



الوحدة الواحدة والعشرون: حساب احتمالات

الدرس الأول: تنظيم نتائج

	1	
3	1	
	2	1
	3	

أمامكم فرش مكعب خاص.
كُتبت كل من **رنا** و**هدى** إمكانيات الحصول على كل واحد من الأعداد التي كُتبت عليه.
كُتبت **رنا** كالتالي: 1, 2, 3
كُتبت **هدى** كالتالي: 1, 1, 1, 2, 3, 3, 3

أي من أشكال الكتابة التي كُتبت كل من **رنا** و**هدى** هي الأسهل كي نحسب احتمال الحصول على كل واحد من الأعداد ؟

نتعلم كتابة الإمكانيات بطريقة مريحة لحساب الاحتمال.

1. نتطرق إلى المكعب الذي وَرَدَ في مهمة الافتتاحية.

أ. ما هو احتمال الحصول على العدد 1؟

ب. ما هو احتمال الحصول على العدد 3؟

ت. ما هو احتمال الحصول على عدد يختلف عن 1؟



2. يوجد في جرة 4 كرات بيضاء وكرة زرقاء (كلها بنفس الحجم).

نُخرج كرة دون أن ننظر في الجرة.

أ. سجّلوا النتائج الممكنة من خلال طريقة مريحة لحساب الاحتمالات.

ب. ما هو احتمال إخراج كرة بيضاء؟

ت. ما هو احتمال إخراج كرة زرقاء؟

ث. ما هو احتمال إخراج كرة حمراء؟

ج. ما هو احتمال إخراج كرة زرقاء أو كرة بيضاء؟



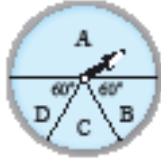
انتبهوا، لكي نحسب احتمالاً، من المريح كتابة كل نتيجة كعدد المرات التي ظهرت فيها .

أمثلة: كُتِب العدد 1 في مهمة الافتتاحية على ثلاثة أوجه، لذا فإنّه من المفضل تنظيم النتائج حسب طريقة هدى.

في المهمة الثانية: نسجّل: أبيض ، أبيض ، أبيض ، أزرق. . أو في جدول:

أبيض	أزرق
4	1

هكذا من السهل حساب احتمال إخراج كرة بيضاء، وهو $\frac{4}{5}$.



3. ندير عقرب الساعة الموجود في الرسة حتى يقف.

أ. احسبوا احتمالات الأحداث التالية :

- أن يقف العقرب على المساحة A
 - أن يقف العقرب على المساحة D
 - أن يقف العقرب على المساحة B
 - أن يقف العقرب على المساحة C
- ب. ندير العقرب 1,200 مرة.

كم مرة، بالتقريب، من المتوقع وقوف العقرب في المساحة A؟
كم مرة، بالتقريب، من المتوقع وقوف العقرب في المساحة C؟ اشرحوا.

4. قام كل الطلاب في المجموعة بتسجيل الحرف الأول من أسمائهم الشخصية على بطاقات.

نتجت الحروف الآتية: ع، أ، ش، م، ل، م، ش، ع، ر، ر، أ، ر، م، أ.

وضعوا البطاقات في علبة، وأخرجوا بطاقة بطريقة عشوائية.

أ. كم طالباً في المجموعة؟

ب. نظموا المعطيات بطريقة ناجعة.

ت. ما هو احتمال إخراج بطاقة سُجِّل عليها الحرف أ؟

ث. ما هو احتمال إخراج بطاقة سُجِّل عليها الحرف ع؟

ج. لأي حرف من الحروف سيكون الاحتمال هو الأكبر؟ ما هو؟

ح. لأي حرف من الحروف يوجد نفس الاحتمال؟ ما هو؟



5. يوجد في كيس 24 بنورة: 8 خضراء، 6 زرقاء، 10 صفراء.

نخرج بنورة من الكيس، نسجل لونها ونعيدها إلى الكيس.

أ. لائمهوا لكل حدث الاحتمال الملائم له من الأعداد التالية:

$$\frac{1}{4}, \frac{5}{12}, \frac{7}{12}, 1, \frac{3}{4}, 0, \frac{2}{3}, \frac{1}{3}$$

- أخرجوا بنورة صفراء

- أخرجوا بنورة حمراء

- أخرجوا بنورة ليست زرقاء

- أخرجوا بنورة ليست حمراء

ب. اكتبوا حدثين ملائمين لعددتين آخرين من الأعداد المعطاة.



نفكر بـ ...

6. توجد في جرة بنانير خضراء وبنانير حمراء .

النسبة بين عدد البنورات الحمراء إلى البنورات الخضراء في الجرة هي 2:3.

أ. نختار بنورة بشكل عشوائي. ما هو احتمال أن تكون باللون:

الأحمر الأخضر الأحمر أو أخضر أزرق

ب. هل يمكن أن نعرف كم بنورة في الجرة؟ أعطوا أمثلة لأعداد ملائمة.



7. أ. طُلب من الطّلاب كتابة كلّ الإمكانيّات لتركيّب أسرة مكوّنة من ولد وبنت
كتب **سمير**: ولدان، بنتان، ولد - بنت.

كتب **نادر**: (بنت، بنت)، (ولد، ولد)، (ولد، بنت)، (بنت، ولد).

أيّ من الكتابات تعكس جيّدًا احتمالات الأحداث المختلفة؟

ب. جدوا احتمالات الأحداث الآتية.

- البكر ولد والصغيرة بنت

- يوجد في العائلة بنات فقط

- يوجد في العائلة ولد وبنت أيضًا.

- البكر ولد

ت. لأيّ حدث من الحدثين الآتين يوجد احتمال أكبر: "أن يكون في العائلة ولدان" أم "أن يكون في العائلة ولد وبنت"؟ علّلوا.



