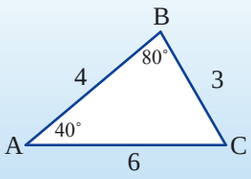
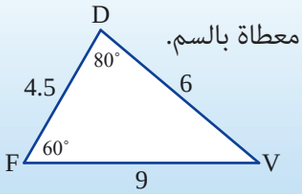
الوحدة الحادية عشرة: تشابه مثلثات

الدرس الأول: تناسب الأضلاع في مثلثات متشابهة

أمامكم مثلثان.

الرسومات معطاة للتوضيح، قياسات الطول معطاة بالسم.





هل المثلثان متشابهان؟

سنتعلم عن النسب بين الأضلاع المتناظرة في المثلثات المتشابهة.

1. نتطرق إلى المعطيات التي وردت في مهمة الافتتاحية.

أ. هل لكل زاوية في المثلث ΔABC توجد زاوية تساويها في المثلث ΔFDV؟

ب. احسبوا النسبة بين طولي الضلعين AC وَ FV، هذا يعني $\frac{AC}{FV}$.

ت. احسبوا أيضًا النسب بين أطوال الأضلاع بين زوجي الأضلاع المتناظرة الأخرى.

ث. ما هي نسبة التشابه بين المثلثين؟

- المثلثات المتشابهة هي حالة خاصة من المضلعات المتشابهة، لذا في المثلثات المتشابهة، جميع الزوايا متساوية بالتناظر وتوجد نفس النسبة بين أطوال الأضلاع المتناظرة.

مثال: في المهمة 1، المثلثان ABC , VDF متشابهان لأن:

زوايا المثلثان متساوية: $\sphericalangle A = \sphericalangle V$, $\sphericalangle B = \sphericalangle D$, $\sphericalangle C = \sphericalangle F$,

والنسبة بين أطوال الأضلاع المتناظرة متساوية: $\frac{AB}{VD} = \frac{BC}{DF} = \frac{AC}{VF}$ ، نسبة التشابه هي $\frac{3}{2}$.

نرمز للتشابه كالتالي : $\Delta ABC \sim \Delta VDF$

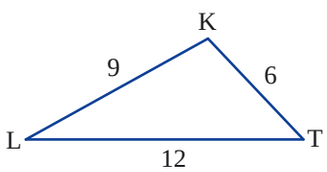
- من الأسهل أن نسجِّل أسماء المثلثات، بحيث تظهر الرؤوس المتناظرة في المثلثين بنفس الترتيب. فيما بعد نسجِّل كل تشابه حسب **تناظر الرؤوس**. .

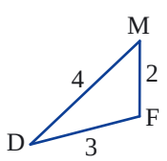
2. معطى المثلثان ΔLKT, ΔDMF.

معطى: $\sphericalangle T = \sphericalangle M$, $\sphericalangle K = \sphericalangle F$.

أ. اشرحوا لماذا $\sphericalangle L = \sphericalangle D$؟

ب. هل المثلثان متشابهان؟





قال **أيوب**: المثلثان غير متشابهين، لأن النسبة بين أطوال الأضلاع غير متساوية: $\frac{6}{2} \neq \frac{12}{3} \neq \frac{9}{4}$

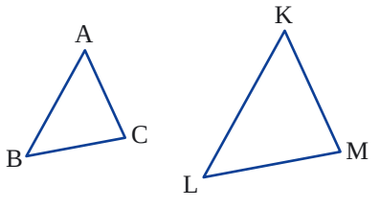
قال **نديم**: المثلثان متشابهان، لأن النسبة بين أطوال الأضلاع المتناظر متساوية: $\frac{12}{4} = \frac{9}{3} = \frac{6}{2}$

أيهما قوله صحيح؟ اشرحوا.

ت. سجِّلوا تشابه المثلثات بمساعدة رمز التشابه (~).

لتسهيل كتابة النسب بين أطوال الأضلاع في المثلثات المتشابهة، يمكن الاستعانة بأقواس.

