# الوحدة الخامسة عشرة: حلّ معادلات

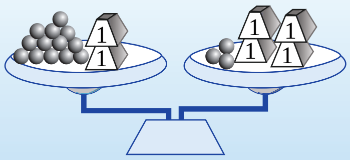

## الدّرس الأوّل: الميزان والمعادلات

### حلّ معادلات بواسطة تنفيذ عمليّات حسابيّة على الطّرفين

يوجد مع **سالم** عيّارات وزنيّة، كلّ منها 1 كغم وكرات وزنها غير معروف.

يضع سالم عيّارات وزنيّة وكرات على كلّ كِفّة ميزان، بحيث تكون الكفّتانِ متوازنتين.

كم وزن كرة واحدة؟



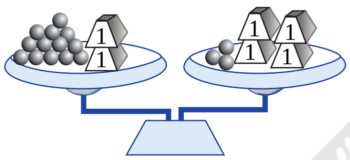

**نحلّ معادلات بمساعدة تنفيذ عمليّات حسابيّة على الطّرفين.**

**1.** أيّ أعداد يمكن أنْ تكون مناسبة لوزن كلّ كرة من الكرات الّتي وَرَدَت في إفتتاحيّة الدّرس؟ اِشرحُوا.

**2.** وَجَد **سالم** أنّ 4 عيّارات + 3 كرات توازن عيّاران + 13 كرة

ما هو وزن كرة واحدة؟

صِفُوا، كيف وجدتم ذلك؟




**3.** يصف **سالم** العمليّات الّتي ينفّذها لكي يحلّ المشكلة.

| العمليّات | وضع الميزان | | |
| --- | --- | --- | --- |
| | 4 كغم + 3 كرات | = | 2 كغم + 13 كرة |
| نُنزِل 3 كرات من كلّ كِفّة. | | | |
| نحصل على: | 4 كغم | = | 2 كغم + 10 كرات |
| نُنزِل 2 كغم من كلّ كِفّة. | | | |
| نحصل على: | 2 كغم | = | 10 كرات |
| نأخذ **نصف** الكميّة من كلّ كِفّة. | | | |
| نحصل على: | 1 كغم | = | 5 كرات |

ما هو وزن كرة واحدة؟

**للتّذكير**

تعلّمنا أنّ المساواة بين تعبير جبريّ وعدد أو بين تعبيرين جبريّين نسمّيها **معادلة**.

ولكلّ معادلة يوجد طرفان.

نحافظ في المعادلة على مساواة بين الطّرفين. كما نحافظ على توازن بين كفتي الميزان.

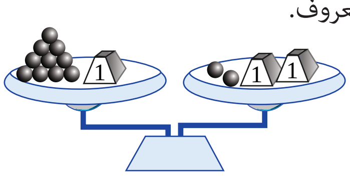
**4.** نترجم مسألة الكرات والعيّارات الوزنيّة الموجودة على كفتيِ الميزان (في المهمّة 2) إلى معادلة.
نرمز بـ x إلى وزن الكرة الواحدة بالكغم $(x > 0)$.

أ. أكملُوا المعادلة المناسبة للقصة: $13x + 2 = \square$

ب. حلُّوا المعادلة (إستعينُوا بتنفيذ العمليّات الحسابيّة على الطّرفين، كالعمليّات الّتي نفَّذها سالم على كفتيِ الميزان).

ت. ما هو وزن الكرة الواحدة بالكغم؟ ما هو وزن الكرة الواحدة بالغرامات؟
اِفحصُوا ما إذا إجاباتكم مناسبة لشروط المسألة.

**5.** في الرّسمة الّتي أمامكم، كل عيّار وزن هو 1 كغم والكرات لها نفس الوزن، لكنه غير معروف.




| 2 كغم + 2 كرات | توازن | 1 كغم + 10 كرات |
|---|---|---|

جِدُوا وزن كرة واحدة بالكغم بحسب المراحل الآتية:

- جِدُوا الأعداد الّتي يمكن أنْ تكون مناسبة لوزن كرة واحدة . اِشرحُوا.
- أكتُبوا العمليّات الّتي يجب أنْ ننفِّذها على كفتيِ الميزان، لكِي نجد وزن كرة واحدة.
- أرمُزوا بـ x $(x > 0)$ إلى وزن كرة واحدة (بالكغم)، أكتُبوا معادلة تصف وضع الميزان، وحلُّوا.
- جِدُوا وزن كرة واحدة (بالكغم). اِفحصُوا ما إذا إجاباتكم مناسبة لشروط المسألة.

**6.** أمامكم معادلات تصف توازن كفتيِ الميزان.
وُضعت كرات لها نفس الوزن وعيّارات وزنيّة كل منها 1 كغم على كفتيِ الميزان.
x يمثِّل وزن كرة واحدة بالكغم $(x > 0)$.

في كلّ معادلة، صِفُوا بالكلمات الكرات والعيّارات الوزنيّة الموجودة على كلّ كِفّة من كفتيِ الميزان.
في كلّ بند، حلُّوا المعادلة وجِدُوا وزن كرة واحدة.
اِفحصُوا ما إذا إجاباتكم مناسبة لشروط المسألة.

أ. $8x = 5x + 1$    ب. $2x + 1 = 4x$    ت. $5x + 0.5 = x + 3.5$

**نفكّر بـ ...**

**7.** مُعطاة معادلة $5x - 2 = 3x + 1$
هل يمكن عرض المعادلة بواسطة عيّارات وزنيّة وكرات على كفتيِ الميزان؟ اِشرحُوا.

قسم من المعادلات، لا نستطيع أنْ نَصفها كتوازن بين كفتيْ ميزان. في هذه الحالات أيضًا، يمكن أن نحلّ المعادلات من خلال تنفيذ عمليّات حسابيّة على طرفيِ المعادلة، بحيث نحافظ على المساواة.

**مثال:** نحلّ المعادلة $5x - 2 = 3x + 1$ هكذا:

| | |
|---|---|
| نضيف 2 إلى كلّ طرف: | $5x - 2 = 3x + 1 \ / + 2$ |
| نطرح $3x$ من كلّ طرف: | $5x = 3x + 3 \ / - 3x$ |
| نقسّم كلّ طرف على 2: | $2x = 3 \ / : 2$ |
| حلّ المعادلة: | $x = 1.5$ |
| للفحص، نعوِّض في المعادلة الأصليّة: | $5 \cdot 1.5 - 2 = 3 \cdot 1.5 + 1$ |
| | $5.5 = 5.5$ ✓ |

**اِنتبهُوا،** لا يجوز أنْ تضربوا أو تقسِّموا طرفيِ المعادلة على 0.

**8.** حلُّوا المعادلات.

أ. $7x + 2 = 5x + 4$  ب. $7x - 2 = 5x + 4$  ت. $7x - 2 = 5x - 4$

الميزان هو جهاز للتّوزين.

قاس الميزان القديم وزن غرض معيّن بواسطة مقارنته لوزن غرض وزنه معروف (عيّارات وزنيّة). استعمل الإنسان عدة عيّارات وزنيّة وبمساعدتها قام بتوزين بضاعة مختلفة. كانت هذه الميازين شائعة في مصر وفي بلاد الفرس قبل حوالي 4,000 سنة.

مع مرور الوقت، طوَّر الإنسان ميازين لها ذراع، وقد قام بتوزين أغراض بواسطة عيّارات وزنيّة صغيرة نسبيًا.

مع مرّ السّنين، طوَّر الإنسان ميازين تقيس أوزانًا بطرق أخرى، مثلاً: ميزان النّابض الّذي يقيس الوزن بحسب استطالة النّابض، وفي الآوِنة الأخيرة، طوَّر الإنسان ميازين الكترونيّة تقيس الوزن بمساعدة إلكترو - مغناطيس أو بمساعدة مقياس كهربائي يتغيَّر بسبب تأثير الضّغط الّذي يؤثّره الوزن الّذي نقيسه.

## مجموعة مهامّ

**1.** أمامكم معادلات تصف توازن كفتي الميزان. وُضعت كرات وعيّارات وزنيّة كلّ منها 1 كغم على كفتيِ الميزان.
x يمثِّل وزن كرة واحدة بالكغم $(x > 0)$.
في كلّ بند، صِفُوا بالكلمات الكرات والعيّارات الوزنيّة الموجودة على كلّ كفة من كفتيِ الميزان.
حلُّوا المعادلة وجِدُوا وزن كرة واحدة.
اِفحصُوا ما إذا إجاباتكم مناسبة لشروط المسألة.