مجموعة مهام



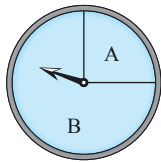
1. ندير عقرب الساعة الموجود في الرّسمة.

أ. ما هو احتمال أن يقف العقرب في المساحة الملوّنة بالأزرق؟

ب. ما هو احتمال أن يقف العقرب في المساحة الملوّنة بالأزرق فاتح؟

ت. ندير العقرب 800 مرّة.

كم مرّة، بالتقريب، يتوقّع وقوف العقرب في المساحة الملوّنة بالأزرق فاتح؟



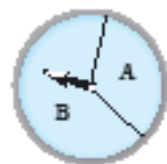
2. المساحة B، في داخل الساعة المرسومة، أكبر من المساحة A بثلاث مرّات. ندير عقرب الساعة.

أ. ما هو احتمال أن يقف العقرب في المساحة A؟

ما هو احتمال أن يقف العقرب في المساحة B؟

ب. ندير العقرب 100 مرّة. كم مرّة، بالتقريب، يتوقّع وقوف العقرب في المساحة A؟

ت. توقّف العقرب 102 مرّات في المساحة A. كم مرّة، بالتقريب، يمكن أن نفترض وقوف العقرب في المساحة B؟



3. المساحة B، في داخل الساعة المرسومة، أكبر من المساحة A بمرتين. ندير عقرب الساعة.

أ. ما هو احتمال أن يقف العقرب في المساحة A؟

ما هو احتمال أن يقف العقرب في المساحة B؟

ب. ندير العقرب 120 مرّة.

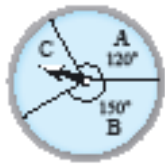
كم مرّة، بالتقريب، يتوقّع وقوف العقرب في المساحة A؟

ت. توقّف العقرب 607 مرّات في المساحة B. كم مرّة، بالتقريب، يمكن أن نفترض وقوف العقرب في المساحة A؟

ث. إذا توقّف العقرب في المساحة A فنحصل على 10 نقاط.

ث. إذا توقّف العقرب في المساحة B فنخسر 3 نقاط.

كم نقطة، تقريبًا، يمكن أن نجمع عند إدارة العقرب 180 مرّة؟



4. ندير عقرب الساعة الموجود في الرسمة، إذا توقّف العقرب في المساحة A فنخسر نقطة.
إذا توقّف العقرب في المساحة B فنحصل على 10 نقاط. إذا توقّف العقرب في المساحة C فنخسر 3 نقاط.
أ. حدّدوا ما هو احتمال وقوف العقرب في كل واحدة من المساحات.
ب. ندير العقرب 300 مرة.
كم مرة، بالتقريب، يمكن أن نتوقع وقوف العقرب في المساحة B؟ كم نقطة نجمع في نهاية اللعبة؟
ت. أدار سائد العقرب وجمع 740 نقطة. كم مرة، بالتقريب، أدار سائد العقرب؟ اشرحوا.



5. النسبة بين عدد العمّال ذوي الخبرة إلى عدد العمّال الجدد هي 5:1.
نختار عاملاً بشكل عشوائي. ما هو احتمال أن يكون عاملاً ذا خبرة؟



6. يوجد في الصف 30 طالباً. النسبة بين عدد الأولاد إلى عدد البنات هي 1:4.
أ. نختار طالباً بشكل عشوائي. ما هو احتمال أن يكون ولدًا؟ ما هو احتمال أن تكون بنتًا؟
ب. هل تتغيّر الإجابة إذا كان عدد الطّلاب في الصف 35؟ اشرحوا.



7. توجد في علبة مكعبات بلونين، أحمر وأبيض. احتمال إخراج مكعب أحمر من العلبة بشكل عشوائي هو $\frac{2}{7}$.
أ. ما هو احتمال إخراج مكعب أبيض بشكل عشوائي؟
ب. ما هي النسبة بين عدد المكعبات البيضاء إلى عدد المكعبات الحمراء في العلبة؟
ت. هل يمكن أن نحدّد كم مكعباً يوجد في العلبة؟ اشرحوا.



8. يوجد لدى عائلة طفلان.
أ. انسخوا الجدول، أكملوا كلّ إمكانيّات تركيب عائلة فيها أولاد وبنات.

البكرة/التي	الصغيرة/التي
ولد	ولد

مثال:

- جدوا احتمالات الأحداث الآتية.
- يوجد في العائلة أولاد فقط. - البكرة بنت والصغيرة ولد.
- يوجد في العائلة ولد وبنت. - توجد في العائلة بنات فقط.



9. يوجد لدى عائلة ثلاثة أطفال.
أ. سجلوا كلّ إمكانيّات تركيب عائلة فيها أولاد وبنات.
ب. جدوا احتمالات الأحداث الآتية.
- يوجد في العائلة ولد واحد فقط - توجد في العائلة ثلاث بنات.
- الكبير فقط، في العائلة، هو ولد - يوجد في العائلة بنت وولدان.
ت. أيّ حدث احتمال حدوثه أكبر؟
- "في العائلة 2 أولاد" أو "في العائلة 3 أولاد"؟ اشرحوا.
- "في العائلة 2 أولاد" أو "في العائلة ولد واحد"؟ اشرحوا.

الدرس الثاني: نحسب احتمالات



لكل إنسان يوجد نوع من أربعة أنواع من الدم A, B, AB, O
يوجد لـ 40% من السكان نوع الدم A، لـ 20% نوع الدم B، لـ 5% نوع الدم AB.
لأي نسبة من السكان يوجد نوع الدم O؟
أصحاب نوع الدم A يستطيعون تلقي تبرع الدم من أصحاب نوع الدم A أو من أصحاب نوع الدم O.
ما هو احتمال أن يتبرع شخص عشوائي بدمه لشخص نوع دمه A؟
نحسب الاحتمال.