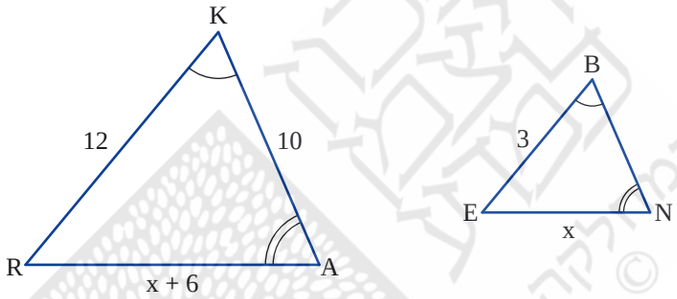
مثال: المثلثان اللذان يظهران في الرسمة متشابهان.



نستعين بالأقواس كالتالي: $\Delta ABC \sim \Delta KLM$

نسجِّل النسب: $\frac{AB}{KL} = \frac{BC}{LM} = \frac{AC}{KM}$

3. معطى: $\Delta KRA \sim \Delta BEN$ $(0 < x < 16)$.



أ. ما هي نسبة التشابه؟

ب. اكتبوا تناسب (مساواة بين النسب) لأطوال أضلاع المثلثات المتشابهة.

ت. لإيجاد طولَي الضلعين EN وَ RA سجَّل التلاميذ المعادلتين الآتيتين:

$x + 6 = 4x$ $\qquad$ $\frac{x+6}{x} = \frac{12}{3}$

هل المعادلتان مناسبتان؟ اشرحوا.

ث. احسبوا أطوال جميع الأضلاع في المثلثين.

4. أ. قال **جواد**: أنا أستطيع أن أرسم مثلثًا إضافيًّا يشبه المثلث ΔKRA (من المهمة 3)، فيه أحد الأضلاع طولها 4 سم.

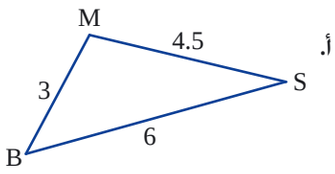
اقترحوا أطوال أضلاع مناسبة لمثلث جواد.

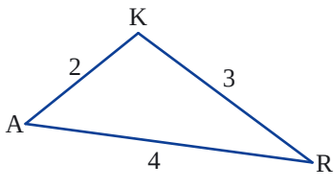
هل الإجابة التي وجدتموها هي الإجابة الصحيح؟ اشرحوا.

ب. هل المثلث الذي اقترحتموه يشبه المثلث BEN أيضًا؟ ما هي نسبة التشابه بين أطوال الأضلاع المتناظرة؟

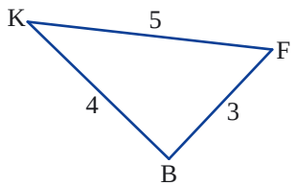
5. في كل بند، المثلثان متشابهان.
سجِّلوا تشابه المثلثات بمساعدة رمز التشابه (شددوا على التناظر بين الرؤوس).
جدوا نسبة التشابه بين المثلثين.

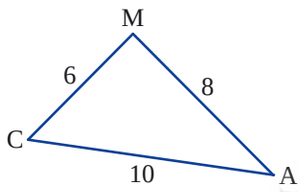
أ.



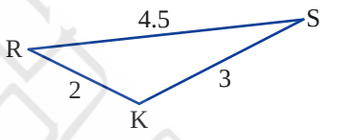


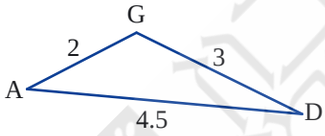
ب.





ت.

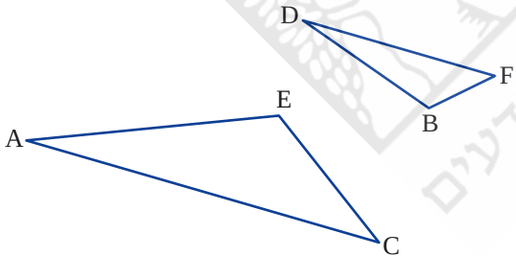




6. معطى مثلثان متشابهان.
$\sphericalangle E = \sphericalangle B, \quad \sphericalangle A = \sphericalangle D$
$AE = 6$ سم, $BF = 2$ سم

أ. سجِّلوا التشابه بين المثلثين بمساعدة رمز التشابه (~).

