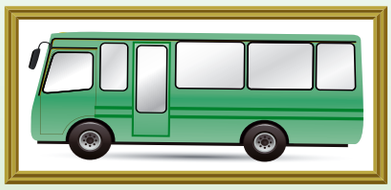
الوحدة الحادية عشرة: تشابه مضلّعات

الدّرس الأوّل: تكبير، تصغير وتشابه



جدوا الصورة التي هي تصغير للحافلة التي تظهر في الإطار؟

أ.

ب.

ت.

سنتعلم عن تكبير وتصغير أشكال بنفس النسبة.

1. نتطرّق إلى المعطيات التي وردت في مهمّة الافتتاحيّة.
أحيطوا الحرف المناسب: الحافلة **أ ب ت** تشبه الحافلة التي تظهر في الإطار.

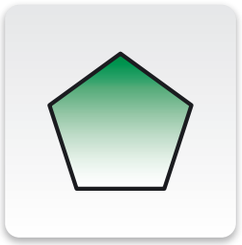
2. حدّدوا، في كلّ بند، الصورة التي هي تكبير أو تصغير للصورة التي تظهر في الإطار.

أ.

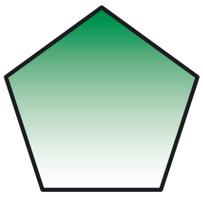
I

II

III

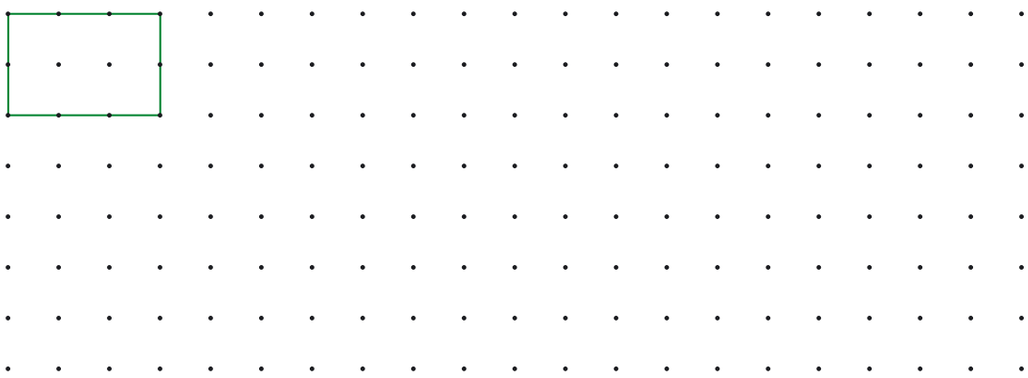
ب. 

I

II 

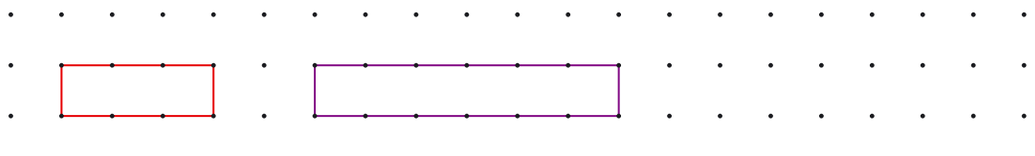
III

3. ارسموا مستطيلًا، على لوحة النقاط، بحيث يكون تكبيرًا للمستطيل المعطى.

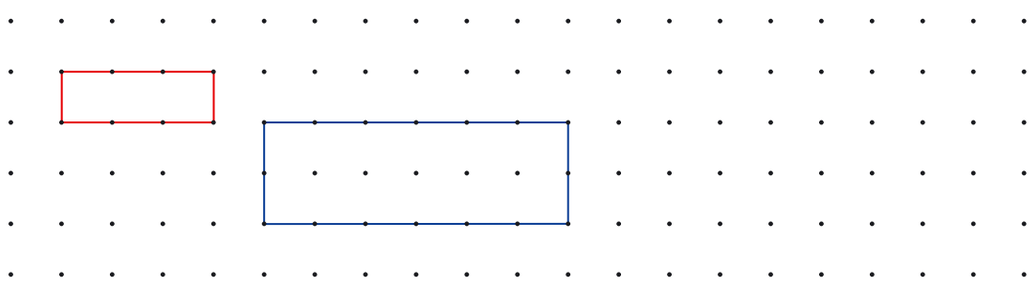


4. حدّدوا، في كلّ بند، هل المستطيل الأيمن تكبير للمستطيل الأيسر؟

أ.



ب.



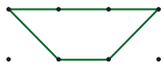
نسمّي الأشكال الّتي هي تكبير أو تصغير، لنفس الشكل، في نفس النّسبة: **"أشكال متشابهة".**

مثال: في المهمّة 4 في بند ب، المستطيل **الأحمر** والمستطيل **الأزرق** **متشابهان**، لأنّ طول كلّ ضلع في المستطيل **الأزرق** ضعفا طول الضلع الذي يناظره في المستطيل **الأحمر**.

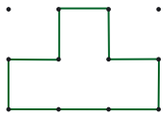
في المهمّة 4 في بند أ، المستطيل **الأحمر** والمستطيل **البنفسجيّ** **غير متشابهين**، لأنّ طول أحد الأضلاع في المستطيل **البنفسجيّ** ضعفا طول الضلع الذي يناظره في المستطيل **الأحمر**، بينما طول الضلع الثاني في المستطيل **البنفسجيّ** يساوي طول الضلع الثاني في المستطيل **الأحمر**.

5. ارسموا، في كلّ بند، شكلًا أكبر أو أصغر من الشكل المعطى بحيث يشبه الشكل المعطى.

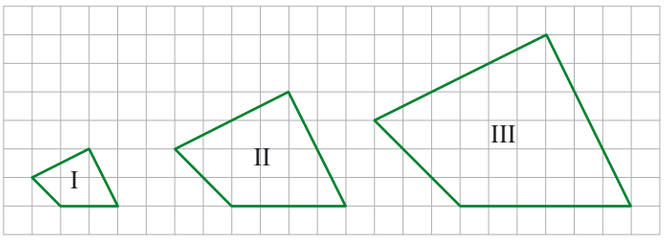
أ.



ب.



6. المضلّعان III وَ II هما تكبير للمضلّع I بنفس النسبة.

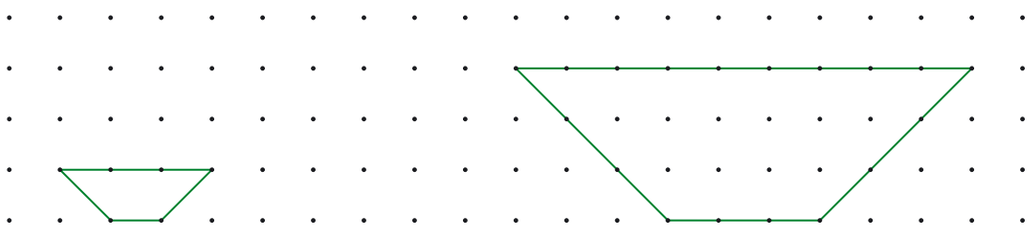


أ. كم ضعفًا تمّ تكبير أطوال المضلّع I للحصول على المضلّع II؟

ب. كم ضعفًا تمّ تكبير أطوال المضلّع I للحصول على المضلّع III؟

ت. هل المضلّع III هو تكبير للمضلّع II بنفس النسبة؟ إذا كانت الإجابة نعم فما هي النسبة؟

7. أمامكم رسمتان لشبه منحرف.

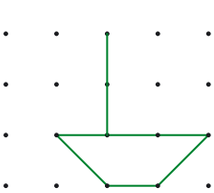


أ. هل شبها المنحرف متشابهان؟

ب. أكملوا: هنالك نفس النسبة في الأشكال المتشابهة بين _____ (الأضلاع، الزوايا) المتناظرة.

في الأشكال المتشابهة الـ _____ (الأضلاع، الزوايا) المتناظرة متساوية.