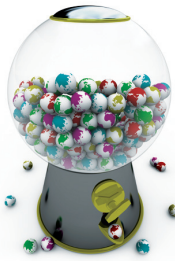
دمج نتائج

1. نتطرق إلى المعطيات التي وردت في مهمة الافتتاحية.
أ. يسكن في قرية 10,000 شخص.
كم شخصاً، تقريباً، من سكان القرية يمكن أن يكون نوع دمه A؟
ب. جدوا احتمال كل حدث من الأحداث التالية.
- متبرع معين يملك نوع دم A - متبرع معين يملك نوع دم A أو B
- متبرع معين يملك نوع دم O - متبرع معين يملك نوع دم A أو O



احتمال الحصول على نتيجة حدث مركب من حدثين مختلفين (لا يمكن أن يحدثا معاً) هو مجموع الاحتمالات للحدثين.

مثال: الاحتمال أن يكون للشخص المحتاج للتبرع بدم نوع دم A أو نوع دم B، هو $\frac{2}{10} + \frac{4}{10} = \frac{6}{10}$



2. في جهاز الحظ 30% من الكرات حمراء، 40% صفراء والباقي زرقاء.
أ. ما هي النسبة المئوية للكرات الزرقاء في الجهاز؟
ب. كم كرة من كل لون يوجد إذا كان عدد الكرات في الجهاز 100؟
كم كرة من كل لون يوجد إذا كان عدد الكرات في الجهاز 240؟
ث. يُخرج الجهاز كرة واحدة. جدوا احتمال أن يُخرج :
كرة زرقاء كرة حمراء كرة صفراء كرة حمراء أو كرة صفراء كرة خضراء.
3. يوجد في جرة 8 كرات باللون الأحمر الفاتح، 4 كرات باللون الأحمر الغامق، 6 كرات باللون الأخضر الفاتح، 6 كرات باللون الأخضر الغامق، نُخرج كرة من الجرة دون أن ننظر فيها.
ما هو احتمال إخراج كرة:
أ. باللون الأحمر الفاتح؟ ب. باللون الأحمر ت. باللون الفاتح؟

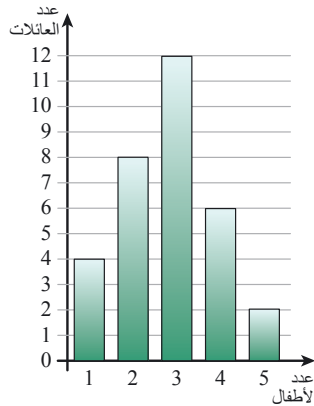


أحداث مكتملة

4. قال مذياع النشرة الجوية: احتمال سقوط الثلوج في القدس غداً هو $\frac{1}{4}$.
ما هو احتمال أن لا يسقط ثلج؟



- **مجموع احتمالات الحصول على كل الأحداث الممكنة هو 1.**
مثال: في المهمة 2، عندما يكون في الجهاز كرات بالألوان التالية: أزرق، أحمر وأصفر يتحقق ما يلي:
مجموع احتمالات أن يُخرج الجهاز كرة زرقاء أو حمراء أو صفراء هو 1.
$$\frac{3}{10} + \frac{3}{10} + \frac{4}{10} = 1$$
- **الأحداث المكتملة هي أحداث غريبة تشمل كل الأحداث.**
مثال: في المهمة 4، الأحداث "نزل ثلج" و"عدم نزل الثلج" هي أحداث غريبة تشمل كل الإمكانيات، لذا فهي أحداث مكتملة.
- **مجموع احتمالات الأحداث المكتملة هو 1.**
أمثلة: مجموع الاحتمالات "نزل ثلج" و"عدم نزل الثلج" مساوٍ لـ 1.
مجموع احتمالات أن يُخرج الجهاز كرة زرقاء واحتمال عدم إخراج كرة زرقاء مساوٍ لـ 1.



5. تمثل الأعمدة، في الرسم البياني المعطى، عدد الأطفال لكل عائلة في القرية.
- أكملوا جدول التكرارية الملائم.
 - كم عائلة يوجد في القرية؟
 - نختار عائلة من القرية بشكل عشوائي.
- ما هو احتمال أن يكون لهذه العائلة ثلاثة أطفال على الأقل؟
- ما هو احتمال أن يكون لهذه العائلة طفلان على الأكثر؟
ث. هل تكمل الأحداث في الفرع ت بعضها بعضاً؟ اشرحوا.
ج. اقترحوا أمثلة إضافية لأحداث يكمل بعضها بعضاً.



مجموعة مهام



1. احتمال الفوز بكتاب في لعبة حظ هو 65%، واحتمال الفوز بحاسوب هو 15%.
أ. ما هو احتمال عدم الفوز مطلقاً؟
ب. هل الأحداث "الفوز بكتاب" و"الفوز بحاسوب" مكتملة؟



2. تمثّل الأعمدة في الرسم البياني المعطى علامات في امتحان العلوم للصف الثامن 1.

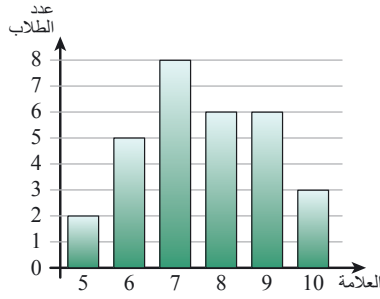
أ. كم طالباً يوجد في الصف؟

ب. نختار طالباً بشكل عشوائي. ما هو احتمال أن تكون علامته أكبر من 7؟

ت. حدّدوا لأيّ من الأحداث يوجد الاحتمال الأكبر، اشرحوا.

- العلامة في الامتحان أكبر من 8 .

- العلامة في الامتحان أقل من 7 .



3. أقامت شركة المشروبات استطلاعاً لمعرفة ما هو المشروب المفضّل

من بين 4 أنواع.

