הזווית C.
ב. שרטטו גובה לצלע BC.



9. א. שרטטו את חוצה הזווית A.
ב. שרטטו את חוצה הזווית C.



שיעור 2. משולש שווה-שוקיים

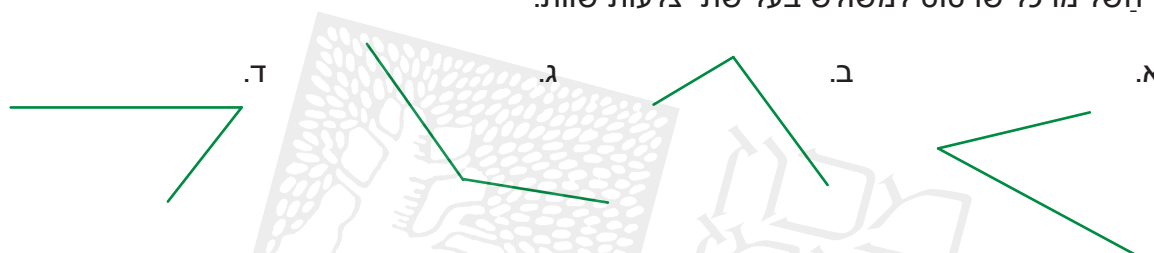


קחו דף נייר מלבני.

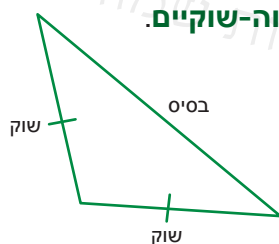
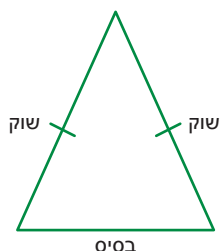
- שרטטו אלכסון אחד וגזרו לאורך האלכסון.
אילו משולשים קיבלתם?
- הצמידו צלעות שוות של שני המשולשים כך שיתקבל משולש חדש.
איזה משולש קיבלתם? שרטטו אותו.
- השוו עם חבriכם. האם כולם קיבלו אותו משולש?

נכיר ונחקור משולשים שבהם שתי צלעות שוות.

1. השלימו כל שרטוט למשולש בעל שתי צלעות שוות.

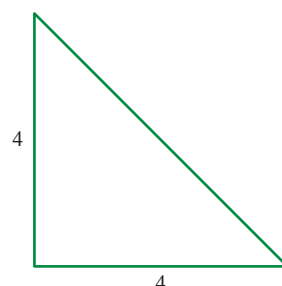


משולש בעל שתי צלעות שוות נקרא **משולש שווה-שוקיים**.
הצלעות השוות נקראות **שוקיים**.
הצלע השלישית נקראת **בסיס**.

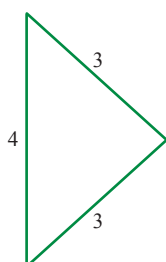


2. בכל סעיף, רשמו ליד כל צלע אם היא שוק או בסיס.

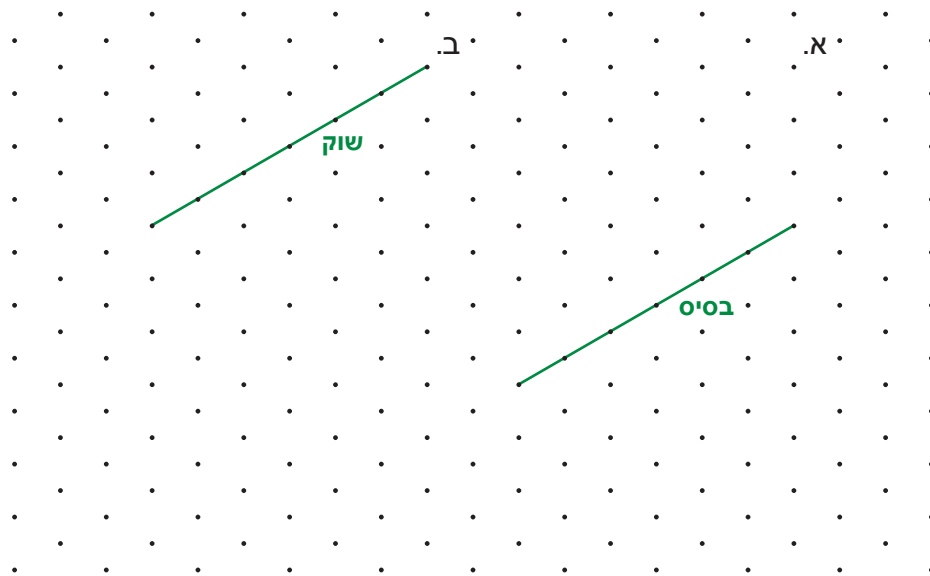
(השרטוטים הם להדגמה, ומידות האורך נתונות בס"מ.)



