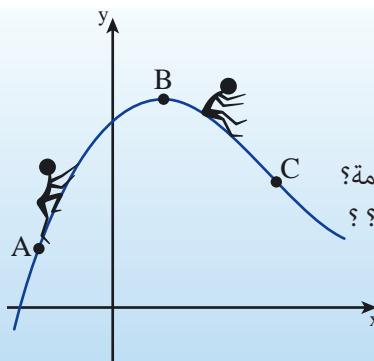




الوحدة الثالثة عشرة: صعود ونزول دالة

الدرس الأول: في حديقة الألعاب

دالة تصاعدية ودالة تناظرية



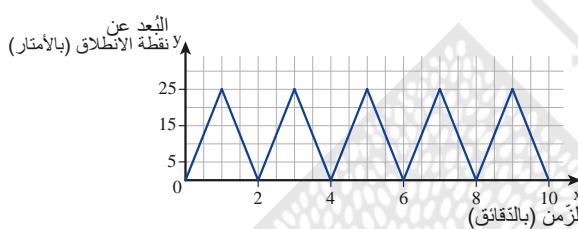
نتخيل الخط البياني للدالة كجهاز للعب في حديقة الألعاب. الحركة على الجهاز من اليسار إلى اليمين (بالاتجاه الموجب لمحور x).

في أيّ قسم، في الخط البياني، يتسلق ويصعد الطفل الذي يظهر في الرسمة؟

في أيّ قسم، في الخط البياني، يتزلج وينزل الطفل الذي يظهر في الرسمة؟

نُيّز صعود ونزول دوال بحسب الخطوط البيانية.

1. تتدرب **رواء** لمسابقة السباحة. فهي تسبح البركة 10 مرات دون توقف خلال 10 دقائق.



يصف الخط البياني بُعد (y) رواء عن نقطة الانطلاق (بالأمتار) كدالة للزمن (x) الذي مرّ منذ بداية التدريب (بالدّقائق) ($0 \leq x \leq 10$).

أ. ما هو طول البركة التي تتدرب فيها رواء؟ اشرحوا.

ب. أكتبوا مثلاً من الخط البياني لفترة زمنية فيها إحداثيات y تكبر تدريجياً.

ت. أكتبوا مثلاً من الخط البياني لفترة زمنية فيها إحداثيات y تصغر تدريجياً.

ث. كيف تتغيّر إحداثيات y عندما تنطلق رواء من نقطة الانطلاق؟

كيف تتغيّر إحداثيات y عندما تسبح رواء عند عودتها من طرف البركة؟

كيف نرى ذلك في الرسم البياني؟

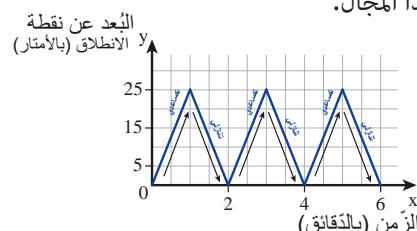


نحدّد الدالة إذا كانت تصاعدية أو تناظرية بحسب التغيير في إحداثيات y .

ننظر إلى محور x من اليسار إلى اليمين (هذا يعني تكبير قيم x):

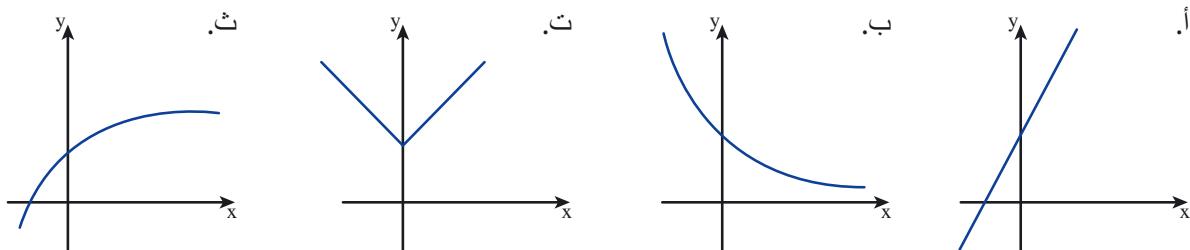
إذا كبرت إحداثيات y في مجال إحداثيات x ، فإنّا نقول: إن الدالة تصاعدية في هذا المجال.

إذا صغّرت إحداثيات y في مجال إحداثيات x ، فإنّا نقول: إن الدالة تناظرية في هذا المجال.

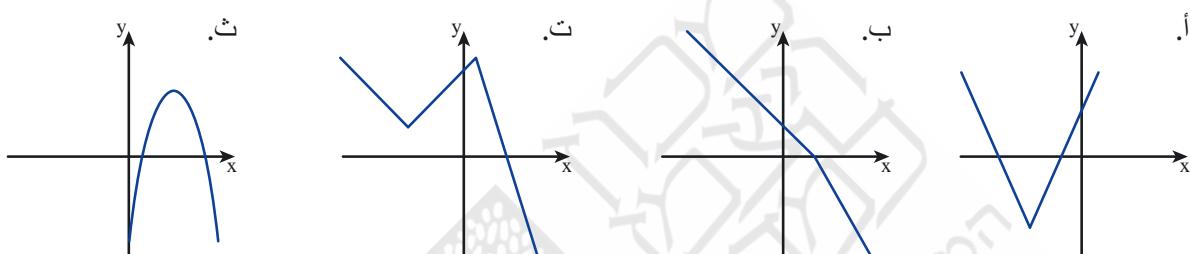


مثال: في المهمة 1، تمّ وصف بُعد رواء، عن نقطة الانطلاق كدالة للزمن الذي مرّ، بواسطة دالة تصاعدية في أقسام معينة في المجال وتناظرية في أقسام أخرى.