أ. ما هي النسبة المئوية للذين سئلوا من الذين يفضلون مشروب البرتقال؟

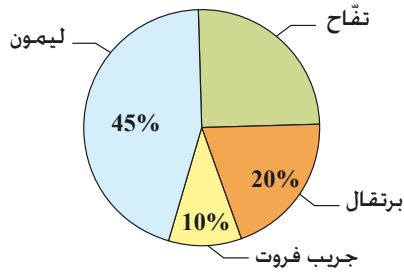
ب. نختار شخصاً من الذين سئلوا.

ما هو احتمال أن يكون من الذين يفضلون مشروب البرتقال؟

ما هو احتمال أن يكون من الذين لا يفضلون مشروب الجريب فروت؟

ما هو الاحتمال أن يكون من الذين يفضلون مشروب البرتقال أو من

الذين يفضلون مشروب الجريب فروت؟



4. في مصنع ما تمّ فحص 100 علبة تحتوي على مسامير، وقد سجّلوا عدد المسامير غير الصالحة في كلّ علبة.

النتائج معروضة في جدول التكرارية.

أ. في كم علبة يوجد مسماران غير

صالحين على الأقل؟

ب. نختار علبة عشوائياً. ما هو احتمال أن يكون فيها مسماران غير صالحين على الأقل؟

ت. كم علبة يوجد فيها مسمار واحد غير صالح على الأكثر؟

ث. نختار علبة عشوائياً. ما هو احتمال أن يكون فيها مسمار واحد غير صالح على الأكثر؟

عدد المسامير غير الصالحة في العلبة	0	1	2	3
عدد العلب	40	30	25	5



5. معطى في الجدول علامات امتحان التصنيف في اللغة

الإنجليزية.

كم امتحاناً تمّ جمعه؟

ب. نختار امتحاناً بطريقة عشوائية. ما هو احتمال:

أن تكون العلامة أكبر من 8؟ أن تكون العلامة 8 على الأقل؟ أن تكون العلامة أقل من 8؟

ت. أيّ من الأحداث في البند ب يكمل بعضه بعضاً؟

ث. جدوا حدثاً احتماله 0.14 وحدثاً مكملًا له.

ج. ما هو احتمال أن نختار عشوائياً امتحاناً علامته مساوية لمعدّل كلّ الامتحانات؟

العلامة	6	7	8	9	10
عدد الممتحنين	65	65	200	100	70



6. يحصل المشتري على بطاقة (مغطاة بطلاء للخدش) في كل مرة يتم فيها شراء بيتسا من المطعم (انظروا المثال).

أ	ف	أ	ف
أ	أ	أ	ف
أ	أ	أ	أ
ف	ف	أ	أ

البطاقة مغطاة بطلاء. يُسمح للمشتريين خدش مربع واحد فقط.

إذا كان المسجل داخل المربع ف- يفوزون ببيتسا .

إذا كان المسجل داخل المربع أ - لا يفوزون .

أ. ما هو احتمال الفوز ببيتسا مجاناً؟

ب. ما هو احتمال عدم الفوز ببيتسا ؟

ت. هل الحدث "الفوز ببيتسا" والحدث "عدم الفوز ببيتسا" هما حدثان مكملان؟



7. يحصل المشتري على بطاقة (مغطاة بطلاء للخدش) في كل مرة يتم فيها شراء بيتسا من المطعم (انظروا المثال).

أ	أ	أ	ف
أ	أ	ف	أ
أ	أ	ف	أ

البطاقة مغطاة بطلاء. يُسمح للمشتريين خدش مربع واحد فقط.

إذا كان المسجل داخل المربع ف- يفوزون ببيتسا.

إذا كان المسجل داخل المربع أ - لا يفوزون.

أ. ما هو احتمال الفوز ببيتسا مجاناً؟

ب. سجّلوا حدثاً مكملًا للحدث "الفوز ببيتسا". ما هو احتمال الحدث الذي سجّلتموه؟

ت. حضروا بطاقة خدش للمطعم مساحتها 4×5 مربعات بحيث يكون احتمال الفوز ببيتسا من خلالها $\frac{1}{5}$. في أي من البطاقتين (البطاقة المعطاة والبطاقة التي حضّرتوها) سيكون احتمال الفوز ببيتسا هو الأكبر؟ اشرحوا.



8. يحصل المشتري على بطاقة (مغطاة بطلاء للخدش) في كل مرة يتم فيها شراء بيتسا من المطعم (انظروا المثال).

أ	ف	أ	م	أ
أ	أ	أ	أ	أ
أ	أ	م	أ	ف
أ	ف	أ	أ	أ

البطاقة مغطاة بطلاء. يُسمح للمشتريين خدش مربع واحد فقط.

إذا كان المسجل داخل المربع ف- يفوزون ببيتسا.

إذا كان المسجل داخل المربع م- يفوزون بعصير.

إذا كان المسجل داخل المربع أ - لا يفوزون.

أ. جدوا الاحتمالات لكل من الأحداث التالية.

- الفوز ببيتسا - الفوز بكأس عصير أو بيتسا

- الفوز بكأس عصير - عدم الفوز

ب. جدوا في بنداً حدثين مكملين.

ت. سجّلوا ثلاثة أحداث مجموع احتمالاتها 1.

الدرس الثالث: من جدول العملية إلى الاحتمالات



يلعب **سامي وسامر** لعبة "زوجي أو فردي".

يرفع كلاهما عددًا من أصابع اليد اليمنى.

يفوز **سامي** - عندما يكون مجموع الأصابع التي رفعها كلاهما زوجيًا.

يفوز **سامر** - عندما يكون مجموع الأصابع التي رفعها كلاهما فرديًا.