ב.



3. השלימו כל שרטוט למשולש שווה-שוקיים. (קדקודי המשולשים בנקודות המסומנות).

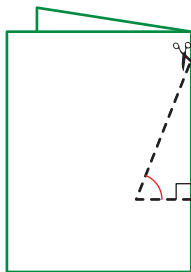


4. א. קפלו דף נייר והעתיקו עליו את שרטוט המשולש שבתמונה.

גזרו "חלון" לפי הקו המקווקו שבשרטוט ופתחו את הדף.
מהי צורת החלון שקיבלתם? הסבירו.

ב. סמנו בקשת זווית שווה לזווית שהקשת שלה צבועה באדום.

ג. קפלו את המשולש לאורך קו הקיפול ובדקו אם הזוויות אכן שוות.



הגדרות

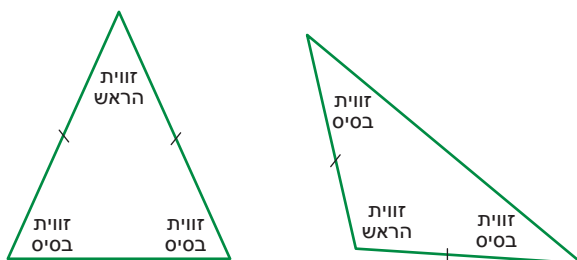
במשולש שווה-שוקיים,

• שתי הזוויות שליד הבסיס נקראות

זוויות הבסיס.

• הזווית שבין השוקיים נקראת

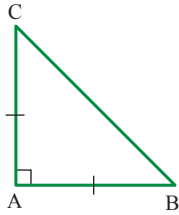
זווית הראש.



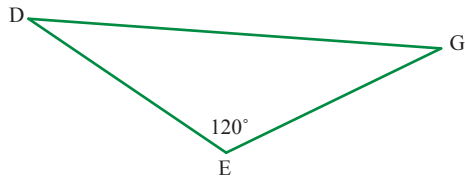
במשימה 4 ראינו כי,

זוויות הבסיס במשולש שווה-שוקיים שוות. בעתיד נוכיח עובדה זו.

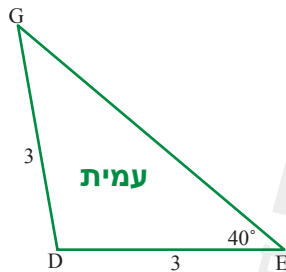
5. א. $\triangle ABC$ הוא משולש ישר-זווית ושווה-שוקיים.
סמנו בשרטוט את זוויות הבסיס וחשבו את הגדלים שלהן.



- ב. $\triangle DEG$ הוא משולש שווה-שוקיים שזווית הראש שלו היא 120° .
סמנו בשרטוט זווית זו וחשבו את הגודל של זוויות הבסיס.



- ג. האם זווית הראש במשולש שווה-שוקיים יכולה להיות 95° ?
ד. האם זווית הבסיס במשולש שווה-שוקיים יכולה להיות 95° ? הסבירו.



6. אחת הזוויות במשולש שווה-שוקיים היא 40° .

רון ועמית קרסמו את הנתון באופן שונה.

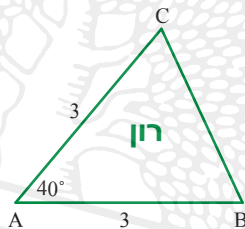
קשבו את הגדלים של זוויות המשולש של **רון**,

ואת הגדלים של זוויות המשולש של **עמית**.

קשמו את גדלים הזוויות בשרטוטים.

הסבירו מדוע התשובות שונות.

(השרטוטים הם להדגמה, ומידות האורך נתונות בס"מ.)



7. בכל תא בטבלה שרטטו דוגמה למשולש מתאים.