أ. $8x + 2 = 5x + 4$  ب. $13 = 20x + 1$  ت. $3x + 14 = 7x + 10$

**2.** سُجِّلت أربع عمليّات حسابيّة على يمين كلّ معادلة.
اِختارُوا العمليّة الحسابيّة التي تنفّذونها على طرفيِ المعادلة للحصول على معادلة أبسط.

| | العمليّة | | | | المعادلة |
|---|---|---|---|---|---|
| أ. | $/ -15$ | $/ +2x$ | $/ -2x$ | $/ -5x$ | $15 + 2x = 5x$ |
| ب. | $/ -4x$ | $/ -6x$ | $/ -20$ | $/ +4x$ | $20 - 4x = 6x$ |
| ت. | $/ +12$ | $/ -3$ | $/ -6x$ | $/ -12$ | $3 = 6x - 12$ |
| ث. | $/ -6x$ | $/ +6x$ | $/ -4$ | $/ -10x$ | $10x = 4 + 6x$ |

**3.** في كلّ بند، اِختارُوا الحرف المناسب. على ماذا حصلتم؟

| | | | صحيح | غير صحيح |
|---|---|---|---|---|
| أ. | حلّ المعادلة $4x - 7 = 5x$ | هو $-7$ | ن | أ |
| ب. | حلّ المعادلة $x + 2 = 3x - 6$ | هو 3 | ب | ع |
| ت. | حلّ المعادلة $2(x + 1) = -x$ | هو $-2$ | ت | و |
| ث. | حلّ المعادلة $\frac{3x+4}{2} = \frac{x}{6} + 10$ | هو 6 | ض | ث |

**4.** نفِّذوا عمليّات حسابيّة على طرفيْ كلّ معادلة وحلُّوها (سُجِّلت العمليّة الأولى).

أ. $5 + 2x = 3x \;/ -2x$  ت. $4x = x + 3 \;/ -x$  ج. $6x = 2x + 28 \;/ -2x$

ب. $3 = 4x + 9 \;/ -9$  ث. $4x + 1 = 9 \;/ -1$  ح. $3x + 4 = x + 8 \;/ -x$

**5.** حلُّوا المعادلات (نفِّذوا عمليّات حسابيّة على الطّرفين).

أ. $5x + 4 = 20 + 3x$
ب. $5x - 4 = 20 - 3x$
ت. $5x - 4 = 20 + 3x$
ث. $5x + 4 = 20 - 3x$
ج. $4 - 5x = 20 + 3x$
ح. $4 - 5x = 20 - 3x$

**6.** حلُّوا المعادلات (نفِّذوا عمليّات حسابيّة على الطّرفين).

أ. $5x - 12 = 9 - 2x$
ب. $5x - 12 = 9 + 2x$
ت. $15 + 8x = -17 + 4x$
ث. $15 - 8x = 17 - 4x$
ج. $2x + 1 = \frac{1}{2}x - 8$
ح. $x - 3 = \frac{1}{2}x - 2$

**7.** حلول المعادلات الثّلاثة الآتية هي: $x = 4$ $x = 10$ $x = 5$
لائموا لكلّ حلّ المعادلة المناسبة له.

أ. $5x = 20$
ب. $5x = x + 20$
ت. $5x = 3x + 20$

**8.** حلول المعادلات الثّلاثة الآتية هي: $x = 2$ $x = -4$ $x = 8$
لائموا لكلّ حلّ المعادلة المناسبة له.

أ. $2 + 6x = 50$
ب. $12x = 30 - 3x$
ت. $3x + 5 = -7$

**9.** حلول المعادلات الثّلاثة الآتية هي: $x = 0.5$ $x = -5$ $x = 5$
لائموا لكلّ حلّ المعادلة المناسبة له.

أ. $3x + 4 = 2x - 1$
ب. $5 - 4x = x + 2.5$
ت. $20 = 2x - 5 + 3x$

**10.** أ. سجِّلوا معادلة بحيث يكون حلّها $x = 3$.
ب. سجِّلوا معادلة بحيث تظهر تعابير جبريّة في كِلا طرفيِ المعادلة وحلّها هو $x = 3$
ت. سجِّلوا عددًا في المكان الفارغ في المعادلة $2x - 5 = \underline{\quad} + 3x$ ، بحيث يكون حلّ المعادلة $x = 3$.

مهامّ إضافيّة في الموقع (משימות נוספות באתר)

## الدّرس الثّاني: نستمر في الموازنة

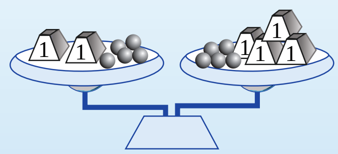
### حلّ معادلات بواسطة تنفيذ عمليّات حسابيّة على الطّرفين

في الرُّسومات الّتي أمامكم، يوجد عيّارات وزنيّة كل منها 1 كغم وكرات متساوية في الوزن على كفتيِ الميزان.

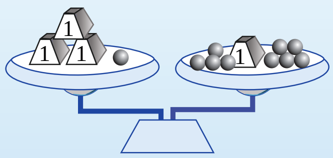
$x$ يمثِّل وزن كرة واحدة بالكغم $(x > 0)$.

أيّ رسمة تصف المعادلة الآتية: $5x + 2 = 4x + 5$ ؟

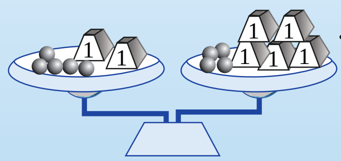
أ.



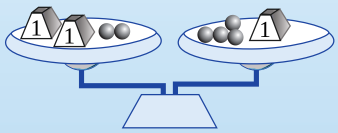
ت.



ب.



ث.

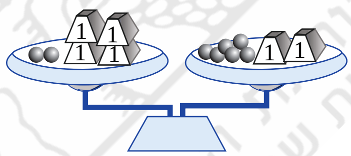


**نستمرّ في بحث التّشابه بين الميزان والمعادلة.**

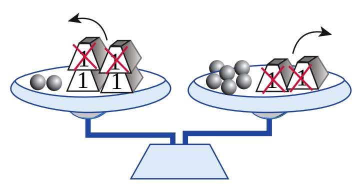
**1.** أ. حلُّوا المعادلة $5x + 2 = 4x + 5$ بحسب مراحل إيجاد وزن الكرة.

ب. اِختارُوا رسمة إضافيّة من مهمّة الافتتاحيّة، أكتُبوا معادلة مناسبة وحلّوها بحسب مراحل إيجاد وزن الكرة في الرّسمة.

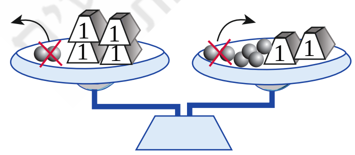
**2.** أمامكم كفّتا ميزانٍ مُتوازنتانِ.



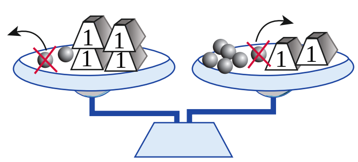
أ. أمامكم تغيُّرات، أيّ منها تحافظ على توازن كفتيِ الميزان.



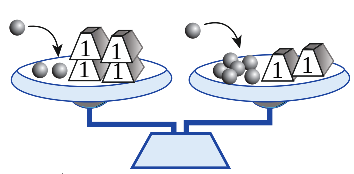
نُنزِل عيارين من كلّ كِفّة



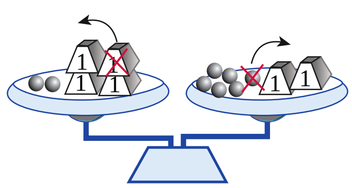
نُنزِل كرتين من كلّ كِفّة



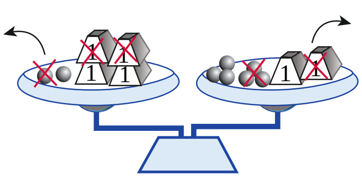
نُنزِل كرة واحدة من كلّ كِفّة



إضافة كرة واحدة إلى كلّ كِفّة



نُنزِل كرة من كِفّة واحدة
وعيار من الكِفّة الثّانية



نُنزِل نِصف الكميّة من كلّ كِفّة

ب. ما هو المشترك للتغييرات الّتي تحافظ على توازن كفتيِ الميزان؟ اِشرحُوا.

العمليّات الّتي يمكن تنفيذها على كفتيِ الميزان والّتي تحافظ على التّوازن هي:

- إضافة أو تقليل نفس الكميّة (عيّارات وزنيّة أو كرات).
- تكبير أو تصغير كميّات بنفس عدد المرات.

كما هو الأمر في موازنة كفتيِ الميزان، نحافظ في المعادلة على المساواة بين طرفيِ المعادلة، من خلال تنفيذ العمليّات الآتية على طرفيِ المعادلة:

- جمع أو طرح نفس العدد أو نفس التّعبير.

**أمثلة:** $6x - 1 = 4x + 9 \;/\; +1$ , $13x + 2 = 3x + 4 \;/\; -3x$

- ضرب بنفس العدد أو قسمة على نفس العدد (لا يساوي صفرًا).

**مثال:** $10x = 2 \;/\; :10$

**3.** حلُّوا المعادلات الآتية بمساعدة عمليّات حسابيّة على الطّرفين.

**مثال:**

$3x + 8 = 2x - 2$

نطرح 8 من الطّرفين: $3x + 8 = 2x - 2 \;/\; -8$

نطرح 2x من الطّرفين: $3x = 2x - 10 \;/\; -2x$

حلّ المعادلة: $x = -10$

الفحص: $3\cdot(-10) + 8 = 2\cdot(-10) - 2$

$-30 + 8 = -20 - 2$

$-22 = -22$ ✓

| | | |
|---|---|---|
| أ. $6x + 3 = 5x + 13$ | ث. $10x = 4x + 5$ | خ. $10x = 5$ |
| ب. $6x - 3 = -15$ | ج. $4x = -2 + 10x$ | د. $5 - 5x = 12 - 4x$ |
| ت. $5x - 4 = 3x + 8$ | ح. $x - 4 = -3x$ | ذ. $-10 = -4x - 13$ |

**4.** أ. أُكتُبوا معادلتين مختلفتين، بحيث يكون حلّ كل منهما $x = 4$. حلُّوا وافحصُوا.

ب. أُكتُبوا معادلتين مختلفتين، بحيث يكون حلّ كل منهما $x = \frac{1}{4}$. حلُّوا وافحصوا.

نفكّر بـ ...

**5.** جِدُوا حلّ المعادلة إذا كان مُعطى $x$ عدد طبيعيّ. إذا لم تجدوا حلاً، اِشرحُوا.

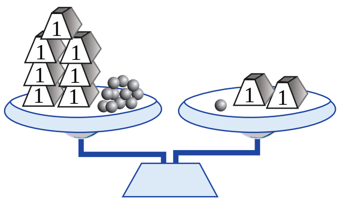
| | | |
|---|---|---|
| أ. $5x + 7 = 2x + 11$ | ب. $5x + 1 = 3x + 7$ | ت. $6x + 1 = 4x - 9$ |

نفكّر بـ ...