من الفائز في صورة الأصابع؟

هل اللعبة، حسب رأيكم، متزنة (نزيهة)؟

إذا كان الجواب لا، من كنتم ستختارون اللعب مكانه؟

نحسب الاحتمالات من جدول العملية.

1. لتحديد الفائز في اللعبة التي وردت في مهمّة الافتتاحية قرّروا تسجيل النتائج في جدول الجمع.

أ. انسخوا جدول الجمع وسجّلوا فيه جميع إمكانيات الحصول على مجموع الأصابع.

عدد الأصابع التي يرفعها سامر

عدد الأصابع التي يرفعها سامي	+	1	2	3	4	5
1						
2					6	
3			5			
4						
5						

ب. كم نتيجة في جدول الجمع؟

كم عدد الأعداد الزوجية منها؟

كم عدد الأعداد الفردية منها؟

ت. ما هو احتمال فوز **سامي**؟

ث. ما هو احتمال فوز **سامر**؟



2. قالت كريمة: سجّلنا في جدول العملية الذي ورد في المهمة الأولى 52 نتيجة، لذا فإنّه من الواضح أن اللعبة غير متزنة.

أ. هل ما قالته كريمة صحيح؟ اشرحوا.

ب. اقترحوا تغييراً كي تصبح اللعبة متزنة. افحصوا بمساعدة جدول العملية.

+	1	2	3	4	5	6
1						
2						
3				7		
4						
5						
6					11	

3. نرمي مكعبيّ زهر عاديّين ونجمع الأعداد الناتجة.

يفوز **عديّ** - إذا كان مجموع الأعداد زوجيًا.

تفوز **دانية** - إذا كان مجموع الأعداد فرديًا.

أ. هل اللعبة متزنة.

إذا كان الجواب نعم فاشرحوا.

إذا كان الجواب لا، لمن سيكون احتمال الفوز الأكبر؟

ب. اقترح **أيوب** ترتيب النتائج بطريقة أخرى (انظروا جدول العملية).

ماذا يختلف ترتيب **أيوب** عن الترتيب السابق؟

أين تظهر المجاميع الزوجية في الجدول؟

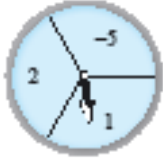
هل هنالك إجابات لترتيب **أيوب**؟ اشرحوا.

+	1	3	5	2	4	6
1						
3						
5						
2						
4						
6						



+	1	3	5	2	4	6
1						
3						
5						
2						
4						
6						

عندما نغيّر الترتيب في جدول العملية أحيانًا، ينتج لدينا جدول يسهل علينا بواسطته قراءة احتمالات أحداث معيّنة.
مثال: في المهمة 3 - يمكن تقسيم الجدول إلى أربعة مساحات متساوية بحسب اقتراح **أيوب**، يوجد في اثنين منها أعداد زوجية و في اثنين آخرين منها أعداد فردية.



-	2	-5	1
2			
-5			
1			

4. الساعة التي في الرسم مقسّمة إلى أجزاء متساوية .

ندير العقرب مرّتين.

ونضرب العددين الذين توقّف العقرب في مجالهما.

أ. إنسخوا الجدول وأكملوه.

كم حاصل ضرب موجب نتج؟ وكم حاصل ضرب سالب نتج؟

ب. احسبوا احتمالات كلّ من الأحداث التالية.

- الحصول على حاصل ضرب موجب

- الحصول على حاصل ضرب سالب

- الحصول على حاصل ضرب مساو ل1.

ت. رتّب ندى جدول العملية هكذا:

لأيّ من الأحداث التي في بند ب، يسهّل إيجاد الاحتمالات من خلال جدول عمليّة ندى؟ اشرحوا.

ث. تريد دعاء إيجاد احتمال الحصول علي عدد زوجي.

رتّبوا جدول العملية بحيث يكون سهلا عليها إيجاد العدد الزوجي.



II | I

-				
n				
n				
n				
n				

5. ندير عقربيّ ساعتين. كلّ ساعة مقسّمة إلى أربعة أقسام متساوية.

نكتب على الساعة I ما يلي: 3 أعداد موجبة وعددًا سالبًا.

نكتب على الساعة II ما يلي: عديدين موجبين وعددين سالبين.

يفوز **شادي** - إذا كان حاصل ضرب الأعداد التي تقف عندها العقارب موجبًا.

تفوز **رشا** - إذا كان حاصل ضرب الأعداد التي تقف عندها العقارب سالبًا.

أ. هل اللعبة متزنة؟ علّلوا.

ب. إنسخوا جدول العملية. وأكملوه.

لوّنوا كلّ المربّعات التي سجّلت فيها نتيجة موجبة.

مرّروا خطوط تقسيم في الجدول.

حدّدوا ما هو احتمال فوز **شادي** وما هو احتمال فوز **رشا**؟



+	1	2	3	4	5	6
1						
2						
3				7		
4						
5						
6					11	

1. نرمي مكعبَي زهر عاديَّين، ونجمع الأعداد التي تظهر.
أ. انسَخُوا جدول الجمع وأكملوا. كم نتيجة في الجدول؟
ب. ما هو احتمال الحصول على 7؟
ما هو احتمال الحصول على 8؟
ت. لَوْنُوا جدول النتائج بحيث يكون من السهل تمييز الأحداث ذات الاحتمالات المتساوية
جدوا نتيجة بحيث يكون احتمال الحصول عليها مساوياً لاحتمال الحصول على 8.
ث. يفوز **رامي** إذا كان المجموع أكبر من 7، وتفوز **مريم** إذا كان المجموع 6 على الأكثر. هل اللعبة متزنة؟ اشرحوا.



