الوحدة الواحدة والعشرون: أضلاع وزوايا في المضلّعات

الدّرس الأوّل: مثلّثات من نقاط ومستقيمات

صلوا بين النقاط الثلاث للحصول على مثلّث. مدّوا القطع الثّلاث بحيث تحصلون على مثلّث.

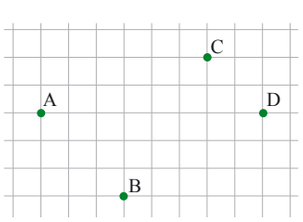
نتعلّم كيفيّة بناء مثلّثات من نقاط ومستقيمات.

مثلّثات من نقاط

1. في موقع "الرّياضيّات المدمجة"، في قسم "موادّ تعليميّة إضافيّة"، تجدون فعّاليّة "مثلّثات من نقاط" "**משולשים מנקודות**". في هذه الفعّاليّة، نفحص أيّ ثلاث نقاط يمكن أنْ تكون رؤوس المثلّث. نفّذوا الفعّاليّة حسب التّعليمات.

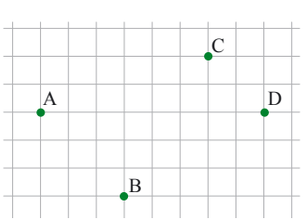
2. صلوا، في كلّ بند، بين 3 نقاط من بين النقاط الأربع A, B, C, D لتحصلوا على مثلّث.
ارسموا، في كلّ بند، مثلثًا آخر. سجّلوا اسم المثلّث بالحروف تحت كلّ مثلّث.

أ.



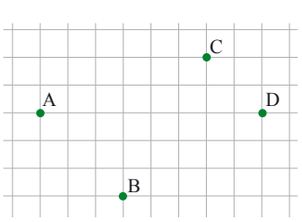
Δ _____

ب.



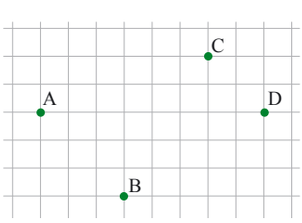
Δ _____

ت.



Δ _____

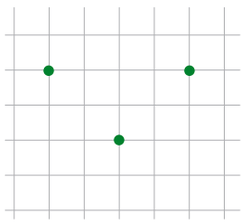
ث.



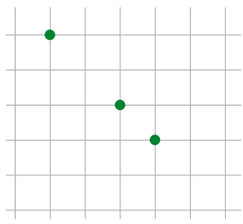
Δ _____

3. أ. معطى، في كلّ رسمة، 3 نقاط. حاولوا أن ترسموا مثلّثًا بحيث تكون النقاط الثلاث رؤوسه.

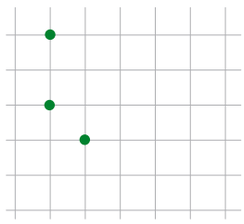
I



II



III



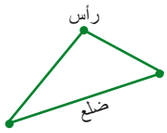
ب. صفوا متى لا نستطيع الحصول على مثلّث من ثلاث نقاط؟

إذا وصلنا بواسطة قِطع بين ثلاث نقاط لا تقع على استقامة واحدة، فإنّنا نحصل على مثلّث.

النّقاط الثّلاث نسمِّيها "**رؤوس المثلّث**".

القِطع نسمِّيها "**أضلاع المثلّث**".

يوجد في المثلّث ثلاثة رؤوس وثلاثة أضلاع.

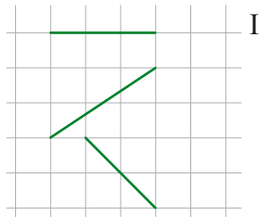


مثلّثات من مستقيمات

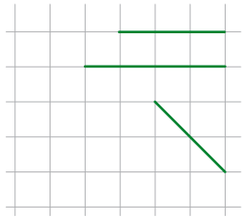
4. أ. معطى، في كلّ رسمة، 3 أجزاء من مستقيمات.

مدّوا المستقيمات وافحصوا هل ينتج مثلّثًا؟ إذا لم ينتج مثلّثًا فاشرحوا.

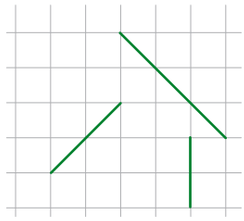
I



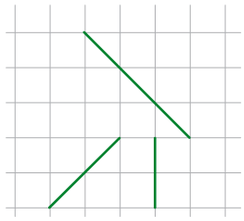
II



III



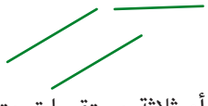
IV



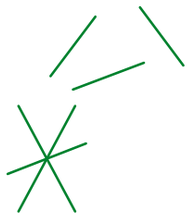
ب صفوا متى لا ينتج مثلّثًا من ثلاثة مستقيمات؟

هنالك حالات **تستطيع** فيها ثلاثة مستقيمات أنْ تكوِّن مثلّثًا.

في الحالات الآتية، **لا تستطيع** ثلاثة مستقيمات أنْ تكوِّن مثلّثًا:



- إذا كان اثنان أو ثلاثة مستقيمات متوازية.



- إذا تقاطعت المستقيمات الثّلاثة في نفس النّقطة.

أمامكم صورة جهاز في حديقة العلوم* ، في معهد وايزمن للعلوم، في رحوبوت.

ما هو الخاص في المثلّث الّذي يظهر في الصّورة؟

نلاحظ أنْ هذا المثلّث "مستحيل" ، لأنّ أضلاعه "مشوهة" ولا يمكن بناؤه من قضبان حديد مستقيمة.

كيف بُني على الرّغم من ذلك؟

جد الشّرح لذلك في الصّورة الثّانية الّتي تُبيِّن المبنى الحقيقي لهذا الجهاز.

ما هو ، حسب رأيكم، "السّر السّحريّ" لهذا " المثلّث" الّذي يظهر في الصّورة الأولى؟

نلاحظ في الصّورة الثّالثة، تمثالًا في نفس الحديقة "للمثلّث المستحيل" وهو مغلق.

كيف تَغَلّب صانع هذا التّمثال على هذه الصّعوبة عند بناء "المثلّث"؟

يوجد، في الصّورة الرّابعة، "تفسير" مُسَلٍّ لعلَم إسرائيل، من خلال تحويل نجمة داوود إلى مثلّثين مستحيلين.

يمكنكم إيجاد معلومات إضافيّة عن المثلّث المستحيل (impossible triangle) في الإنترنت.

* حديقة العلوم على اسم كلور، معهد دفيدسون للتّربية العلميّة - هي المؤسسة التّربوية لمعهد وايزمن للعلوم.

مجموعة مهامّ

1. ابحثوا في بيئتكم المحيطة عن مثلّثات (مثل: لاصقات منتجات، مغانط للإعلان وصور إشارات مروريّة. أحضِروا إلى الصّف المثلّثات، أو صُوَرها، أو وَصفها.

2. أ. يمكن أنْ نلاحظ، في الصّور الّتي أمامكم، أشكالاً تشبه مثلّثات. حاولوا أنْ تنفِّذوا أمثلة إضافيّة.

ب. حاولوا أنْ تبنوا أشكالاً تشبه مثلّثات بمساعدة أصابع كفتيِ اليدين.

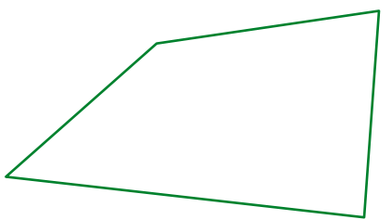
3. أ. قسِّموا الرّسمة، الّتي على يمينكم، إلى أربعة مثلّثات بواسطة خطوط مستقيمة.
ب. قسِّموا الرّسمة، التي على يساركم، إلى ستة مثلّثات بواسطة خطوط مستقيمة.

4. أمامكم شكل رباعيّ.

أ. قسِّموه إلى مثلّثين بواسطة خطّ مستقيم.