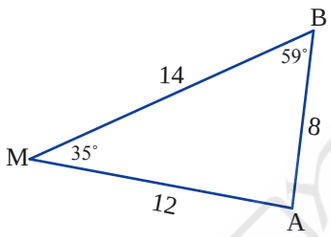
ب. قالت **رنا**: نسبة التشابه هي3.
قالت **رانية**: لا يمكن أن نحسب نسبة التشابه.
أيهما قولها صحيح؟ اشرحوا.

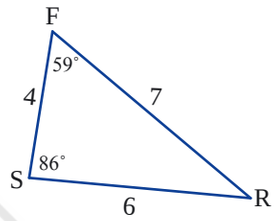


مجموعة مهامّ

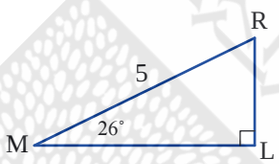
1. حدِّدوا في كل بند ما إذا المثلثان متشابهان.
إذا كانت الإجابة نعم، فسجِّلوا تشابه المثلثات بمساعدة إشارة التشابه وجدوا نسبة التشابه. إذا كلا، فاشرحوا.

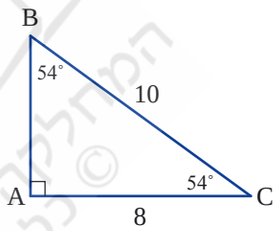
أ.



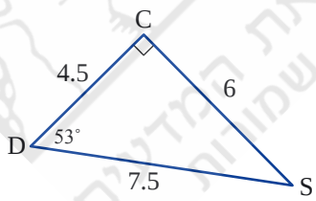


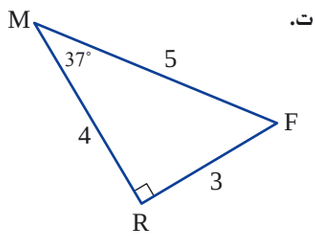
ب.





ت.

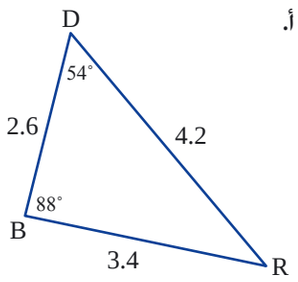


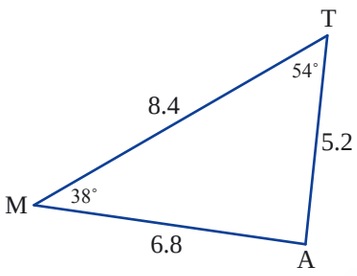


2. حدِّدوا في كل بند ما إذا المثلثان متشابهان.

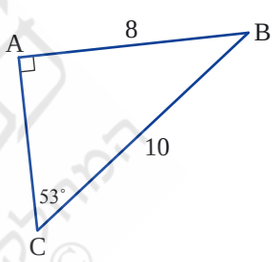
إذا كانت الإجابة نعم، فسجِّلوا تشابه المثلثات بمساعدة إشارة التشابه وجدوا نسبة التشابه. إذا كلا، فاشرحوا.

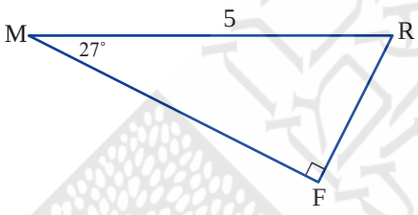
أ.



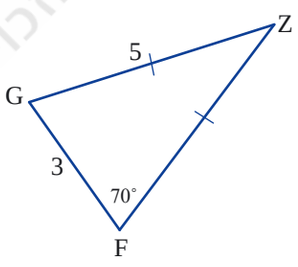


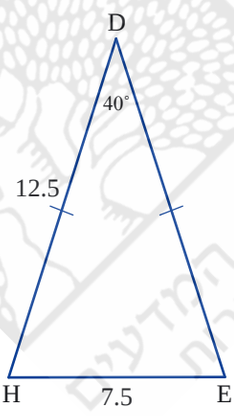
ب.