2. في كل رسم بياني، تخيلوا طفلاً يتقدم على الخط البياني من اليسار إلى اليمين (باتجاه محور x). أي دالة تصاعدية دائمة؟ أي دالة تنازليّة دائمة؟ ماذا يمكنكم القول عن الدالة الأخرى؟



3. ضعوا ورقة شفافة على الرسمات. لونوا بالأزرق قسم الخط البياني الذي تكون فيه الدالة تصاعدية، ولونوا بالأحمر قسم الخط البياني الذي تكون فيه الدالة تنازليّة.



4. الدالة $y = x - 1$ كل عدد إلى العدد الأصغر منه بـ 1.

أ. انسخوا الجدول وأكملوه.

x	-5	-3	-2	-1	0	1	2.5	3	4
y									

ب. هل الدالة تصاعدية أم تنازليّة؟ اشرحوا بحسب الجدول.

ت. أرسّموا الرسم البياني للدالة وافحصوا إجاباتكم.



5. أ. كيف يمكن أن نرى صعود أو نزول الدالة في الرسم البياني؟

ب. كيف يمكن أن نرى صعود أو نزول الدالة في الجدول؟



6. حددوا في كل بند هل الدالة تصاعدية، تنازليّة، أو قسم منها تصاعديٍّ وآخر تنازليٍّ، أو لا يمكن معرفة ذلك. اشرحوا.

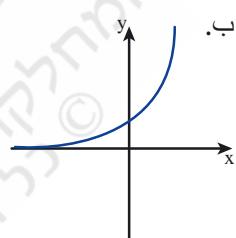
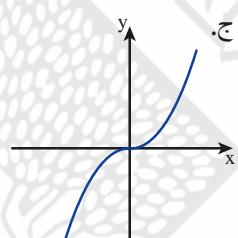
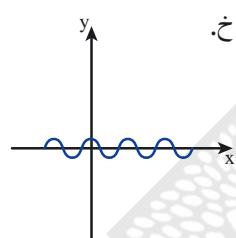
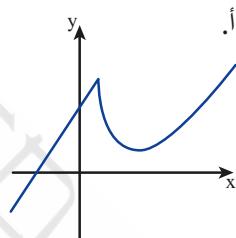
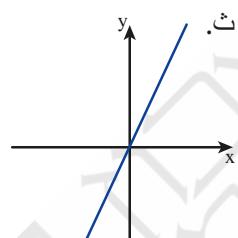
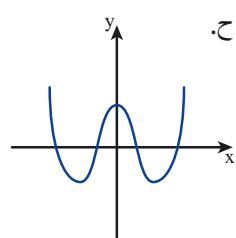
أ. تصف الدالة حجم الماء في البركة أثناء تعبئة البركة.

ب. تصف الدالة درجة الحرارة خلال اليوم.

7. أ. أكتبوا وصفاً كلامياً لدالة تكون تصاعدية دائمًا؟
 ب. أكتبوا وصفاً كلامياً لدالة تكون تنازلية دائمًا؟
 ت. أكتبوا وصفاً كلامياً لدالة يكون قسم منها تصاعدية والقسم الآخر تنازلياً.



1. ضعوا ورقة شفافة على الرسومات. لوّنوا **بالأزرق** قسم الخط البياني الذي تكون فيه الدالة تصاعدية، ولوّنوا **بالأحمر** قسم الخط البياني الذي تكون فيه الدالة تنازلية.



x	-4	-2.5	-1	0	2	3	5	6.25
y								

2. مُعطى الدالة $y = -3x$.
 أ. انسخوا الجدول وأكملوه.

- ب. حددوا ما إذا الدالة تصاعدية أو تنازلية بحسب الجدول.
 ت. عيّنوا النقاط في هيئة المحاور، وارسموا رسمًا بيانيًّا مناسبيًّا للدالة.
 هل الدالة التي رسمتموها تصاعدية أم تنازلية؟



3. أمامكم تعبيران جبريان لدالَّتين: $y = x - 3$ $y = 3 - x$
 أ. أكملوا جدولًا مناسبيًّا لكل دالة وحددوا ما إذا الدالة تصاعدية أو تنازلية.
 ب. افحصوا إجاباتكم بواسطة الخطين البيانيين للدالَّتين.



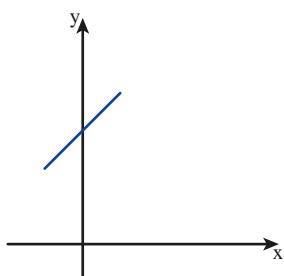
$$y = 2x$$

$$y = 2 - x$$

$$y = 2 + x^2$$

4. أمامكم ثلاثة دوال: $y = 2x$, $y = 2 - x$, $y = 2 + x^2$.
أكملاً جدولًا مناسًى لكل دالة وحددوا:

هل الدالة تصاعدية دائمًا، تنازيلية دائمًا أو قسم منها تصاعدية والقسم الآخر تنازلي؟
إفحصوا إجاباتكم بواسطة الخطوط البيانية للدوال (عوّضوا قيم x موجبة وسالبة).

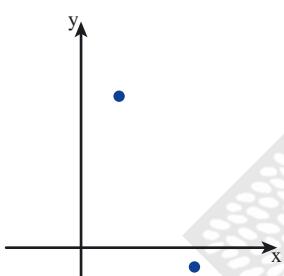


5. في كل بند، انسخوا الرسم البياني وأكملوه بحسب التعليمات.
إذا لم تتمكنوا، اشرحوا السبب.