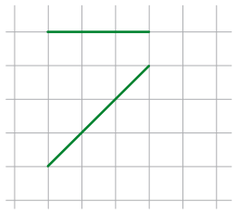
ب. ارسموا شكلاً رباعيًّا (ليس مربعًا أو مستطيلًا). قسِّموا الشكل الرباعيّ إلى أربعة مثلّثات بواسطة خطوط مستقيمة.

ت. ارسموا شكلاً رباعيًّا آخر. قسِّموه إلى خمسة مثلّثات بواسطة خطوط مستقيمة.

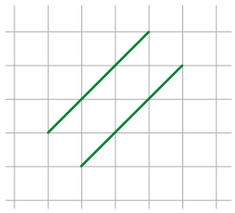


5. أكملوا الرسومات الآتية إلى مثلّثات إذا كان الأمر ممكنًا بحيث تكون القطع المرسومة جزءًا من أضلاعه.

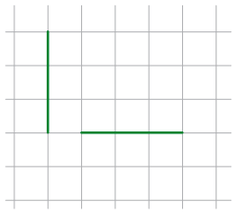
أ.



ب.



ت.



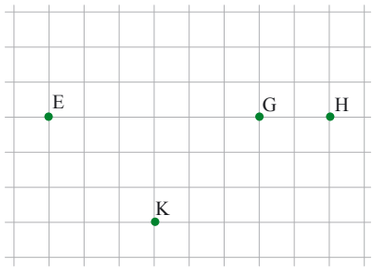
6. قسِّموا كلّ شكل خماسيّ إلى ثلاثة مثلّثات بواسطة قطعتين. جِدوا ثلاث طرق مختلفة للتّقسيم.

أ.

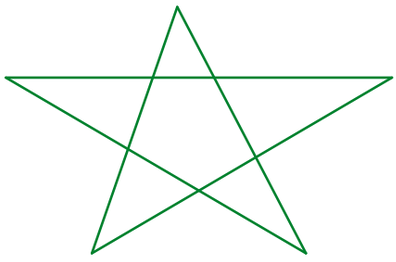
ب.

ت.

7. كم مثلّثًا مختلفًا يمكن أن نرسم بواسطة الربط بين ثلاث نقاط من بين النقاط الأربع E, K, G, H؟
سجِّلوا أسمائها.

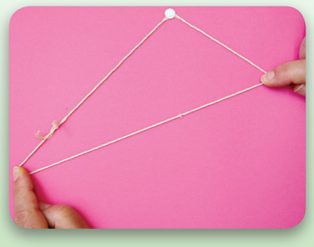


8. أمامكم رسمة نجمة، جِدوا فيها مثلّثات كثيرة بقدر الإمكان.



9. أمامكم نقاط. كم مثلّثًا يمكن أن نرسم بواسطة الرّبط بين ثلاث نقاط في الرسمة؟

الدرس الثالث: مثلّثات من قِطع



ابنوا مثلّثات بمساعدة خيط طوله 70 سم (انظروا الصورة).
هل يمكن أن نبني، من خيط، مثلّثًا أطوال أضلاعه 10 سم، 25 سم، 35 سم؟
(يجب أن نستعمل كلّ طول الخيط).

سنتناول السؤال الآتي: هل يمكن أن نبني مثلّثًا من كلّ ثلاث قِطع؟

1. نتطرّق إلى المعطيات الّتي وردت في مهمّة الافتتاحيّة.

أ. ابنوا مثلّثًا بمساعدة خيط طوله 70 سم دون أنْ تقصُّوا الخيط.
(يمكن الاستعانة بمسمار، بمشبك أو بورقة لاصقة كي تثبّتوا الرؤوس، انظروا الصورة في مهمّة الافتتاحيّة).

ب. قيسوا أطوال أضلاع المثلّث الّذي بنيتمُوه.

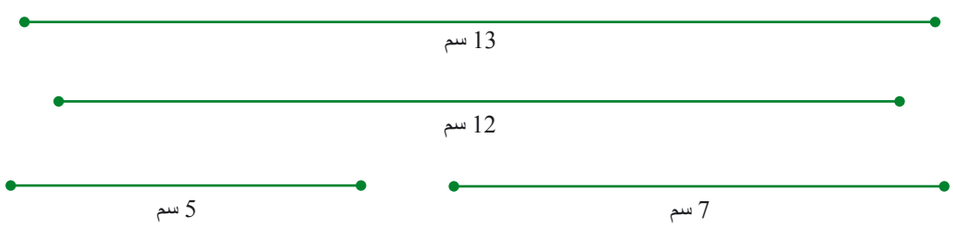
ت. ابنوا مثلّثًا آخر بمساعدة الخيط.

ث. حاولوا أن تبنوا، من الخيط، مثلّثًا أطوال أضلاعه 15 سم، 20 سم، 35 سم.
إذا لم تنجحوا فاشرحوا.

ج. حاولوا أن تبنوا، من الخيط، مثلّثًا أطوال أضلاعه 15 سم، 15 سم، 40 سم.
إذا لم تنجحوا فاشرحوا.

2. في موقع "الرّياضيّات المدمجة"، في قسم "مواد تعليميّة إضافيّة"، تجدون فعّاليّة "مثلّث من قِطع **"משולש מקטעים"**.
في هذه الفعّاليّة، نفحص من أيّ ثلاث قِطع يمكن أنْ نبني مثلّثًا؟ نفّذوا الفعّاليّة حسب التّعليمات.

3. انسخوا القطع الأربع الآتية على ورقة شفّافة وقصّوها.



حاولوا أن تبنوا، في كلّ بند، مثلّثًا من القطع المناسبة. إذا لم تنجحوا فاشرحوا السبب.

أ. 7 سم، 12 سم، 13 سم

ب. 5 سم، 7 سم، 12 سم

ت. 5 سم، 7 سم، 13 سم

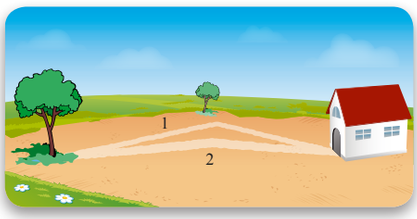
ث. 5 سم، 12 سم، 13 سم

رأينا من خلال التّجربة ما يلي:
لبناء مثلّث يجب أنْ يكون **مجموع طوليْ كلّ ضلعين أكبر من طول الضّلع الثّالث**.

4. يوجد في الصّورة مساران للوصول من الشّجرة إلى البيت.

أ. أيُّهما أقصر؟

ب. أراد **رائد** أنْ يصل البيت بالمسار الأقصر الممكن.
صفوا هذا المسار واشرحوا لماذا هو الأقصر؟



5. **لعبة المثلّثات**

محتويات اللعبة: رزمة مصاصات للشرب.

تعليمات اللعبة

- يأخذ اللاعب **أ** مصاصة واحدة، يقص منها قطعة ويأخذها لنفسه كي تكون ضلع في المثلّث. يعطي القسم الّذي بقي منها إلى اللاعب **ب**.
- يقص اللاعب **ب** المصاصة الّتي حصل عليها إلى قطعتين بحيث يستطيع أن يبني مثلّثًا من هاتين القطعتين ومن القطعة الموجودة مع اللاعب **أ**.
  إذا استطاع اللاعب **ب** أن يبني مثلّثًا فتُسجل نقطة لصالحه.
  إذا لم يستطع اللاعب **ب** أن يبني مثلّثًا فتسجل نقطة لصالح اللاعب **أ**.
- يبدل اللاعبان وظيفتيهما (يأخذ اللاعب **ب** مصاصة كاملة، يقص القطعة الأولى ويعطي القسم الّذي بقي منها إلى اللاعب **أ** وهكذا دواليك).
- العبوا ثلاث دورات (لعبتان في كلّ دورة).

الفائز: اللاعب الّذي يجمع نقاطًا أكثر.

تغيير تعليمات اللعبة

- يقص اللاعب **أ** المصاصة إلى قطعتين.
- يأخذ اللاعب **ب** إحدى القطعتين ويقصها إلى قطعتين بحيث يستطيع أن يبني مثلّثًا من القطع الثلاث.
- العبوا دورتين (لعبتان في كلّ دورة) حسب التعليمات الجديدة.

6. هل هنالك احتمال أن يفوز اللاعب الّذي يقص المصاصة بعد تغيير التعليمات؟ اشرحوا.