ت. حوّلوا شبهي المنحرف إلى قاربين متشابهين. أضيفوا شراعًا، سارية أو مجاذيف كما ترغبون.



ث. قال **أيمن**: أضفت سارية طولها وحدتان إلى القارب الصغير.

ما هو طول السارية التي يضيفها **أيمن** إلى القارب الكبير؟

نسمِّي المضلّعات الّتي هي تكبير أو تصغير، الواحد للآخر، بنفس النّسبة: "**مضلّعات متشابهة**".

رأينا في **المضلّعات المتشابهة** ما يلي:

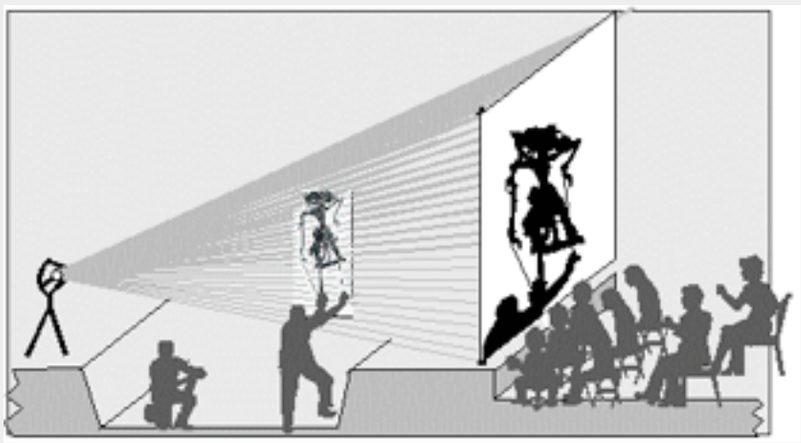
1. يوجد نفس النّسبة بين أطوال الأضلاع بالتّناظر.
2. جميع الزّوايا متساوية بالتّناظر.

في جزيرة ياوى الواقعة في إندونيسيا، توجد تقاليد قديمة جدًّا لعرض حكايات دراميّة (اِسمها وواينج) في مسرح الظّلال.

يتمّ أثناء العرض تسليط ظلّ دمى على شاشة نِصف شفّافة، حيث يجلس الجمهور في الطّرف الثّاني للشّاشة.

يجب أن يظهر ظلّ الدّمية مكبَّرًا أو مصغَّرًا، لذا يجب على العارضين أن يُبعدوا الدّمية عن الشّاشة أو يقرّبوها إلى الشّاشة.

إذا أراد العارضون الحصول على ظل مُكبَّرٍ للدمية فهل يجب أن يُبعدوا الدّمية عن الشّاشة أو يقرّبوها إلى الشّاشة؟

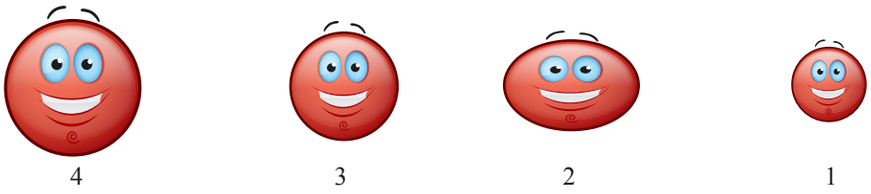


مجموعة مهامّ

1. أحيطوا، في كلّ بند، الشكل الشاذّ.

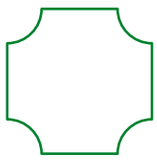
أ.

ب.



2. ارسموا شكلين متشابهين على لوحة النقاط.

3. حضَّر **أيّوب** وظيفة في ملف Word في الحاسوب، وأراد أن يضيف الرّسمة الآتية:



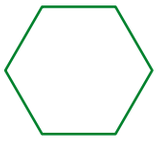
حصل على رسمة كبيرة؛ لذا قرّر تصغيرها.

أمامكم رسومات معيّنة. رسمة واحدة منها فقط هي تصغير بنفس النّسبة لرسمة **أيّوب**.

جدوا الرّسمة؟

أ. ب. ت. ث.

4. اِفتحوا ملف Word، واختاروا مسّدسًا من مجمّع الصّور الأساسيّة.



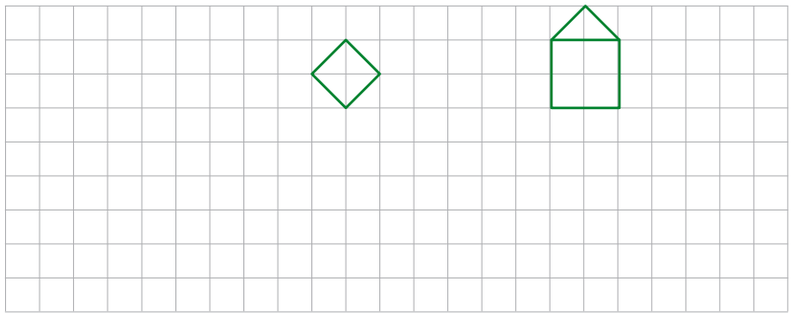
أ. اِنسخوا المسدّس مرّتين.

ب. كبّروا نسخة واحدة للمسدّس (اضغطوا على Shift واسحبوا رأسًا واحدًا للشّكل).

ت. صغّروا النسخة الثانية للمسدّس (اضغطوا على Shift واسحبوا رأسًا واحدًا للشّكل)..

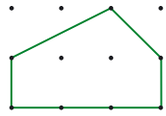
ث. هل المسدّسان اللذان حصلتم عليهما متشابهان؟

5. أمامكم مضلّعان، كبّروا كلّ واحد منهما ضعفين، وارسموهما.

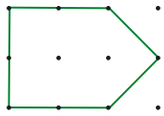


6. ارسموا، في كلّ بند، شكلًا يشبه الشكل المعطى.

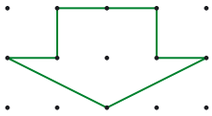
أ.



ب.

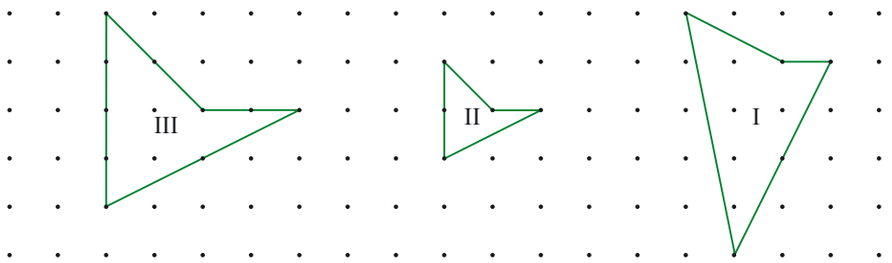


ت.

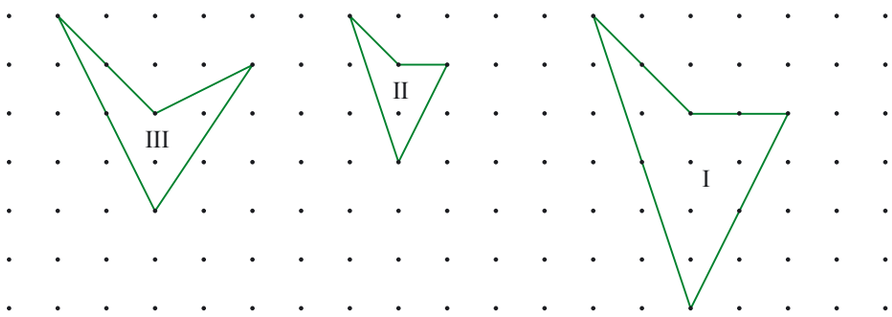


7. جدوا، في كل بند، أزواجًا من الأشكال المتشابهة.
اكتبوا النسبة بين أطوال الأضلاع المتناظرة في كل زوج.

أ.