أ. الدالة تصاعدية دائمًا.

ب. الدالة تنازيلية دائمًا.

ت. قسم من الدالة تصاعدية والقسم الآخر تنازلي.

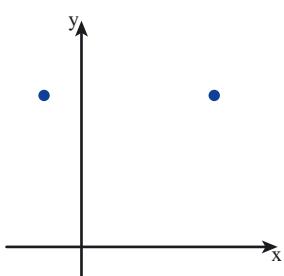


6. في كل بند، انسخوا النقاط المعطاة وأكملوا الخط البياني للدالة بحسب التعليمات.
إذا لم تتمكنوا، اشرحوا السبب.

أ. الدالة تصاعدية دائمًا.

ب. الدالة تنازيلية دائمًا.

ت. قسم من الدالة تصاعدية والقسم الآخر تنازلي.



7. في كل بند، انسخوا النقاط وأكملوا الخط البياني للدالة بحسب التعليمات.
إذا لم تتمكنوا، اشرحوا السبب.

أ. الدالة تصاعدية دائمًا.

ب. الدالة تنازيلية دائمًا.

ت. قسم من الدالة تصاعدية والقسم الآخر تنازلي.



8. حددوا في كل بند ما إذا الدالة تصاعدية دائمًا، تنازيلية دائمًا، قسم منها تصاعدية وقسم منها تنازلي، أو لا يمكن معرفة ذلك.
إشرحوا.

أ. تناظر الدالة ارتفاع متساوٍ مياه بحيرة طبريا بحسب أيام السنة.

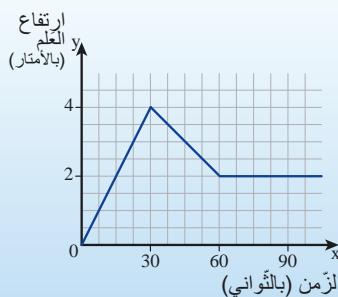
ب. تناظر الدالة طول سامي منذ ولادته حتى الصّف الأول.

ت. تناظر الدالة وزن جنديٍّ من لحظة انتسابه إلى الخدمة العسكرية وحتى انهاها.

ث. تناظر الدالة كمية الوقود في خزان وقود السيارة بحسب البُعد الذي تقطعه.

الدرس الثاني: نصف سارية العلم

دالة ثابتة، مجالات صعود و مجالات نزول دالة



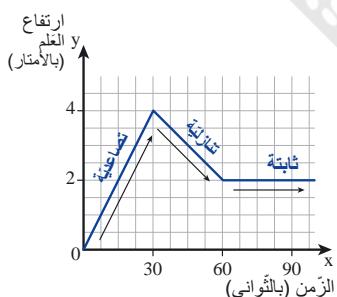
في مراسم يوم الذّكرى، يُرفع العلم حتى رأس السّارية، وينزلونه مباشرةً حتى نصف السّارية. ويبقى العلم في هذه الحالة خلال كلّ اليوم.
نصف الرسم البياني ارتفاع العلم بالأمتار خلال اليوم (y) كدالة للزّمن بالثواني (x).

في أيّ مجال تكون الدّالة تصاعدية؟ في أيّ مجال تكون الدّالة تنازليّة؟
هل يوجد مجال لا تكون فيه الدّالة تصاعدية ولا تكون تنازليّة؟
نميّز مجالات صعود ونزول دالة.



دالة ثابتة

- أجبوا عن الأسئلة بحسب الرسم البياني الذي ورد في افتتاحيّة الدرس.
 - ما هو طول سارية العلم؟
 - كم من الوقت يستغرق رفع العلم حتى رأس السّارية؟
 - في أيّ ارتفاع يكون العلم في معظم ساعات يوم الذّكرى؟
 - بين أيّ ثوانٍ (منذ بداية رفع العلم) تكون الدّالة تصاعدية؟
 - بين أيّ ثوانٍ تكون الدّالة تنازليّة؟ بين أيّ ثوانٍ لا تتغيّر الدّالة؟



ننظر إلى محور x من اليسار إلى اليمين (هذا يعني إحداثيات x تكبر):
إذا لم تتغيّر قيم y لكلّ إحداثيات x في المجال، فإنّا نقول: الدّالة ثابتة.

مثال: في مهمّة الافتتاحيّة، الدّالة ثابتة لكلّ $60 \geq x$.
المعنى: بعد مرور 60 ثانية من رفع العلم، يبقى العلم في ارتفاع نصف السّارية خلال كلّ اليوم.

في كلّ وحدات جيش الدفاع الإسرائيلي، يُرفع العلم في كلّ يوم بعد ساعة الإيقاظ وينزل قبل غروب الشمس. في أيام الحداد يُنزل العلم إلى نصف السّارية. في المملكة العربية السّعودية، لا ينزلون العلم إلى نصف السّارية، لأنّ العلم يحمل الشّهادتَيْن.