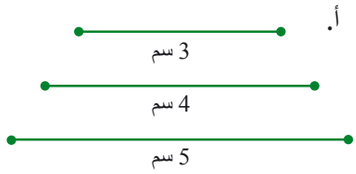
مجموعة مهامّ

1. حدِّدوا، في كلّ بند، هل يمكن أنْ نبني مثلّثًا من القِطع الثّلاث المعطاة؟ اشرحوا.

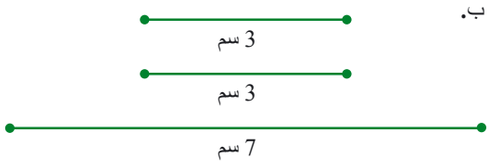
أ. 8 سم، 6 سم، 4 سم　　ب. 20 سم، 5 سم، 12 سم　　ت. 45 سم، 25 سم، 20 سم

2. معطى، في كلّ بند، ثلاث قِطع. افحصوا هل يمكن أنْ نبني منها مثلّثًا؟
(يمكنكم أن تنسخوا القِطع، تقصوها وتفحصوها).

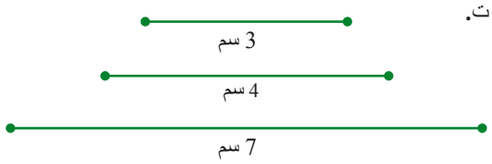
أ.



ب.



ت.



3. أ. سجِّلوا مثالًا لأطوال أضلاع مثلّث يمكن أن نبنيه من خيط طوله 24 سم.

ب. حدِّدوا، في كلّ حالة، هل يمكن أنْ نبني مثلّثًا من خيط طوله 24 سم حسب أطوال الأضلاع المعطاة. اشرحوا.

4 سم، 6 سم وَ 14 سم؟　　5 سم، 8 سم وَ 11 سم؟　　6 سم، 6 سم وَ 12 سم؟

4. تحاول **رنا، رائدة، نعيمة ومريم** أن تبني مثلثًا من حبل طوله 14 مترًا.
أمامكم اقتراحتهنّ لأطوال أضلاع المثلث.

رنا: 3 م، 5 م، 6 م.　　**نعيمة:** 2 م، 4 م، 8 م.

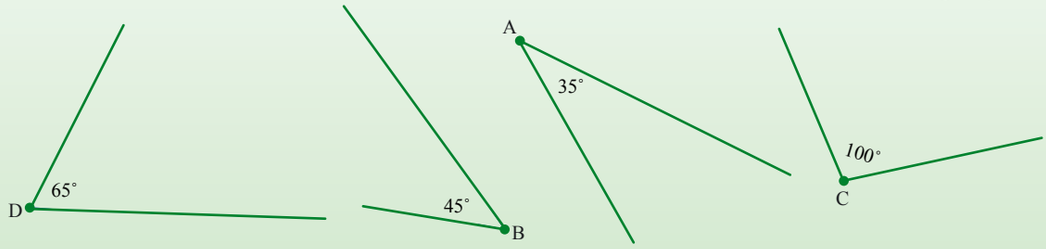
رائدة: 5 م، 4.5 م، 4.5 م.　　**مريم:** 4 م، 7 م، 3 م.

اقتراحان فقط جيّدان. جدوهما واشرحوا.

5. قصَّ **نديم** خيطًا طوله 24 سم وحصل على قسمين طولهما 16 سم وَ 8 سم.
اقترحوا على **نديم** كيفيّة قصّ أحد الأقسام مرّة أخرى بحيث يستطيع أن يبني مثلّثًا.

الدرس الثالث: مثلّثات من زوايا

أمامكم أربع زوايا.



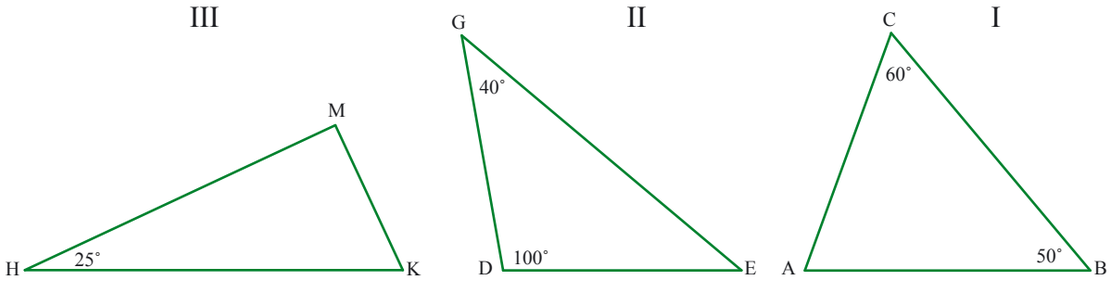
خمّنوا من أيّ ثلاث زوايا يمكن أن نبني مثلّثًا؟

نبحث ما إذا كان يمكن أن نبني مثلّثًا من ثلاث زوايا.

زوايا المثلّث

1. في موقع "الرّياضيّات المدمجة"، في قسم "مواد تعليميّة إضافيّة"، تجدون فعّاليّة "مثلّثات من زوايا" **"זוויות במשולש"**. نحاول في هذه الفعّاليّة بناء مثلّثات من زوايا. نفّذوا الفعّاليّة حسب التّعليمات.

2. أ. قيسوا مقدار الزوايا غير المعطاة، وسجلوا مقادير الزوايا الثلاث لكلّ مثلّث.

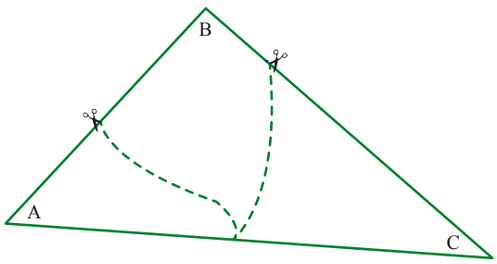


$\sphericalangle$ A = _____ $\sphericalangle$ D = _____ $\sphericalangle$ H = _____

$\sphericalangle$ B = _____ $\sphericalangle$ E = _____ $\sphericalangle$ K = _____

ب. احسبوا مجموع الزوايا الثلاث في كلّ مثلّث.

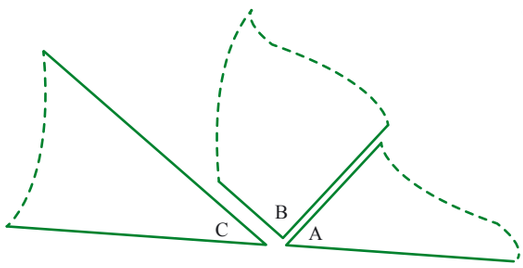
3. أ. ارسموا مثلّثًا على ورقة، ثم قصُّوه أو قَطِّعوه إلى ثلاثة أقسام كما يظهر في الرّسمة.



ب. رتِّبوا الزّوايا الواحدة بجانب الأخرى بحيث يكون رأس واحد مشترك لكلّ زاويتين.

ما هو مجموع الزوايا الثلاث $\measuredangle C + \measuredangle B + \measuredangle A$ ؟

اشرحوا.

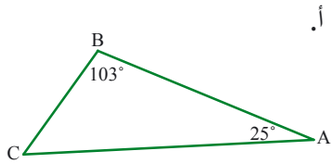


بيَّنا في المهام السابقة أنّ مجموع الزّوايا في كلّ مثلّث يساوي 180°.

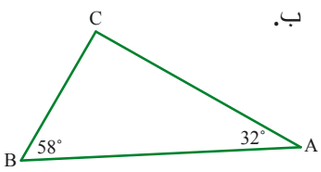
النّتيجة: إذا عرفنا مقدار زاويتين في المثلّث فيمكن أنْ نعرف مقدار الزّاوية الثّالثة أيضًا.

4. احسبوا، في كلّ بند، مقدار الزّاوية الثّالثة.

أ.

