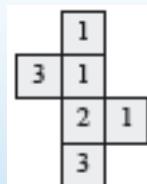




الوحدة الواحدة والعشرون: حساب احتمالات

الدرس الأول: تنظيم نتائج



أمامكم فُرش مكعب خاصٌ
كتب كل من **رنا وهدى** إمكانيات الحصول على كُلّ واحد من الأعداد التي كُتبت عليه.
كتب **رنا** كالتالي: 1 , 2 , 3
كتب **هدى** كالتالي: 1 , 1 , 1 , 2 , 3 , 3

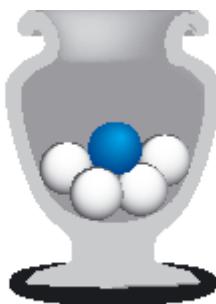
أيُّ من أشكال الكتابة التي كتبتها كُلّ من **رنا وهدى** هي الأسهل كي نحسب احتمال الحصول على كُلّ واحد من الأعداد؟
نتعلّم كتابة الإمكانيات بطريقة مريحة لحساب الاحتمال.

1. نطرق إلى المكعب الذي وَرَدَ في مهمّة الافتتاحية.

أ. ما هو احتمال الحصول على العدد 1؟

ب. ما هو احتمال الحصول على العدد 3؟

ت. ما هو احتمال الحصول على عدد يختلف عن 1؟



2. يوجد في جرة 4 كرات بيضاء وكرة زرقاء (كُلُّها بنفس الحجم).

نُخرج كرة دون أن ننظر في الجرة.

أ. سُجلوا النتائج الممكنة من خلال طريقة مريحة لحساب الاحتمالات.

ب. ما هو احتمال إخراج كرة بيضاء؟

ت. ما هو احتمال إخراج كرة زرقاء؟

ث. ما هو احتمال إخراج كرة حمراء؟

ج. ما هو احتمال إخراج كرة زرقاء أو كرة بيضاء؟



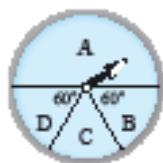
إنتبهوا، لكي نحسب احتمالاً، من المريح كتابة كُلّ نتيجة كعدد المرات التي ظهرت فيها.

أمثلة: كُتب العدد 1 في مهمّة الافتتاحية على ثلاثة أوجه، لذا فإنّه من المفضل تنظيم النتائج حسب طريقة هدى.

أبيض	أزرق
1	4

في المهمّة الثانية: نسجل: أبيض ، أبيض ، أبيض ، أبيض ، أزرق.. أو في جدول:

هكذا من السهل حساب احتمال إخراج كرة بيضاء، وهو $\frac{4}{5}$.



3. ندير عقرب الساعة الموجود في الرسمة حتى يقف.

أ. احسبوا احتمالات الأحداث التالية :

- أن يقف العقرب على المساحة A

- أن يقف العقرب على المساحة C

ب. ندير العقرب 1,200 مرة.

كم مرة، بالتقريب، من المتوقع وقوف العقرب في المساحة A؟

كم مرة، بالتقريب، من المتوقع وقوف العقرب في المساحة C؟ اشرحوا.

4. قام كل الطلاب في المجموعة بتسجيل الحرف الأول من أسمائهم الشخصية على بطاقات.

نوجت الحروف الآتية: ع، أ، ش، م، ل، م، ش، ع، ر، ر، أ، ر، م، أ.

وضعوا البطاقات في علبة، وأخرجوا بطاقة بطريقة عشوائية.

أ. كم طالبا في المجموعة؟

ب. نظموا المعطيات بطريقة ناجعة.

ت. ما هو احتمال إخراج بطاقة سُجل عليها الحرف أ؟

ث. ما هو احتمال إخراج بطاقة سُجل عليها الحرف ع؟

ج. لأي حرف من الحروف سيكون الاحتمال هو الأكبر؟ ما هو؟

ح. لأي من الحروف يوجد نفس الاحتمال؟ ما هو؟



5. يوجد في كيس 24 بنورة: 8 خضراء، 6 زرقاء، 10 صفراء.

نخرج بنورة من الكيس، نسجللونها ونعيدها إلى الكيس.

أ. لائماً لك حدد الاحتمال الملائم له من الأعداد التالية:

$$\frac{1}{3}, \frac{2}{3}, 0, \frac{3}{4}, 1, \frac{7}{12}, \frac{5}{12}, \frac{1}{4}$$

- أخرجوا بنورة صفراء

- أخرجوا بنورة حمراء

- أخرجوا بنورة ليست حمراء

- أخرجوا بنورة ليست زرقاء

ب. اكتبوا حدثنين ملائمين لعددين آخرين من الأعداد المعطاة.



6. توجد في جرة بنانير خضراء وبنانير حمراء .

النسبة بين عدد البنورات الحمراء إلى البنورات الخضراء في الجرة هي 2:3.

أ. نختار بنورة بشكل عشوائي. ما هو احتمال أن تكون باللون:

الأحمر الأخضر أحمر أو أخضر أزرق

ب. هل يمكن أن نعرف كم بنورة في الجرة؟ أعطوا أمثلة لأعداد ملائمة.

7. أ. طلب من الطلاب كتابة كل الإمكانيات لتركيب أسرة مكونة من ولد وبنت كتب **سمير**: ولدان، بنتان، ولد - بنت.



كتب **نادر**: (بنت، بنت)، (ولد، ولد)، (ولد، بنت)، (بنت، ولد).

أي من الكتابات تعكس جيداً احتمالات الأحداث المختلفة؟

ب. جدوا احتمالات الأحداث الآتية.

- يوجد في العائلة بنات فقط

- يوجد في العائلة ولد وبنت أيضاً.

- الباقي ولد

ت. لأي حدث من الحدين الآتيين يوجد احتمال أكبر: "أن يكون في العائلة ولدان" أم "أن يكون في العائلة ولد وبنت"؟ علّوا،

مجموعة مهام



1. ندير عقرب الساعة الموجود في الرسمة.