**6.** مُعطاة معادلة: $11x + 7 = x + 2$

حلّ **إياد** هكذا:

$$11x + 7 = x + 2 \quad /-7$$
$$11x = x - 5 \quad /-x$$
$$10x = -5$$
$$x = -0.5$$



قال **إياد**: حلّ المعادلة هو $-0.5$.

كَتَبت **عرين** قصة مناسبة حول توازن كفتيِ الميزان.

$x$ يُمثِّل وزن الكرة بالكغم $(x > 0)$.

قالت **عرين**: الميزان غير متوازن، لذا لا يمكن إيجاد وزن الكرة. لا يوجد حلّ للمعادلة.

اِشرحُوا، لماذا يوجد فرق بين إجابتيْ عرين وزياد؟

استعملنا الميزان لكي نفهم مبدأ تنفيذ نفس العمليّة الحسابيّة على طرفيِ المعادلة. رأينا في حالة توازن الميزان أنّ وزن الكرة يجب أن يكون عددًا موجبًا، لكن الأمر ليس كذلك في حلّ المعادلات.

نوسّع مبدأ تنفيذ العمليّات الحسابيّة، على طرفيِ المعادلة، في معادلات حلّها عدد سالب أو صفر.

**مثال:** في المهمّة الـ 6، حلّ **إياد** المعادلة $11x + 7 = x + 2$ بواسطة تنفيذ عمليّات حسابيّة على الطّرفين.

حاولت **عرين** أنْ تحلّ نفس المعادلة بواسطة اعتبارات تعتمد على موازنة الميزان.

حصل **إياد** على الحلّ $x = -0.5$

استنتجت **عرين** أنّه لا يوجد حلّا للمعادلة، لأنّها حاولت أنْ تحلّ بمساعدة تمثيل غير مناسب لهذا النوع من المعادلات.

## مجموعة مهامّ

**1.** سُجِّلت أربع عمليّات حسابيّة على يمين كلّ معادلة.

اِختارُوا العمليّة الحسابيّة الّتي تنفِّذونها على طرفيِ المعادلة للحصول على معادلة أبسط.

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| أ. | $/ -12$ | $/ +3x$ | $/ -6x$ | $/ -3x$ | $6x = 3x + 12$ |
| ب. | $/ +4x$ | $/ -10x$ | $/ -42$ | $/ -4x$ | $10x = 42 - 4x$ |
| ت. | $/ -17$ | $/ +3$ | $/ -10x$ | $/ -3$ | $10x - 3 = 17$ |
| ث. | $/ -2x$ | $/ +2x$ | $/ -12$ | $/ -8x$ | $8x = 2x + 12$ |

**2.** سُجِّلت أربع عمليّات حسابيّة على يمين كلّ معادلة.
اِختارُوا العمليّة الحسابيّة الّتي تنفِّذونها على طرفيِ المعادلة للحصول على معادلة أبسط.

أ. $/ -2$   $/ -7$   $/ \cdot 3$   $/ +2$   $\frac{1}{3}x-2=7$

ب. $/ -2\frac{1}{2}x$   $/ +9$   $/ \cdot 2$   $/ -x$   $2\frac{1}{2}x-9=x$

ت. $/ -\frac{1}{3}x$   $/ +10$   $/ \cdot 6$   $/ \cdot 3$   $10+\frac{1}{3}x=\frac{1}{4}x$

ث. $/ -\frac{1}{3}x$   $/ +2$   $/ \cdot 6$   $/ \cdot 3$   $\frac{1}{3}x-2=\frac{1}{2}x$

**3.** كَتبَت **عرين** العمليّة المطلوبة بحسب رأيها، بجانب كل معادلة، لكي تحصل على معادلة أبسط.
اِفحصُوا ما إذا اختارت عرين العمليّات المناسبة لهذا الهدف. إذا كانت الإجابة كلا، صححوها.

أ. $x+6=50 \ / +6$
ب. $-7+x=23 \ / +7$
ت. $x-3=-2 \ / +2$
ث. $x+14=-3 \ / -14$
ج. $x-25=30 \ / -25$
ح. $12+x=10 \ / -12$

**4.** حلُّوا المعادلات بواسطة تنفيذ عمليّات حسابيّة على الطّرفين. سُجِّلت العمليّة الأولى.

أ. $8x-5=19 \ / +5$
ب. $2x+9=1 \ / -9$
ت. $7x=5x+8 \ / -5x$
ث. $3+4x=5x \ / -4x$
ج. $5x-8=6x \ / -5x$
ح. $18=3x+6 \ / -6$

**5.** حلُّوا المعادلات.

أ. $15=3x+6$
ب. $5x=8-3x$
ت. $4-5x=24$
ث. $7-4x=-1$
ج. $4x+3=10x$
ح. $12x=7x$
خ. $6x+2=3x-7$
د. $3-2x=-x-1$

**6.** حلُّوا المعادلات.

أ. $-10+3x=8x$
ب. $3x-5=x-5$
ت. $0.75x-1=0.5x+1$
ث. $0.75x-1=0.25x$
ج. $\frac{2}{3}x+1=x-4$
ح. $\frac{2}{3}x-1=x+4$
خ. $x+2=\frac{3}{4}x+4$
د. $x-2=\frac{3}{4}x+4$
ذ. $x-2=\frac{3}{4}x-4$

**7.** طلبت المعلّمة من التّلاميذ أنْ يحلُّوا المعادلات الآتية: $3x - 12 = 15$

حلّ **ضياء** هكذا:

$$3x - 12 = 15 \ / +12$$
$$3x = 27 \ / :3$$
$$x = 9$$

حلّ **يوسف** هكذا:

$$3x - 12 = 15 \ / -12$$
$$3x = 3 \ / :3$$
$$x = 1$$

أيُّهما الحلّ الصّحيح للمعادلة المُعطاة؟ ما هو الخطأ في الحلّ الآخر؟

**8.** طلبت المعلمة من التّلاميذ أنْ يحلُّوا المعادلات الآتية: $\frac{3x}{7} - 4 = \frac{2x}{7}$

حلّ **سمير** هكذا:

$$\frac{3x}{7} - 4 = \frac{2x}{7} \quad / \cdot 7$$
$$3x - 4 = 2x$$
$$x = 4$$

حلّ **سليم** هكذا:

$$\frac{3x}{7} - 4 = \frac{2x}{7} \quad / \cdot 7$$
$$3x - 28 = 2x$$
$$x = 28$$

أيُّهما الحلّ الصّحيح للمعادلة المُعطاة؟ ما هو الخطأ في الحلّ الآخر؟

**9.** حلُّوا المعادلات، اِنسخُوا المربّع السّحري، سجِّلوا الحلّ في التّربيعة المناسبة في المربّع السّحري وافحصُوا.

أ. $10 - 3x = 4 - 2x$

ب. $5x + 1 = 3x + 9$

ت. $10 + 5x = 2 + 6x$

ث. $3(x + 1) = 6$

ج. $2x + 3 = 25$

ح. $12 + x = 5x$

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 2 | + | ب | = | أ |
| + | | + | | + |
| ث | + | 7 | = | ت |
| = | | = | | = |
| ح | + | ج | = | 14 |

**10.** حلُّوا المعادلات، اِنسخُوا المربّع السّحري، سجِّلوا الحلّ في التّربيعة المناسبة في المربّع السّحري وافحصُوا.

أ. $2(x + 2) = x + 3$

ب. $\frac{1}{2}(6x + 2) = \frac{1}{4}(8x - 4) - 2$

ت. $3(x - 1) = 24$

ث. $3(1 + 2x) = 9 + 2(x + 1)$

ج. $\frac{1}{2}(3x - 1) = 10 - 2x$

ح. $6 - (x + 1) = 10 - 2x$

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 3 | + | ب | = | أ |
| + | | + | | + |
| ث | + | 7 | = | ت |
| = | | = | | = |
| ح | + | ج | = | 8 |

كم معادلة تكفي للحلّ لكي نملأ المربّع السّحري؟ اِشرحُوا.

مهامّ إضافيّة في الموقع (משימות נוספות באתר)

## الدّرس الثّالث: نجمع طوابعًا

### حلّ مسائل بطرق مختلفة: معادلات، اعتبارات رياضيّة أو رَسم

في دورة الطّوابع، يقارن التّلاميذ فيما بينهم عدد الطّوابع الّتي يجمعونها.
عدد طوابع **أيّوب** ضعفيْ عدد طوابع **نعيم**.
أعطى أيوب نعيم 7 طوابع، وعندئذٍ أصبح نفس عدد الطّوابع معهما.

خمِّنوا: كم طابعًا كان مع كلّ واحد منهما في البداية؟

**نحلّ مسائل كلاميّة بطرق مختلفة.**

**1.** أ. أيّ أعداد يمكن أنْ تكون مناسبة لعدد طوابع نعيم بحسب ما وَرَدَ في افتتاحيّة الدّرس؟ اِشرحُوا.

ب. جِدُوا عدد الطّوابع التي كانت مع كل واحد منهما في البداية؟ اِشرحُوا، كيف وجدتم ذلك؟

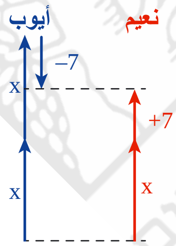
### نحلّ معادلات بطرق مختلفة

**2.** حلّ كلّ من **ليلى، نديم ويوسف** المهمّة الّتي وردت في الافتتاحيّة بمساعدة معادلة.
رمزوا بـ x إلى عدد الطّوابع الّتي كانت مع نعيم في البداية (x عدد طبيعيّ)،
وسجَّلوا المعادلة الآتية: $2x - 7 = x + 7$

أ. حلّت **ليلى** المعادلة بمساعدة تنفيذ عمليّات حسابيّة على الطّرفين: $2x - 7 = x + 7 \ / + 7$
استمروا في حلّ ليلى وجِدُوا عدد الطّوابع الّتي كانت مع كلّ واحد منهما في البداية.