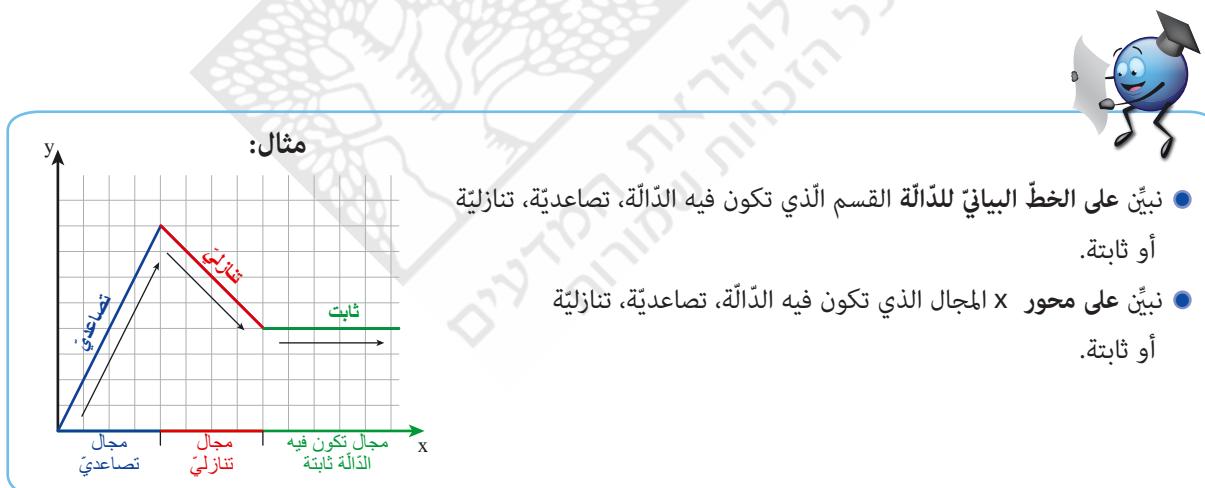


2. حددوا في كل بند ما إذا الدالة تصاعدية، تنازلية أو ثابتة.
- تناول الدالة حجم الوقود في خزان وقود السيارة أثناء السفر.
 - تناول الدالة حجم الوقود في خزان وقود الحافلة أثناء وقوفها في موقف السيارات.
 - تناول الدالة حجم الوقود في خزان وقود السيارة أثناء تعبيتها.

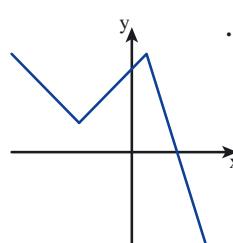
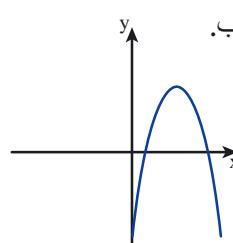
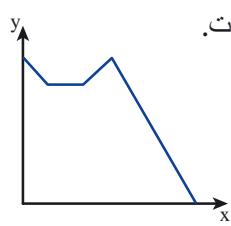
3. حددوا في كل بند ما إذا الدالة تصاعدية، تنازلية أو ثابتة.
- أكتبوا مئيلات مختلفة لكل دالة (ممثل جبري، جدول، رسم بياني) وافحصوا إجاباتكم.
 - تناولر (نلائم) بين كل عدد صحيح والعدد التالي له.
 - تناولر بين كل عدد صحيح والعدد السابق له.
 - تناولر بين كل عدد والعدد المضاد له.
 - تناولر بين كل عدد ونفسه.
 - تناولر بين كل عدد وحاصل ضربه في 4.
 - تناولر بين كل عدد والعدد 4.

مجالات صعود و مجالات نزول الدالة

4. إنسخوا الرسم البياني الذي ورد في افتتاحية الدرس. أشيروا **بالأزرق** على محور x إلى المجال (قسم من المحور) الذي تكون فيه الدالة تصاعدية، وأشاروا **بالأحمر** إلى المجال (على محور x) الذي تكون فيه الدالة تنازلية، وأشاروا **بالأخضر** إلى المجال (على محور x) الذي تكون فيه الدالة ثابتة.

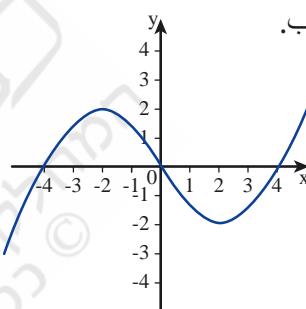
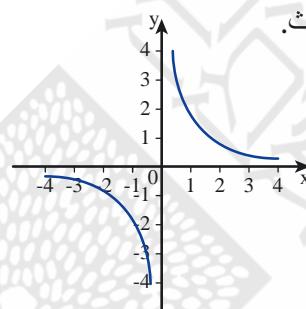
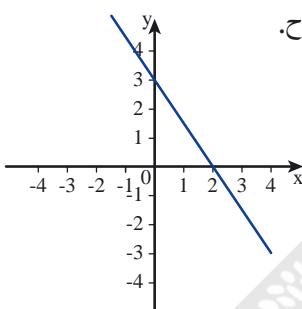
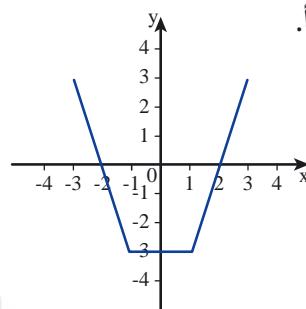
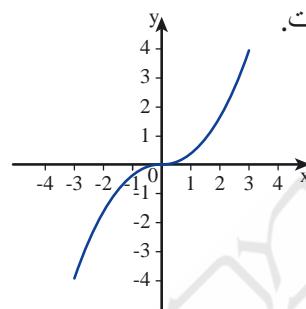
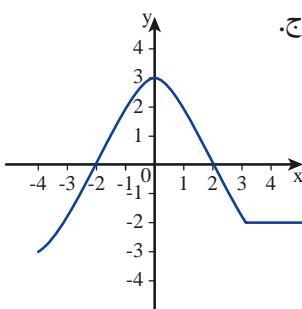


5. في كل بند، إنسخوا الرسمة، وعيّنوا على محور x مجال صعود الدالة، مجال النزول والمجال الذي تكون فيه الدالة ثابتة.