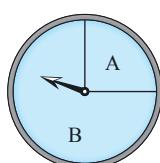


أ. ما هو احتمال أن يقف العقرب في المساحة الملونة بالأزرق؟

ب. ما هو احتمال أن يقف العقرب في المساحة الملونة بالأزرق فاتح؟

ت. ندير العقرب 800 مرة.

كم مرة، بالتقريب، يتوقع وقوف العقرب في المساحة الملونة بالأزرق فاتح؟



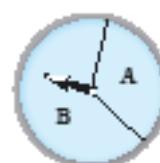
2. المساحة B، في داخل الساعة المرسومة، أكبر من المساحة A بثلاث مرات. ندير عقرب الساعة.

أ. ما هو احتمال أن يقف العقرب في المساحة A؟

ما هو احتمال أن يقف العقرب في المساحة B؟

ب. ندير العقرب 100 مرة. كم مرة، بالتقريب، يتوقع وقوف العقرب في المساحة A؟

ت. توقف العقرب 102 مرات في المساحة A. كم مرة، بالتقريب، يمكن أن نفترض وقوف العقرب في المساحة B؟



3. المساحة B، في داخل الساعة المرسومة، أكبر من المساحة A بمرتين. ندير عقرب الساعة.

أ. ما هو احتمال أن يقف العقرب في المساحة A؟

ما هو احتمال أن يقف العقرب في المساحة B؟

ب. ندير العقرب 120 مرة.

كم مرة، بالتقريب، يتوقع وقوف العقرب في المساحة A؟

ت. توقف العقرب 607 مرات في المساحة B. كم مرة، بالتقريب، يمكن أن نفترض وقوف العقرب في المساحة A؟

ث. إذا توقف العقرب في المساحة A فنحصل على 10 نقاط.

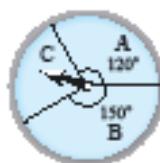
ث. إذا توقف العقرب في المساحة B فنخسر 3 نقاط.

كم نقطة، تقريباً، يمكن أن نجمع عند إدارة العقرب 180 مرة؟



4. ندير عقرب الساعة الموجود في الرسمة، إذا توقف العقرب في المساحة A فنخسر نقطة.

إذا توقف العقرب في المساحة B فنحصل على 10 نقاط. إذا توقف العقرب في المساحة C فنخسر 3 نقاط!



أ. حددوا ما هو احتمال وقوف العقرب في كل واحدة من المساحات.

ب. ندير العقرب 300 مرة.

كم مرة، بالتقريب، يمكن أن نتوقع وقوف العقرب في المساحة B؟ كم نقطة نجمع في نهاية اللعبة؟

ت. أدار سائد العقرب وجمع 740 نقطة. كم مرة، بالتقريب، أدار سائد العقرب؟ اشرحوا.



5. النسبة بين عدد العُمال ذوي الخبرة إلى عدد العُمال الجدد هي 5:1.

نختار عاملًا بشكل عشوائي. ما هو احتمال أن يكون عاملًا ذا خبرة؟



6. يوجد في الصف 30 طالبًا. النسبة بين عدد الأولاد إلى عدد البنات هي 4:1.

أ. نختار طالبًا بشكل عشوائي. ما هو احتمال أن يكون ولدًا؟ ما هو احتمال أن تكون بنتًا؟

ب. هل تتغير الإجابة إذا كان عدد الطلاب في الصف 35؟ اشرحوا.



7. توجد في علبة مكعبات بلوتين، أحمر وأبيض. احتمال إخراج مكعب أحمر من العلبة بشكل عشوائي هو $\frac{2}{7}$.

أ. ما هو احتمال إخراج مكعب أبيض بشكل عشوائي؟

ب. ما هي النسبة بين عدد المكعبات البيضاء إلى عدد المكعبات الحمراء في العلبة؟

ت. هل يمكن أن نحدد كم مكعبًا يوجد في العلبة؟ اشرحوا.



8. يوجد لدى عائلة طفلان.

أ. انسخوا الجدول، أكملوا كل إمكانيات تركيب عائلة فيها أولاد وبنتان.

جدوا احتمالات الأحداث الآتية.

- يوجد في العائلة أولاد فقط.

- يوجد في العائلة بنت والصغير ولد.

- يوجد في العائلة بنت فقط.

- يوجد في العائلة ولد وبنت.



9. يوجد لدى عائلة ثلاثة أطفال.

أ. سجلوا كل إمكانيات تركيب عائلة فيها أولاد وبنتان.

ب. جدوا احتمالات الأحداث الآتية.

- يوجد في العائلة ولد واحد فقط

- يوجد في العائلة بنت وولدان.

- يوجد في العائلة ولد وبنت.

- الكبير فقط، في العائلة، هو ولد

ت. أي حدث احتمال حدوثه أكبر؟

- "في العائلة 2 أولاد" أو "في العائلة 3 أولاد"؟ اشرحوا.

- "في العائلة 2 أولاد" أو "في العائلة ولد واحد"؟ اشرحوا.

الصغير/ة	البكرا/ة
ولد	ولد

مثال:

الدرس الثاني: حساب احتمالات



لكل إنسان يوجد نوع من أربعة أنواع من الدم O ،AB ،B ،A . يوجد لـ 40% من السكان نوع الدم A، لـ 20% نوع الدم B، لـ 5% نوع الدم AB. لأي نسبة من السكان يوجد نوع الدم O؟ أصحاب نوع الدم A يستطيعون تلقي تبرع الدم من أصحاب نوع الدم A أو من أصحاب نوع الدم O. ما هو احتمال أن يتبرع شخص عشوائي بدمه لشخص نوع دمه A نحسب الاحتمال.