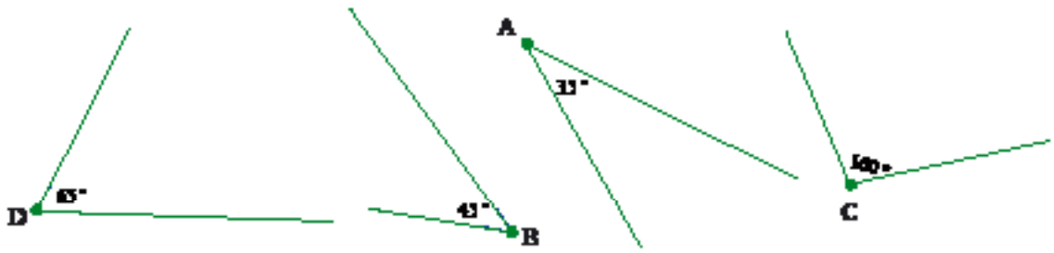


ب.



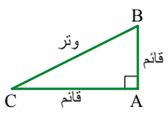
5. افحصوا تخمينكم في مهمّة الافتتاحيّة.

من أيّ ثلاث زوايا يمكن أنْ نبني مثلّثًا؟ اشرحوا.

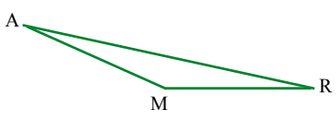


للتّذكير

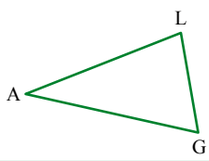
المثلّث الّذي فيه زاوية قائمة نسمّيه **مثلّثًا قائم الزّاوية**.
المثلّث ΔABC الّذي يظهر في الرّسمة هو مثلّث قائم الزاوية (الزّاوية **A** هي قائمة).



المثلّث الّذي فيه زاوية منفرجة نسمّيه **مثلّثًا منفرج الزّاوية**.
المثلّث ΔMAR الّذي يظهر في الرّسمة هو مثلّث منفرج الزّاوية
(الزّاوية **M** هي زاوية منفرجة).

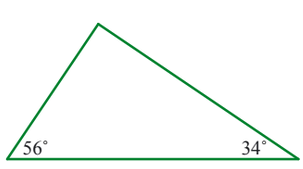


المثلّث الّذي جميع زواياه حادّة نسمّيه **مثلّثًا حادّ الزّوايا**.
المثلّث ΔGAL الّذي يظهر في الرّسمة هو **حادّ الزّوايا**.

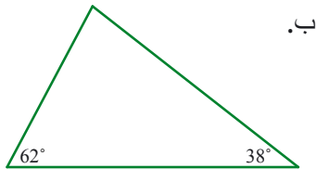


6. سجّلوا، في كلّ مثلّث، مقدار الزاوية غير المعطاة.
اذكروا ما إذا كان المثلّث حادّ الزوايا، قائم الزاوية أم منفرج الزاوية.

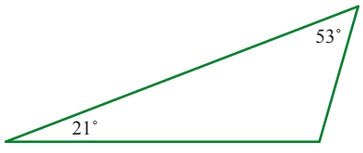
أ.



ب.

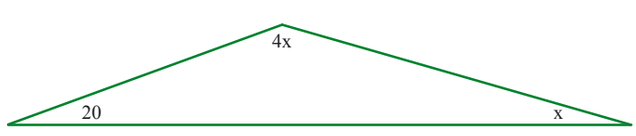


ت.

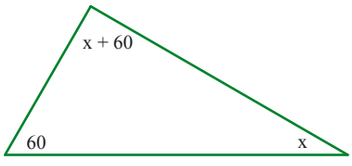


7. احسبوا، في كلّ بند، زوايا المثلّث (معطى مقدار الزاوية بالدرجات $x > 0$).
اذكروا ما إذا كان المثلّث حادّ الزوايا، قائم الزاوية أم منفرج الزاوية.

أ.



ب.

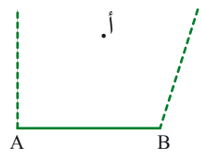


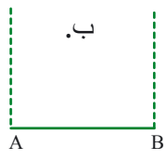
8. معطى، في كلّ بند، مقدار زاويتان.
افحصوا، في كلّ بند، ما إذا يمكن أنْ تكون الزّاويتان في نفس المثلّث.
إذا كانت الإجابة نعم فاحسبوا مقدار الزّاوية الثّالثة وحدّدوا نوع المثلّث. إذا كانت الإجابة لا فاشرحوا.

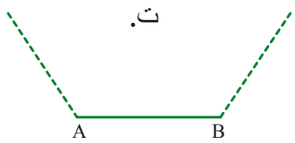
أ. $60°\ ,\ 120°$ ب. $40°\ ,\ 120°$ ت. $40°\ ,\ 60°$

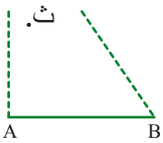
مجموعة مهامّ

1. إذا قمنا بمدّ الخطّوط المتقطّعة إلى أعلى ففي أيّ بند نحصل على مثلّث؟ اشرحوا.

أ.


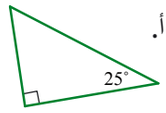
ب.


ت.


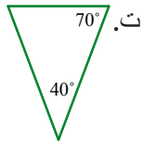
ث.


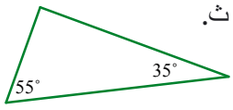
2. احسبوا، في كلّ مثلّث، وسجِّلوا مقدار الزاوية الثالثة.

سجِّلوا تحت كل مثلث ما إذا كان المثلث حاد الزوايا، قائم الزاوية أم منفرج الزاوية.

أ.


ب.

ت.


ث.


3. معطى، في كلّ بند، مقدار ثلاث زوايا.

حددوا ما إذا يمكن أنْ تكون الزوايا الثلاث في نفس المثلّث. اشرحوا.

أ. 30° ; 75° ; 55°

ب. 42° ; 100° ; 40°

ت. 90° ; 90° ; 10°

ث. 170° ; 8° ; 2°

ج. 60° ; 60° ; 60°

ح. 85° ; 85° ; 30°

4. معطى، في كلّ بند، مقدار زاويتان.

افحصوا ما إذا يمكن أنْ تكون الزّاويتان في نفس المثلّث.

إذا كانت الإجابة نعم فاحسبوا مقدار الزّاوية الثّالثة. إذا كانت الإجابة لا فاشرحوا.

أ. 90° , 60°

ب. 110° , 30°

ت. 110° , 90°

ث. 35° , 35°

ج. 150° , 30°

ح. 20° , 10°

5. مقدار إحدى زوايا المثلّث هو 140°.

أ. اكتبوا مقدار زاوية إضافيّة يمكن أنْ تكون في نفس المثلّث.

ب. اكتبوا مقدار زاوية إضافيّة **لا يمكن** أنْ تكون في نفس المثلّث.

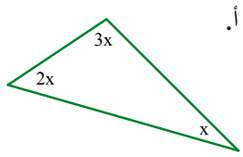
6. مقدار إحدى زوايا المثلّث هو $100°$.
أمامكم مقادير زوايا، أيّ مقدار زاوية يمكن أنْ يكون مقدار زاوية إضافيّة في المثلّث؟
أ. $90°$ ب. $20°$ ت. $120°$ ث. $77°$

7. مقدار إحدى زوايا المثلّث هو $160°$.
ماذا يمكن أن يكون مقدار الزاوية الإضافيّة في نفس المثلّث؟ اشرحوا.

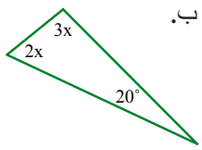
8. أ. هل يمكن أن تكون في المثلّث أكثر من زاوية واحدة منفرجة؟ اشرحوا.
ب. اشرحوا لماذا في كلّ مثلّث هنالك زاويتان حادّتان على الأقل؟

9. احسبوا، في كلّ بند، مقدار زوايا المثلّث (معطى مقدار الزاوية بالدرجات $x > 0$).
سجِّلوا تحت كلّ مثلث ما إذا كان المثلّث حادّ الزوايا، قائم الزاوية أم منفرج الزاوية.

أ.

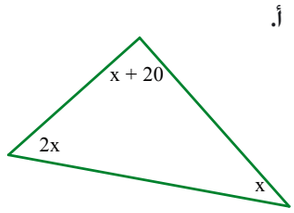


ب.