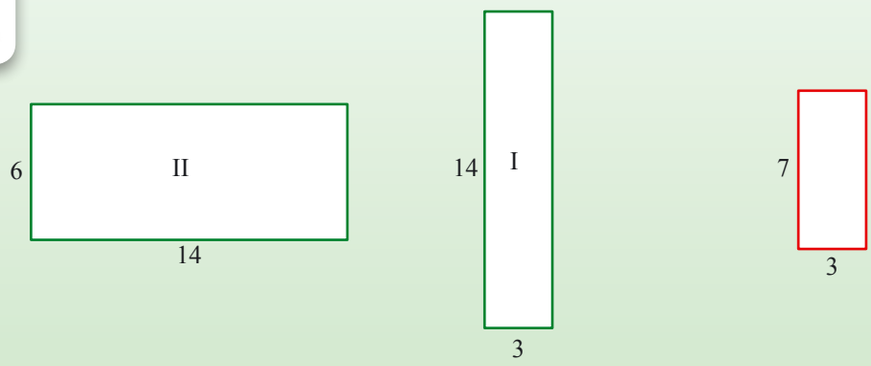


ب.



الدرس الثاني: مضلّعات متشابهة

أمامكم ثلاثة مستطيلات (الرسومات معطاة للعرض، قياسات الطول معطاة بالسم).



أيّ مستطيل يشبه المستطيل **الأحمر**؟ اشرحوا.

سنتعلّم كيفيّة تمييز مضلّعات متشابهة.

1. نتطرّق إلى المعطيات التي وردت في مهمّة الافتتاحيّة.

أ. ما هي النّسبة بين أطوال الأضلاع المتناظرة في المستطيلات المتشابهة؟

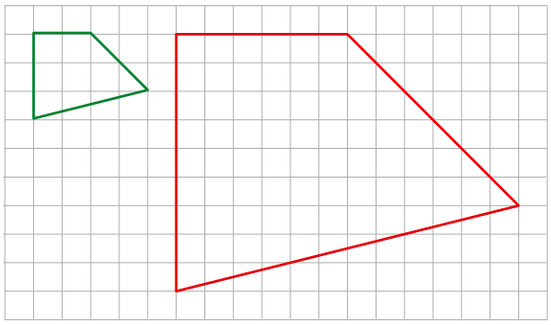
ب. اِقترحوا قياسات لمستطيل رابع يشبه المستطيل المتبقّي.

هل هذا المستطيل يشبه المستطيل **الأحمر**؟

2. أمامكم رسمتان لشكلين رباعيّين متشابهين.

أ. أشيروا إلى الزوايا المتساوية بنفس اللون.

ب. ما هي النسبة بين أطوال الأضلاع المتناظرة.



للتذكير

رأينا من خلال الأمثلة أنّه في **المضلّعات المتشابهة**:

1. جميع الزوايا متساوية بالتّناظر.
2. توجد نفس النسبة بين أطوال الأضلاع المتناظرة.

نسمّي النسبة بين أطوال كلّ زوج من الأضلاع المتناظرة **"نسبة تشابه"**.

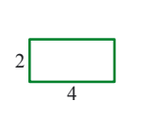
مثال: في المهمّة 2 ، الشكلان الرباعيّان متشابهان.

أضلاع الشكل الرباعيّ **الأحمر** أطول 3 أضعاف من الأضلاع المتناظرة في الشكل الرباعيّ **الأخضر**.

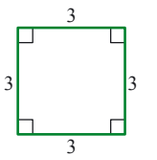
نسبة التّشابه بين الشكل الرباعيّ **الأخضر** إلى الشكل الرباعيّ **الأحمر** هي 1:3.

3. حدِّدوا، في كلّ بند، ما إذا كانت الأشكال الرباعيّة متشابهة. اِشرحوا.
(الرّسومات معطاة للتوضيح، قياسات الطّول معطاة بالسم.)
إذا كانت الأشكال الرباعيّة متشابهة فجدوا نسبة التشابه.

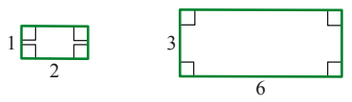
أ.



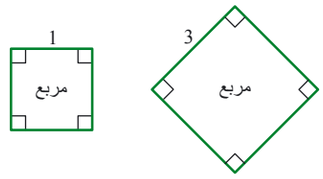
ب.



ت.



ث.



4. نتطرّق إلى الأشكال الرباعيّة الّتي وردت في مهمّة 3.

أ. قال **عزام**: في بند أ، المستطيلان متشابهان، لأنّ كلّ ضلع في أحد المستطيلين أكبر بـ 3 سم من الضلع الذي يناظره في المستطيل الآخر.

هل قول **عزام** صحيح؟ اِشرحوا.

ب. قال **يوسف**: في بند ب، المستطيل والمربّع متشابهان، لأنّ جميع الزّوايا، في كليهما، قائمة؛ ولذا فهي متساوية.

هل قول **يوسف** صحيح؟ اِشرحوا.

نسمِّي المضلّع الّذي جميع أضلاعه متساوية، وجميع زواياه متساوية: **"مضلّع منتظم".**

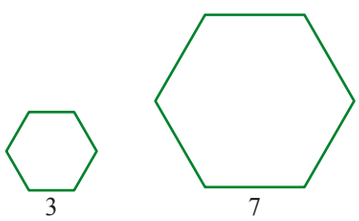
مثال: المربّع هو شكل رباعيّ منتظم؛ لأنّ جميع أضلاعه متساوية بالطّول، وجميع زواياه متساوية بالكبر.

5. أ. أمامكم مسدّسان منتظمان. هل هما متشابهان؟

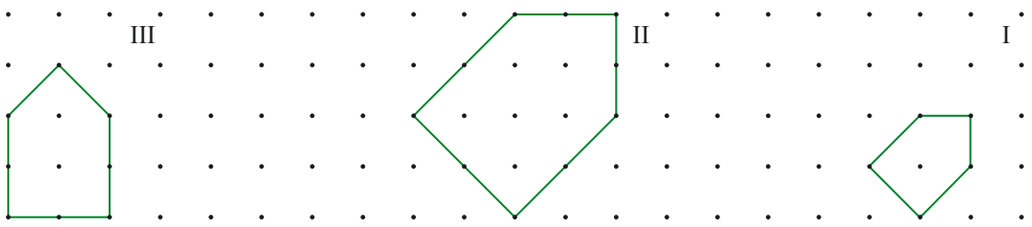
ب. هل كلّ مسدّسين منتظمين متشابهان؟ اشرحوا.

ت. هل كلّ مربّعين متشابهان؟ اشرحوا.

ت. هل كلّ مثلّثين متساويي الأضلاع منتظمان؟ اشرحوا.



6. هل الأشكال متشابهة؟ اشرحوا.



أ. اشرحوا لماذا الشكلان I وَ II متشابهان؟
ما هي النسبة بين الأضلاع؟

ب. قال **سعد**:إذا أردنا أن نبيّن أنّ الشكلين II وَ III متشابهان فيجب إكمال كلّ واحد منهم إلى مستطيل.
أكملوا أنتم أيضًا واشرحوا لماذا المربّعات متشابهة؟
هنالك مثلّث قائم الزاوية داخل كلّ مستطيل، اشرحوا لماذا المثلّثات متشابهة؟

يمكن بواسطة برمجيّات حاسوب لإعداد صور أن ننفّذ تغيّرات في قياسات الطول وزوايا الصورة (شدّ) دون الحفاظ على تشابه بين الصورة الناتجة والصورة الأصليّة. استعمل زيد صورة الكلب التي على يساركم كي يقدّم أمثلة لأنواع شدّ مختلفة بواسطة برمجيّات حاسوب لإعداد الصور.

أ. شدّ على سطح كرة	ب. ميل	ت. انحناء

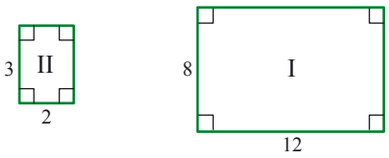
مجموعة مهامّ

أُعِدّت الرسومات في المهامّ 1 – 3 للتوضيح، وقياسات الطول معطاة بالسم.