משולש שווה-שוקיים	משולש שונה-צלעות	
		משולש ישר-זווית
		משולש קהה-זווית
		משולש חד-זווית

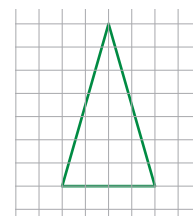


במשימות הבאות השרטוטים הם להדגמה, ומידות האורך נתונות בס"מ.

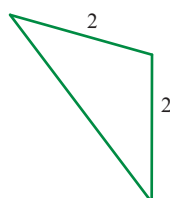


1. בכל סעיף, רשמו ליד כל צלע אם היא שוק או בסיס.

א.

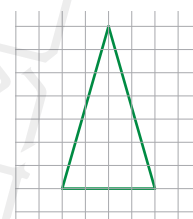


ב.

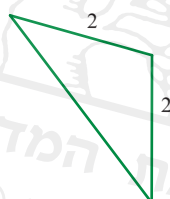


2. בכל סעיף, רשמו ליד כל זווית אם היא זווית ראש או זווית בסיס.

א.

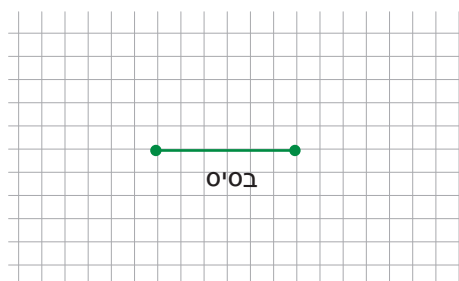


ב.

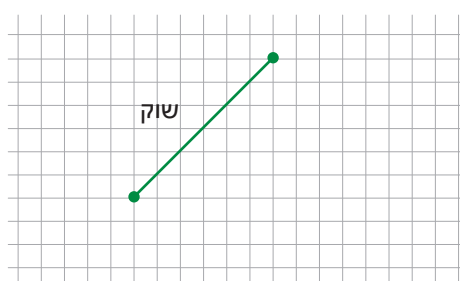


3. השלימו כל שרטוט למשולש שווה-שוקיים.

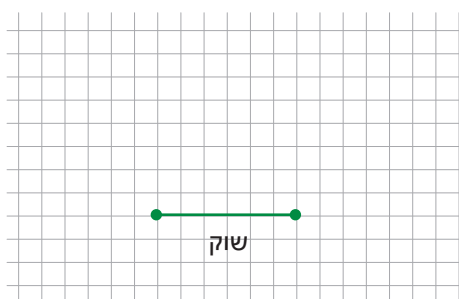
א.



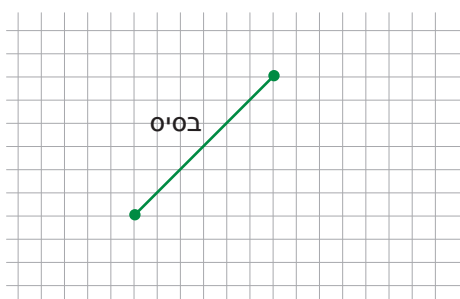
ג.

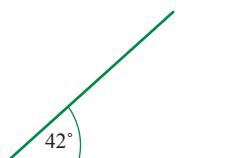


ב.



ד.





4. הזווית שבשרטוט היא זווית ראש של משולש שווה-שוקיים.

א. השלימו למשולש שווה-שוקיים.

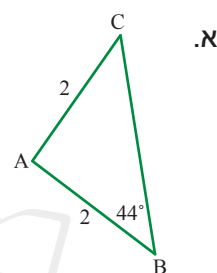
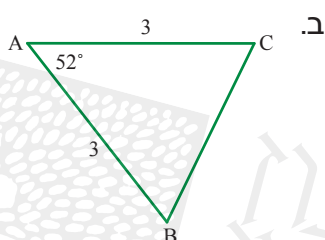
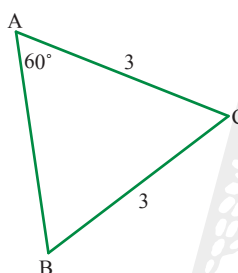
ב. השלימו למשולש שווה-שוקיים שונה מהקודם.

ג. כמה משולשים שווה-שוקיים, שגודל זווית הראש שלהם 42° , אפשר לשרטט?