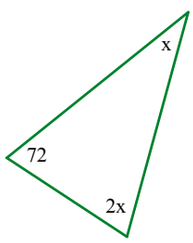


10. احسبوا، في كلّ بند، مقدار زوايا المثلّث (معطى مقدار الزاوية بالدرجات $x > 0$).
سجِّلوا تحت كلّ مثلّث ما إذا كان المثلّث حادّ الزوايا، قائم الزاوية أم منفرج الزاوية.

أ.



ب.



11. احسبوا، في كلّ بند، مقدار زوايا المثلّث.

أ. المثلّث قائم الزاوية ومقدار إحدى الزوايا هو $27°$.

ب. مقدار إحدى زوايا المثلّث هو $22°$ والزاويتان الأُخريتين متساويتان.

ت. مقدار إحدى زوايا المثلّث هو $48°$ والزاويتان الأُخريتين متساويتان.

12. احسبوا، في كلّ بند، مقدار زوايا المثلّث.

أ. المثلّث قائم الزاوية ومقدار إحدى الزوايا هو $50°$.

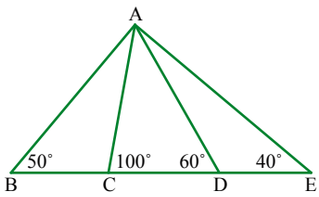
ب. مقدار إحدى زوايا المثلّث هو $50°$ والزاويتان الأُخريتين متساويتان.

ت. مقدار الزاويتين في المثلّث متساوٍ ومقدار إحدى زوايا المثلث هو $40°$.
جدوا مثلّثين مناسبين.

ث. مقدار إحدى زوايا المثلّث هو $50°$ ومقدار زاوية أخرى في المثلّث أكبر منها بضعفين.

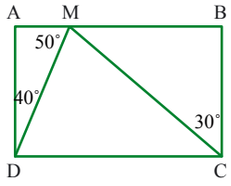
13. أ. أمامكم رسمة مثلّث مقسَّم إلى ثلاثة مثلّثات.
سجّلوا وجدوا مقدار الزوايا الأخرى.

ب. أشيروا إلى أزواج الزوايا المتساوية.



14. أ. أمامكم رسمة مستطيل مُقسَّم إلى ثلاثة مثلّثات.
جدوا وسجّلوا مقادير الزّوايا الأخرى.

ب. جِدوا أزواجًا من الزوايا المتساوية.



15. أعطوا مثالًا يبيِّن أنّ كلّ جملة من الجُمل الآتية هي جملة صحيحة.
(ارسموا مثلّثًا يعرض ذلك وسجِّلوا مثالًا عدديًّا لمقادير الزوايا).

أ. هنالك مثلّث حاد الزوايا مقدار إحدى زواياه هو $10°$.

ب. هنالك مثلّث حاد الزوايا مقدار إحدى زواياه هو $80°$.

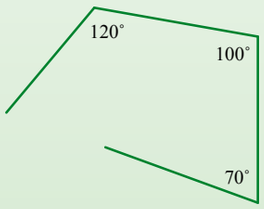
ب. هنالك مثلّث قائم الزاوية مقدار إحدى زواياه هو $80°$.

ب. هنالك مثلّث منفرج الزاوية مقدار إحدى زواياه هو $80°$.

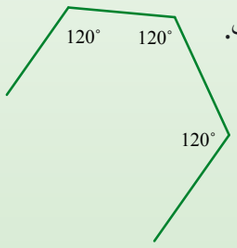
الدّرس الرابع: زوايا في الشّكل الرّباعيّ

مُعطى، في كلّ رسمة، مقدار ثلاث زوايا.
مدّوا الأضلاع وافحصوا ما إذا يمكن أن يَنْتُج شكلًا رباعيًّا.

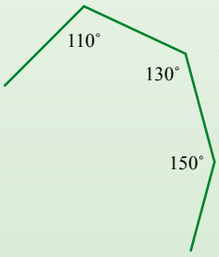
أ.



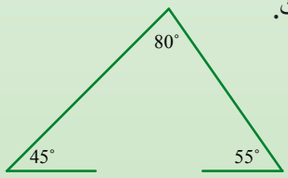
ب.



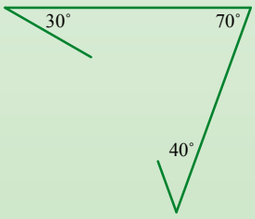
ت.



ث.



ج.



نبحث لماذا لم يَنْتُج شكلًا رباعيًّا في قسم من الرسومات؟

هل مجموع زوايا الشكل الرباعيّ ثابت؟

1. رأينا أن مجموع الزّوايا في كلّ مثلّث ثابت ويساوي 180°.
نفحص هل مجموع زوايا الشّكل الرّباعيّ ثابت أيضًا؟

أ. ما هو مجموع زوايا المستطيل؟ اشرحوا.

ب. تناقش تلميذان فيما بينهما حول مجموع زوايا المربّع.

قال **حامد**: يوجد في المربّع أربع زوايا قائمة، لذا فمجموع الزّوايا هو 360°.
قال **أيّوب:** كلّ مربّع هو مستطيل، رأينا أنّ مجموع زوايا المستطيل هو 360°.
لذا فمجموع زوايا المربّع هو 360°.
أيُّهما قوله صحيح؟ اشرحوا.

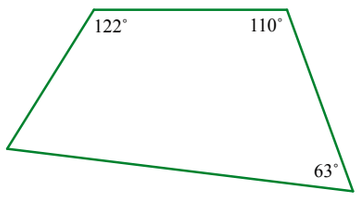
ت. خمِّنوا: هل في أشكال رباعيّة أُخرى مجموع الزّوايا هو 360° أيضًا؟

2. في موقع "الرّياضيّات المدمجة"، في قسم "مواد تعليميّة إضافيّة"، تجدون فعّاليّة "زوايا في الشّكل الرّباعيّ" "**זוויות במרובע**".

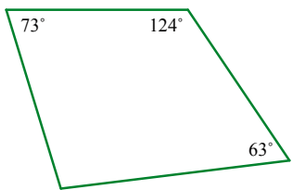
في هذه الفعّاليّة، نفحص مقادير الزّوايا في الشّكل الرّباعيّ. نفِّذوا الفعّاليّة حسب التّعليمات.

3. مُعطى، في كلّ شكل رباعيّ، مقدار ثلاث زوايا. قيسوا الزّاوية الرّابعة واحسبوا مجموع الزّوايا في كلّ شكل رباعيّ.

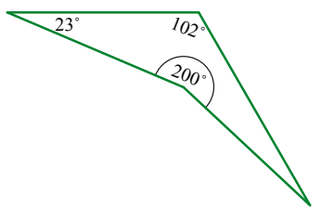
أ.



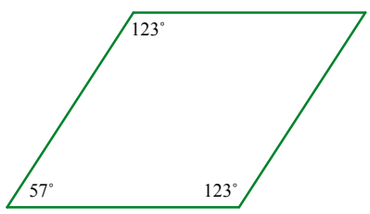
ت.



ب.



ث.



الشّكل الرّباعيّ الّذي كلّ زاوية من زواياه الداخليّة أصغر من زاوية مستقيمة نسمِّيه شكلاً **رباعيًّا محدّبًا**.

الشّكل الرّباعيّ الّذي زاوية من زواياه الداخليّة أكبر من زاوية مستقيمة نسمِّيه شكلاً **رباعيًّا مقعّرًا**.

أمثلة:

أشكال رباعيّة محدّبة

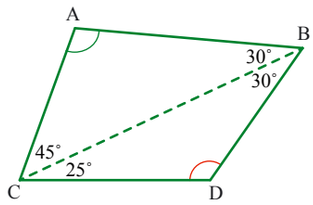
كلّ زاوية
أصغر من 180°

أشكال رباعيّة مقعّرة

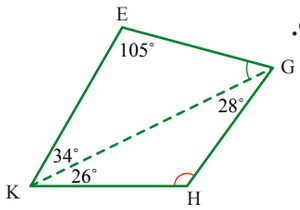
إحدى زواياه
أكبر من 180°

4. احسبوا، في كلّ بند، الزوايا المشار إليها بقوس، سجِّلوا في الرسمة واحسبوا مجموع زوايا الشكل الرباعيّ.