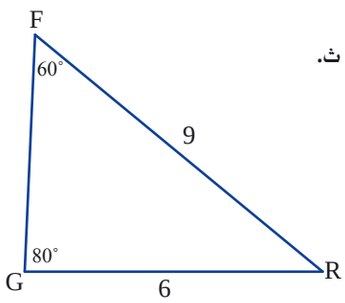


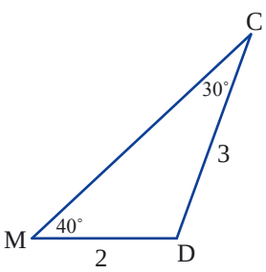
ت.





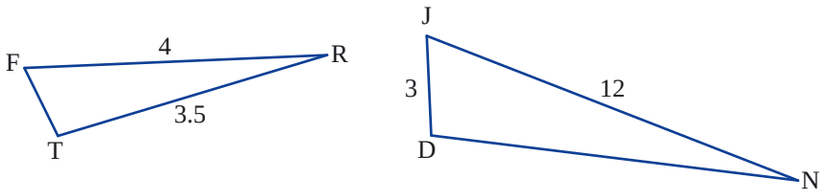
ث.



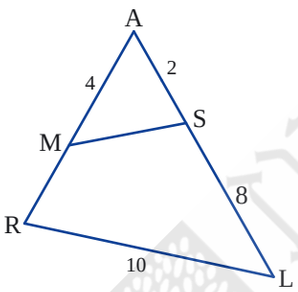


3. في كل بند المثلثان متشابهان.
سجِّلوا الزوايا المتساوية، جدوا نسبة التشابه بين المثلثين واحسبوا أطوال الأضلاع.

أ. $\Delta TFR \sim \Delta DJN$

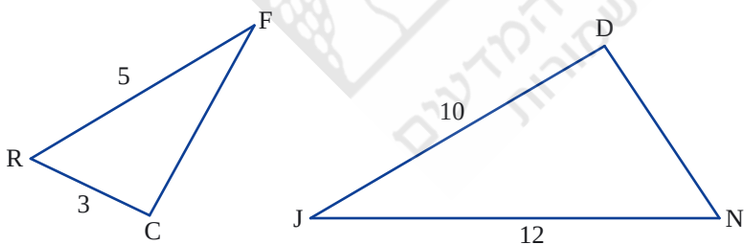


ب. $\Delta AMS \sim \Delta ALR$

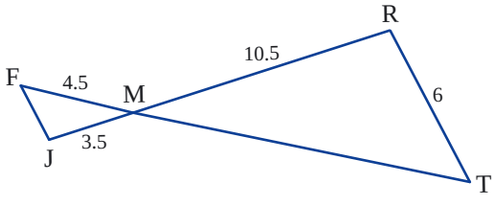


4. في كل بند المثلثان متشابهان.
احسبوا نسبة التشابه بين المثلثين وأطوال الأضلاع.

أ. $\Delta RFC \sim \Delta DJN$

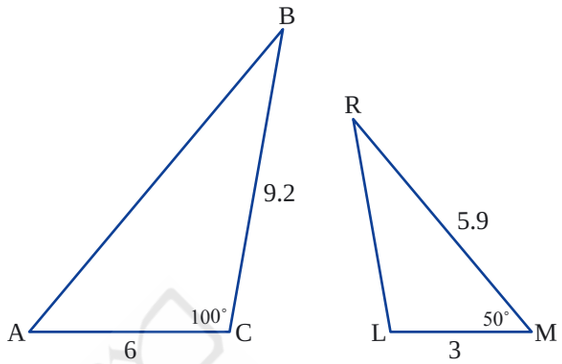


ب. $\Delta FJM \sim \Delta TRM$

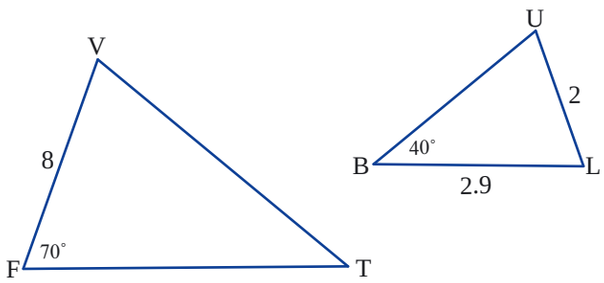


5. في كل بند المثلثان متشابهان.
احسبوا نسبة التشابه بين المثلثين وأطوال الأضلاع.