ب. حلّ **نديم** المعادلة بمساعدة اعتبارات رياضيّة.
سجَّل المعادلة كالتّالي: $x + x - 7 = x + 7$
اِستعينُوا بطريقة تسجيل نديم وجِدُوا حلّ المعادلة.

ت. قال **يوسف**: حلّ المعادلة هو $x = 14$،
وجدتُ ذلك بمساعدة الرّسمة الآتية.
اِشرحُوا طريقة حلّ يوسف.




يمكن أنْ نحلّ معادلة بعدة طرق، مثل: اعتبارات رياضيّة، حلّ جبريّ أو رسمة.
عند حلّ المسألة، يجب أنْ نفحص ما إذا الحلّ مناسب لشروط المسألة، ويجب أنْ نسجِّل الإجابة بالكلمات.

### نختار متغيِّرًا

**3.** رَمَز **أمير** بـ x إلى عدد الطّوابع الّتي كانت مع أيّوب في البداية.

أ. هل كلّ عدد موجب أكبر من 7 يمكن أنْ يكون مناسبًا لـ x؟ إذا كانت الإجابة نعم، اِشرحُوا. إذا كانت الإجابة كلا، أيّ اضطرار تضيفون؟

ب. اِختارُوا معادلة مناسبة وحلّوها . $x - 7 = \frac{x}{2} + 7$ $\qquad$ $x - 7 = \frac{x}{2}$

ت. اِشرحُوا، لماذا حلّ المعادلة في بند ب يختلف عن حلّ المعادلة في المهمّة 2؟

ث. هل بمساعدة حلّ المعادلة حصلنا على إجابة أخرى للمسألة الّتي وَرَدَت في افتتاحيّة الدّرس؟ اِشرحُوا.

عند حلّ مسألة بمساعد معادلة، نحدّد ماذا يمثّل المتغيّر، ونسجّل تعابير لمقادير مختلفة في المسألة. وَفقًا للتّعابير، نحدّد اضطرارات المسألة، وهذا يعني الأعداد المناسبة للمتغيّر.
عندما نعرّف متغيّرات مختلفة، نحصل على معادلات مختلفة لها حلّول مختلفة، لكن **إجابة المسألة واحدة** في جميعها.

**مثال:** في المهمّة 2،
رَمَز كلّ من ليلى، نديم ويوسف بـ x إلى عدد الطّوابع الّتي كانت مع **نعيم** في البداية($x \geq 4$, x عدد طبيعيّ).
المعادلة المناسبة هي $2x - 7 = x + 7$ وحلّها $x = 14$
في المهمّة 3،
رَمَز أمير بـ x إلى عدد الطّوابع الّتي كانت مع **أيّوب** في البداية ($x > 7$, x عدد زوجيّ).
المعادلة المناسبة هي $x - 7 = \frac{x}{2} + 7$ وحلّها $x = 28$
حصلنا على معادلات مختلفة، لذا الحلّ مختلف.
في الحالتين، **إجابة المسألة واحدة**: في البداية، كان مع نعيم 14 طابعًا ومع أيوب 28 طابعًا.

في يوم الجمعة، بتاريخ 14 أيار 1948، تمّ الإعلان عن استقلال دولة إسرائيل.
بَعد مرور أقل من 48 ساعة على الاستقلال، وفي يوم الأحد صباحًا، أصدرت الدّولة الجديدة طوابع البريد الأولى*.

قبل الإعلان عن استقلال الدّولة بعدّة أسابيع، في شهر آذار 1948, أوقف البريطانيون جميع خدمات البريد.
بدأت المؤسسات اليهوديّة بالتّحضيرات لطباعة طوابع الدّولة الّتي ستقوم.

كانت المشاكل كثيرة: لم تتوفر أوراق لطباعة الطوابع، لم تتوفر ماكنات للطباعة والتّثقيب، ولم يُحدَّد اسم الدّولة، هل تُسمَّى يهودا، أرض إسرائيل أو إسرائيل؟ في نهاية الأمر: اتُخذ قرار أن يُسجَّل "بريد إسرائيل" على الطّوابع. وُجدت ماكنة للطباعة، لكن كان يجب ملاءمتها مع الوظيفة الجديدة والورق الّذي جُمع بألوان كثيرة وبسُمك مختلف.

على الرّغم من جميع الصّعوبات، ظهرت طوابع "بريد إسرائيل" مباشرةً بَعد الإعلان عن الاستقلال، وقد تمّ بيعها في جميع فروع البريد في البلاد. منذ سنة 1948، أصدرت إسرائيل طوابع كثيرة: طوابع بريد جوية وطوابع للذّكرى. يوجد طلب كبير جدًا على طوابع البريد الأولى، من قبل هواة جمع طوابع بريد في العالَم كلّه.

يمكنكم إيجاد تفاصيل إضافية في الموقع "خدمة الطّوابع الإسرائيلي".

* مصدر المعلومات: موقع "خدمة الطّوابع الإسرائيلية".

في أعقاب...

**4.** كان مع **رواء** 240 طابعًا أقل مما مع **سميرة**.
عدد طوابع **سعيدة** 3 أضعاف عدد طوابع **رواء**.
عدد طوابع سعيدة يساوي مجموع طوابع رواء وسميرة معًا.
كم طابعًا يوجد مع كل واحدة منهنّ؟ اشرحوا، كيف وجدتم الإجابة؟

**5.** حلُّوا المعادلات.

**مثال:**

$$3(x-3)=6$$
$$3x-9=6 \;/ +9$$
$$3x=15 \;/ :3$$
$$x=5$$

أو:

$$3(x-3)=6 \;/ :3$$
$$x-3=2 \;/ +3$$
$$x=5$$

أ. $3(x-2)=12$   ب. $2(x+3.5)=10$   ت. $-2(x-7)=8$

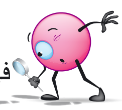
**6.** حلُّوا المعادلات.

**أمثلة:**

$$3(x-3)-4x=7$$
$$3x-9-4x=7$$
$$-x-9=7 \;/ +9$$
$$-x=16 \;/ :-1$$
$$x=-16$$

$$2(3x+1)+6=x-2(x+3)$$
$$6x+2+6=x-2x-6$$
$$6x+8=-x-6 \;/ +x-8$$
$$7x=-14 \;/ :7$$
$$x=-2$$

أ. $2(8-x)=6x$   ب. $6(x-3)=10-x$   ت. $7-x=5(3-x)$   ث. $3(5x+1)=x+3$


في أعقاب...

**7.** مُعطاة معادلة $3x+2=x+4$ ($x$ عدد طبيعيّ فرديّ).

أكتُبوا مسألة مناسبة لهذه المعادلة.


نفكّر بـ ...

**8.** حلُّوا المعادلات.

أ. $2(x-3)+1=x-5$   ب. $2(x-3)+1=2x-5$   ت. $2(x-3)+1=2x+5$

ما هو الخاص في حلّ المعادلة ب؟ ما هو الخاص في حلّ المعادلة ت؟

يوجد معادلات، **كلّ عدد نختاره** هو حلّ لها. لهذه المعادلات، يوجد عدد لا نهائيّ من الحلُول.

**أمثلة:** $2(x-3)+1=2x-5$ , $x+3=x+3$

يوجد معادلات، **لا يوجد لها حلّ**.

**أمثلة:** $2(x-3)+1=2x+5$ , $x+3=x+4$

## مجموعة مهام

**1.** يوجد مع **أيّوب** 240 طابعًا **أكثر** مما مع **عماد**.
عدد طوابع **يوسف** 8 أضعاف عدد طوابع **عماد**.
مجموع طوابع أيّوب وعماد معًا مساوٍ لعدد طوابع يوسف.
أ. أُرمُزوا بـ x إلى عدد طوابع عماد.
أُكتُبوا تعابير جبريّة مناسبة لعدد طوابع **أيوب** وَ **يوسف**.
أُذكُروا الأعداد المناسبة لِ x بحسب شروط المسألة. اِشرحُوا.
ب. أُكتُبوا معادلة مناسبة للقصة وحلُّوها.

______ = ______ + ______

عدد طوابع يوسف　　عدد طوابع عماد　　عدد طوابع أيوب

ت. كم طابعًا يوجد مع كل واحد منهم؟ افحصوا ما إذا إجاباتكم مناسبة لشروط المسألة.

**2.** عدد طوابع **سعيد** **أقل** بـ 30 من عدد طوابع **سامر**. عدد طوابع **نعيم** 3 أضعاف عدد طوابع **سعيد**.
مجموع طوابع سعيد وسامر معًا يساوي عدد طوابع نعيم.
كم طابعًا يوجد مع كلّ واحد منهم؟ اِشرحُوا.

**3.** عدد طوابع **أمير** أقل بـ 150 من عدد طوابع **هيام**. عدد طوابع **وسام** ضعفيْ عدد طوابع **أمير**.
حصلت **هيام** على 30 طابعًا، وعندئذٍ أصبح عدد طوابعها مساويًا لعدد طوابع أمير ووسام معًا.
كم طابعًا يوجد مع كلّ واحد منهم؟ اِشرحُوا.