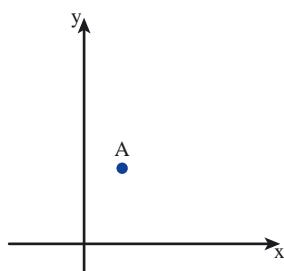


1. ضعوا ورقة شفافة على الرسمات. أشيروا على محور x بالأزرق إلى مجال صعود الدالة، بالأحمر إلى مجال نزول الدالة، بالأخضر إلى المجال الذي تكون فيه الدالة ثابتة.



2. في كل بند، في المهمة السابقة، أكتبوا: المجال الذي تكون فيه الدالة تصاعدية، المجال الذي تكون فيه الدالة تنازليّة، المجال الذي تكون فيه الدالة ثابتة.

مثال: في بند أ: الدالة تصاعدية في المجال $1 < x < -1$ ، الدالة تنازليّة في المجال $1 < x < 0$ ، الدالة ثابتة في المجال $0 < x < 1$



3. انسخوا الرسمة.

أ. أرسموا خطًّا بيانيًّا، بحيث يمر عبر النقطة A ويتحقق ما يلي:

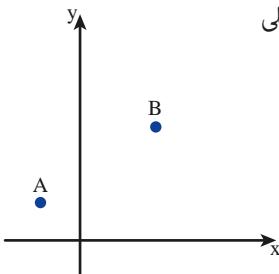
تكون الدالة تصاعدية على يسار A وتكون الدالة تنازليّة على يمين A.

ب. هل تستطيعون أن ترسموا دالة إضافية تحقق نفس الشروط؟



4. في كل بند، انسخوا الرسمة وارسموا خطًّا بيانيًّا، بحيث يمر عبر النقطتين A و B ويتحقق ما يلي:

أ. تكون الدالة تنازليّة على يسار A، تكون الدالة تصاعديّة بين A و B، تكون الدالة تنازليّة على يمين B.



ب. تكون الدالة ثابتة على يسار A، تكون الدالة تصاعديّة بين A و B، تكون

الدالة ثابتة على يمين B.

ت. دالة أخرى من عندكم.



5. ارسموا خطًّا بيانيًّا للدالة، بحيث يتتحقق ما يلي:

الدالة تصاعديّة لكل x أصغر من 0، الدالة تنازليّة في المجال بين 0 إلى 4، الدالة تصاعديّة لكل x أكبر من 4.



6. حددوا في كل بند ما إذا الدالة تصاعديّة، تنازليّة أو ثابتة.

أكثروا لكل دالة تمثيلات مختلفة (ممثل جبري، جدول، رسم بياني) وافحصوا إجاباتكم.

أ. ناظر (نلائم) بين كل عدد والعدد 1.

ب. ناظر بين كل عدد وحاصل ضربه في (-1).

ت. ناظر بين كل عدد وحاصل جمعه مع (-1).



7. حددوا في كل بند ما إذا الدالة تصاعديّة دائمًا، تنازليّة دائمًا أو ثابتة دائمًا، أو أنها في مجالات معينة تصاعديّة، تنازليّة أو ثابتة.

أ. ناظر بين كل عدد وحاصل ضربه في 0.

ب. ناظر بين كل عدد صحيح ومجموع أرقامه.

ت. ناظر بين كل عدد وقيمه المطلقة.

أكثروا تمثيلًا إضافيًّا لكل دالة (ممثل جبري، جدول أو رسم بياني) وافحصوا إجاباتكم.



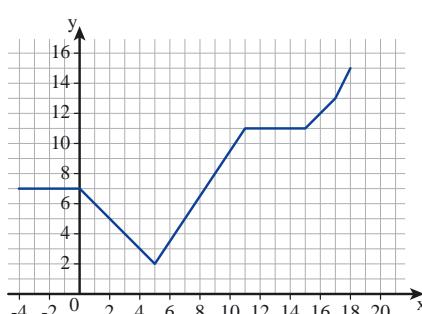
8. انسخوا الرسم البياني للدالة.

أ. لونوا بالأزرق قسم الخط البياني الذي تكون فيه الدالة تصاعديّة،

لونوا بالأحمر قسم الخط البياني الذي تكون فيه الدالة تنازليّة،

لونوا بالأخضر قسم الخط البياني الذي تكون فيه الدالة ثابتة.

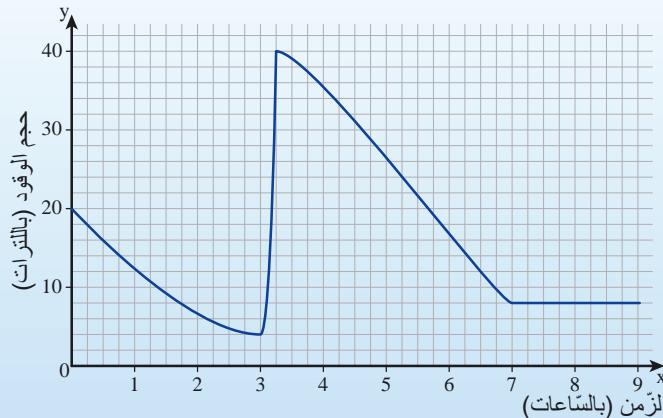
ب. عيّنا على محور x : مجال الصعود، مجال التّنّزّل والمجال الذي تكون فيه الدالة ثابتة.