دمج نتائج

1. نتطرق إلى المعطيات التي وردت في مهمة الافتتاحية.
- أ. يسكن في قرية 10,000 شخص. كم شخصاً، تقريباً، من سكان القرية يمكن أن يكون نوع دمه A؟
- ب. جدوا احتمال كل حدث من الأحداث التالية.
- متبرع معين يملك نوع دم A
 - متبرع معين يملك نوع دم O
 - متبرع معين يملك نوع دم A أو O



احتمال الحصول على نتيجة حدث مركب من حدثين مختلفين (لا يمكن أن يحدثا معاً) هو مجموع الاحتمالات للحدثين.

مثال: الاحتمال أن يكون للشخص المحتاج للتبرع بدم نوع دم A أو نوع دم B هو $\frac{2}{10} + \frac{4}{10} = \frac{6}{10}$



2. في جهاز الحظ 30% من الكرات حمراء، 40% صفراء والباقي زرقاء.
- أ. ما هي النسبة المئوية للكرات الزرقاء في الجهاز؟
- ب. كم كرة من كل لون يوجد إذا كان عدد الكرات في الجهاز 100؟
- كم كرة من كل لون يوجد إذا كان عدد الكرات في الجهاز 240؟
- ث. يُخرج الجهاز كرة واحدة. جدوا احتمال أن يُخرج :
- كرة زرقاء كرة حمراء كرة صفراء كرة حمراء أو كرة صفراء كرة خضراء.

3. يوجد في جرة 8 كرات باللون الأحمر الفاتح، 4 كرات باللون الأحمر الغامق، 6 كرات باللون الأخضر الفاتح، 6 كرات باللون الأخضر الغامق، نُخرج كرة من الجرة دون أن ننظر فيها.

ما هو احتمال إخراج كرة:
أ. باللون الأحمر الفاتح؟ ب. باللون الأحمر الغامق؟
ت. باللون الأخضر الفاتح؟ ث. باللون الأخضر الغامق؟

أحداث مكملة



4. قال مذيع النشرة الجوية: احتمال سقوط الثلوج في القدس غدًا هو $\frac{1}{4}$. ما هو احتمال أن لا يسقط ثلج؟



• **مجموع احتمالات** الحصول على كل الأحداث الممكنة هو 1.

مثال: في المهمة 2، عندما يكون في الجهاز كرات بالألوان التالية: أزرق، أحمر وأصفر يتحقق ما يلي:

مجموع احتمالات أن يُخرج الجهاز كرة زرقاء أو حمراء أو صفراء هو 1.

$$\frac{3}{10} + \frac{3}{10} + \frac{4}{10} = 1$$

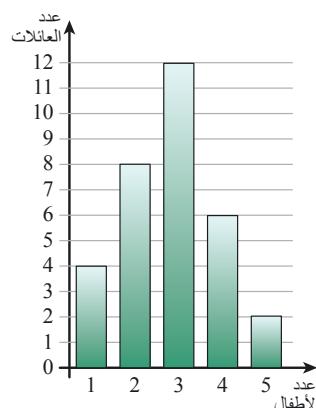
• **الأحداث المكملة** هي أحداث غريبة تشمل كل الأحداث.

مثال: في المهمة 4، الأحداث "نزول ثلج" و "عدم نزول الثلج" هي أحداث غريبة تشمل كل الإمكانيات، لذا فهي أحداث مكملة.

• **مجموع احتمالات الأحداث المكملة** هو 1.

أمثلة: مجموع الاحتمالات "نزول ثلج" و "عدم نزول الثلج" مساوي لـ 1.

مجموع احتمالات أن يُخرج الجهاز كرة زرقاء واحتمال عدم إخراج كرة زرقاء مساوي لـ 1.



5. تمثل الأعمدة، في الرسم البياني المعطى، عدد الأطفال لكل عائلة في القرية.

أ. أكملوا جدول التكرارية الملائم.

ب. كم عائلة يوجد في القرية؟

ت. اختيار عائلة من القرية بشكل عشوائي.

- ما هو احتمال أن يكون لهذه العائلة ثلاثة أطفال على الأقل؟

- ما هو احتمال أن يكون لهذه العائلة طفلان على الأكثر؟

ث. هل تكمل الأحداث في الفرع ت بعضها بعضًا؟ اشرحوا.

ج. اقترحوا أمثلة إضافية لأحداث يكمل بعضها بعضًا.



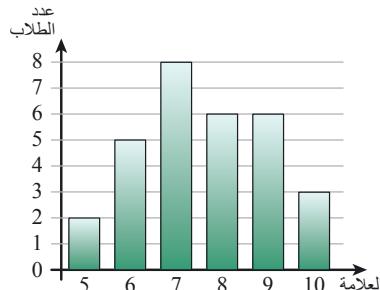
1. احتمال الفوز بكتاب في لعبة حظ هو 65%， واحتمال الفوز بحاسوب هو 15%.

أ. ما هو احتمال عدم الفوز مطلقاً؟

ب. هل الأحداث "الفوز بكتاب" و"الفوز بحاسوب" مكملة؟



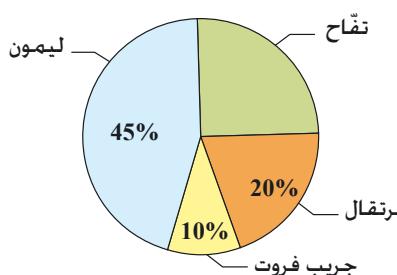
2. تمثل الأعمدة في الرسم البياني المعطى علامات في امتحان العلوم للصف الثامن 1.
أ. كم طالباً يوجد في الصف؟



- ب. نختار طالباً بشكل عشوائي. ما هو احتمال أن تكون علامته أكبر من 7؟
ت. حددوا لأيٍ من الأحداث يوجد الاحتمال الأكبر، أشرحوا.
- العلامة في الامتحان أكبر من 8.
 - العلامة في الامتحان أقل من 7.



3. أقامت شركة المشروبات استطلاعاً لمعرفة ما هو المشروب المفضل من بين 4 أنواع.