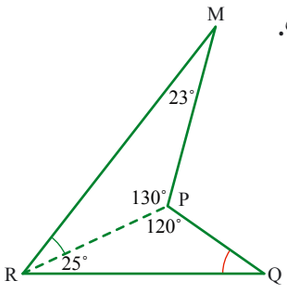
أ.



ب.

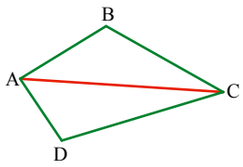


ت.



5. أ. القطعة AC هي قُطر في الشّكل الرّباعيّ المحدّب ABCD.

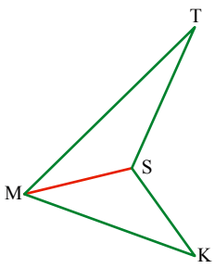
بيِّنوا أنّ مجموع زوايا الشّكل الرّباعيّ ABCD هو 360°.



ب. الشّكل الرّباعيّ MTSK هو شكل رباعيّ مقعّر.

القطعة MS هي قُطر يخرج من رأس الزّاوية الأكبر من 180°.

بيِّنُوا أنّ مجموع زوايا الشّكل الرّباعيّ المقعّر MTSK هو 360° أيضًا.



6. نعود إلى مهمّة الافتتاحيّة.

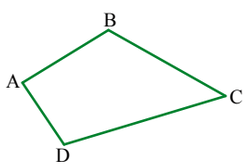
مُعطى، في كلّ رسمة، مقدار ثلاث زوايا. مدّوا الأضلاع.

اشرحوا لماذا لم تَنْتُج في البنود ب، ت وَ ث أشكالًا رباعيًّا، أما في البندين أ وَ ج فقد نتجت أشكالًا رباعيًّا.

مجموع الزّوايا في كلّ شكل رباعيّ هو 360°.

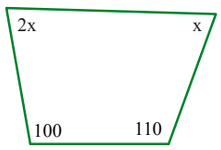
مثال: في رسمة الشّكل الرّباعيّ ABCD

$\sphericalangle A + \sphericalangle B + \sphericalangle C + \sphericalangle D = 360°$

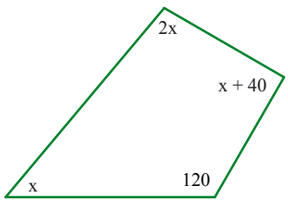


7. احسبوا، في كلّ بند، زوايا الشكل الرباعيّ الّذي يظهر في الرسمة (معطى مقدار الزوايا بالدرجات $x > 0$).

أ.



ب.



8. ارسموا مستطيلاً وقصُّوه على طول أحد قُطريه.

أ. ما هي المثلّثات الّتي حصلتم عليها؟

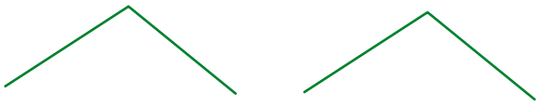
ب. ضَعوا، في كلّ مرّة، ضلعين متساويَيْن للمثلّثين بشكل متجاور، بحيث تحصلون على مثلّث. كم إمكانيّة وجدتم؟

ت. ضَعوا، في كلّ مرّة، ضلعين متساويَيْن للمثلّثين بشكل متجاور، بحيث تحصلون على شكل رباعيّ. كم إمكانيّة وجدتم؟

مجموعة مهامّ

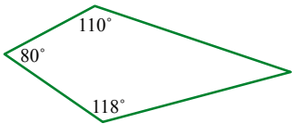
1. أ. أكملوا الرسمة الّتي على يمينكم بحيث تحصلون على **شكل رباعيّ محدّب**.

ب. أكملوا الرسمة الّتي على يساركم بحيث تحصلون على **شكل رباعيّ مقعّر**.

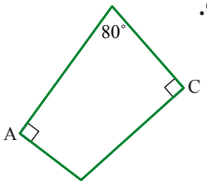


2. سجّلوا، في كلّ بند، مقدار الزاوية الرابعة.

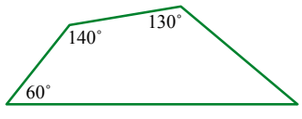
أ.



ب.



ت.

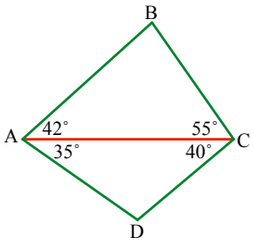


3. ABCD هو شكل رباعيّ.

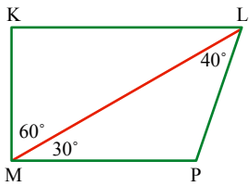
أ. ما هو مقدار الزّاوية $\measuredangle B$ في المثلّث ΔABC؟

ب. ما هو مقدار الزّاوية $\measuredangle D$ في المثلّث ΔADC؟

ت. ما هو مجموع زوايا الشّكل الرّباعيّ ABCD؟



4. $KLPM$ هو شكل رباعيّ فيه $KL \parallel MP$.



أ. احسبوا مقدار الزاوية $\sphericalangle KLM$.

ب. احسبوا مقدار الزاوية $\sphericalangle P$ ومقدار الزاوية $\sphericalangle K$.

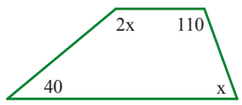
5. أ. يوجد في الشكل الرباعيّ ثلاث زوايا منفرجة وزاوية حادّة واحدة.
ارسموا شكلًا رباعيًّا وسجّلوا مقادير مناسبة للزوايا.

ب. معطى شكل رباعيّ ليس مستطيلًا فيه زاويتان قائمتان.
ارسموا شكلًا رباعيًّا وسجّلوا مقادير مناسبة للزوايا.

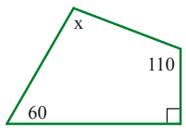
ت. يوجد في الشكل الرباعيّ زاوية قائمة وزاوية منفرجة.
ارسموا شكلًا رباعيًّا وسجّلوا مقادير مناسبة للزوايا.

6. احسبوا، في كلّ بند، مقدار زوايا الشكل الرباعيّ (مُعطى مقدار الزوايا بالدّرجات $x > 0$).

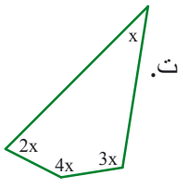
أ.



ب.

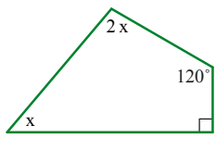


ت.

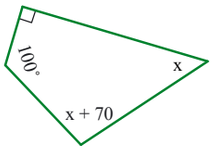


7. احسبوا، في كلّ بند، مقدار زوايا الشكل الرباعيّ (معطى مقدار الزوايا بالدّرجات $x > 0$).

أ.



ب.



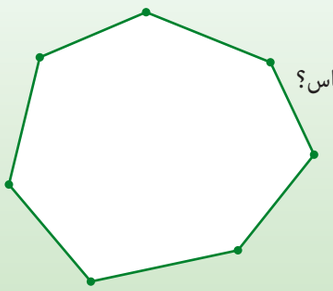
8. أ. هل يمكن أن يكون هنالك شكلًا رباعيًّا فيه أربع زوايا منفرجة؟
إذا كانت الإجابة نعم فأعطوا مثالًا عدديًّا. إذا كانت الإجابة لا فاشرحوا.

ب. هل يمكن أن يكون هنالك شكلًا رباعيًّا فيه أربع زوايا حادّة؟
إذا كانت الإجابة نعم فأعطوا مثالًا عدديًّا. إذا كانت الإجابة لا فاشرحوا.

أ. هل يمكن أن يكون هنالك شكلًا رباعيًّا فيه ثلاث زوايا حادّة وزاوية منفرجة واحدة؟
إذا كانت الإجابة نعم فأعطوا مثالًا عدديًّا. إذا كانت الإجابة لا فاشرحوا.