الدرس الثالث: دوال في حياتنا اليومية



أمامكم رسم بياني يصف حجم الوقود في خزان الوقود خلال 9 ساعات.



ماذا نستطيع أن نتعلّم من الرسم البياني عن حركة السيارة خلال الساعات الـ 9 الموصوفة؟

نبحث صفات الخطّ البياني.

1. أجبوا عن الأسئلة الآتية بحسب الرسم البياني الذي ورد في افتتاحية الدرس.

أ. كم كان حجم الوقود بعد مرور ساعة واحدة، 3 ساعات، 5 ساعات، 8 ساعات؟

ب. متى كان حجم الوقود حوالي 35 لترًا؟

ت. ما هو حجم الوقود الأصغر الذي كان في خزان الوقود؟ ومتي؟

ما هو حجم الوقود الأكبر الذي كان في خزان الوقود؟ ومتي؟

هل بين هاتين الساعتين، كانت السيارة في حالة سفر، وقوف، أو في حالة تعبئة خزان الوقود؟

ث. بين أيّ ساعات انخفض حجم الوقود في خزان الوقود؟ بين أيّ ساعات كان حجم الوقود ثابتاً؟

ج. ماذا تعلّمنا النقطة التي يتقاطع فيها الخطّ البياني مع محور y ؟

2. يتدرّب رياض مسابقة السباحة في بركة طولها 50 متراً.

وهو يسبح البركة 10 مرات دون توقف خلال 10 دقائق.

يصف الجدول بعده رياض عن نقطة الانطلاق بالأمتار (y) كدالة للزمن الذي مرّ منذ بداية التدريب بالدقائق (x).

الزمن منذ بداية التدريب (x)	0	$\frac{1}{2}$	1	$1\frac{1}{2}$	2	$2\frac{1}{2}$	3	$3\frac{1}{2}$	4	$4\frac{1}{2}$	5
البعد عن نقطة الانطلاق (y)	0	25	50	25	0	25	50	25	0	25	50

أرسّموا هيئات معاور: عيّنوا على محور x الزمن الذي مرّ (بالدقائق) منذ بدء التدريب (أكملوا حتى 10 دقائق). عيّنوا على

محور y البعد (بالأمتار) عن نقطة الانطلاق (كل تربعة 5 أمتار).

عيّنوا في هيئات المعاور النقاط المناسبة للمعطيات في الجدول. أربطوا بين النقاط بخطٍ.

3. أجبوا عن الأسئلة الآتية بحسب الرسم البياني الذي رسمتموه في المهمة 2.

أ. ما هو طول البركة؟ كم متراً سبع رياض؟

ب. ماذا مُثُلَّ النقاط التي يتقاطع فيها الخط البياني مع محور x ؟

ت. هل الرسم البياني الذي رسمتموه يصف دالة؟ ما هو مجال الدالة؟

ث. أشيروا **بالأزرق** إلى المجالات (على محور x) التي تكون فيها الدالة تصاعدية.

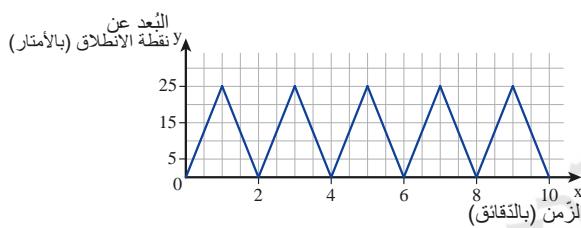
أشيروا **بالأحمر** إلى المجالات (على محور x) التي تكون فيها الدالة تناظرية.

صفوا بالكلمات حركة رياض في المجالات التي عيّنتموها.

4. في الدرس الأول، في هذه الوحدة، بحثنا الرسم البياني الذي

يصف تدريب السباحة **لرواء**.

أكتبوا مثلاً من الرسم البياني مجال تكون فيه الدالة تصاعدية ومجال تكون فيه الدالة تناظرية.



5. أ. بماذا يتشابه وبماذا يختلف الرسمان البيانيان **لرواء ورياض**؟

ب. أيهما، بحسب رأيكم، يسبح أسرع: رياض أم رواء؟ إشرحوا.

مجموعة مهام



1. هبط طائر على شجرة، وبعد ذلك بدأ يحلق في السماء. أمامكم رسم بياني يصف دالة ارتفاع الطائر فوق سطح الأرض خلال 14 ثانية منذ بدء الطيران.