- أ. ما هي النسبة المئوية للذين سئلوا من الذين يفضلون مشروب البرتقال؟
ب. نختار شخصاً من الذين سئلوا.
ما هو احتمال أن يكون من الذين يفضلون مشروب البرتقال؟
ما هو احتمال أن يكون من الذين لا يفضلون مشروب الجريب فروت؟
ما هو الاحتمال أن يكون من الذين يفضلون مشروب البرتقال أو من الذين يفضلون مشروب الجريب فروت؟



4. في مصنع ما تم فحص 100 علبة تحتوي على مسامير، وقد سجّلوا عدد المسامير غير الصالحة في كل علبة.

عدد المسامير غير الصالحة في العلبة					النتائج معروضة في جدول التكرارية.
3	2	1	0	عدد العلب	أ. في كم علبة يوجد مسامaran غير صالحين على الأقل؟
5	25	30	40		ب. نختار علبة عشوائياً. ما هو احتمال أن يكون فيها مسامaran غير صالحين على الأقل؟

- ت. كم علبة يوجد فيها مسامار واحد غير صالح على الأكثر؟
ث. نختار علبة عشوائياً. ما هو احتمال أن يكون فيها مسامار واحد غير صالح على الأكثر؟



5. معطى في الجدول علامات امتحان التصنيف في اللغة الإنجليزية.

العلامة					
عدد الممتحنين					
10	9	8	7	6	
70	100	200	65	65	كم امتحاناً تم جمعه؟

- ب. نختار امتحاناً بطريقة عشوائية. ما هو احتمال:
أن تكون العلامة أكبر من 8؟ أن تكون العلامة 8 على الأقل؟ أن تكون العلامة أقل من 8؟
ت. أيٌ من الأحداث في البند ب يكمل بعضه بعضاً?
ث. جدوا حدثاً احتماله 0.14 وحدثاً مكملاً له.
ج. ما هو احتمال أن نختار عشوائياً امتحاناً علامته مساوية لمعدل كل الامتحانات؟



6. يحصل المشتري على بطاقة (مغطاة بطلاع للخدش) في كلّ مرّة يتمّ فيها شراء بيتسا من المطعم (انظروا المثال).

البطاقة مغطاة بطلاع. يُسمح للمشترين خدش مربع واحد فقط.

إذا كان المسجل داخل المربع ف- يفوزون ببيتسا.

إذا كان المسجل داخل المربع أ - لا يفوزون .

أ. ما هو احتمال الفوز ببيتسا مجاناً؟

ب. ما هو احتمال عدم الفوز ببيتسا ؟

ت. هل الحدث "الفوز ببيتسا" والحدث "عدم الفوز ببيتسا" هما حدثان مكملان؟

ف	أ	أ	ف	أ
ف	أ	أ	أ	أ
أ	أ	أ	أ	أ
أ	ف	أ	ف	



7. يحصل المشتري على بطاقة (مغطاة بطلاع للخدش) في كلّ مرّة يتمّ فيها شراء بيتسا من المطعم (انظروا المثال).

البطاقة مغطاة بطلاع. يُسمح للمشترين خدش مربع واحد فقط.

إذا كان المسجل داخل المربع ف- يفوزون ببيتسا.

إذا كان المسجل داخل المربع أ - لا يفوزون.

أ. ما هو احتمال الفوز ببيتسا مجاناً؟

ب. سجلوا حدثاً مكملاً للحدث "الفوز ببيتسا". ما هو احتمال الحدث الذي سجلتموه؟

ت. حضروا بطاقة خدش للمطعم مساحتها 4×5 مربعات بحيث يكون احتمال الفوز ببيتسا من خلالها $\frac{1}{5}$. في أيٍ من البطاقتين (البطاقة المعطاء والبطاقة التي حضرت بها) سيكون احتمال الفوز ببيتسا هو الأكبر؟ اشرحوا.



8. يحصل المشتري على بطاقة (مغطاة بطلاع للخدش) في كلّ مرّة يتمّ فيها شراء بيتسا من المطعم (انظروا المثال).

البطاقة مغطاة بطلاع. يُسمح للمشترين خدش مربع واحد فقط.

إذا كان المسجل داخل المربع ف- يفوزون ببيتسا.

إذا كان المسجل داخل المربع م- يفوزون بعصير.

إذا كان المسجل داخل المربع أ - لا يفوزون.

أ. جدوا الاحتمالات لكلٌ من الأحداث التالية.

- الفوز ببيتسا - الفوز بكأس عصير أو ببيتسا

- الفوز بكأس عصير - عدم الفوز

ب. جدوا في بنداً حدثين مكملين.

ت. سجلوا ثلاثة أحداث مجموع احتمالياتها 1.

أ	م	أ	ف	أ
أ	أ	أ	أ	أ
ف	أ	م	أ	أ
أ	أ	أ	ف	أ

الدرس الثالث: من جدول العمليّة إلى الاحتمالات

يلعب **سامي وسامر** لعبة "زوجي أو فردي". يرفع كلاهما عدداً من أصابع اليد اليمنى.

يفوز سامي - عندما يكون مجموع الأصابع التي رفعها كلاهما زوجياً.

يفوز سامر - عندما يكون مجموع الأصابع التي رفعها كلاهما فردياً.

من الفائز في صورة الأصابع؟
هل اللعبة، حسب رأيك، متّزنة (نزيهة)؟
إذا كان الجواب لا، من كنتم ستختارون اللعب مكانه؟

نحسب الاحتمالات من جدول العمليّة.



1. لتحديد الفائز في اللعبة التي وردت في مهمة الافتتاحية قرّروا تسجيل النتائج في جدول الجمع.
أ. انسخوا جدول الجمع وسجلوا فيه جميع إمكانيات الحصول على مجموع الأصابع.