5. בכל סעיף, המשולש המשרטט הוא משולש שווה-שוקיים.

חשבו את הגדלים של הזוויות שאינן נתונות.



6. הסבירו מדוע כל אחת מהטענות הבאות היא טענה נכונה.

א. במשולש ישר-זווית ושווה-שוקיים זווית הבסיס בת 45° .

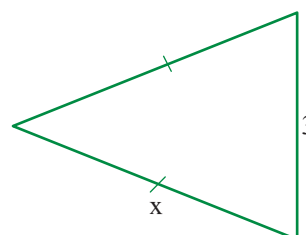
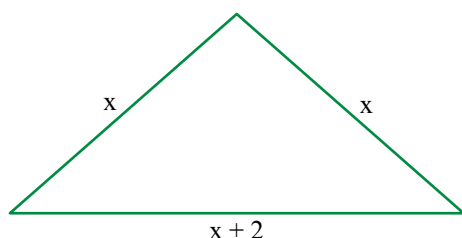
ב. במשולש קהה-זווית ושווה-שוקיים זווית הראש היא הזווית הקהה.

ג. במשולש שווה-שוקיים זוויות הבסיס הן זוויות חדות.



7. בכל סעיף, מצאו את אורכי הצלעות של המשולש לפי הנתונים שבשרטוט.

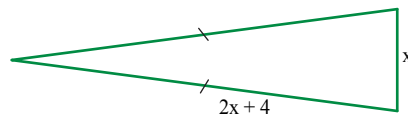
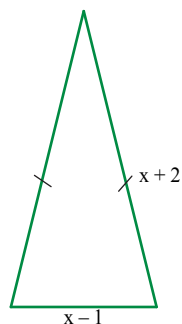
א. היקף המשולש 11 ס"מ ($x > 1.5$) ב. היקף המשולש 14 ס"מ ($x > 2$)





8. בכל סעיף, מצאו את אורכי הצלעות של המשולש.

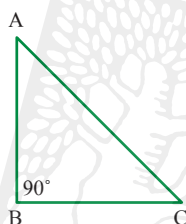
- א. היקף המשולש 18 ס"מ ($x > 0$) ב. היקף המשולש 15 ס"מ ($x > 1$)



9. משולש $\triangle ABC$ הוא שווה-שוקיים וישר-זווית.

א. חשבו את הגדלים של זוויות המשולש.

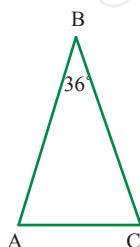
ב. פי כמה גדולה זווית הראש מזווית הבסיס?



10. משולש $\triangle ABC$ הוא שווה-שוקיים (זווית B היא זווית הראש).

א. חשבו את הגדלים של זוויות המשולש.

ב. פי כמה גדולה זווית הבסיס מזווית הראש?



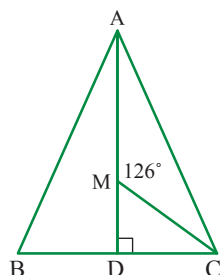
11. נתון: משולש $\triangle ABC$ שווה-שוקיים ($AB = AC$).

CM חוצה את $\angle ACD$

AD גובה לצלע BC

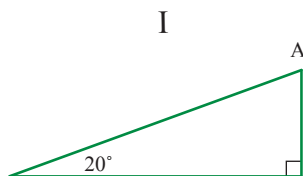
$\angle AMC = 126^\circ$

חשבו את הגדלים של זוויות $\triangle ABC$.





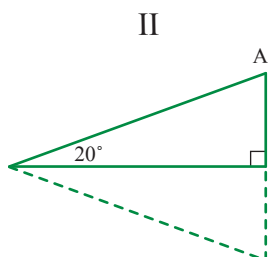
12. א. מה גודל $\angle A$ $\sphericalangle$ שבשרטוט I?



ב. **יעל** השלימה את המשולש בשרטוט I למשולש שווה-שוקיים.

ראו שרטוט II.

חשבו את הגדלים של הזוויות במשולש של **יעל** בשרטוט II.

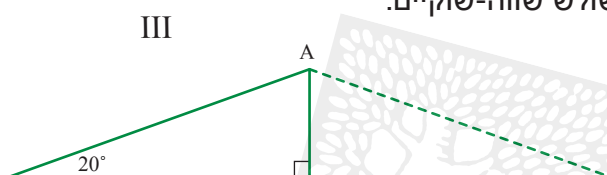


ג. **מיכל** השלימה את המשולש בשרטוט I למשולש שווה-שוקיים.