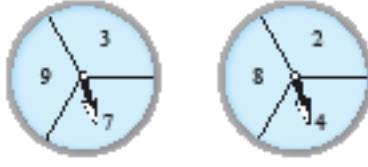
2. نرمي مكعبَي زهر عاديَّين، ونكتب حاصل ضرب الأعداد التي تظهر.
أ. حَضَرُوا جدولاً ملائماً لتسجيل وملء جميع النتائج الممكنة.
ب. جدوا احتمال كلٍّ من الأحداث التالية.
- حاصل الضرب مساوٍ لـ 6 - حاصل الضرب أكبر من 36
- حاصل الضرب مساوٍ لـ 10 - حاصل الضرب هو عدد موجب



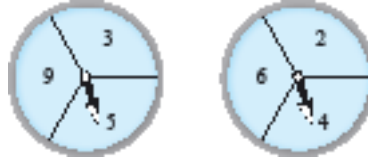
3. نرمي مكعبَي زهر عاديَّين، ونكتب العدد الأكبر من بين العددين.
إذا أظهر المكعبان نفس العدد نسجّله.
أ. حَضَرُوا جدولاً ملائماً لتسجيل وملء جميع النتائج الممكنة.
ب. جدوا احتمال كلٍّ واحدة من الأحداث التالية.
- الحصول على 6 - الحصول على عدد زوجي - الحصول على عدد أكبر من 3
- الحصول على 1 - الحصول على عدد فردي - الحصول على عدد أصغر من 5



4. نرمي مكعبَي زهر عاديَّين، أحدهما باللون الأبيض وآخر باللون الأسود.
نطرح العدد الذي يظهر على المكعب الأبيض من العدد الذي يظهر على المكعب الأسود.
أ. حَضَرُوا جدولاً ملائماً لتسجيل وملء جميع النتائج الممكنة.
ب. احسبوا احتمالات كلٍّ واحد من الأحداث التالية، وحددوا ما إذا كان حدثاً ممكناً، حدثاً غير ممكن، حدثاً مؤكداً.
- أن يكون الفرق موجباً - أن يكون الفرق أقل من 4 - أن يكون الفرق سالباً
- أن يكون الفرق أكبر من 2 - أن يكون الفرق 7 - أن يكون الفرق أصغر من 10
- أن يكون الفرق زوجياً - أن يكون الفرق مساوياً لـ 0 - أن لا يكون الفرق مساوياً لـ 3
ت. سجّلوا مثلاً لحدثين احتمال حصولهما متساوياً.
ث. لَوْنُوا جدول النتائج بحيث يكون من السهل تمييز الأحداث ذات الاحتمالات المتساوية.



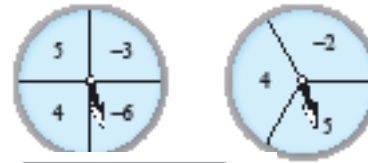
5. ندير عقربي الساعتين كما في الرسمة.
ونحسب مجموع الأعداد التي تقف عليها.
أ. انسخوا وأكملوا جدول الجمع.
ب. ما هو احتمال الحصول على المجموع 5؟
ت. ما هو احتمال الحصول على المجموع 10؟
ث. ما هو احتمال الحصول على مجموع بحيث يكون عددًا زوجيًا؟
ج. ما هو احتمال الحصول على مجموع بحيث يكون عددًا فرديًا؟
ح. ما هو احتمال الحصول على مجموع أقل من 10؟
خ. لأي من مجموع الأعداد يكون الاحتمال $\frac{1}{3}$ ؟
د. سجلوا حدثًا احتماله 1.



-	3	5	9
2			
4			
6			

+	3	5	9
2			
4			
6			

6. ندير عقربي الساعتين كما في الرسمة.
ونحسب مجموع الأعداد و حاصل ضرب الأعداد التي تقف عليها.
أ. انسخوا وأكملوا جدول الجمع و جدول الضرب.
ب. احسبوا احتمالات الأحداث التالية.
- مجموع الأعداد زوجي
- حاصل ضرب الأعداد زوجي
- مجموع الأعداد فردي
- حاصل ضرب الأعداد فردي
- حاصل ضرب الأعداد يقسم على 3
- حاصل ضرب الأعداد يقسم على 3
ت. جدوا حدثًا من الجمع بحيث يكون احتمال الحصول عليه هو $\frac{2}{9}$.
جدوا حدثًا من الضرب بحيث يكون احتمال الحصول عليه هو $\frac{2}{9}$.



-	-6	-2	4	5
-2				
4				
5				

7. ندير عقربي الساعتين كما في الرسمة.
ونحسب حاصل ضرب الأعداد التي تقف عليها.
أ. تفوز **يارا** - عندما يقف العقربان على عددين حاصل ضربهما موجب.
تفوز **ورود** - عندما يقف العقربان على عددين حاصل ضربهما سالب
هل اللعبة متزنة حسب رأيكم؟
ب. انسخوا جدول الضرب وأكملوا. احسبوا احتمال فوز **يارا**. واحتمال فوز **ورود**.
ت. نغير قوانين اللعبة كالتالي: تفوز **يارا** إذا كان المجموع عددًا زوجيًا، وتفوز **ورود** إذا كان المجموع ما هو احتمال فوز كل منهما؟
قوموا بتغيير عدد موجود على الساعة المقسمة لأربعة أقسام، بحيث تصبح اللعبة متزنة.

الدرس الرابع: الاحتمال في خدمة اللعبة*

1	2	3	4	5	6



تلعب ثلاث بنات في المشابك.

لكل واحدة منهن لوحة (كما هو موضح في الرسمة) و 21 مشبكاً.
تضع كل واحدة من المشتركات المشابك في أي عمود تختاره من الأعمدة الموجودة على اللوحة .
ترمي المشتركة في كل مرة مكعب الزهر العادي، وتزيل مشبكاً واحداً من المشابك الموجودة على اللوحة بحسب الرقم الذي أظهره المكعب. تنتهي اللعبة عندما تفرغ إحدى اللوحات من المشابك.
خمنوا: كيف يمكن أن نوزع المشابك على اللوحة بحيث نزيد من احتمال الفوز؟ عللوا.
نستعمل المعرفة التي تعلّمناها في موضوع الاحتمال كي نخطط ذلك.