أ. ما هو ارتفاع (طول) الشجرة التي وقف عليها الطائر في البداية؟

ب. متى وصل الطائر إلى أعلى ارتفاع؟

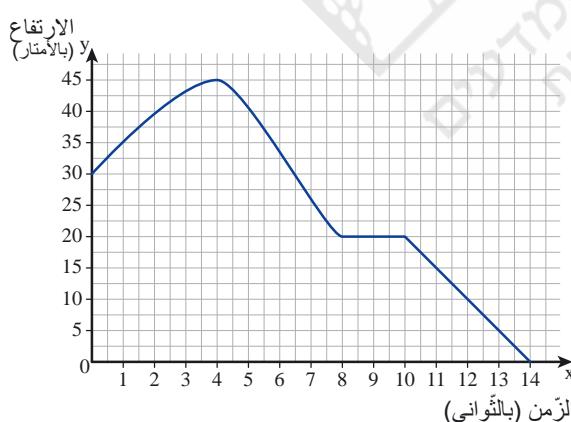
ت. متى وصل الطائر إلى ارتفاع 15 متراً؟

ث. أي ارتفاع وصله الطائر في نهاية الـ 14 ثانية؟

ج. في أي مجال ازداد ارتفاع الطيران؟

في أي مجال انخفض ارتفاع الطيران؟

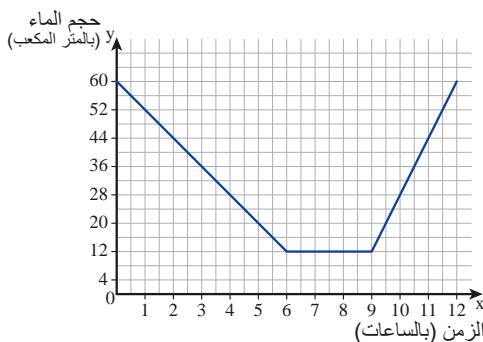
ح. ماذا عمل الطائر، بحسب رأيكم، في المجال الذي كانت فيه الدالة ثابتة؟





2. أمامكم رسم بياني لدالةٍ تصف حجم الماء في البركة خلال 12 ساعة.

أ. كم كان حجم الماء في البركة عندما بدأوا بعملية القياس بعد مرور 3 ساعات، بعد مرور 6 ساعات، بعد مرور 11 ساعة؟



ب. متى كان في البركة 44 متراً مكعباً من الماء؟

ت. هل قل حجم الماء، أم زاد، أم لم يتغير؟

● خلال الساعات الـ 6 الأولى.

● بعد 6 ساعات من البداية وخلال 3 ساعات.

● بعد 9 ساعات من البداية وخلال 3 ساعات.

ث. هل أخرج ماء من البركة؟ إذا كانت الإجابة نعم، متى؟

ج. هل أضيف ماء إلى البركة؟ إذا كانت الإجابة نعم، متى؟

ح. كم كان حجم الماء الأقصى في البركة؟ ومتى؟

خ. كم كان حجم الماء الأدنى في البركة؟ ومتى؟

د. سألت المعلمة: متى كان في البركة 12 متراً مكعباً من الماء؟

سجل التلاميذ إجابات مختلفة، وقد كانت جميعها صحيحة.

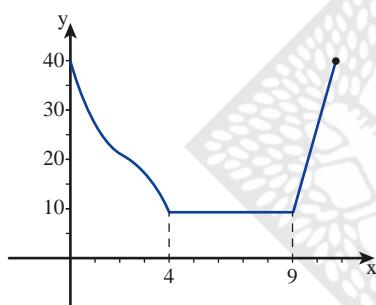
هل يمكن ذلك؟ اشرحوا.



3. أمامكم رسم بياني يصف حجم الوقود في خزان وقود سيارة كدالةٍ للزمن.

أ. صُفُّوا بالكلمات، ماذا يصف الرسم البياني؟

ب. أكتبوا مجالات تكون فيها الدالة تصاعدية، تنازيلية، ثابتة.

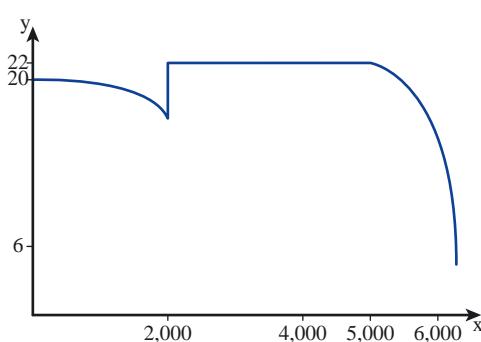


4. أمامكم رسم بياني يصف ضغط الهواء في عجل سيارة (y) كدالةٍ لعدد مرات الدوران التي نفَّذها العجل منذ بدء السفر (x).

أ. صُفُّوا بالكلمات، ماذا يصف الرسم البياني؟

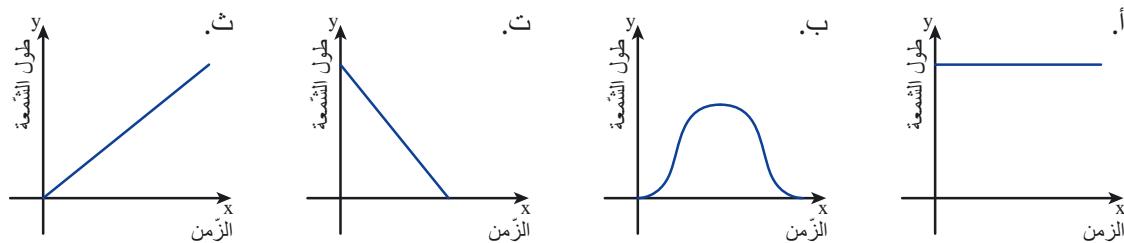
ب. أكتبوا المجالات التي يصف فيها الخط البياني دالة.

ت. أكتبوا مجالات تكون فيها الدالة تصاعدية، تنازيلية، ثابتة.





5. اختاروا الرسم البياني الذي يصف طول شمعة مشتعلة (y) بحسب زمن الاشتعال (x).