ראו שרטוט III.

חשבו את הגדלים של הזוויות במשולש

של **מיכל** בשרטוט III.



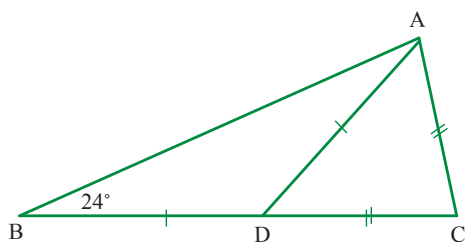
ד. לאיזה משולש היקף גדול יותר: למשולש בשרטוט II או למשולש בשרטוט III?

ה. הקיפו מילה מתאימה.

שטח המשולש בשרטוט II גדול מ- / קטן מ- / שווה ל- שטח המשולש בשרטוט III.



13. חשבו את $\angle BAC$ לפי הנתונים המסומנים בשרטוט.



שיעור 3. משולש שווה-צלעות



לפניכם ארבע תמונות של תמרורים משולשים.

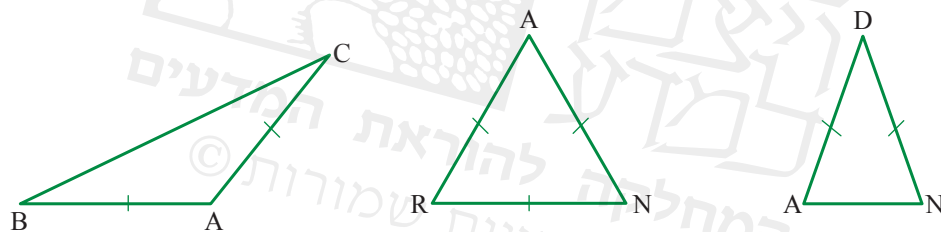


מה מציין כל תמרור?

האם כל המשולשים בתמרורים האלה הם שווי-שוקיים? מה המיוחד במשולשים אלה?

נכיר ונחקור תכונות של משולש שווה-צלעות.

1. א. כל המשולשים בשרטוט הם משולשים שווי-שוקיים, והצלעות השוות מסומנות. בכל משולש, ציינו לכל צלע, אם אפשר, אם היא שוק או בסיס.



ב. **גילי** רשמה: במשולש RAN הצלעות RA ו-AN הן השוקיים ו-RN הוא הבסיס.

מיכל רשמה: במשולש RAN הצלעות RA ו-RN הן השוקיים ו-AN הוא הבסיס.

מי צודקת? ואולי שתיהן צודקות? הסבירו.

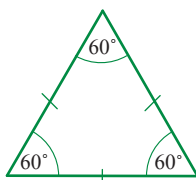
ג. סמנו זוויות שוות בגודלן במשולש RAN. הסבירו.

ד. חשבו את גודל כל הזוויות במשולש RAN.



משולש שכל צלעותיו שוות נקרא **משולש שווה-צלעות**.

במשולש שווה-צלעות גודל **כל זווית** 60° .



2. א. איזה סוג משולש נמצא על הדגל הציכ?



ב. כמה משולשים שוו-צלעות יש במגן-דוד שעל דגל ישראל?

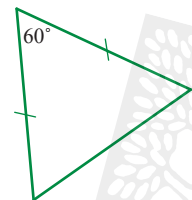


ג. זהו את סוגי המשולשים במשימת הפתיחה.

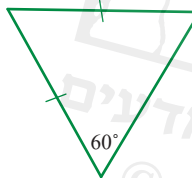


3. הסבירו כל אחת מהטענות הבאות.

א. אם במשולש שווה-שוקיים זווית הראש בת 60° , אז כל זוויות המשולש שוות בגודלן.



ב. אם במשולש שווה-שוקיים זווית בסיס בת 60° , אז כל זוויות המשולש שוות בגודלן.



מיון משולשים



4. באתר "מתמטיקה משולבת", במדור "פעילויות באמצעות מחשב", תמצאו את הפעילות "מיון משולשים". בפעילות תחקרו את סוגי המשולשים הקיימים. בצעו את הפעילות לפי ההוראות.