1. نتطرق إلى اللعبة التي وردت في مهمّة الافتتاحية.

لم تضع يارا مشابك في الأعمدة 6 و 1. وفي كل واحد من الأعمدة الباقية وضعت 3 مشابك.
وضعت عدن مشبكين في كل عمود.
وضعت نور كل المشابك في العمود رقم 6.
أعطوا رأيكم في كل من الاقتراحات التي اقترحتها يارا وعدن ونور. اشرحوا.



2. مشابك على المجموع (لعبة لمشركين أو ثلاثة).

تحتوي اللعبة على:

- لكل مشترك/ة 18 مشبكاً صغيراً.
- مكعباً زهر عادياً
- لكل مشترك لوحة لعب.



2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12

هدف اللعبة: إزالة المشابك عن اللوحة أولاً.

تعليمات اللعبة

يضع كل واحدة من المشتركين/ات 18 مشبكاً في أي عمود ي/تختار من الأعمدة الموجودة على اللوحة.
(يسمح وضع مشبك وحيد في كل عمود، وضع عدّة مشابك معاً، أو عدم وضع مشابك مطلقاً).
ترمي المكيّبين في كل دور ونحسب المجموع.
نزيل مشبكاً واحداً من المشابك الموجودة على اللوحة بحسب الرقم الذي أظهره المكعب (إن وجد).
تنتهي اللعبة عندما تفرغ إحدى اللوحات من المشابك.
الفائزة: هو المشترك الذي فرغت لوحته من المشابك.

* يمكن إيجاد لوحات اللعب في موقع "الرياضيات المدمجة" في "قسم" الكتب التعليمية - أوراق مساعدة للتلاميذ والمعلمين.



3. نتطرق إلى اللعبة التي وردت في المهمة 2.

أ. صفوا اعتباراتكم حول طريقة توزيع المشابك على اللوحة في بداية اللعب.

ب. إنسخوا وأكملوا جدول الجمع.

هل من الممكن أن نتعلم كم مشبكاً يمكن وضعه في كل عمود اعتماداً على لوحة الجمع؟

ت. احسبوا احتمال الحصول على كل مجموع ناتج عن رمي المكعبين (بين 2 إلى 21).

ث. صفوا الطريقة التي ستختارونها لتوزيع المشابك إذا كان المجموع (من 2 حتى 21). في لعبة خيالية يحصل كل لاعب على أقراص.

+	1	2	3	4	5	6
1						
2						
3						
4						
5						
6						



• من غير الممكن التنبؤ بنتائج خطوة واحدة أو عدد قليل من الخطوات.

• يمكن أن نتنبأ بشكل معقول جداً بنتائج خطوات كثيرة، عن طريق تحليل لعبة ما.

المزيد عن جدول العملية

4. نلعب بمكعب زهر مميّزين.

سُجِّلَت على أوجه المكعب أ 3 أعداد موجبة و 3 أعداد سالبة.

سُجِّلَ على أوجه المكعب ب عددان موجبان و 4 أعداد سالبة.

تفوز **شذى** - إذا كان حاصل ضرب الأعداد الناتجة عن رمي المكعبين موجباً.

تفوز **رشا** - إذا كان حاصل ضرب الأعداد الناتجة عن رمي المكعبين سالباً.

أ. هل اللعبة متزنة؟ اشرحوا.

ب. ابنوا جدولاً للعملية بحيث يكون ملائماً للنتائج، وحددوا ما هو احتمال فوز **شذى** و ما هو احتمال فوز **رشا**؟

	مكعب ب	سالب	موجب
مكعب أ			
سالب			
موجب			

5. تطرق **رنا** إلى المهمة التي وردت في المهمة 4.

تقول رنا: قمتُ ببناء جدول عملية كما في الرسم. إذا قمنا بتلوين المساحات التي

حاصل الضرب فيها موجب، يكون من السهل علينا تحديد ما إذا كانت اللعبة

متزنة. هل يمكن أن تكون **رنا** صادقة؟ اشرحوا.



من الممكن أن نحسب احتمالات، رغم أن النتائج الممكنة غير معطاة بوضوح.

في حالات معينة، يمكن الاستعانة برسم بياني للمساحة.

يظهر كل نوع من النتائج - في رسم بياني كهذا - بحسب القسم النسبي له في مجموعة المعطيات.

مثال: الجدول الذي رسمته **رنا** في المهمة 5 هو رسم بياني للمساحة.



1. قُسِّمت الساعة التي في الرسم إلى 5 أقسام متساوية.
نطرح العدد الذي حصلنا عليه في المرة الثانية من العدد الذي حصلنا عليه في المرة الأولى.
أ. إنسخوا جدول الطرح وأكملوه. لُونُوا القَطْر الذي فيه أصفار.
ب. نلعب بالفروق ، يوجد 50 مشبكاً لكل مشترك.

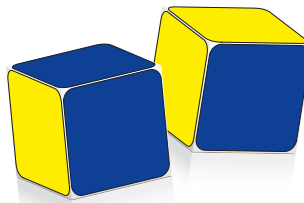
-	1	2	3	4	5
1					
2					
3					
4					
5					

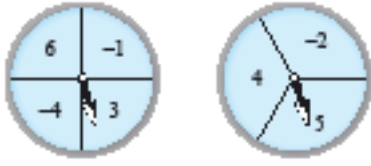
-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4

- انسخوا الجدول وسجّلوا كم مشبكاً ينبغي وضعه في كل عمود من جدول الفروق؟.
ت. لُونُوا بنفس اللون كل قطرين موجودين على بعد مساوٍ عن قطر الأصفار.
إذا قمنا بطي جدول الفروق على طول قطر الأصفار، فأَيُّ من الفروق سيلتقي بعضها ببعض؟
ث. جدوا تماثلاً في جدول بند ب من السؤال بحيث يكون مشابهاً للتماثل الذي وجدتموه في الجدول.