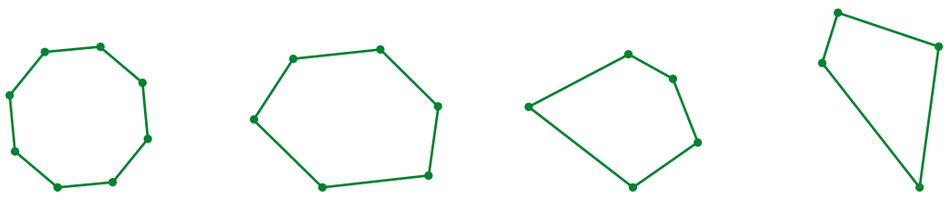
الدرس الخامس: مجموع زوايا المضلّع

أمامكم رسمة مضلّع مكوَّن من سبعة أضلاع.
هل يمكن إيجاد مجموع الزّوايا الدّاخليّة دون قياس؟



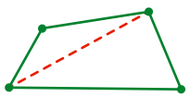
نتعرَّف على المضلّعات، ونفحص مجموع الزّوايا الدّاخليّة في مضلّعات مختلفة.

1. عدّوا عدد أضلاع كلّ مضلّع وسجّلوا اسم المضلّع داخله.

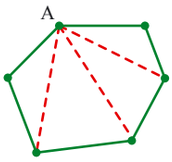


من مجموع زوايا المثلّث إلى مجموع زوايا المضلّع

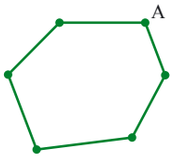
2. **أ.** ما هو مجموع زوايا المثلّث؟
ب. ما هو مجموع زوايا الشكل الرباعيّ؟



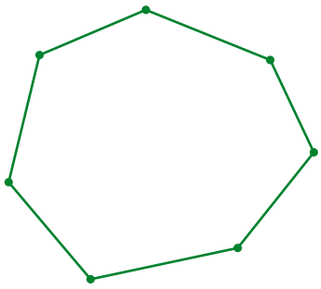
ت. قال **عامر**: رسمتُ أقطارًا من الرأس A للشكل الخماسّي ووجدت مجموع الزوايا.
أشيروا بأقواسًا إلى زوايا المثلّثات الّتي نَتَجت في الرسمة.
جدوا مجموع زوايا الشكل الخماسيّ.



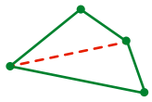
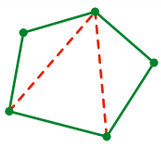
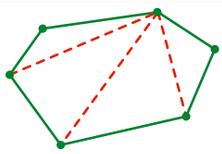
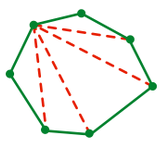
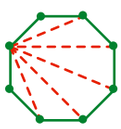
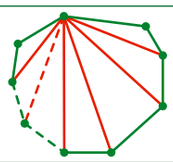
ث. ارسموا أقطارًا من الرأس A للشكل السداسّي.
افحصوا كم مثلّثًا نَتَجَ؟
جدوا مجموع زوايا الشكل السداسيّ.



ج. خمّنوا مجموع الزّوايا في المضلع المكوَّن من 7 أضلاع.
ارسموا أقطارًا من أحد رؤوسه.
جدوا مجموع الزّوايا في المضلع المكوَّن من 7 أضلاع.
افحصوا تخمينكم.

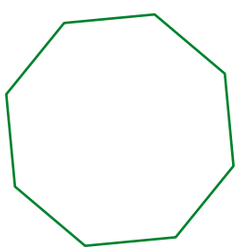


3. أكملوا الجدول.

المضلّع		عدد المثلّثات	مجموع الزوايا
الشكل الرباعيّ			
الشكل الخماسيّ			
الشكل السداسيّ			
الشكل السباعيّ (7 أضلاع)			
الشكل الثمانيّ (8 أضلاع)			
مضلع مكوَّن من n أضلاع			

رأينا أنّه يمكن تقسيم مضلّع مكوَّن من n أضلاع إلى $(n - 2)$ مثلّثات، لذا مجموع زوايا المضلّع (بالدّرجات) هو: $180(n - 2)$

مثال: مجموع الزوايا في الشكل الثمانيّ هو $1,080°$ لأنّ $180(8 - 2) = 1,080$



4. أ. احسبوا مجموع زوايا المضلّع المكوَّن من 12 ضلعًا.

ب. احسبوا مجموع زوايا المضلّع المكوَّن من 20 ضلعًا.

5. جدوا، في كلّ بند، عدد أضلاع المضلّع حسب مجموع الزوايا.

أ. مجموع الزوايا $1,440°$.

إرشاد: نرمز إلى عدد الأضلاع بـ n ($n > 2$, n عدد طبيعيّ) ونسجِّل المعادلة:

$$180(n - 2) = 1,440$$

حلّوا المعادلة وجدوا عدد أضلاع المضلّع.

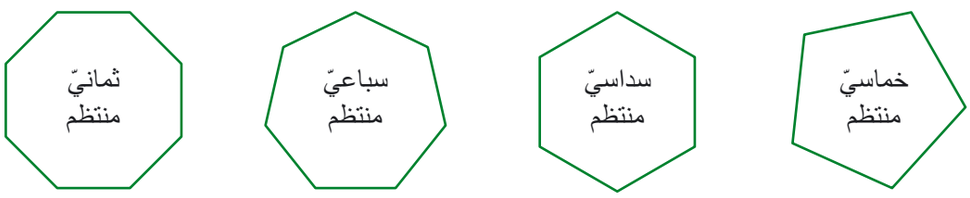
ب. مجموع الزوايا $900°$.

ت. مجموع الزوايا $2,340°$.

مضلّعات منتظمة

المضلّع الّذي جميع أضلاعه متساوية وجميع زواياه متساوية، نسمِّيه **مضلعًا منتظما.**

أمثلة:



6. أ. وجدنا أنّ مجموع الزوايا في الشكل الخماسيّ هو $540°$. ما هو مقدار كلّ زاوية في الشكل الخماسيّ المنتظم؟

ب. ما هو اسم المثلّث المنتظم؟ ما هو مقدار كلّ زاوية في المثلّث المنتظم؟

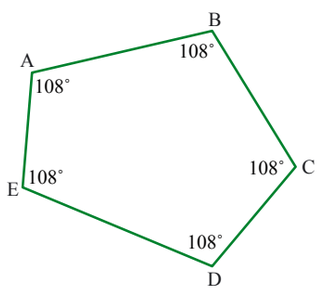
7. أ. أمامكم **شكل خماسي** زواياه متساوية. هل هو منتظم؟ اشرحوا.

ب. هل المعيّن شكل رباعيّ منتظم؟ اشرحوا.

ت. هل المستطيل شكل رباعيّ منتظم؟ اشرحوا.

ث. ما اسم الشكل الرباعيّ المنتظم؟

ما هو مقدار كلّ زاوية في الشكل الرباعيّ المنتظم؟



في دول مختلفة في العالَم، استُعملت وتُستعمل، حتى يومنا هذا، قِطع نقديّة معدنيّة مضلّعة*.

أ. أكتُبوا اسم المضلّع المناسب لكلّ شكل قطعة نقديّة معدنيّة.

ب. أيّ مضلّعات هي مضلّعات منتظمة؟

ت. أيّ قطعة نقديّة معدنيّة إسرائيليّة شكلها مضلّع؟ ما هو نوع المضلّع؟

ث. ما هي حسنات وسيئات استعمال قِطع نقديّة معدنيّة مضلّعة؟

* مصدر المعلومات: فالديمير برنشطم، معهد وايزمن للعلوم.

مجموعة مهامّ

1. أ. احسبوا مجموع زوايا المضلّع المكوَّن من 11 ضلعًا.

ب. احسبوا مجموع زوايا المضلّع المكوَّن من 16 ضلعًا.

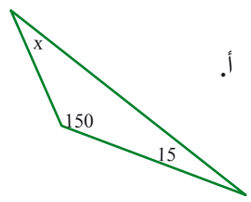
ت. مجموع زوايا المضلّع هو °720. ما هو عدد الأضلاع في هذا المضلع؟

ث. مجموع زوايا المضلّع هو °2,160. ما هو عدد الأضلاع في هذا المضلع؟

2. هل هنالك مضلع مجموع زواياه °500؟ اشرحوا.