أ. معطى: $\Delta ABC \sim \Delta MRL$

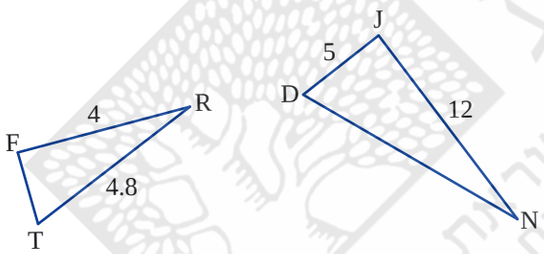


ب. معطى: $\Delta TFV \sim \Delta BUL$

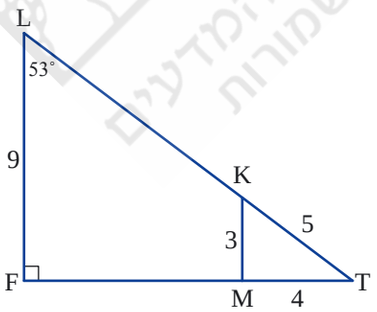


6. في كل بند المثلثان متشابهان.
احسبوا نسبة التشابه بين المثلثين وأطوال الأضلاع.

أ. معطى: $\Delta TFR \sim \Delta DJN$



ب. معطى: $\Delta LFT \sim \Delta KMT$

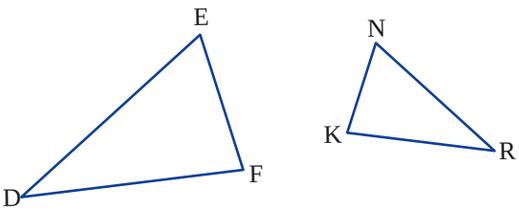


7. معطى: $\Delta RNK \sim \Delta DEF$

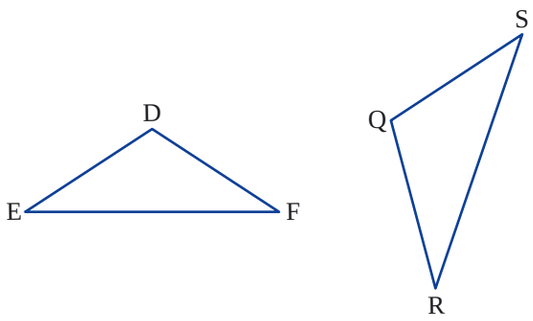
أ. سجِّلوا أزواج الزوايا المتساوية.

ب. 12 سم = DE, 4 سم = RN. ما هي نسبة التشابه؟

ت. معطى أيضًا: 9 سم = DF, 6 سم = EF.
احسبوا الأضلاع الأخرى في المثلث ΔRNK.



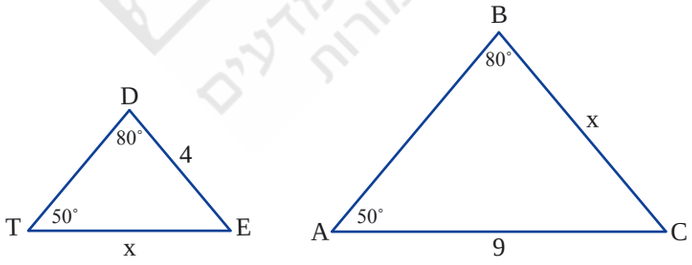
8. معطى: $\Delta DEF \sim \Delta QRS$.
في المثلث ΔQRS أطوال الأضلاع هي:
8 سم، 8 سم، x سم $(x > 0)$.
في المثلث ΔDEF أطوال الأضلاع هي:
10 سم، a سم، 15 سم $(a > 0)$.
جدوا أطوال الأضلاع. اشرحوا.