عدد الأصابع التي يرفعها سامر		1	2	3	4	5
عدد الأصابع التي يرفعها سامي	+					
	1					
	2				6	
	3		5			
	4					
	5					

- ب. كم نتيجة في جدول الجمع؟
كم عدد الأعداد الزوجية منها؟
كم عدد الأعداد الفردية منها؟
ت. ما هو احتمال فوز **سامي**?
ث. ما هو احتمال فوز **سامر**؟



2. قالت كريمة: سجلنا في جدول العمليّة الذي ورد في المهمة الأولى 52 نتيجة، لذا فإنه من الواضح أن اللعبة غير متّزنة.
أ. هل ما قالته كريمة صحيح؟ اشرحوا.
ب. اقترحوا تغييرًا كي تصبح اللعبة متّزنة. افحصوا بمساعدة جدول العمليّة.

+	1	2	3	4	5	6
1						
2						
3				7		
4						
5						
6					11	

3. نرمي مكعب زهرٌ عاديّ ونجمع الأعداد الناتجة.
يفوز عدي - إذا كان مجموع الأعداد زوجياً.
تفوز دانية - إذا كان مجموع الأعداد فردياً.
أ. هل اللعبة متّزنة.
إذا كان الجواب نعم فاشرحوا.

- إذا كان الجواب لا، ملن سيكون احتمال الفوز الأكبر؟
ب. اقترح **أيوبي** ترتيب النتائج بطريقة أخرى (انظروا جدول العمليّة).
بماذا يختلف ترتيب **أيوبي** عن الترتيب السابق؟
أين تظهر المجاميع الزوجية في الجدول؟
هل هناك إيجابيات لترتيب **أيوبي**? اشرحوا.

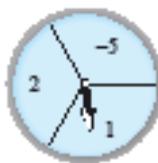
+	1	3	5	2	4	6
1						
3						
5						
2						
4						
6						



+	1	3	5	2	4	6
1						
3						
5						
2						
4						
6						

عندما نغير الترتيب في جدول العمليّة أحياناً، ينتج لدينا جدول يسهل علينا بواسطته قراءة احتمالات أحداث معينة.

مثال: في المهمة 3 - يمكن تقسيم الجدول إلى أربعة مساحات متساوية بحسب اقتراح **أيوب**، يوجد في اثنين منها أعداد زوجية و في اثنين آخرين منها أعداد فردية.



4. الساعة التي في الرسمة مقسّمة إلى أجزاء متساوية .
ندير العقرب مرّتين.

ونضرب العددين الذين توقف العقرب في مجالهما.

أ. إنسخوا الجدول وأكملوه.

كم حاصل ضرب موجب نتج؟ وكم حاصل ضرب سالب نتج?
ب. احسبوا احتمالات كلّ من الأحداث التالية.

-	2	-5	1
2			
-5			
1			

- الحصول على حاصل ضرب موجب

- الحصول على حاصل ضرب سالب

- الحصول على حاصل ضرب مساو لـ 1.

ت. رتبّت ندي جدول العمليّة هكذا:

لأيّ من الأحداث التي في بند ب، يسهل إيجاد الاحتمالات من خلال جدول عمليّة ندي؟ اشرحوا.

ث. تزيد دعاء إيجاد احتمال الحصول على عدد زوجي.

رتبّوا جدول العمليّة بحيث يكون سهلاً عليها إيجاد العدد الزوجي.



5. ندير عقربيٌ ساعتين. كلّ ساعة مقسّمة إلى أربعة أقسام متساوية.

نكتب على الساعة I ما يلي: 3 أعداد موجبة وعددًا سالبًا.

نكتب على الساعة II ما يلي: عددين موجبين وعددين سالبين.

يفوز **شادي** - إذا كان حاصل ضرب الأعداد التي تقف عندها العقارب موجباً.

تفوز **رشا** - إذا كان حاصل ضرب الأعداد التي تقف عندها العقارب سالباً.

أ. هل اللعبة متزنة؟ علّلو.

ب. إنسخوا جدول العمليّة. وأكملوه.

لوّنوا كلّ المربعات التي سُجّلت فيها نتيجة موجبة.

مرّروا خطوط تقسيم في الجدول.

حدّدوا ما هو احتمال فوز **شادي** وما هو احتمال فوز **رشا**؟

II	III	IV	I

مجموعة مهام



+	1	2	3	4	5	6
1						
2						
3			7			
4						
5						
6				11		

1. نرمي مكعب زهر عادي، ونجمع الأعداد التي تظهر.
- أ. انسخوا جدول الجمع وأكملاه. كم نتيجة في الجدول؟
- ب. ما هو احتمال الحصول على 7؟
- ما هو احتمال الحصول على 8؟
- ت. لُّونوا جدول النتائج بحيث يكون من السهل تمييز الأحداث ذات الاحتمالات المتساوية. جدوا نتيجة بحيث يكون احتمال الحصول عليها مساوياً لاحتمال الحصول على 8.
- ث. يفوز رامي إذا كان المجموع أكبر من 7، وتفوز مريم إذا كان المجموع 6 على الأكثر. هل اللعبة متّزنة؟ اشرحوا.



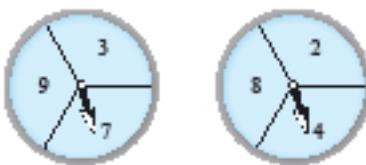
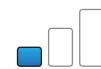
2. نرمي مكعب زهر عادي، ونكتب حاصل ضرب الأعداد التي تظهر.
- أ. حضروا جدول ملائماً لتسجيل وملء جميع النتائج الممكنة.
- ب. جدوا احتمال كلٌ من الأحداث التالية.
- حاصل الضرب مساوٍ لـ 6
 - حاصل الضرب أكبر من 36
 - حاصل الضرب مساوٍ لـ 10
 - حاصل الضرب هو عدد موجب



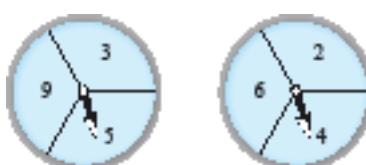
3. نرمي مكعب زهر عادي، ونكتب العدد الأكبر من بين العددين.
- إذا أظهر المكعبان نفس العدد نسجّله.
- أ. حضروا جدول ملائماً لتسجيل وملء جميع النتائج الممكنة.
- ب. جدوا احتمال كلٌ واحدة من الأحداث التالية.
- | | |
|----------------------------|-----------------------|
| - الحصول على عدد أكبر من 3 | - الحصول على عدد زوجي |
| - الحصول على عدد أصغر من 5 | - الحصول على عدد فردي |