**4.** عدد سيارات **أيّوب** هو نِصف عدد سيارات **نعيم**.
بَعد أن حصل أيوب على 7 سيّارات إضافيّة، وحصل نعيم على سيّارة واحدة، أصبح عدد سيّارات أيوب مساويًا لعدد سيّارات نعيم.
أ. أُرمُزوا بـ x إلى عدد السّيّارات الّتي كانت مع أيّوب في البداية.
سجِّلوا تعبيرًا لعدد السّيّارات الّتي كانت مع عماد في البداية.
ب. سجِّلوا تعابير مناسبة لعدد السّيّارات الّتي كانت مع كلّ واحد منهم بَعد الإضافة.
أُذكُروا الأعداد المناسبة لِ x بحسب معطيات المسألة وبحسب التّعابير الّتي سجَّلتموها. اِشرحُوا.
ت. أُكتُبوا معادلة مناسبة للقصّة، حلُّوا وجِدُوا عدد السّيّارات الّتي كانت مع كلّ واحد منهم في البداية.
اِفحصُوا ما إذا إجاباتكم مناسبة لشروط المسألة.

إرشاد: ______ = ______

عدد سيّارات أيّوب بعد الإضافة　　عدد سيّارات نعيم بعد الإضافة

**5.** جَمَع **سامر، هلال ونديم** تبرعات لمساعدة المعاقين.
جَمَع **سامر** مبلغًا ضعفي المبلغ الّذي جمعه **هلال**.
جَمَع **نديم** مبلغًا أكبر بـ 300 شاقل من المبلغ الّذي جمعه **هلال**.
المبلغ الذي جمعه سامر وهلال معًا مساوٍ للمبلغ الّذي جمعه نديم.
كم شاقلاً جمع كلّ واحد منهم؟ اِشرحُوا، كيف وجدتم ذلك؟

**6.** تنافس تلاميذ الصّفوف السّابعة في اليوم الرياضيّ.
فاز تلاميذ الصّف السّابع ب ثُلث النّقاط الّتي فاز بها تلاميذ الصّف السّابع أ. فاز تلاميذ الصّف السّابع ج بـ 6 نقاط أكثر من السّابع ب.
عدد النّقاط الّتي فاز بها صفّا السّابع ب والسّابع ج مساوٍ لعدد النّقاط الّتي فاز بها تلاميذ الصّف السّابع أ.
بكم نقطة فاز كلّ صف؟ اِشرحُوا، كيف وجدتم ذلك؟

**7.** حلُّوا المعادلات.

أ. $2(x - 5) = 6$ ت. $4(3 + 2x) = 20$ ج. $3(2x + 1) = -12$
ب. $2(x + 5) = 6$ ث. $-4(3 - 2x) = 20$ ح. $3(2x - 1) = 12$

**8.** حلُّوا المعادلات.

أ. $3x + 5 = 2x + 7$ ت. $4x + 21 = 3(x + 7)$ ج. $11 - 2x = 3(2 + x)$
ب. $7x - 2 = 6x + 6$ ث. $3(x - 2) = 2(x - 3)$ ح. $4x + 3 = 5(x + 2)$

**9.** حلُّوا المعادلات.

أ. $4(x - 3) + 10 = 5x$ ت. $3(x - 2) = 5x - 5$ ج. $2(x - 4) - x = 3x + 8$
ب. $4(x - 3) - 3x = 7 - x$ ث. $3(2 - x) = 5 - 5x$ ح. $3(x + 4) - 2 = 4x + 10$

**10.** حلُّوا المعادلات.

أ. $8 - 5(x + 1) = 3(x + 1)$ ت. $4(1 - 3x) = 7(1 - 3x)$
ب. $8 - 5(3 - 4x) = 3(3 - 4x)$ ث. $4(5x + 3) = 7(5x + 3)$

**11.** أ. حلُّوا المعادلات.

$3 + x = 3x$ $4 + x = 4x$ $5 + x = 5x$ $6 + x = 6x$ $7 + x = 7x$

ب. اِبنُوا معادلة شبيهة، بحيث يكون حلّها $\frac{10}{9}$ ومعادلة شبيهة أُخرى، بحيث يكون حلّها $\frac{23}{22}$.

مهامّ إضافيّة في الموقع (משימות נוספות באתר)

## الدّرس الرّابع: في المختبر

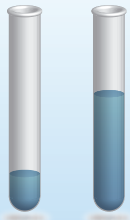
### حلّ مسائل بمساعدة معادلات

في درس العلوم، يقيس التّلاميذ حجم السّائل بواسطة أنابيب اختبار.

في بداية التّجربة، حصلت كلّ مجموعة على أُنْبوبَيْنِ.

في كل زوج أنابيب:

حجم السّائل في الأُنبوب **أ** 3 أضعاف حجم السّائل في الأُنبوب **ب**.



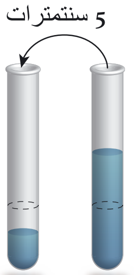

**نجد حجم السّائل في الأنابيب، في بداية التّجربة وبعدها في المجموعات المختلفة.**

نتطرّق في المهامّ 1-5 إلى المُعطيات الّتي وَرَدت في مهمّة افتتاحيّة الدّرس.

**1.** أ. اِختارُوا متغيِّرًا ، واكتُبوا تعابيرًا جبريّة تُمثِّل حجم السّائل في كلّ أُنبوب اختبار، في بداية التّجربة.

ب. أيّ أعداد يمكن أنْ تكون مناسبة لحجم السّائل في كلّ أُنبوب؟ اِشرحُوا.

**2.** في مجموعة **إبراهيم**:




**نقلوا** 5 سنتمترات مكعّبة من سائل الأُنبوب **أ** إلى الأُنبوب **ب**.

أ. اُكتُبوا تعابيرًا جبريّة تصف حجم السّائل في كلّ أُنبوب اختبار بَعد النّقل.
اُذكُروا أعدادًا مناسبة للمتغيِّر بحسب شروط المسألة والتّعابير الّتي سجَّلتمُوها.

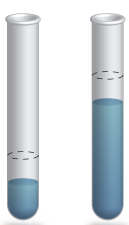
ب. بَعد نقل السّائل، أصبح حجم السّائل متساوٍ في الأنبوبَيْن.
اُكتُبوا معادلة مناسبة وحلُّوها.

إرشاد: ________ = ________

حجم السّائل في الأُنبوب أ بَعد النّقل — حجم السّائل في الأُنبوب **ب** بَعد النّقل

ب. كم كان حجم السّائل في كلّ أُنبوب، في بداية التّجربة؟
اِفحصُوا ما إذا إجاباتكم مناسبة لشروط المسألة.

**3.** في مجموعة **رائد**:




أضافوا 5 سنتمترات مكعّبة من السّائل إلى كلّ أُنبوب اختبار خلال التّجربة.

أ. اُكتُبوا تعابيرًا جبريّة تصف حجم السّائل في كلّ أُنبوب اختبار بَعد الإضافة.
اُذكُروا أعدادًا مناسبة للمتغيِّر بحسب شروط المسألة والتّعابير الّتي سجَّلتمُوها.

ب. بعد إضافة السّائل، أصبح حجم السّائل في الأُنبوب **أ** ضعفيْ حجم السّائل في الأُنبوب **ب**.
اُكتُبوا معادلة تصف العلاقة بين أحجام السّوائل في أنابيب الاختبار بَعد الإضافة، وحلُّوها.

إرشاد: ________ = ________ · 2

حجم السّائل في الأُنبوب أ بَعد الإضافة — حجم السّائل في الأُنبوب **ب** بَعد الإضافة

ت. كم كان حجم السّائل في كلّ أُنبوب، في بداية التّجربة وبَعدها؟
اِفحصُوا ما إذا إجاباتكم مناسبة لشروط المسألة.

**4.** في مجموعة **رهام**:
انسكب 10سنتمترات مكعّبة من السّائل، من الأُنبوب أ بالخطأ.

أ. أُكتُبوا تعابير جبريّة تصف حجم السّائل في كلّ أُنبوب اختبار بَعد التّغيير.
أُذكُروا أعدادًا مناسبة للمتغيِّر بحسب شروط المسألة والتّعابير الّتي سجّلتمُوها.

ب. قاس التلاميذ أحجامًا.
وجدوا بَعد التّغيير أنّ حجم السّائل في الأنبوب **ب** أصغر بـ 12 سنتمترًا مكعّبًا من حجم السّائل في الأنبوب أ.
أُكتبُوا معادلة مناسبة وحلُّوها.

إرشاد: $\boxed{\qquad\qquad} + 12 = \boxed{\qquad\qquad}$

حجم السّائل في الأُنبوب **ب**     حجم السّائل في الأُنبوب أ

ب. كم كان حجم السّائل في كلّ أُنبوب، في بداية التّجربة؟
اِفحصُوا ما إذا إجاباتكم مناسبة لشروط المسألة.

إذا أردنا أنْ نسجِّل معادلة عن كميّات غير متساوية، فإنّنا نكوِّنًا **توازن** بين الطّرفين كالتّالي:
نصغِّر الكميّة الكبيرة أو نكبِّر الكميّة الصغيرة.

**أمثلة:**

- في تجربة مجموعة **رائد** يمكن:
أنْ نضرب حجم السّائل الأصغر في 2 (في الأُنبوب **ب**):

$$2 \cdot \boxed{x + 5} = \boxed{3x + 5}$$

حجم السّائل في الأنبوبة **ب**     حجم السّائل في الأنبوبة أ

أو نقسِّم حجم السّائل الأكبر على 2 (في الأُنبوب أ):

$$\boxed{x + 5} = \boxed{3x + 5} :2$$

حجم السّائل في الأُنبوب **ب**     حجم السّائل في الأُنبوب أ

- في تجربة مجموعة **رهام** يمكن:
أنْ نضيف 12 سنتمترًا مكعّبًا من السّائل إلى الحجم الأصغر (في الأُنبوب **ب**):

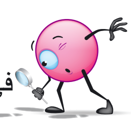
$$\boxed{x} + 12 = \boxed{3x - 10}$$

حجم السائل في الأُنبوب **ب**     حجم السّائل في الأُنبوب أ

أو نطرح 12 سنتمترًا مكعّبًا من السّائل من الحجم الأكبر (في الأُنبوب أ):

$$\boxed{x} = \boxed{3x - 10} - 12$$

حجم السّائل في الأُنبوب **ب**     حجم السّائل في الأُنبوب أ



في أعقاب...