5. א. האם קיים משולש ישר-זווית ושווה-צלעות?

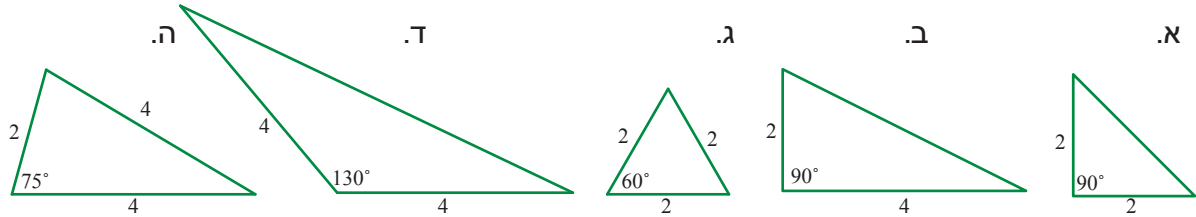
אם קיים משולש כזה, שרטטו. אם לא קיים, הסבירו.

ב. האם קיים משולש קהה-זווית ושווה-צלעות?

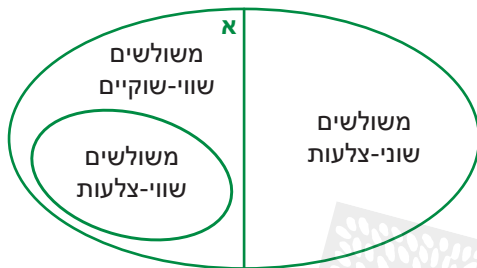
אם קיים משולש כזה, שרטטו. אם לא קיים, הסבירו.

6. לפניכם חמישה משולשים (מסומנים באותיות א - ה).

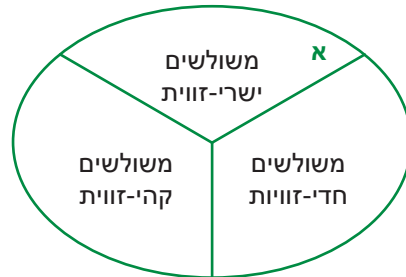
קישו את את האות שלצד כל משולש במקום המתאים בתרשימים הבאים. ראו **א** כדוגמה.
(השרטוטים הם להדגמה, ומידות האורך נתונות בס"מ.)



מיון לפי צלעות



מיון לפי זוויות

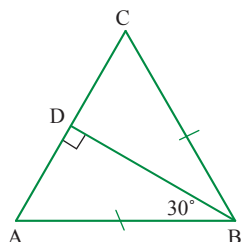


7. בכל תא בטבלה, שרטטו דוגמה למשולש מתאים.

לפי צלעות	לפי זוויות	לפי זוויות	לפי זוויות
שווה-צלעות	שווה-צלעות	שווה-צלעות	שווה-צלעות
שווה-שוקיים	שווה-שוקיים	שווה-שוקיים	שווה-שוקיים
שווה-צלעות	שווה-צלעות	שווה-צלעות	שווה-צלעות



אוסף משימות



1. הקטע BD הוא גם גובה וגם חוצה זווית במשולש $\triangle ABC$.

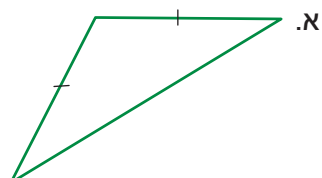
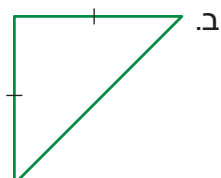
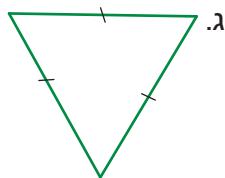
חשבו את הגדלים של זוויות המשולש $\triangle ABC$,

לפי הנתונים המסומנים בשרטוט.





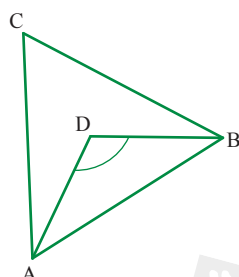
2. בכל סעיף, סמנו בקשתות זוויות שוות בגודלן.



3. משולש $\triangle ABC$ שווה-צלעות.

הקטעים AD ו- BD הם חוצי-זוויות במשולש.

חשבו את גודל הזווית $\angle ADB$.