2. نرمي مكعبيّ زهر مميزين.
توجد لكل مكعب ثلاثة وجوه زرقاء، و ثلاثة وجوه صفراء.
أ. انسخوا جدول العملية وأكملوا:
إذا حصلتم على اللون الأزرق في المكعبين فلُونُوا بالأزرق.
إذا حصلتم على اللون الأصفر في المكعبين فلُونُوا بالأصفر.
إذا حصلتم على لون مختلف في المكعبين فلُونُوا بالأخضر.
ب. نلعب بحيث تكون المشابك على لون ما.
لكل مشترك 12 مشبكاً.
معطى في الرسم جدول لتسجيل النتائج.
أرسموا جدولاً وأكملوا، كم من المشابك ينبغي وضعه في كل عمود.





ساعة II

	•	سالب	موجب
سالب			
موجب			

ساعة I

3. معطى رسم لساعتين، كل ساعة مقسمة لأقسام متساوية. تدير كل من **تالا و رنا** العقارب، وتحسبان حاصل ضرب العددين الذين يقف عليهما العقربان. تفوز **تالا** - إذا كان حاصل ضرب الأعداد موجباً. تفوز **رنا** - إذا كان حاصل ضرب الأعداد سالباً. أ. هل اللعبة متزنة؟ اشرحوا. ب. انسخوا الجدول ولوئوا المساحات الملائمة لفوز تالا. ت. احسبوا احتمال فوز تالا. احسبوا احتمال فوز رنا.



4. تقوم **جنى وسجى** بتدوير عقارب الساعتين. كل ساعة مقسمة إلى عشرة أقسام متساوية. تم تسجيل عدد واحد في كل قسم. سُجِّلَت على الساعة أ 5 أعداد موجبة و 5 أعداد سالبة. سُجِّلَت على الساعة ب 3 أعداد موجبة و 7 أعداد سالبة. تدير العقربين ونحسب حاصل ضرب العددين الذين يقف عليهما العقربان. تفوز **جنى** - إذا كان حاصل ضرب الأعداد موجباً. تفوز **سجى** - إذا كان حاصل ضرب الأعداد سالباً. أ. ابنوا جدول عملية مقسّم إلى حاصل ضرب موجب وحاصل ضرب سالب. حدّدوا المساحة التي تصف فوز جنى. ب. احسبوا احتمال فوز **جنى** واحتمال فوز **سجى**.



5. معطى رسم لساعتين. كل ساعة مقسمة لأقسام متساوية. تدير كل من يارا ووردة العقارب، وتحسبان حاصل ضرب العددين الذين يقف عليهما العقربان. تفوز يارا - إذا كان حاصل ضرب الأعداد موجباً. تفوز وردة - إذا كان حاصل ضرب الأعداد سالباً. أ. انسخوا الساعة الفارغة، وأكملوا الأعداد بحيث يكون احتمال فوز يارا هو الأكبر. ب. انسخوا الساعة الفارغة، وأكملوا الأعداد بحيث يكون احتمال فوز وردة هو الأكبر. ت. انسخوا الساعة الفارغة، وأكملوا الأعداد بحيث تكون اللعبة متزنة. ث. مع أي من البنود السابقة يتناسب الجدول المعطى؟

	موجب	سالب
موجب		
سالب		



نحافظ على لياقة رياضية

تعبير جبرية متساوية

1. يوجد في كل بند تعبير جبري واحد غير مساوٍ لباقي التعبيرات. ما هو؟

أ.	$-2x$	$x - 2$	$x \cdot (-2)$	$-1 \cdot 2x$
ب.	$5 + x$	$5 \cdot x$	$5x$	$x \cdot 5$
ت.	$-7x$	$-7 \cdot x$	$x - 7$	$x \cdot (-7)$
ث.	$5x \cdot x$	$6x$	$5x^2$	$x \cdot 5x$
ج.	$x + 1$	$x \cdot 1$	x	$1 \cdot x$

2. يوجد في كل بند تعبير جبري واحد غير مساوٍ لباقي التعبيرات. ما هو؟

أ.	$x \cdot (-2x)$	$x - 2x$	$-2x^2$	$-x^2 \cdot 2$
ب.	$6x^2$	$2x \cdot 3x$	$6(2x)$	$2 \cdot 3x^2$
ت.	$8(a \cdot b)$	$8a \cdot 8b$	$2a \cdot 4b$	$4 \cdot 2ab$
ث.	$2x^2$	$x \cdot 2x$	$x^2 + x^2$	$x^2 \cdot x^2$
ج.	$2x$	$\frac{6x}{3}$	$5x \cdot \frac{2}{5}$	$\frac{2x}{x^2}$
ح.	$-x^2$	$x \cdot (-x)$	$(-x)^2$	$\frac{x^2}{-1}$

3. طُلب من **عدن** كتابة 4 تعابير متساوية لكل تعبير من التعبيرات الموجودة في الإطارات.

افحصوا عملها. حاولوا شرح أخطائها.

أ.	$6a$	$2 + 4a$	$2a + 4a$	$a \cdot 6$	$2 \cdot 3a$
ب.	$5 \cdot (4 \cdot a)$	$20a$	$5 \cdot 4a$	$5 \cdot 4 + 5 \cdot a$	$20 + 5a$
ت.	$6a \cdot a$	$6 \cdot a \cdot a$	$7a$	$6a + a^2$	$6a^2$
ث.	$2 - 8a$	$-8a + 2$	$2(1 - 4a)$	$-6a$	$-8(a - 0.25)$