1. معطى مستطيلان. .

هل المستطيلان متشابهان؟

إذا كانت الإجابة نعم فما هي نسبة التّشابه؟



2. معطى ثلاثة مستطيلات.

أ. هل المستطيلان I وَ II متشابهان؟ اِشرحوا.

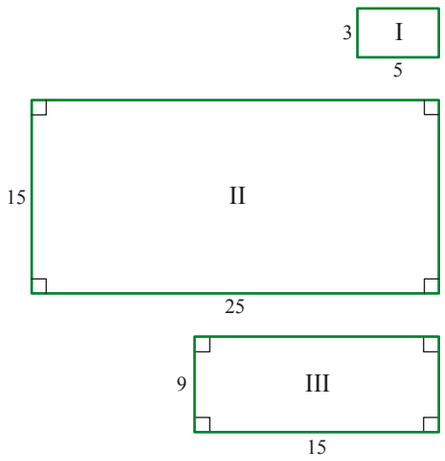
إذا كانت الإجابة نعم فما هي نسبة التّشابه؟

ب. هل المستطيلان I وَ III متشابهان؟ اِشرحوا.

إذا كانت الإجابة نعم فما هي نسبة التّشابه؟

ت. هل المستطيلان III وَ II متشابهان؟ اِشرحوا.

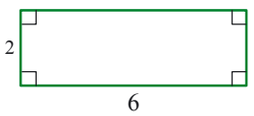
إذا كانت الإجابة نعم فما هي نسبة التّشابه؟



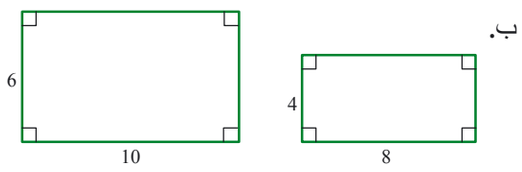
3. حدّدوا، في كلّ بند، ما إذا كانت المستطيلات متشابهة.

إذا كانت المستطيلات متشابهة فجدوا نسبة التشابه.

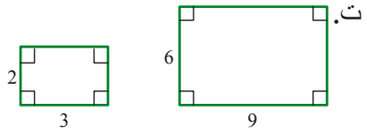
أ.



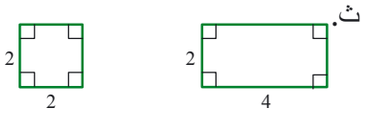
ب.



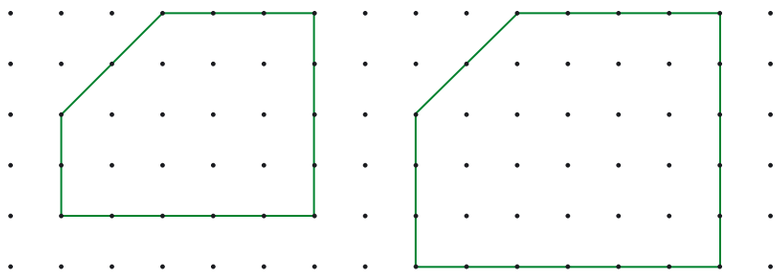
ت.



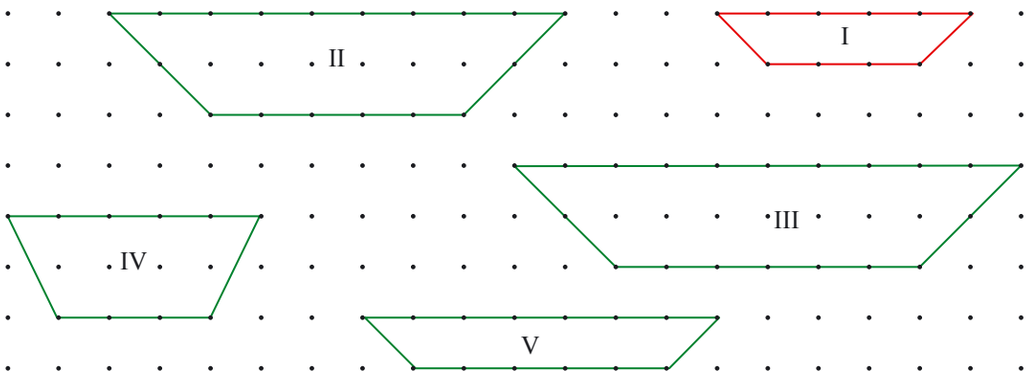
ث.



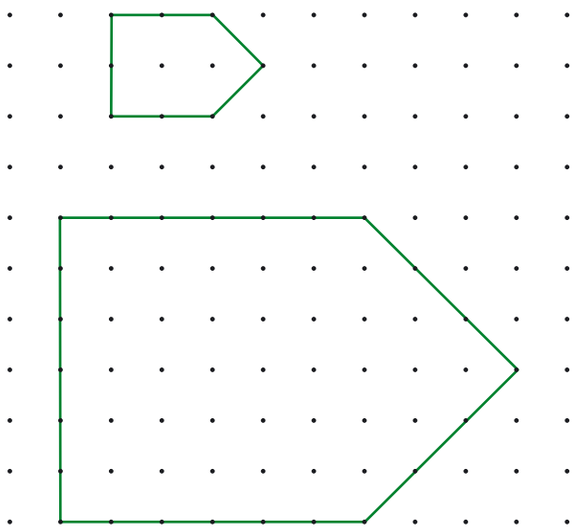
4. أمامكم رسمتان لمضلّعين زواياهما متساوية بالتناظر.
هل المضلّعان متشابهان؟ اِشرحوا.



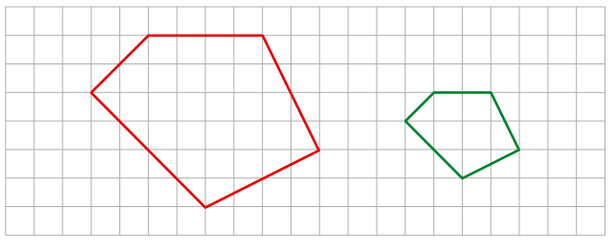
5. أ. أيّ أشباه منحرفة تتشابه مع الشبه المنحرف **الأحمر**؟ اشرحوا.
ب. هل هنالك زوج آخر من الأشباه المنحرفة المتشابهة؟ اشرحوا.



6. أمامكم رسمتان لمضلعين متشابهين.
أ. أشيروا إلى الزوايا المتساوية بنفس اللون.
ب. ما هي النسبة بين أطوال الأضلاع المتناظرة؟



7. هل المخمّسان متشابهان؟ (تطرقوا إلى أطوال الأضلاع وإلى مقدار الزوايا).
إذا كانت الإجابة نعم فما هي النسبة بين أطوال الأضلاع المتناظرة؟

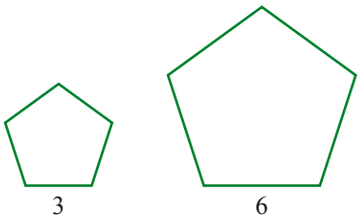


8. معطى مربّع طول ضلعه 5 سم.

أ. أعطوا مثالًا لأطوال أضلاع مربّع تشبه المربّع المعطى. كم إمكانيّة كهذه توجد؟

ب. أعطوا مثالًا لشكل رباعيّ جميع زواياه قائمة، لكنّه لا يشبه المربّع المعطى.

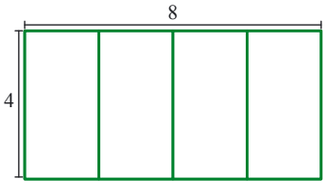
9. أ. أمامكم مخمّسان منتظمان.
(الرسومات المعطاة للتوضيح، قياسات الطّول معطاة بالسم.)
هل هما متشابهان؟ اشرحوا.