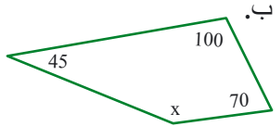
3. أمامكم أربعة مضلّعات.
أكملوا، في كلّ بند، مجموع زوايا المضلّع.
احسبوا x (معطى مقدار الزوايا بالدرجات $x > 0$).

أ.



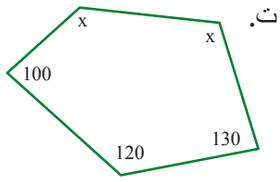
مجموع الزوايا: °___

ب.



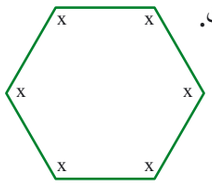
مجموع الزوايا: °___

ت.



مجموع الزوايا: °___

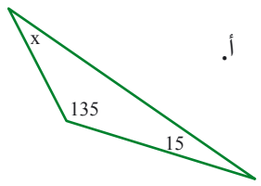
ث.



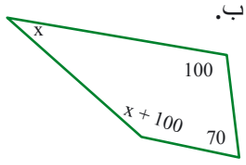
مجموع الزوايا: °___

4. اكتبوا، في كلّ بند، مجموع زوايا المضلّع.
احسبوا x (معطى مقدار الزوايا بالدرجات $x > 0$).

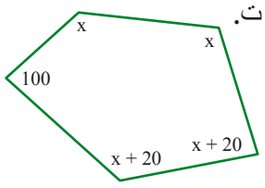
أ.



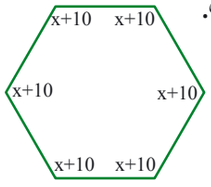
ب.



ت.



ث.



5. أ. مجموع زوايا المضلّع المكوَّن من 10 أضلاع هو °1,440.
ما هو مقدار كل زاوية في المضلع المنتظم المكوَّن من 10 أضلاع؟
ب. مجموع زوايا الشكل الثمانيّ هو °1,080.
ما هو مقدار كلّ زاوية في الشكل الثمانيّ المنتظم (هنالك 8 أضلاع في الشكل الثمانيّ.)

6. أ. احسبوا مجموع زوايا المضلّع المكوَّن من 9 أضلاع.
ما هو مقدار كلّ زاوية في المضلّع المنتظم المكوَّن من 9 أضلاع؟
ب. احسبوا مجموع زوايا المضلّع المكوَّن من 14 ضلعًا.
ما هو مقدار كلّ زاوية في المضلّع المنتظم المكوَّن من 14 ضلعًا؟
ت. احسبوا مجموع زوايا المضلّع المكوَّن من 30 ضلعًا.
ما هو مقدار كلّ زاوية في المضلّع المنتظم المكوَّن من 30 ضلعًا؟

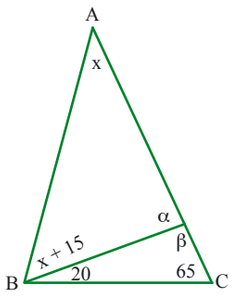
7. أمامكم رسمتان. في كلّ رسمة:

أ. احسبوا x (بالدرجات).

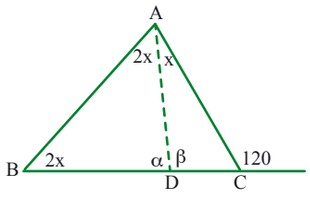
استعينوا بمجموع زوايا المثلّث.

ب. احسبوا مقدار الزوايا α وَ β.

I



II



8. القطعة النقديّة من فئة 5 شواقل هي مضلّع منتظم.

أ. ما هو عدد أضلاعها؟

ب. ما هو مجموع الزوايا في هذا المضلّع؟

ب. ما هو مقدار كلّ زاوية في القطعة النقديّة من فئة 5 شواقل؟

9. أمامكم صورة بناية البنتاجون (بنتاجون معناه خُماسّي باللغة الإنجليزية).

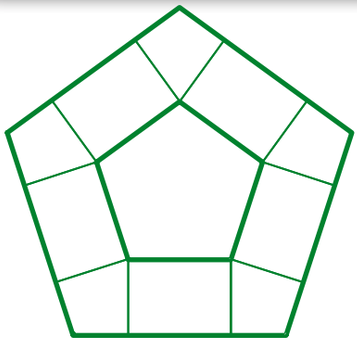
تقع بناية البنتاجون في ضواحي العاصمة واشنطن في الولايات المتحدة.

بُنيت البناية على شكل **خماسّي منتظم**.

أ. ما هو مقدار كلّ زاوية في الشّكل الخماسيّ؟

ب. جِدُوا في الرّسمة صورة دلتون واحسبُوا زواياه.

اِشرحُوا مجرى حساباتكم.



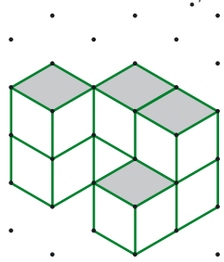
نحافظ على لياقة رياضيّة

حجم مباني وحجم الصّندوق

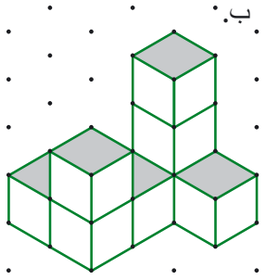
أُعِدّت الرسومات في المهام الآتية للتوضيح والعرض، وقياسات الطول معطاة بالسم.

1. أمامكم مبانٍ من مكعّبات، حجم كل مكعّب صغير هو 1 سنتمتر مكعّب.
يوجد لجميع المكعّبات الصغيرة نفس الحجم، نرى جميع المكعّبات الصغيرة ولا توجد مكعّبات مخفية.
جِدُوا حجم كلّ مبنى.

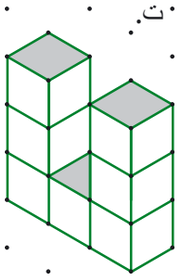
أ.



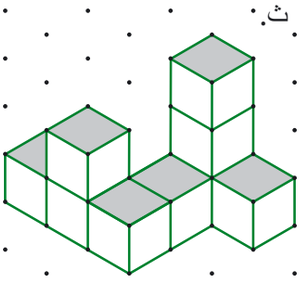
ب.



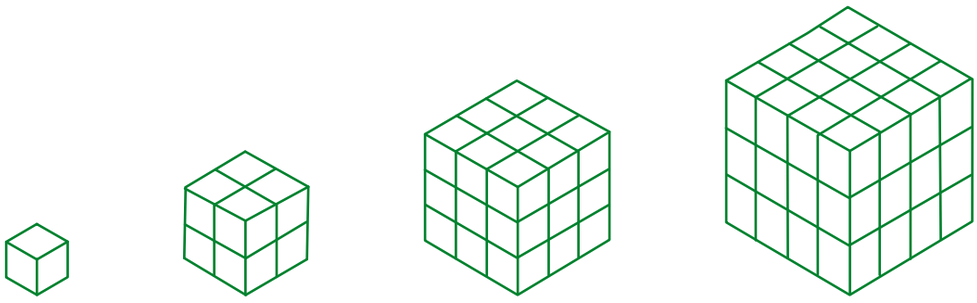
ت.



ث.

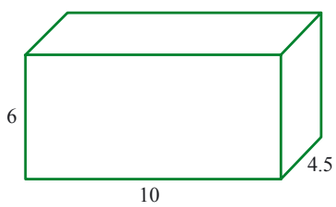


2. أ. طول ضلع (حرف) كلّ مكعّب صغير هو 1 سم. جدوا حجم كلّ مكعّب.



ب. ما هو حجم المكعّب الّذي طول ضلعه (حرفه) 5 سم؟ 6 سم؟ 10 سم؟

3. أمامكم رسمة صندوق، احسبوا حجمه.



4. أمامكم رسمة صندوق، قاعدتاه مربّعان.
حجم الصندوق 200 سنتمتر مكعّب.
طول ضلع المربّع 5 سم.
احسبوا ارتفاع الصّندوق.