9. معطى مثلثان متشابهان.
أطوال الأضلاع في أحد المثلثين هي: 3 سم، 4 سم، x سم، $(1 < x < 7)$.
أطوال الأضلاع الملائمة في المثلث الثاني بالتناظر هي: $x + 1$ سم، 8 سم، y سم $(1 < y < 15)$.
احسبوا أطوال الأضلاع.

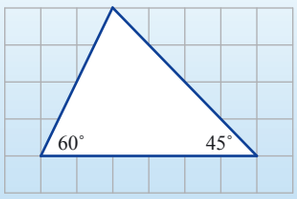
10. معطى مثلثان متشابهان.
محيط أحد المثلثين 23 سم، ومحيط المثلث الثاني 11.5 سم.
ما هي نسبة التشابه بين المثلثين؟

11. معطى $\Delta BAC \sim \Delta DTE$ $(x > 0)$.
جدوا أطوال الأضلاع المشار إليها بالحرف x.



الدرس الثاني: أقل شروط لتشابه المثلثات

أمامكم مثلث فيه زاوية مقدارها °60 والأخرى °45.
ارسموا على ورقة، مقسمة إلى تربيعات، مثلثًا لا يتطابق مع المثلث المعطى، ومقدار زاويتين فيه °60 وَ °45.



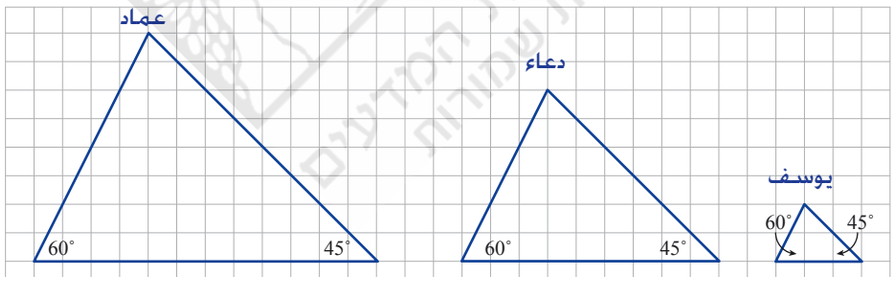
هل المثلثان متشابهان؟

سنتعلم عن شروط كافية للحصول على مثلثات متشابهة.

1. في موقع "الرياضيات المدمجة" "מתמטיקה משולבת"، في قسم "مواد تعلُّم إضافية - الهندسة للصف الثامن "חומרי למידה נוספים - גאומטרייה לכיתה ח"، ستجدون فعالية بناء "مثلثات متشابهة" "משולשים דומים".
نفِّذوا الفعالية حسب التعليمات.

فعّاليّة بديلة
في الحاسوب

2. رَسَم التلاميذ مثلثات حسب المعطيات التي وردت في مهمة الافتتاحية.



أ. هل المثلثات الثلاثة متشابهة مع المثلث المعطى؟

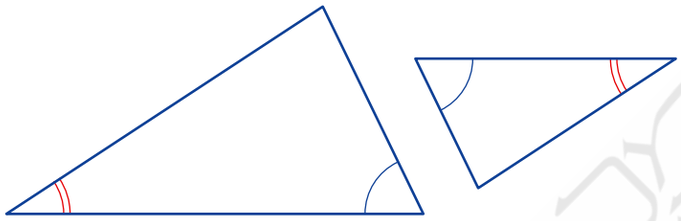
ب. هل يمكن رسم مثلث زواياه: °75 , °45, °60 وغير متشابهة مع المثلث المعطى؟

ت. قال **لؤي**: جميع المثلثات التي رسمها تلاميذ الصف هي مثلثات متشابهة.
هل قول **لؤي** صحيح؟

ث. قال **عامر**: لمعرفة ما إذا المثلثات متشابهة، يكفي أن نعرف أن مقدار زوايا أحد المثلثات تساوي مقدار زوايا مثلث آخر.
هل قول **عامر** صحيح؟