ب. هل كل مخمّسين منتظمين متشابهان؟ اِشرحوا.

10. قال **عامر**: كلّ مضلّعين منتظمين لهما نفس عدد الأضلاع متشابهان.
هل قول **عامر** صحيح؟

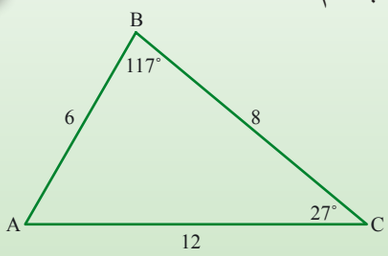
11. حصل **عدنان** على ورقة مستطيلة الشكل قياساتها 4 سم x 8 سم.
قسّم الورقة إلى أربعة مستطيلات متطابقة.
هل يتشابه المستطيل الكبير مع كلّ مستطيل من المستطيلات التي نتجت؟
(أُعِدّت الرسمة للتوضيح، قياسات الطول معطاة بالسم.)

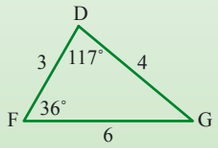


الدرس الثالث: مثلّثات متشابهة

أمامكم مثلّثان.

الرّسومات معطاة للتّوضيح، قياسات الطول معطاة بالسم.





هل المثلّثان متشابهان؟

سنتعلّم عن النّسب بين الأضلاع المتناظرة في المثلّثات المتشابهة.

1. نتطرّق إلى المعطيات الّتي وردت في مهمّة الافتتاحيّة.

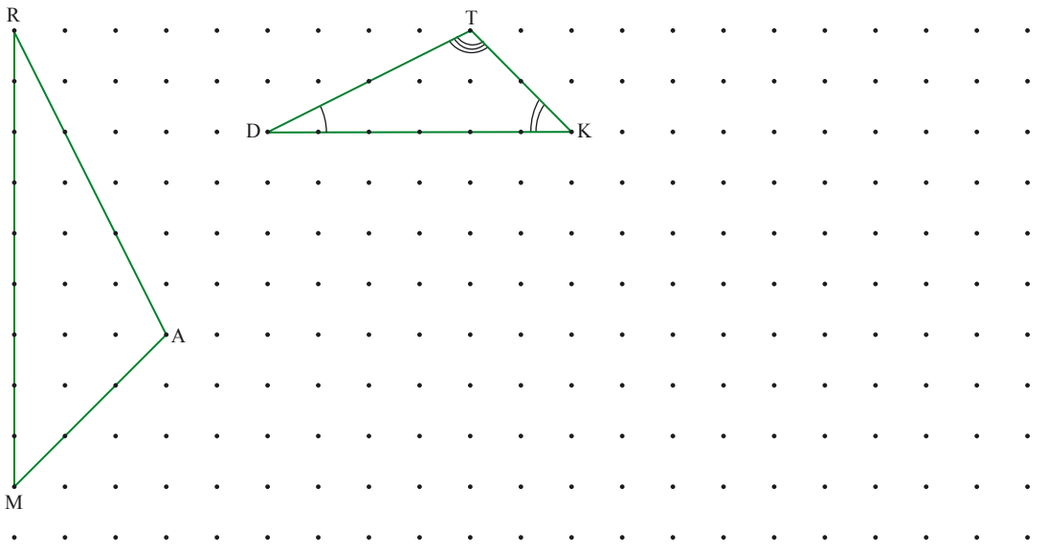
أ. هل مقدار الزوايا متساوي في المثلّثين المتشابهين؟

ب. احسبوا النّسبة بين طولي الضلعين AC وَ FG، هذا يعني أنّ $\frac{AC}{FG}$.

ت. احسبوا أيضًا النسب بين أطوال الأضلاع المتناظرة الأخرى.

ث. هل المثلّثان متشابهان؟ اشرحوا.

2. أمامكم مثلّثان على لوحة نقاط.



أ. هل مقدار الزوايا متساوٍ في المثلّثين بالتناظر؟ (أشيروا إلى الزوايا المتساوية بنفس الإشارة).

ب. الضلع TK يناظر الضلع AM. جدوا النسبة $\frac{TK}{AM}$.

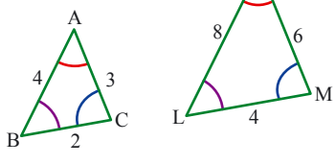
ت. احسبوا أيضًا النسب بين أطوال الأضلاع الأخرى المتناظرة.

ث. اشرحوا لماذا المثلّثان متشابهان؟

ج. ارسموا مثلّثًا إضافيًّا على لوحة النقاط بحيث يتشابه مع المثلّثين المعطيين.

- رأينا من خلال التمرّس أنّه في **المثلّثات المتشابهة**:
  1. جميع الزّوايا في المثلّثات المتشابهة متساوية بالتّناظر.
  2. توجد نفس النّسبة بين أطوال الأضلاع المتناظرة. .
- من الأسهل أن نسجِّل أسماء المثلّثات، بحيث تظهر الرّؤوس المتناظرة في المثلّثين بنفس التّرتيب.

فيما بعد نسجِّل كلّ تشابه حسب تناظر الرّؤوس.



مثال: $\measuredangle A = \measuredangle K \quad \measuredangle B = \measuredangle L \quad \measuredangle C = \measuredangle M$

$$\frac{AB}{KL} = \frac{BC}{LM} = \frac{AC}{KM} = \frac{1}{2}$$

هذا يعني أنّ المثلّث ΔABC يتشابه مع المثلّث ΔKLM

نرمز كالتالي: $\Delta ABC \sim \Delta KLM$

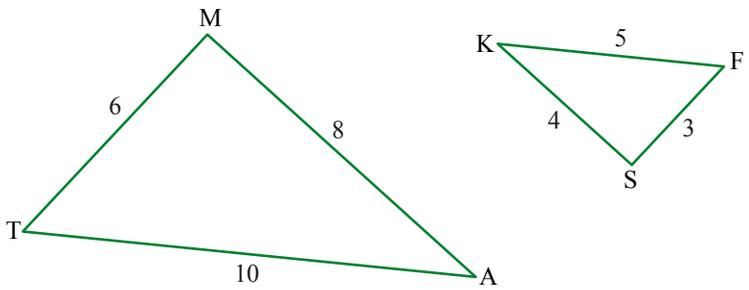
- نسمّي النسبة بين طوليْ كل زوج من الأضلاع المتناظرة **نسبة التشابه.**

3. يوجد في كلّ بند مثلّثان متشابهان (أُعِدّت الرسومات للتّوضيح، قياسات الطول معطاة بالسم).

أ. أكملوا.

Δ _____ $\sim$ Δ _____

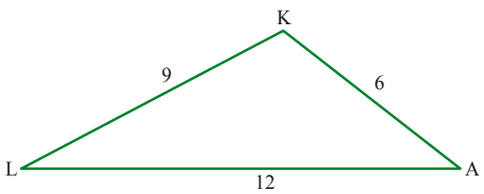
نسبة التشابه ___ : ___



ب. أكملوا.

Δ _____ $\sim$ Δ _____

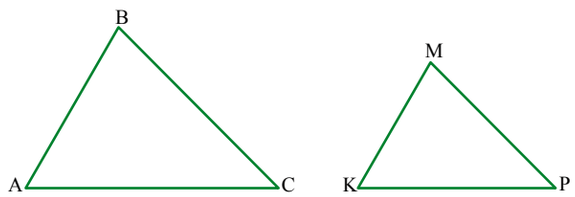
نسبة التشابه ___ : ___



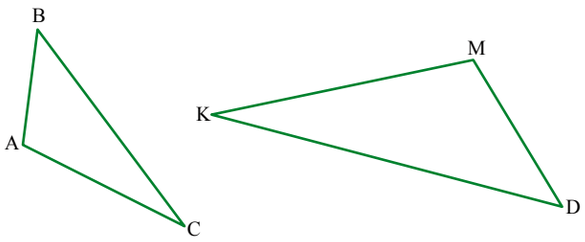
مجموعة مهامّ

1. معطى، في كل بند، زوج من المثلثات المتشابهة. اكتبوا تشابهًا بين المثلثات، انتبهوا لترتيب الرؤوس.