**5.** المعادلة $3x - \frac{1}{2} \cdot 3x = x + 11$ تصف تجربة مجموعة **عماد**.

أ. صِفُوا بالكلمات التّجربة في هذه المجموعة.

ب. كم كان حجم السّائل في أنابيب الاختبار قبل تنفيذ التّجربة وبَعدها؟ اِشرحُوا طريقة حلّكم.

**6.** حلُّوا المعادلات.

أ. $4x - 2 = 3(x - 2)$

ب. $3x - 3(2 - x) = 5x - 2$

ت. $11x - 3(2x - 4) = 2x - 12$

ث. $2(5 - 3x) = 2(3 - x) - 7x$

ج. $4x - (x + 3) = 5x + 6$

ح. $\frac{1}{2}(3x - 4) = 0.5x + 1$

**تجربة في أنابيب الاختبار:** خذوا أُنبوبَيْن. املأوا قسمًا من الأُنبوب الأولى بالماء، واملأوا قسمًا من الأُنبوب الثّاني بالزّيت بنفس حجم الماء. أغلقوا الأُنبوبَيْن بسدادتين، ثم ضعوهما في براد التجميد بشكل عموديّ.

نلاحظ في الصّورة أنه نتيجةً لانخفاض درجة الحرارة إلى أقل من $0^\circ C$، فإنّ حجم الماء في الأنبوب أكبر من حجم الزّيت.

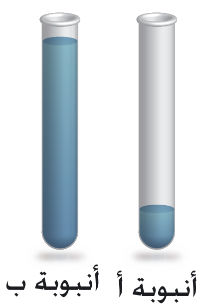
قبل أنْ تستمروا في القراءة، خمّنوا السّبب لهذه الظاهرة.

في عملية التّبريد، تتقلص معظم المواد في الطّبيعة، هذا يعني، كلّما كانت درجة الحرارة أقل، فإنّ حجمها **يصغر**، لكن هذه الظاهرة، لا تحدث في الماء. عندما تصل درجة حرارة الماء إلى $4^\circ C$ وتستمر في الانخفاض حتى درجة حرارة $0^\circ C$ (درجة حرارة تجمُّد الماء)، فإنّ الماء **يكبر**.

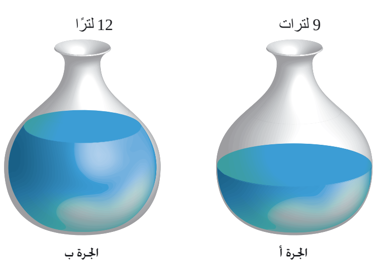
**تحذير:** لكي نمنع انفجار الأنبوب، يجب ألّا تكون مليئة بالسائل. إذا جمَّدنا أنبوبة مليئة بالماء، فإنّ ازدياد الحجم يؤدّي إلى ارتفاع الضّغط على جدران الزّجاج (غير المرن) وإلى انكسار الأنبوب. تشكِّل شظايا الزّجاج خطرًا في البراد الّذي أُعِدَّ لحفظ الطّعام.

## مجموعة مهام

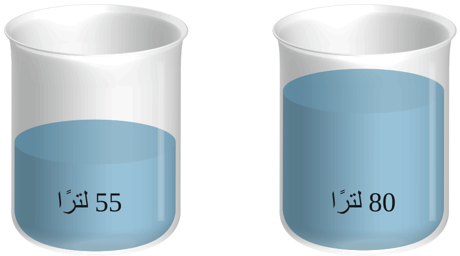
**1.** في درس العلوم، نفَّذ التّلاميذ تجربة على سائلين في أنبوبي اختبار.
في بداية التّجربة، كان حجم السّائل في الأُنبوب **ب** 5 أضعاف حجم السّائل في الأُنبوب أ.
خلال التّجربة، سكب التلاميذ 6 سنتمترات مكعّبة من الأُنبوب **ب** إلى الأُنبوب أ، وهكذا حصلوا على حجم متساوٍ، من السائل، في الأُنبوبَيْن.
كم كان حجم السّائل بالسّنتمترات المكعّبة في كلّ أُنبوب، في بداية التّجربة؟




**2.** مُعطى جرتان فيهما ماء.
يوجد في الجرة أ 9 لترات، وفي الجرة **ب** 12 لترًا.
كم لترًا من الماء يجب أن ننقل من الجرة **ب** إلى الجرة أ، لكي يصبح حجم الماء في الجرتين متساويًا؟



**.3** مُعطى وعاءان فيهما ماء.
يوجد في الوعاء أ 80 لترًا، وفي الوعاء **ب** 55 لترًا.
كم لترًا من الماء يجب أنْ ننقل من الوعاء أ إلى الوعاء **ب**، لكي يصبح حجم الماء في الوعاء **ب** ضعفيْ حجم الماء في الوعاء أ؟



وعاء أ    وعاء ب

**.4** مُعطى وعاءان فيهما ماء.
يوجد في الوعاء أ 45 لترًا، وفي الوعاء **ب** 65 لترًا.
كم لترًا من الماء يجب أنْ ننقل من الوعاء أ إلى الوعاء **ب**، لكي يصبح حجم الماء في الوعاء **ب** 3 أضعاف حجم الماء في الوعاء أ؟

وعاء أ    وعاء ب

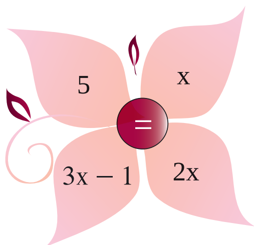
**.5** في الغرفة أ يوجد $(x - 8)$ أشخاص، وفي الغرفة **ب** يوجد $(x - 1)$ أشخاص.
أ. أيّ أعداد مناسبة لـ $x$ بحسب مُعطيات المسألة؟ اِشرحُوا.
ب. عدد الأشخاص في الغرفة **ب** ضعفيْ عدد الأشخاص في الغرفة أ.
أُكتُبوا معادلة مناسبة وحلُّوها.
إرشاد: ______________ = ______________ · 2
عدد الأشخاص في الغرفة **ب**    عدد الأشخاص في الغرفة أ

ب. كم شخصًا يوجد في كلّ غرفة؟
اِفحصُوا ما إذا إجاباتكم مناسبة لشروط المسألة.

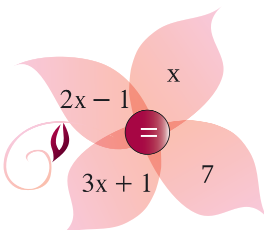
**.6** توَّزع تلاميذ الصّفوف السّابعة في المدرسة إلى مجموعتين: في المجموعة أ 45 تلميذًا وفي المجموعة **ب** 15 تلميذًا.
أ. كم ضعفًا عدد التّلاميذ في المجموعة أ أكبر من عدد التّلاميذ في المجموعة **ب**؟
ب. كم تلميذًا يجب أنْ ينتقل من المجموعة أ إلى المجموعة **ب**، لكي يصبح عدد التّلاميذ في المجموعة أ ضعفيْ عدد التّلاميذ في المجموعة **ب**؟

**.7** يوجد في المركز الرياضيّ بِركَتان: بِركَة مغلقة وبِركَة مفتوحة.
في أحد الأيام، كان عدد الأشخاص في البِركَة المغلقة ضعفيْ عدد الأشخاص في البِركَة المفتوحة.
بَعد مرور ساعة، انضم 6 أشخاص إلى البِركَة المغلقة وَ 4 أشخاص إلى البِركَة المفتوحة.
في وقتٍ لاحق، انتقل 10 أشخاص من البِركَة المغلقة إلى البِركَة المفتوحة، وعندئذٍ أصبح عدد الأشخاص في البِركَة المفتوحة ضعف ونِصف عدد الأشخاص في البِركَة المغلقة.
كم كان عدد الأشخاص في كلّ بِركَة في البداية؟

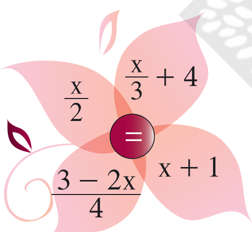
**.8** مُعطاة معادلة $3x + 5 = 7x - 5$ ($x$ عدد موجب).
أُكتُبوا مسألة مناسبة لهذه المعادلة.




**.9** يظهر طرف معادلة واحد على كلّ ورقة من أوراق الزّهرة.
اِبنُوا ست معادلات من أوراق الزّهرة وحلُّوها.
إذا كان حلّكم صحيحًا تحصلون على الحلّول الأتية:
$0 \ , \ 0.5 \ , \ 1 \ , \ 2 \ , \ 2.5 \ , \ 5$




**.10** يظهر طرف معادلة واحد على كلّ ورقة من أوراق الزّهرة،
اِبنُوا ست معادلات من أوراق الزّهرة وحلُّوها.




**.11** يظهر طرف معادلة واحد على كلّ ورقة من أوراق الزّهرة،
اِبنُوا ست معادلات من أوراق الزّهرة وحلُّوها.



**.12** حلُّوا المعادلة $0.5(x + 8) = 7.5$ بطرق كثيرة بقدر الإمكان.

**.13** حلُّوا المعادلات إذا كان مُعطى أنّ $x$ هو عدد **صحيح** بين $(-3)$ إلى 3.

أ. $6(x + 1) + 2(x - 3) = 8$ ب. $2x - 1 = 3x + 5$ ت. $3(2x + 1) - 2(x + 3) = x - 2$

مهامّ إضافيّة في الموقع (משימות נוספות באתר)

## الدّرس الخامس: نحلّ معادلات بطرق مختلفة

قال **أيّوب**: $\frac{5}{9}$ تلاميذ الصّف هم بَنُون.