4. نرمي مكعب زهر عادي، أحدهما باللون الأبيض وأخر باللون الأسود.
- نطرح العدد الذي يظهر على المكعب الأبيض من العدد الذي يظهر على المكعب الأسود.
- أ. حضروا جدول ملائم لتسجيل وملء جميع النتائج الممكنة.
- ب. احسبوا احتمالات كلٌ واحد من الأحداث التالية، وحدّدوا ما إذا كان حدثاً ممكناً، حدثاً غير ممكناً، حدثاً مؤكداً.
- | | |
|---------------------------|------------------------------|
| - أن يكون الفرق موجباً | - أن يكون الفرق أقل من 4 |
| - أن يكون الفرق أكبر من 2 | - أن يكون الفرق 7 |
| - أن يكون الفرق زوجياً | - أن يكون الفرق مساوياً لـ 0 |
- ت. سجّلوا مثلاً لحدثين احتمال حصولهما متساوياً.
- ث. لُّونوا جدول النتائج بحيث يكون من السهل تمييز الأحداث ذات الاحتمالات المتساوية.



5. نديري عقريِّي الساعتين كما في الرسمة.
ونحسب مجموع الأعداد التي تقف عليها.
- أ. انسخوا وأكملوا جدول الجمع.
- ب. ما هو احتمال الحصول على المجموع 5؟
- ت. ما هو احتمال الحصول على المجموع 10؟
- ث. ما هو احتمال الحصول على مجموع بحيث يكون عددًا زوجيًّا؟
- ج. ما هو احتمال الحصول على مجموع بحيث يكون عددًا فرديًّا؟
- ح. ما هو احتمال الحصول على مجموع أقل من 10؟
- خ. لأيٍّ من مجموع الأعداد يكون الاحتمال $\frac{1}{3}$ ؟
- د. سُجّلوا حدثًا احتماله 1.

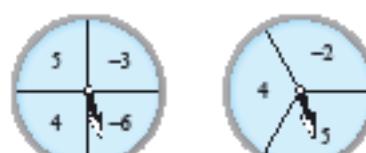


6. نديري عقريِّي الساعتين كما في الرسمة.
ونحسب مجموع الأعداد و حاصل ضرب الأعداد التي تقف عليها.
- أ. انسخوا وأكملوا جدول الجمع وجدول الضرب.
- ب. احسبوا احتمالات الأحداث التالية.

-	3	5	9
2			
4			
6			

+	3	5	9
2			
4			
6			

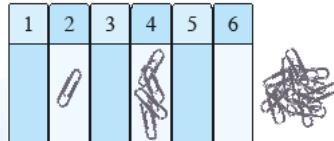
- مجموع الأعداد زوجيٌّ
 - حاصل ضرب الأعداد فرديٌّ
 - حاصل ضرب الأعداد زوجيٌّ
 - حاصل ضرب الأعداد فرديٌّ
3. جدوا حدثًا من الجمع بحيث يكون احتمال الحصول عليه هو $\frac{2}{9}$.
4. جدوا حدثًا من الضرب بحيث يكون احتمال الحصول عليه هو $\frac{2}{9}$.



-	-6	-2	4	5
-2				
4				
5				

7. نديري عقريِّي الساعتين كما في الرسمة.
ونحسب حاصل ضرب الأعداد التي تقف عليها.
- أ. تفوز **يارا** - عندما يقف العقربان على عددين حاصل ضربهما موجب.
- تفوز **ورود** - عندما يقف العقربان على عددين حاصل ضربهما سالب
هل اللعبة متَّزنة حسب رأيك؟
- ب. انسخوا جدول الضرب وأكملوا. احسبوا احتمال فوز **يارا**. واحتمال فوز **ورود**.
- ت. نغيِّر قوانيين اللعبة كالتالي: تفوز **يارا** إذا كان المجموع عددًا زوجيًّا، وتفوز **ورود** إذا كان المجموع عددًا فرديًّا.
ما هو احتمال فوز كلِّ منها؟
- قوموا بتغيير عدد موجود على الساعة المقسمة لأربعة أقسام، بحيث تصبح اللعبة متَّزنة.

الدرس الرابع: الاحتمال في خدمة اللعبة*



تلعب ثلات بنات في المشابك.

لكل واحدة منهن لوحة (كما هو موضح في الرسمة) و 21 مشبكًا.

تضع كل واحدة من المشتركات المشابك في أي عمود تختاره من الأعمدة الموجودة على اللوحة.

ترمي المشتركة في كل مرة مكعب الزهر العادي، وتزيل مشبكًا واحدًا من المشابك الموجودة على اللوحة بحسب الرقم

الذي أظهره المكعب. تنتهي اللعبة عندما تفرغ إحدى اللوحات بحيث نزيد من احتمال الفوز؟ علّوا.

نستعمل المعرفة التي تعلمناها في موضوع الاحتمال كي نخطط ذلك.

1. نتطرق إلى اللعبة التي وردت في مهمة الافتتاحية.

لم تضع **يارا** مشابك في الأعمدة 6 و 1. وفي كل واحد من الأعمدة الباقيه وضع 3 مشابك.

وضعت **عدن** مشبكين في كل عمود.

وضعت **نور** كل المشابك في العمود رقم 6.

أعطوا رأيكم في كل من الاقتراحات التي اقترحتها **يارا** و **عدن** و **نور**. اشرحوا.



2. مشابك على المجموع (لعبة لمشتركيْن أو ثلاثة).

تحتوي اللعبة على:

• لكل مشترك/ة 18 مشبكًا صغيرًا.

• مكعب زهر عاديان

• لكل مشترك لوحة لعب.