أ. _____ Δ ~ _____ Δ



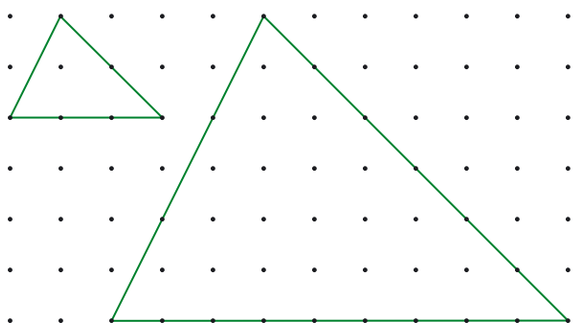
ب. _____ Δ ~ _____ Δ



2. أمامكم مثلّثان متشابهان.

أ. أشيروا إلى الزوايا المتساوية بنفس الإشارة.

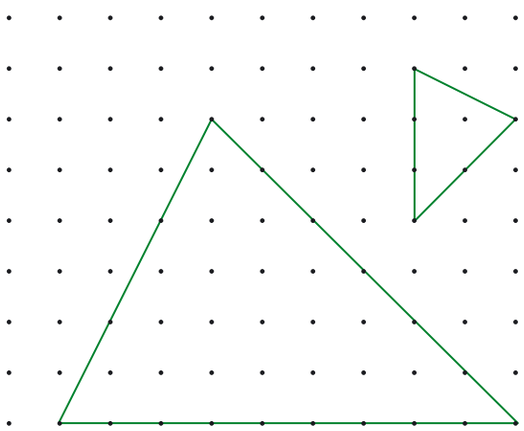
ب. ما هي نسبة التشابه بين المثلّثين؟



3. أمامكم مثلثان متشابهان.

أ. أشيروا إلى الزوايا المتساوية بنفس الإشارة.

ب. ما هي نسبة التشابه بين المثلثين؟

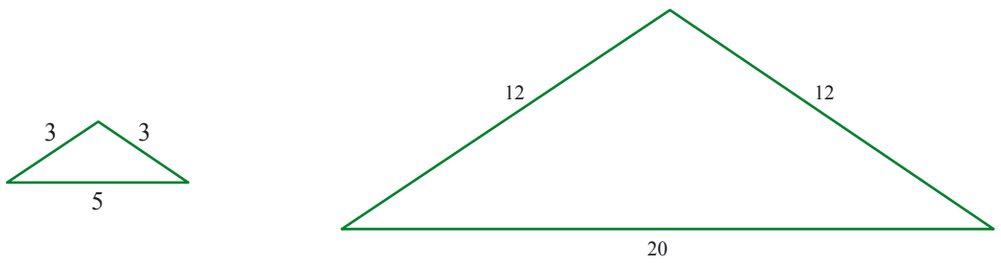


أُعِدّت الرسومات للتّوضيح، قياسات الطول معطاة بالسم.

4. أمامكم مثلّثان متشابهان.

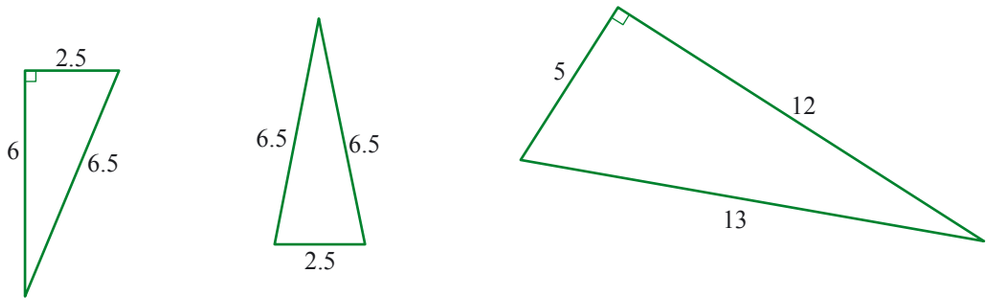
أ. جدوا زوايا متساوية، وأشيروا إلى رؤوس الزوايا المتساوية بنفس الإشارة.

ب. أكملوا نسبة التشابه ___ : ___

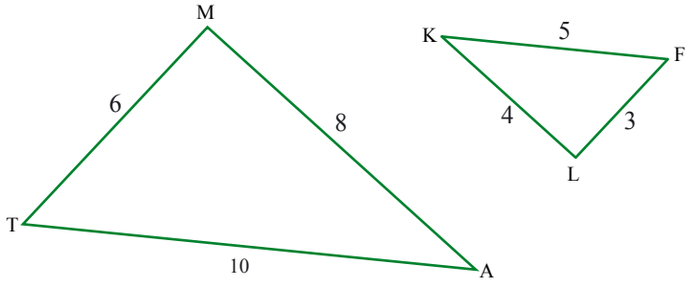


5. أ. قيسوا الزوايا في كلّ مثلّث، وأحيطوا زوجًا من المثلّثات المتشابهة.

ب. أكملوا نسبة التشابه ___ : ___



6. معطى مثلّثان متشابهان: $\Delta TAM \sim \Delta FKL$ (الرؤوس مسجّلة حسب التناظر).



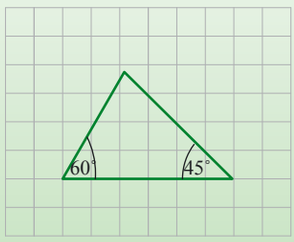
أ. أشيروا إلى الزوايا المتناظرة بنفس الإشارة.

ب. أكملوا النسبة بين أطوال الأضلاع المتناظرة. $\frac{FL}{TM} = \frac{KL}{AM} = \frac{FK}{TA}$

ت. ما هي نسبة التشابه؟

الدرس الرابع: تشابه مثلّثات حسب زوايا متساوية

معطى مثلّث في الرسمة.
ارسموا مثلّثًا، على ورقة مقسّمة إلى تربيعات، بحيث **لا يتطابق** مع المثلّث المعطى، ومقدار زاويتين فيه 60° وَ 45°.



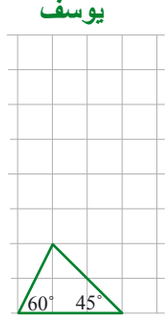
هل يتشابه المثلّث الذي رسمتموه مع المثلّث المعطى؟

نتعلّم عن تشابه المثلّثات حسب المساواة بمقدار زوايا المثلّث.

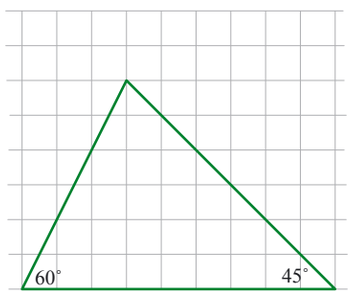
1. في موقع "الرياضيّات المدمجة" "**מתמטיקה משולבת**"، في قسم "موادّ تعليميّة إضافيّة - الهندسة للصفّ الثامن" "**פעילויות באמצעות המחשב**"، ستجدون فعّاليّة بناء "مثلّثات متشابهة" "**משולשים דומים**". نفّذوا الفعّاليّة حسب التّعليمات.

2. نتطرّق إلى المعطيات التي وردت في مهمّة الافتتاحيّة.