4. א. הסבירו מדוע כל משולש שווה-צלעות הוא משולש שווה-שוקיים.

ב. הסבירו מדוע כל משולש שווה-צלעות הוא משולש חד-זוויות.



5. א. שרטטו משולש שווה-שוקיים וישר-זווית. רשמו בשרטוט את הגדלים של הזוויות.

ב. שרטטו משולש שווה-שוקיים שזווית הראש שלו בת 60° . רשמו בשרטוט את הגדלים של הזוויות.



6. א. בְּנו משולש משלושה גפרורים (או קיסמים) בלי לשבור אותם. איזה משולש קיבלתם?

ב. בְּנו משולש מחמישה גפרורים (או קיסמים) בלי לשבור אותם. איזה משולש קיבלתם?



7. דני בנה משלושה גפרורים ומשישה גפרורים שני משולשים מאותו סוג.

איזה סוג של משולש בנה דני?



8. א. האם תוכלו לבנות משולש מארבעה גפרורים (בלי לשבור אותם)?

נסו והסבירו.

ב. כמה משולשים שונים אפשר לבנות מ- 7 גפרורים?

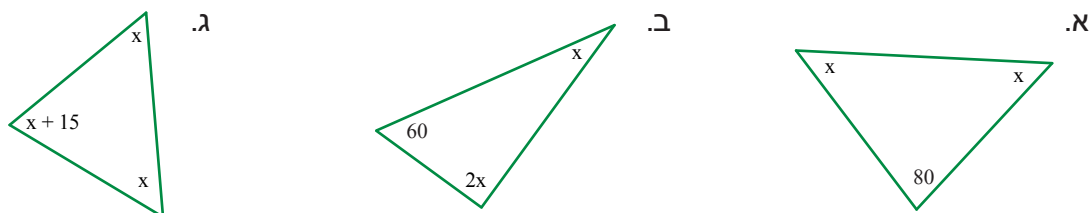




שומרים על כושר

סכום זוויות במשולש ובמרובע

1. בכל סעיף, חשבו את הגדלים של זוויות המשולש ($x > 0$, גודל הזוויות נתון במעלות).

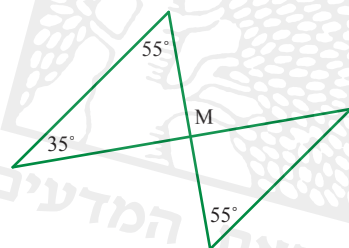


2. בכל סעיף נתונים גדלים של שלוש זוויות.

קבעו אם ייתכן ששלוש הזוויות הן זוויות של אותו משולש. הסבירו.

א. $100^\circ, 35^\circ, 55^\circ$ ב. $118^\circ, 28^\circ, 34^\circ$ ג. $64^\circ, 44^\circ, 72^\circ$

3. חשבו את הגדלים של כל הזוויות בשרטוט.



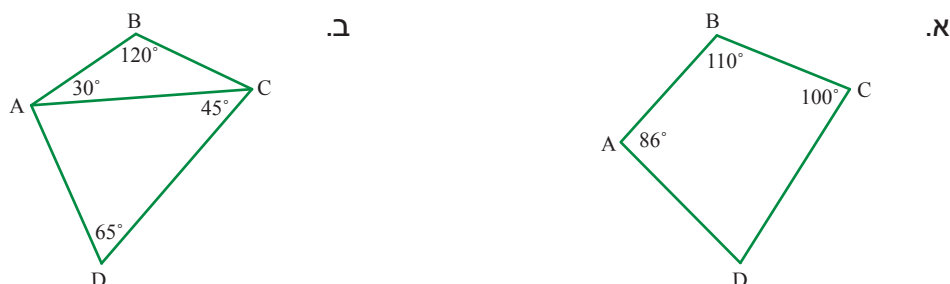
4. א. גודל אחת הזוויות במשולש ישר-זווית 50° .

שרטטו משולש מדגים וחשבו את הגדלים של הזוויות האחרות.

ב. במשולש יש שתי זוויות שוות, וגודל כל אחת מהן 28° .

שרטטו משולש מדגים וחשבו את גודל הזווית השלישית.

5. בכל סעיף, חשבו את הגדלים של זוויות המרובע.



6. במרובע ABCD נתון ש- $AB \parallel CD$.

חשבו את הגדלים של זוויות המרובע.