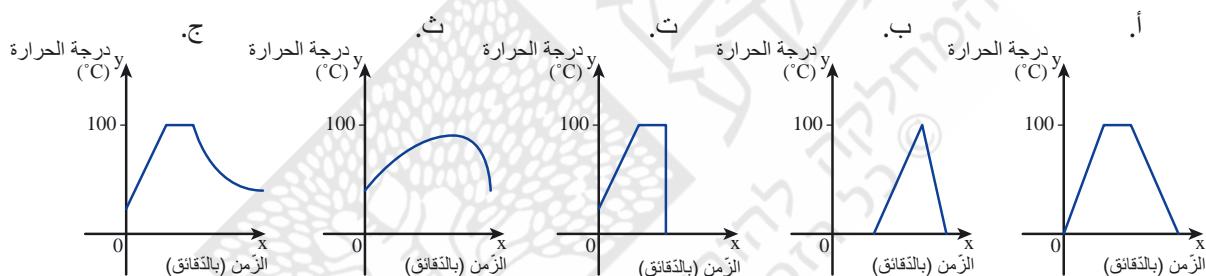


6. وضع إبريق مليء بالماء على النار، وقد كانت درجة حرارة الماء 20°C قبل بدء التسخين.

سخن الماء حتى وصل درجة الغليان.

استمر الماء بالغليان لعدة دقائق، وعندئذ أُنجز الإبريق عن النار.

أي رسم بياني يصف القصة؟



7. لاموا بين كل رسم بياني والوصف الكلامي المناسب له.

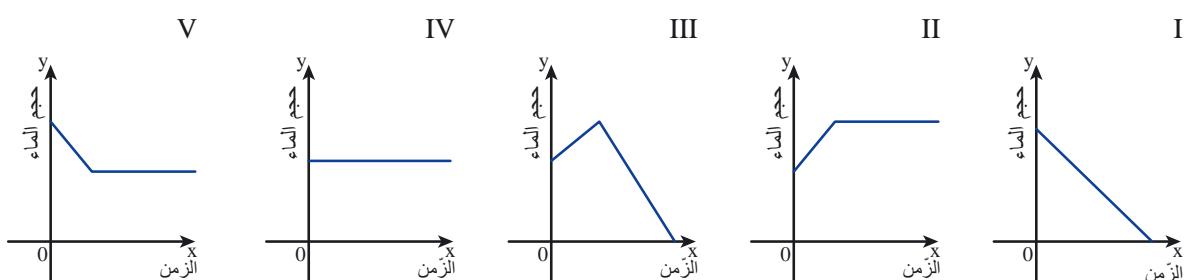
أ. بقي حجم الماء ثابتاً في البانيو كل الوقت.

ب. كان ماء في البانيو، قاموا بتعبيته وبعد ذلك بتفریغه.

ت. كان ماء في البانيو، قاموا بتعبيته وبقي الماء في البانيو.

ث. أخرج قسم من الماء من البانيو.

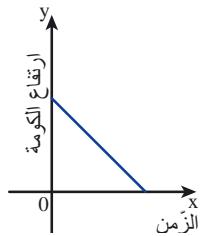
ج. فرّغ كل الماء من البانيو.



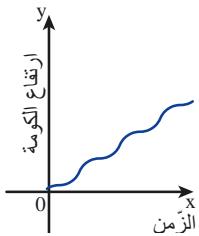


8. اختاروا الرسم البياني الذي يصف ارتفاع كومة رمل، على شاطئ البحر، تصطدم بها أمواج البحر (y) بحسب الزمن الذي مرّ منذ البدء بعملية القياس (x).

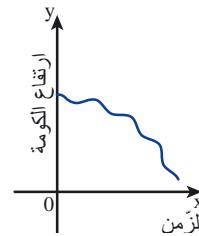
ث.



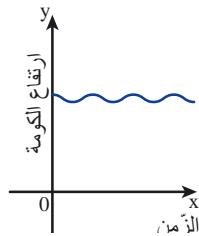
ت.



ب.

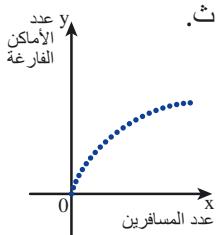


أ.

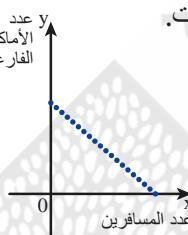


9. اختاروا الرسم البياني الذي يصف عدد الأماكن الفارغة في الحافلة (y) بحسب عدد المسافرين (x).

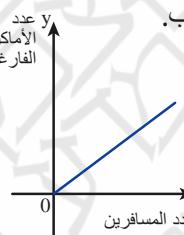
ث.



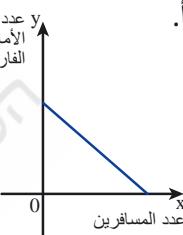
ت.



ب.

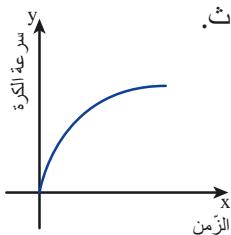


أ.

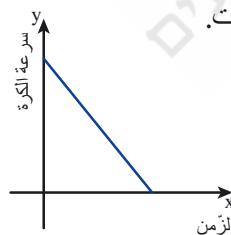


10. بعد أن نصوب الكرة باتجاه السلة، فإنّها تسقط من ارتفاع السلة وتصطدم بالأرض. أمامكم رسومات بيانية، أيّ واحد منها يصف سرعة الكرة (y) بحسب الزمن (x). ما هو الرسم البياني؟ اشرحوا السبب.

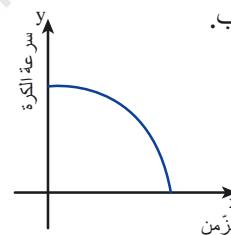
ث.



ت.



ب.



أ.