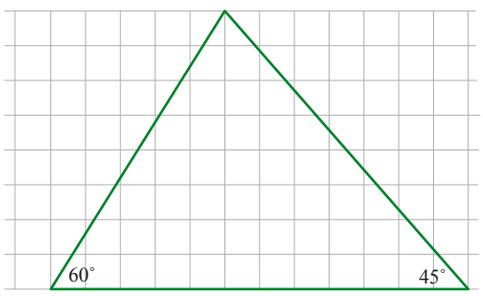
يوسف



دعاء



عماد



أ. هل المثلّثات الثّلاثة متشابهة مع المثلّث المعطى؟

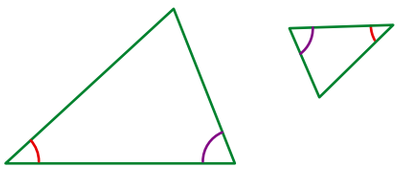
ب. هل يمكن رسم مثلّث زواياه: 75° , 45°, 60° وغير متشابه مع المثلّث المعطى؟

ت. قال **لؤيّ**: جميع المثلّثات الّتي رسمها تلاميذ الصفّ هي مثلّثات متشابهة. هل قول **لؤيّ** صحيح؟

ث. قال **عامر**: لمعرفة ما إذا كانت المثلّثات متشابهة، يكفي أن نعرف أنّ مقدار زوايا أحد المثلّثات تساوي مقدار زوايا مثلّث آخر بالتناظر. هل قول **عامر** صحيح؟

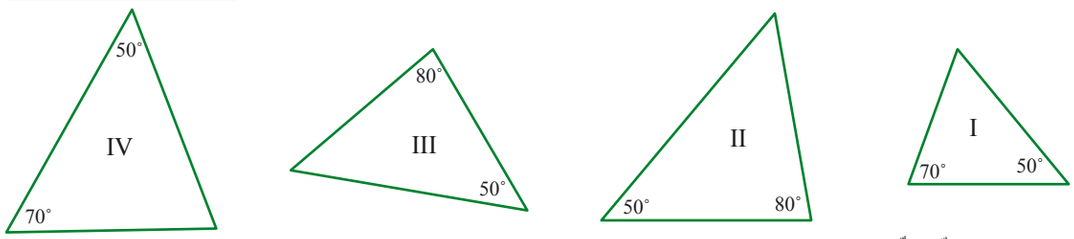
رأينا من خلال التّجربة أنّ المثلّثين اللّذين لهما ثلاثة أزواج من الزوايا المتساوية، هما **مثلّثان متشابهان.**

3. قالت **غزالة**: فحصت مثلّثين ووجدت زوجين من الزّوايا المتساوية (كما يظهر في الرّسمة).
دون أن أفحص، أعرف أن الزّاوية الثّالثة متساوية في المثلّثين.

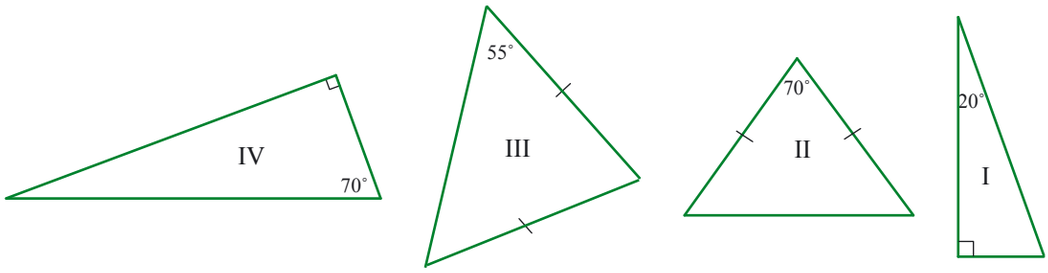


أ. هل قول **غزالة** صحيح؟ اشرحوا.

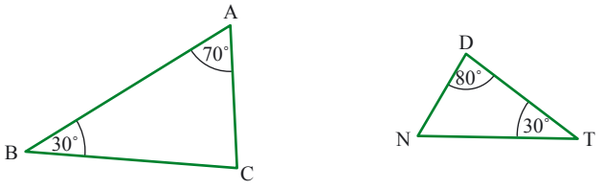
ب. احسبوا، في كلّ مثلّث، مقدار الزّاوية الثّالثة.
جدوا مثلّثات متشابهة.



ت. احسبوا، في كلّ مثلّث، مقدار الزّاويا.
جدوا مثلّثات متشابهة.



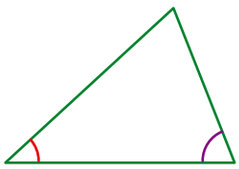
4. أ. هل المثلّثات متشابهة؟ اشرحوا.

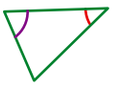


ب. معطى: AB = 20 سم BC = 18 سم AC = 10 سم NT = 10 سم

أكملوا: ND = _____ سم DT = _____ سم

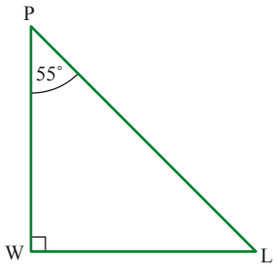
- تُكمل الزاوية الثّالثة في كلّ مثلّث الزّاويتين الأخريين إلى 180°.
لذا إذا كان في مثلّثين زوجان من الزّوايا المتساوية بالتناظر فإنّ الزّوج الثّالث من الزّوايا متساوٍ أيضًا.

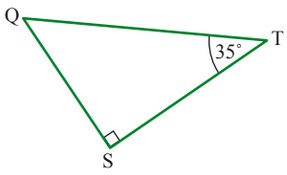


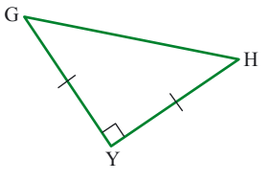


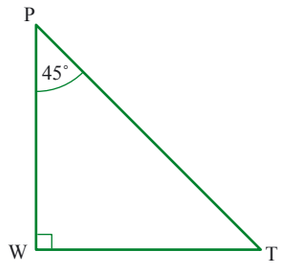
- إذا كان في مثلّثين زوجان من الزوايا المتساوية بالتناظر
فإنّ **المثلّثين متشابهان.**

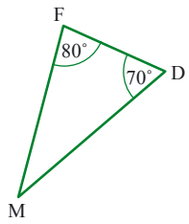
5. لائموا كلّ مثلّث في العمود الأيمن للمثلّث الذي يشبهه في العمود الآخر.
(أُعِدّت الرسومات للتّوضيح، قياسات الطول معطاة بالسم).

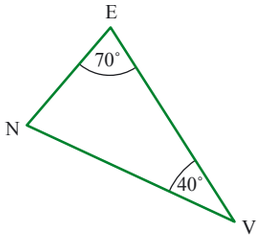


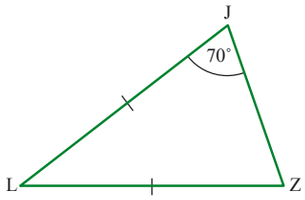


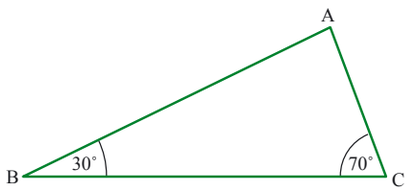








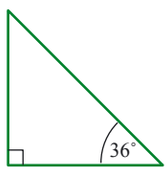




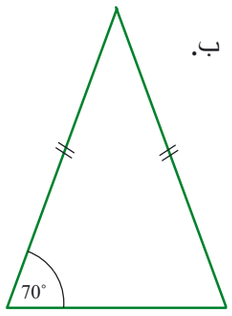
مجموعة مهامّ

1. احسبوا، في كل بند، مقدار الزوايا.

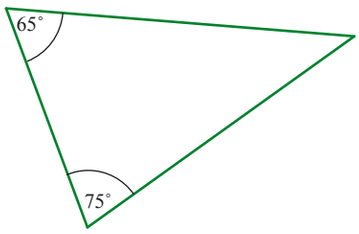
أ.



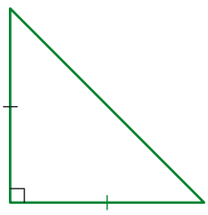
ب.