عدد البنات أقل بـ 4 من عددالبنين.

خمِّنوا: كم تلميذًا يوجد في صف **أيّوب؟**

**نحلّ معادلات بمساعدة اعتبارات رياضيّة، تبسيط وعمليّات حسابيّة على الطّرفين.**

نتطرق في المهام 1-5 إلى المُعطيات التي وَرَدَت في مهمّة افتتاحيّة الدّرس.

**1.** قال **يوسف**: عدد التّلاميذ في صف أيّوب هو عدد صحيح موجب من مضاعفات العدد 9.

أ. هل قول يوسف صحيح؟ اِشرحُوا.

ب. اِقترحُوا أعدادًا من مضاعفات الـ 9، بحيث تكون مناسبة لعدد التّلاميذ في الصّف.
اِفحصُوا، في أيّ حالة الفرق بين عدد البنين وعدد البنات هو 4.

**2.** رَمَزَ **أمير وهيثم** بـ x إلى عدد تلاميذ الصّف، وقد سجَّل كلّ واحد منهما معادلة.

سجَّل **أمير**: $\frac{5}{9}x + \frac{5}{9}x - 4 = x$ سجَّل **هيثم**: $\frac{5}{9}x - \frac{4}{9}x = 4$

أ. ماذا تصف التّعابير الجبريّة: $\frac{5}{9}x$ $\frac{5}{9}x - 4$ $\frac{4}{9}x$

ب. هل معادلتا أمير وهيثم مناسبتان للقصة؟ اِشرحُوا.

**3.** أ. اِختارُوا معادلة واحدة من المهمّة 2، ثمّ حلُّوها.

ب. كم بنتًا وكم ولدًا يوجد في صف أيّوب؟
اِفحصُوا ما إذا إجاباتكم مناسبة لشروط المسألة.

**4.** اقترح **أيمن** أنْ نحلّ معادلة هيثم بالطّريقة الآتية:

$$\frac{5}{9}x - \frac{4}{9}x = 4$$
$$\frac{1}{9}x = 4$$

قال أيمن: إذا ضربنا 4 في 9 يمكن أنْ نجد الحلّ.
هل قول أيمن صحيح؟ اِشرحُوا.

**5.** قالت **سحر**: $\frac{5}{9}$ تلاميذ الصّف هم بنون، لذا $\frac{4}{9}$ الصّف هن بنات.
الفرق بينهما هو $\frac{1}{9}$ وهذا يساوي 4 تلاميذ، لذا
يوجد في الصّف 36 تلميذًا.

هل قول سحر صحيح؟ اِشرحُوا.

## نفكّر بـ ...

**6.** مُعطاة معادلة $\frac{2}{3}x = 24$ (x عدد موجب يقسم على 3 دون باقٍ).
أُكتُبوا مسألة مناسبة لهذه المعادلة.

**7.** في القاعة **أ**، كان عدد الأشخاص ضعفيْ عدد الأشخاص في القاعة **ب**.
بعد أنْ انتقل 15 شخصًا من القاعة **أ** إلى القاعة **ب**، أصبح عدد الأشخاص في القاعتين متساوٍ.
كم شخصًا كان في القاعتين معًا؟

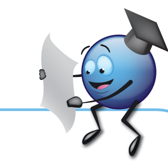
أ. مُعطاة ثلاثة أوصاف ممكنة لمتغيِّرات وثلاث معادلات.
لائِموا بين كلّ معادلة والمتغيِّر المناسب:

- x يمثِّل عدد الأشخاص الّذين كانوا في القاعة **أ** في البداية.
- x يمثِّل عدد الأشخاص الذين كانوا في القاعة **ب** في البداية.
- x يمثِّل عدد الأشخاص الذين كانوا في كل قاعة بَعد الانتقال.

$x - 15 = \frac{x}{2} + 15$ $\qquad$ $x + 15 = 2(x - 15)$ $\qquad$ $2x - 15 = x + 15$

ب. سجِّلوا شروطًا محدِّدة لكلّ معادلة.

ت. حلُّوا المعادلات.
هل حصلتم في جميع الحالات على نفس حلّ المعادلة؟ اِشرحُوا.
هل حصلتم في جميع الحالات على نفس الإجابة للمسألة؟ اِشرحُوا.



### للتّذكير

عند حلّ مسألة بمساعدة معادلة، اختيار المتغيِّر يحدِّد المعادلة.
تؤدّي اختيارات مختلفة للمتغيِّر إلى شروط محدِّدة مختلفة للمتغيِّر، وإلى معادلات مختلفة وحلول مختلفة للمعادلات. على الرّغم من ذلك، **إجابة المسألة تكون متماثلة دائمًا.**

**مثال:** في المهمّة 7، يمثِّل المتغيِّر، في كل مرّة، مقدارًا آخر، لذا المعادلات المناسبة مختلفة، وحلولها مختلفة أيضًا. حلول المعادلات هي: $x = 30,\ x = 45,\ x = 60$
في جميع الحالات، إجابة المسألة هي: بَعد الانتقال، يوجد 90 شخصًا قي القاعتين معًا.

**8.** حلّ كلّ من **اسحاق، نديم وجميل** المعادلة $\frac{3}{4}x = 9$ بطرق مختلفة.

| ضرب **اسحاق** بـ 4 | قسَّم **نديم** على $\frac{3}{4}$ | ضرب **جميل** بـ $\frac{4}{3}$ |
|---|---|---|
| $\frac{3}{4}x = 9 \quad / \cdot 4$ | $\frac{3}{4}x = 9 \quad / : \frac{3}{4}$ | $\frac{3}{4}x = 9 \quad / \cdot \frac{4}{3}$ |

أ. أكملُوا الحلول.

ب. هل تؤدّي جميع الطّرق إلى حلّ صحيح؟
أيّ طريقة هي الأنجع بحسب رأيكم؟

لكي نحلّ معادلة فيها مقام عدديّ، يمكن أنْ ننفّذ ذلك بعدّة طرق:

- نضرب أوّلاً بالعدد الّذي يقع في المقام
- نُقسِّم على العدد المضروب في x
- نضرب بمقلوب العدد المضروب في x

**مثال:** عند حل المعادلة في مهمّة 8،

ضرب **اسحاق** طرفي المعادلة في المقام 4

قسَّم **نديم** طرفي المعادلة على العدد $\frac{3}{4}$

ضرب **جمال** طرفي المعادلة بمقلوب المعامل، هذا يعني في $\frac{4}{3}$

**9.** في كلّ بند، حلُّوا المعادلة التّي تقع في الإطار.

اِستعينُوا بالحلّ الّذي وجدتمُوه، وحلُّوا المعادلات الإضافيّة الموجودة في السّطر.

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| أ. | $\boxed{\frac{x}{5} = 10}$ | $\frac{2x}{5} = 10$ | $\frac{x+2}{5} = 10$ | $\frac{x-3}{5} = 10$ |
| ب. | $\boxed{\frac{x}{2} = -4}$ | $\frac{x+1}{2} = -4$ | $\frac{x-1}{2} = -4$ | $\frac{3x}{2} = -4$ |
| ث. | $\boxed{\frac{2}{3}x = 6}$ | $\frac{2(x+1)}{3} = 6$ | $\frac{2(x-1)}{3} = 6$ | $\frac{2(2x)}{3} = 6$ |

كان ديوفانتس (Diophantes) أحد الرّياضين اليونانيون الكبار. عاش في الاسكندرية قبل حوالي 1700 سنة. توجد لديوفانتس علاقة بنوع معيِّن من المعادلات التّي نسمِّيها اليوم **معادلات ديوفانتس**. المتغيّرات في هذه المعادلات تمثّل أعدادًا طبيعيّة أو صفرًا فقط.

سُجِّلت القصيدة الآتية على ضريح ديوفانتس*:

هنا نائم ديوفانتس إلى الأبد.
استمرت طفولته سُدسًا من حياته فقط.
واحد على اثنى عشر، يخرج له عجوز،
بَعد سُبع من حياته يصبح عريسًا.

بَعد خمس سنوات يولد له طفل:
عاش ضعفين أقل من والده المسكين!
هَرِمَ العجوز خلال أربع سنوات العزاء
بعد موت الابن - نزل إلى الجحيم .

احترم المار بحسب دينه
واحسَب، كم كان عُمره في مماته؟

* مطرودروس؛ Anthologia Graeca 14.126؛ الصّيغة العربيّة: إيلي بار - يهلوم

## مجموعة مهامّ

**1.** حلول المعادلات الآتية هي: $6 \quad -18, \quad 18, \quad -6,$

لائموا بين الحلّ والمعادلة المناسبة له.

أ. $3x = x + 12$ ب. $3x = x - 12$ ت. $\frac{x}{3} = x + 12$ ث. $\frac{x}{3} = x - 12$

**2.** حلول المعادلات الآتية هي: $6 \quad -6,$

لائموا بين الحلّ والمعادلة المناسبة له.

أ. $\frac{2x}{3} + 1 = x + 3$ ب. $\frac{2x}{3} + 3 = x + 1$ ت. $\frac{2x}{3} + 1 = \frac{x}{3} + 3$ ث. $\frac{2x}{3} + 3 = \frac{x}{3} + 1$

**3.** حلول المعادلات الآتية هي: $-10 \quad -4,$

لائموا بين الحلّ والمعادلة المناسبة له.