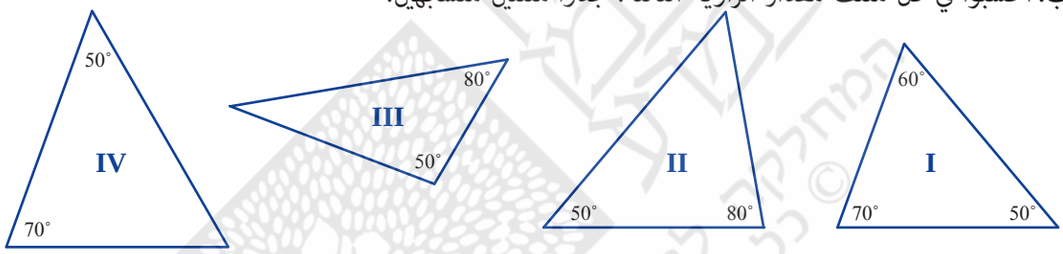
رأينا من خلال التجربة أن المثلثين اللذان لهما ثلاثة أزواج من المثلثات المتساوية، فهما **مثلثان متشابهان**.
فيما بعد، نبرهن ذلك خلال تعلُّم الهندسة.

3. قالت **غزالة**: فحصت مثلثين ووجدت زوجين من الزوايا المتساوية (كما يظهر في الرسمة).
دون أن أفحص، أعرف أن الزاوية الثالثة متساوية في المثلثين.



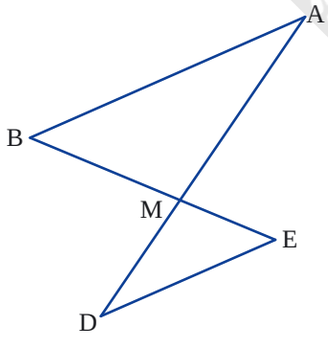
أ. هل قول **غزالة** صحيح؟ اشرحوا.

ب. احسبوا في كل مثلث مقدار الزاوية الثالثة. جدوا مثلثين متشابهين.



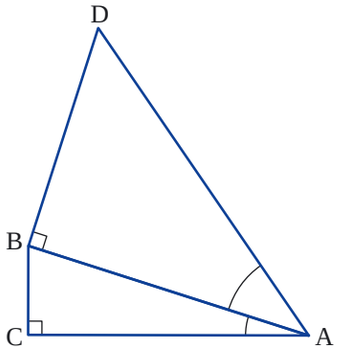
4. افحصوا في كل مثلث ما إذا المثلثان متشابهان. إذا كانت الإجابة نعم، سجِّلوا أن المثلثين متشابهين بمساعدة إشارة التشابه.

أ.

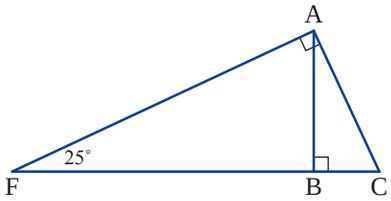


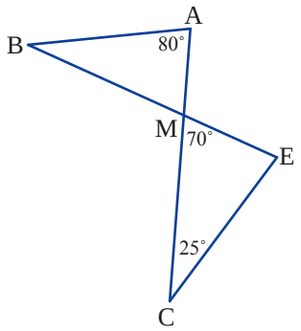
ت. ABIIDE

ب.



ث. انتبهوا، يوجد في الرسمة ثلاثة مثلثات.



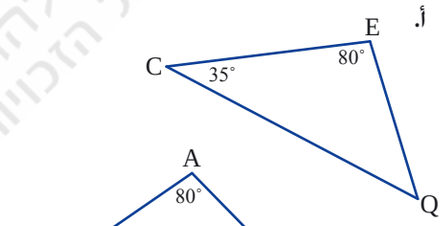


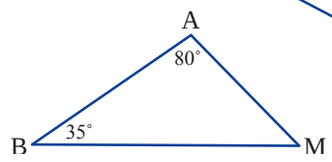
إذا كان في مثلثين زوجين من الزوايا المتساوية، فإن الزوج الثالث من الزوايا متساوي أيضًا، لأن الزاوية الثالثة في كل مثلث تُكمل الزاويتين الأُخرتين إلى 180°
لذا إذا كان في مثلثين زوجين من الزوايا المتساوية، فإن **المثلثين متشابهين**.