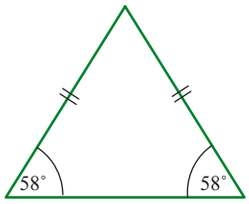
ت.



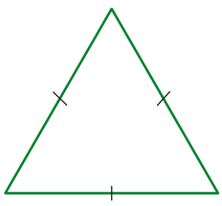
ث.



ج.

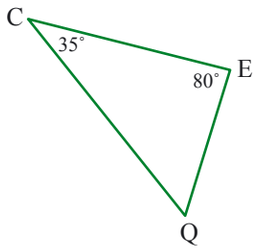


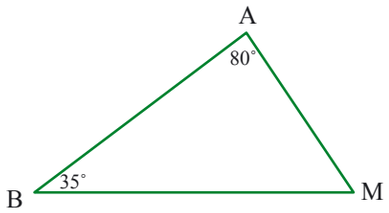
ح.



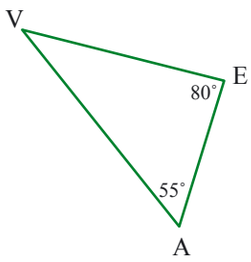
2. افحصوا، في كلّ بند، ما إذا كان المثلّثان متشابهين. إذا كانت الإجابة نعم فسجِّلوا أنّ المثلّثين متشابهان بمساعدة إشارة التّشابه ~ (حافظوا على ترتيب الرؤوس).
إذا كانت الإجابة لا فاشرحوا.

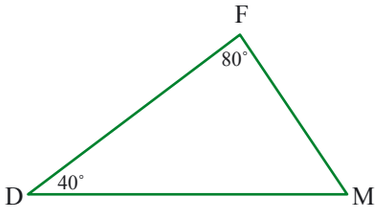
أ.





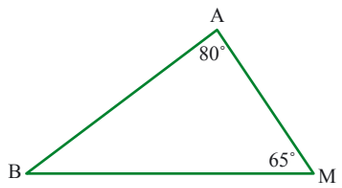
ب.



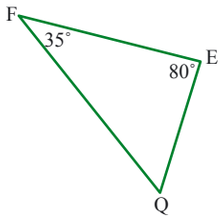


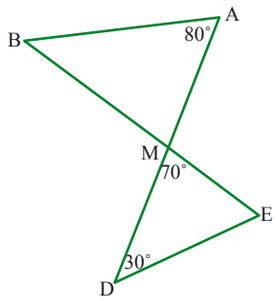
3. افحصوا، في كلّ بند، ما إذا كان المثلّثان متشابهين. إذا كانت الإجابة نعم فسجِّلوا أنّ المثلّثين متشابهان بمساعدة إشارة التشابه (~).

أ.



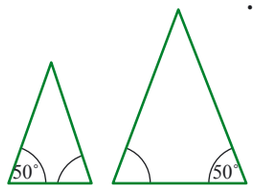
ب.



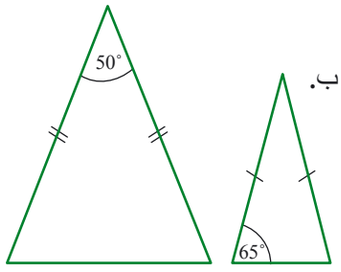


4. معطى، في كلّ بند، زوج من المثلّثات المتساوية الساقين. افحصوا هل المثلّثات متشابهة؟ اشرحوا.

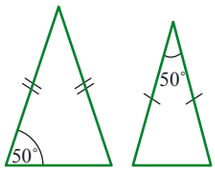
أ.



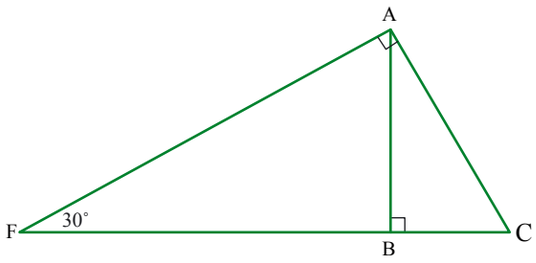
ب.



ت.

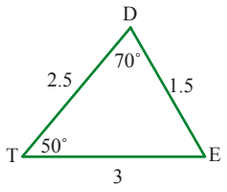


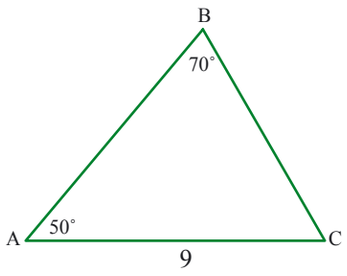
5. احسبوا مقدار الزوايا وجدوا ثلاثة أزواج من المثلّثات المتشابهة. سجِّلوا التشابه بمساعدة إشارة التشابه.



أُعِدّت الرسومات في المهام الآتية للتّوضيح، قياسات الطول معطاة بالسم.

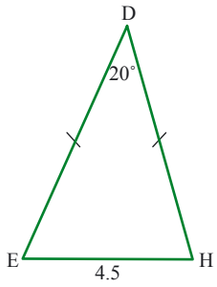
6. أ. هل المثلّثان متشابهان؟ اشرحوا.

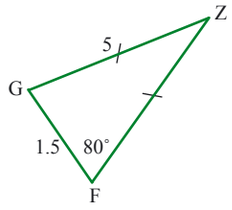




ب. أكملوا: AB= _____ BC= _____

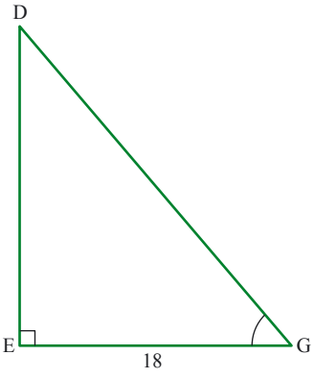
7. أ. هل المثلّثان متشابهان؟ اشرحوا.

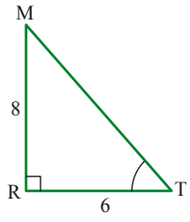




ب. أكملوا: ZF= _____ DH= _____ ED= _____

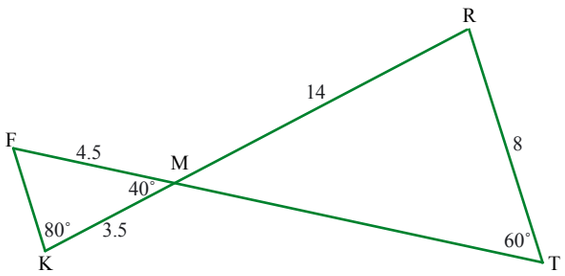
8. أ. هل المثلّثان متشابهان؟ اشرحوا.





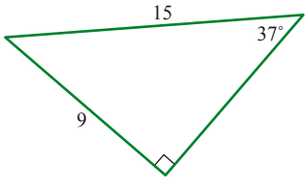
ب. احسبوا طول DE.

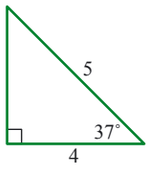
9. أ. هل المثلّثان متشابهان؟ اشرحوا.



ب. أكملوا: MT= _____ FK = _____

10. أمامكم مثلّثان متشابهان.

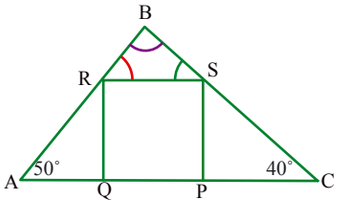




أ. اشرحوا لماذا المثلّثان متشابهان؟

ب. أكملوا قياسات الأضلاع والزوايا الأخرى.

11. يحصر المثلّث ΔABC المربّع PQRS.



أ. احسبوا الزوايا المشار إليها في الرسمة.

ب. جدوا 3 مثلّثات متشابهة.

اكتبوا التشابه بمساعدة إشارة التشابه. :

12. معطى مثلث زواياه 20°, 60°, 100°.

كم مثلثًا يمكن أن نبني بحيث تشبه المثلث المعطى؟