أ. $\frac{2(x+1)}{3} + 2 = \frac{x+1}{3} + 1$ ت. $\frac{2(x+1)}{3} + 1 = \frac{x+1}{3} - 2$

ب. $\frac{2(x+1)}{3} + 2 = \frac{x+1}{3} - 1$ ث. $\frac{2(x+1)}{3} - 1 = \frac{x+1}{3} - 2$

**4.** حلُّوا المعادلات.

أ. $\frac{1}{4}x = 3$ ب. $\frac{1}{4}x = 3 + x$ ت. $\frac{1}{4}x + 3 = x$ ث. $\frac{1}{4}x - 3 = x$

**5.** حلُّوا المعادلات.

أ. $\frac{1}{3}x = 4 - x$ ب. $\frac{1}{3}x = 4 + x$ ت. $\frac{1}{3}x - 1 = 4 + x$ ث. $\frac{1}{3}x + 1 = 4 - x$

**.6** حلّوا المعادلات.

أ. $\frac{4(x-1)}{5} = 1 + x$ ب. $\frac{4(x+1)}{5} = 1 + x$ ت. $\frac{4(x-1)}{5} = 1 - x$ ث. $\frac{4(x+1)}{5} = 1 - x$

**.7** خرج تلاميذ في رحلة لمدّة يومين.
في اليوم الثّاني، قطعوا نصف المسافة الّتي قطعوها في اليوم الأول.
قطعوا في اليومين معًا 15 كم.

أ. اُرمُزوا بـ x إلى المسافة الّتي قطعها التّلاميذ (بالكم)في اليوم الأول.
اُكتُبوا تعبيرًا جبريًّا للمسافة الّتي قطعها التّلاميذ في اليوم الثّاني.
اُذكُروا الأعداد المناسبة لـ x بحسب شروط المسألة والتّعبير الّذي سجّلتمُوه. اِشرحُوا.

ب. اُكتُبوا معادلة مناسبة للقصّة وحلُّوا.

ت. كم كيلومترًا قَطع التّلاميذ في كلّ يوم؟
اِفحصُوا ما إذا إجاباتكم مناسبة لشروط المسألة.

**.8** خرجت مجموعة من البالغين والأطفال في رحلة. $\frac{3}{4}$ المشتركين هم أطفال.
عدد الأطفال أكبر بـ 24 من عدد البالغين.

أ. اِختارُوا متغيّرًا وسجِّلوا، ماذا يمثِّل؟

ب. اُكتُبوا تعابير جبريّة مناسبة.
اُذكُروا الأعداد المناسبة للمتغيّر بحسب شروط المسألة والتّعبير الّذي سجّلتمُوه. اِشرحُوا.

ت. اُكتُبوا معادلة مناسبة للقصة وحلُّوا.

ث. كم بالغًا وكم طفلاً اشترك في الرّحلة؟
اِفحصوا ما إذا إجاباتكم مناسبة لشروط المسألة.

**.9** في اليوم الرياضيّ، كان عدد المشتركين من الصّفوف السّابعة أكبر بـ 20 من $\frac{1}{3}$ عدد المشتركين من الصّفوف الثّامنة.

عدد المشتركين من الصّفوف الثّامنة ضعفيْ عدد المشتركين من الصّفوف السّابعة.

أ. اُرمُزوا بـ x إلى عدد المشتركين من الصّفوف الثّامنة في اليوم الرّياضيّ.
اُكتُبوا تعبيرًا جبريًّا لعدد المشتركين من الصفوف السّابعة في هذا اليوم.
اُذكُروا الأعداد المناسبة لـ x بحسب شروط المسألة والتّعبير الّذي سجّلتمُوه. اِشرحُوا.

ب. اُكتُبوا معادلة مناسبة للقصة وحلُّوا.

ت. كم تلميذًا من تلاميذ الصّفوف السّابعة اشترك في اليوم الرّياضيّ؟ وكم تلميذًا من تلاميذ الصّفوف الثّامنة اشترك في اليوم الرّياضيّ؟
اِفحصُوا ما إذا إجاباتكم مناسبة لشروط المسألة.

**.10** مُعطاة معادلة $\frac{1}{4}x+3=11$ (x عدد موجب يقبل القسمة على 4 دون باقٍ).
أُكتُبوا مسألة مناسبة لهذه المعادلة.

**.11** في كلّ بند، اِنسخُوا وأكملُوا عددًا مناسبًا في المكان الفارغ، بحيث يكون حلّ المعادلة x = 4.

**مثال:** مُعطى: $\frac{1}{2}(x-6)=\square$ لكي يكون حلّ المعادلة x = 4

نعوِّض 4 بدل x، نحسب ونحصل على $\frac{1}{2}(4-6)=\frac{1}{2}\cdot(-2)=-1$

لذا إذا سجّلنا (1−) في المكان الفارغ، فإنّنا نحصل على المعادلة $\frac{1}{2}(x-6)=-1$ الّتي حلّها x = 4

أ. $\frac{1}{2}x=\square$  ب. $\frac{1}{2}(x+6)=\square$  ت. $\frac{1}{2}(x+3)=\square$

**.12** في كلّ بند، اِنسخُوا وأكملُوا عددًا مناسبًا في المكان الفارغ، بحيث يكون حلّ المعادلة x = 4.

أ. $\frac{3}{4}x+\square=0$  ب. $\frac{3}{4}(x+\square)=0$  ت. $\frac{3x+\square}{4}=0$  ث. $\frac{3(x-\square)}{4}=0$

**.13** في كلّ بند، اِنسخُوا وأكملُوا عددًا مناسبًا في المكان الفارغ، بحيث يكون حلّ المعادلة x = −7.

أ. $\frac{2}{7}x+\square=0$  ب. $\frac{2}{7}(x+\square)=0$  ت. $\frac{2x+\square}{7}=0$  ث. $\frac{2(x-\square)}{7}=0$

**.14** هل تستطيعون أنْ تعرفوا دون أنْ تحلّوا المعادلات الآتية، أيًّا منها حلّها عدد موجب؟ اِشرحُوا.

أ. $\frac{3x}{5}+4=x$  ب. $3x+\frac{4}{5}=x$  ت. $3x+4=\frac{x}{5}$

حلُّوا المعادلات وافحصوا إجاباتكم.

مهامّ إضافيّة في الموقع (משימות נוספות באתר)

## نحافظ على لياقة رياضيّة

### تبسيط تعابير جبريّة ومحيطات أشكال

**1.** بسِّطوا.

أ. $2x + 5x - 6 =$
$-2x - 5x + 6 =$

ب. $2x + 5 - 6x =$
$-2x - 5 + 6x =$

ت. $2x + 5x - 6x =$
$-2x - 5x + 6x =$

ث. $2 + 5x - 6 =$
$-2 - 5x + 6 =$

ج. $2(x + 5) - 6x =$
$-2(x + 5) + 6x =$

ح. $2 + 5(x + 6) =$
$2 + 5(x - 6) =$

خ. $2x - 5(x + 6) =$
$2x - 5(x - 6) =$

د. $2 - 5(x + 6) =$
$2 - 5(x - 6) =$

ذ. $-2x - 5(x + 6) =$
$-2x - 5(x - 6) =$

**2.** أمامكم خمسة تعابير جبريّة متساوية، واحد منها شاذ، جِدُوه.

أ. $2(x + 3) - 3(x + 2)$

ب. $2(x - 3) - 3(x - 2)$

ت. $3(2 - x) - 2(3 - x)$

ث. $3(x - 4) - 4(x - 3)$

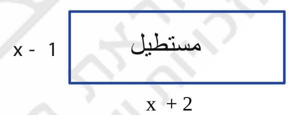
ج. $4(x - 3) - 3(x - 4)$

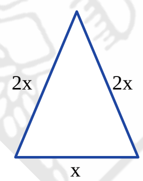
ح. $3(x + 4) - 4(x + 3)$

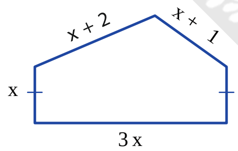
**3.** في كلّ بند، سجِّلوا تعبيرًا جبريًّا مناسبًا لمحيط الشكل (بسِّطوا بقدر الإمكان، قياسات الطّول بالسّم، $x > 1$).

أ.

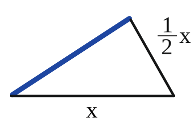


ب.


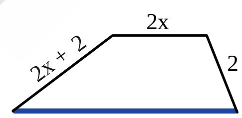

ت.



ث.


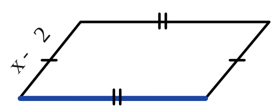

**4.** في كلّ بند، سجِّلوا تعبيرًا جبريًّا لطول الضّلع الأزرق (قياسات الطّول بالسّم).

أ.


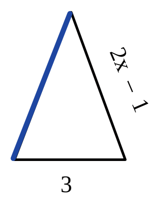

المحيط: $2x + 1$
$(x > 0)$

ت.


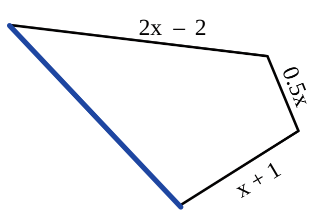

المحيط: $5x + 7$
$(x > 0)$

ج.


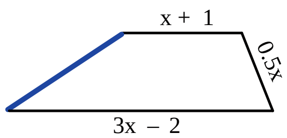

المحيط: $4x - 4$
$(x > 2)$

ب.



المحيط: $4x + 1$
$(x > 1.5)$

ث.



المحيط: $4x + 4$
$(x > 1)$

ح.



المحيط: $6x + 1$
$(x > 1)$