2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12

هدف اللعبة: إزالة المشابك عن اللوحة أولاً.

تعليمات اللعبة

يضع كل واحدة من المشتركيْن/ات 18 مشبكًا في أي عمود يختاره من الأعمدة الموجودة على اللوحة.

(يسمح وضع مشبك وحيد في كل عمود، وضع عدة مشابك معاً، أو عدم وضع مشابك مطلقاً).

نرمي المكعبين في كل دور ونحسب المجموع.

ننزل مشبكًا واحدًا من المشابك الموجودة على اللوحة بحسب الرقم الذي أظهره المكعب (إِنْ وجد).

تنتهي اللعبة عندما تفرغ إحدى اللوحات من المشابك.

الفائز/ة: هو المشترك الذي فرغت لوحته من المشابك.

* يمكن إيجاد لوحات اللعب في موقع "الرياضيات المدمجة" في "قسم الكتب التعليمية - أوراق مساعدة للتلاميذ والمعلمين".



3. نظر إلى اللعبة التي وردت في المهمة 2.

أ. صفووا اعتباراتكم حول طريقة توزيع المشابك على اللوحة في بداية اللعب.

ب. انسخوا وأكملا جدول الجمع.

هل من الممكن أن نتعلم كم مشبكًا يمكن وضعه في كل عمود اعتماداً على لوحة الجمع؟
ت. احسبوا احتمال الحصول على كل مجموع ناتج عن رمي المكعبين (بين 2 إلى 21).

ث. صفووا الطريقة التي ستختارونها لتوزيع المشابك إذا كان المجموع (من 2 حتى 21). في
لعبة خيالية يحصل كل لاعب على أقراص.

+	1	2	3	4	5	6
1						
2						
3						
4						
5						
6						



- من غير الممكن التنبؤ بنتائج خطوة واحدة أو عدد قليل من الخطوات.
- يمكن أن نتبأ بشكل معقول جدًا بنتائج خطوات كثيرة، عن طريق تحليل لعبة ما.

المزيد عن جدول العمليات

4. نلعب بـمكعب زهر ممّيّز.

سُجلت على أوجه المكعب أ 3 أعداد موجبة و 3 أعداد سالبة.

سُجل على أوجه المكعب ب عدداً موجباً و 4 أعداد سالبة.

تفوز **شذى** - إذا كان حاصل ضرب الأعداد الناتجة عن رمي المكعبين موجباً.

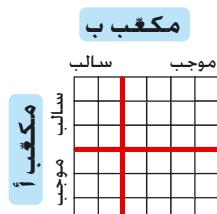
تفوز **رشا** - إذا كان حاصل ضرب الأعداد الناتجة عن رمي المكعبين سالباً.

أ. هل اللعبة متّزنة؟ اشرحوا.

ب. ابناوا جدولًا للعملية بحيث يكون ملائماً للنتائج، وحدّدوا ما هو احتمال فوز **شذى** و ما هو احتمال فوز **رشا**؟

5. تطرق **رنا** إلى المهمة التي وردت في المهمة 4.

تقول **رنا**: قمتُ ببناء جدول عملية كما في الرسمة. إذا قمنا بتلوين المساحات التي حاصل الضرب فيها موجب، يكون من السهل علينا تحديد ما إذا كانت اللعبة متّزنة. هل يمكن أن تكون **رنا** صادقة؟ اشرحوا.



من الممكن أن نحسب احتمالات، رغم أن النتائج الممكنة غير معطاة بوضوح.

في حالات معينة، يمكن الاستعانة برسم بياني للمساحة.

يظهر كل نوع من النتائج - في رسم بياني كهذا - بحسب القسم النسبي له في مجموعة المعطيات.

مثال: الجدول الذي رسمته **رنا** في المهمة 5 هو رسم بياني للمساحة.

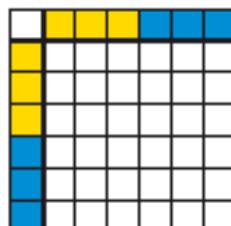


1. قُسّمت الساعة التي في الرسمة إلى 5 أقسام متساوية.
نطرح العدد الذي حصلنا عليه في المرة الثانية من العدد الذي حصلنا عليه في المرة الأولى.
- أ. انسخوا جدول الطرح وأكملوه. لونوا القطر الذي فيه أصفار.
- ب. نلعب بالفروق ، يوجد 50 مشبكًا لكل مشترك.

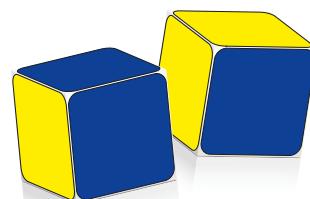
-	1	2	3	4	5
1					
2					
3					
4					
5					

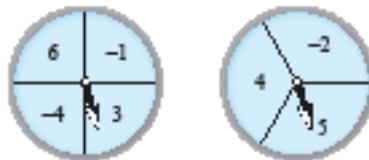
-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4

انسخوا الجدول وسجلوا كم مشبكًا ينبغي وضعه في كل عمود من جدول الفروق؟.
ت. لونوا بنفس اللون كل قطرتين موجودتين على بعد مساوٍ عن قطر الأصفار.
إذا قمنا بطيّ جدول الفروق على طول قطر الأصفار، فأيّ من الفروق سيلتقي بعضها البعض؟
ث. جدوا تماثلًا في جدول بند ب من السؤال بحيث يكون مشابهًا للتماثل الذي وجدتموه في الجدول.



2. نرمي مكعب زهر مميّزين.
- توجد لكل مكعب ثلاثة وجوه زرقاء، وثلاثة وجوه صفراء.
- أ. انسخوا جدول العمليّة وأكملوا:
- إذا حصلتم على اللون الأزرق في المكعبين فلونوا بالأزرق.
إذا حصلتم على اللون الأصفر في المكعبين فلونوا بالأصفر.
إذا حصلتم على لون مختلف في المكعبين فلونوا بالأحمر.
- ب. نلعب بحيث تكون المشابك على لون ما.
لكل مشترك 12 مشبكًا.
معطى في الرسمة جدول لتسجيل النتائج.
أرسموا جدولًا وأكملوا، كم من المشابك ينبغي وضعه في كل عمود.





3. معطى رسم ل ساعتين، كلّ ساعة مقسّمة لأقسام متساوية.
تدبر كل من **تala ورنا** العقارب، وتحسبان حاصل ضرب العددين
الذين يقف عليهما العقربان.

تفوز تala - إذا كان حاصل ضرب الأعداد موجباً.

تفوز رنا - إذا كان حاصل ضرب الأعداد سالباً.

أ. هل اللعبة متّزنة؟ اشرعوا.

ب. انسخوا الجدول ولوّنوا المساحات الملائمة لفوز تala.

ت. احسبوا احتمال فوز تala.

احسبوا احتمال فوز رنا.

ساعة II			
•	سالب	سالب	موجب
سالب			
موجب			



4. تقوم **جني وسجي** بتدوير عقارب الساعتين.

كلّ ساعة مقسّمة إلى عشرة أقسام متساوية.

تم تسجيل عدد واحد في كلّ قسم.

سُجلت على الساعة أ 5 أعداد موجبة و 5 أعداد سالبة.

سُجلت على الساعة ب 3 أعداد موجبة و 7 أعداد سالبة.

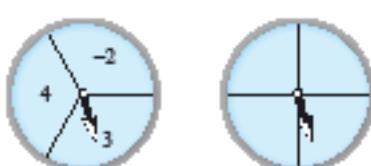
تدبر العقربين وتحسب حاصل ضرب العددين الذين يقف عليهما العقربان.

تفوز جني - إذا كان حاصل ضرب الأعداد موجباً.

تفوز سجي - إذا كان حاصل ضرب الأعداد سالباً.

أ. ابنوا جدول عملية مقسم إلى حاصل ضرب موجب وحاصل ضرب سالب. حدّدوا المساحة التي تصف فوز جني.

ب. احسبوا احتمال فوز **جني** واحتمال فوز **سجي**.



5. معطى رسم ل ساعتين. كلّ ساعة مقسّمة لأقسام متساوية.
تدبر كل من **يارا ووردة** العقارب، وتحسبان حاصل ضرب العددين
الذين يقف عليهما العقربان.

تفوز يارا - إذا كان حاصل ضرب الأعداد موجباً.

تفوز وردة - إذا كان حاصل ضرب الأعداد سالباً.

أ. انسخوا الساعة الفارغة، وأكملوا الأعداد بحيث يكون احتمال فوز يارا هو الأكبر.

ب. انسخوا الساعة الفارغة، وأكملوا الأعداد بحيث يكون احتمال فوز وردة هو الأكبر.

ت. انسخوا الساعة الفارغة، وأكملوا الأعداد بحيث تكون اللعبة متّزنة.

ث. مع أيٍ من البنود السابقة يتنااسب الجدول المعطى؟

موجب	سالب
سالب	



نحافظ على لياقة رياضية

تعابير جبرية متساوية

1. يوجد في كل بند تعبير جبري واحد غير مساوٍ لباقي التعبيرات. ما هو؟

$-1 \cdot 2x$	$x \cdot (-2)$	$x - 2$	$-2x$.أ.
---------------	----------------	---------	-------	-----

$x \cdot 5$	$5x$	$5 \cdot x$	$5 + x$.ب.
-------------	------	-------------	---------	-----

$x \cdot (-7)$	$x - 7$	$-7 \cdot x$	$-7x$.ت.
----------------	---------	--------------	-------	-----

$x \cdot 5x$	$5x^2$	$6x$	$5x \cdot x$.ث.
--------------	--------	------	--------------	-----

$1 \cdot x$	x	$x \cdot 1$	$x + 1$.ج.
-------------	-----	-------------	---------	-----

2. يوجد في كل بند تعبير جibri واحد غير مساوٍ لباقي التعبيرات. ما هو؟

$-x^2 \cdot 2$	$-2x^2$	$x - 2x$	$x \cdot (-2x)$.أ.
----------------	---------	----------	-----------------	-----

$2 \cdot 3x^2$	$6(2x)$	$2x \cdot 3x$	$6x^2$.ب.
----------------	---------	---------------	--------	-----

$4 \cdot 2ab$	$2a \cdot 4b$	$8a \cdot 8b$	$8(a \cdot b)$.ت.
---------------	---------------	---------------	----------------	-----

$x^2 \cdot x^2$	$x^2 + x^2$	$x \cdot 2x$	$2x^2$.ث.
-----------------	-------------	--------------	--------	-----

$\frac{2x}{x^2}$	$5x \cdot \frac{2}{5}$	$\frac{6x}{3}$	$2x$.ج.
------------------	------------------------	----------------	------	-----

$\frac{x^2}{-1}$	$(-x)^2$	$x \cdot (-x)$	$-x^2$.ح.
------------------	----------	----------------	--------	-----

3. طلب من **عدن** كتابة 4 تعبيرات متساوية لكُل تعبير من التعبيرات الموجودة في الإطارات.

احصوا عملها. حاولوا شرح أخطائها.

$2 \cdot 3a$	$a \cdot 6$	$2a + 4a$	$2 + 4a$	6a	.أ.
--------------	-------------	-----------	----------	-----------	-----

$20 + 5a$	$5 \cdot 4 + 5 \cdot a$	$5 \cdot 4a$	$20a$	$5 \cdot (4 + a)$.ب.
-----------	-------------------------	--------------	-------	-------------------------------------	-----

$6a^2$	$6a + a^2$	$7a$	$6 \cdot a \cdot a$	$6a \cdot a$.ت.
--------	------------	------	---------------------	--------------------------------	-----

$-8(a - 0.25)$	$-6a$	$2(1 - 4a)$	$-8a + 2$	$2 - 8a$.ث.
----------------	-------	-------------	-----------	----------------------------	-----