مجموعة مهامّ

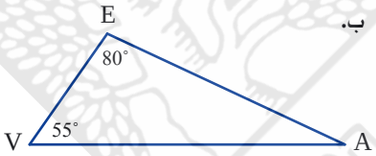
1. احسبوا في كل بند مقدار الزاوية الثالثة في كل مثلث.
افحصوا ما إذا المثلثات متشابهة. إذا كانت الإجابة نعم، فسجِّلوا التشابه بمساعدة إشارة التشابه (~).

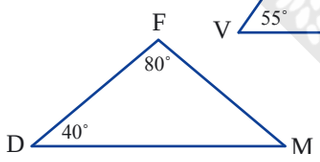
أ.





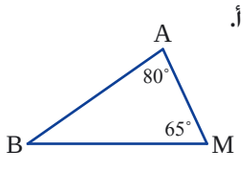
ب.

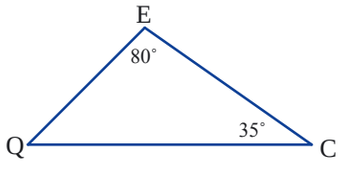




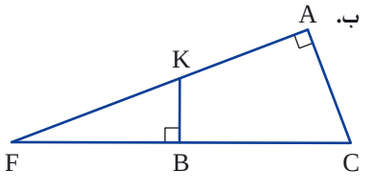
2. افحصوا في كل بند ما إذا المثلثان متشابهان. إذا كانت الإجابة نعم، فسجِّلوا التشابه بمساعدة إشارة التشابه (~).

أ.



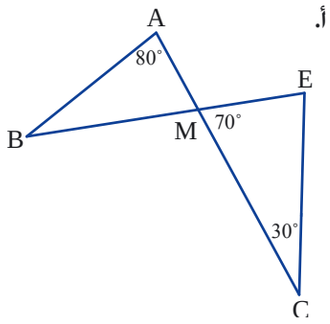


ب.

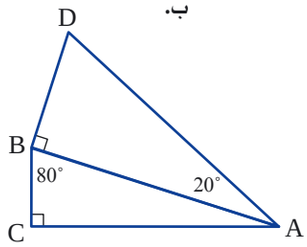


3. افحصوا في كل بند ما إذا المثلثان متشابهان. إذا كانت الإجابة نعم، فسجِّلوا التشابه بمساعدة إشارة التشابه (~).

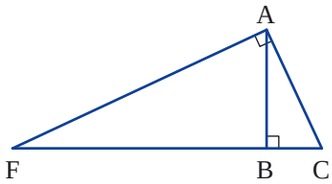
أ.



ب.

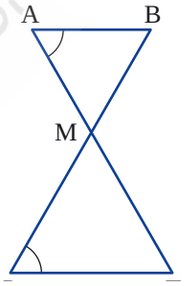


ت.

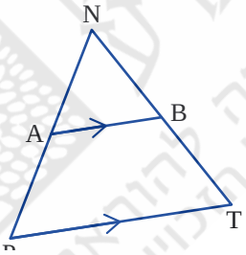


4. افحصوا في كل بند ما إذا المثلثان متشابهان. إذا كانت الإجابة نعم، فسجِّلوا التشابه بمساعدة إشارة التشابه (~).

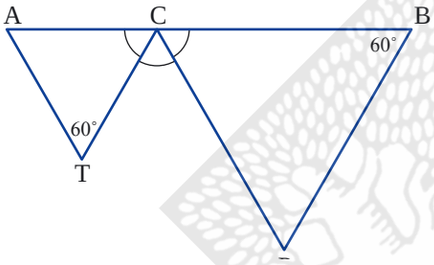
أ.



ب.



ت.



5. أ. أمامكم مثلثان. هل هما متشابهان؟ اشرحوا.

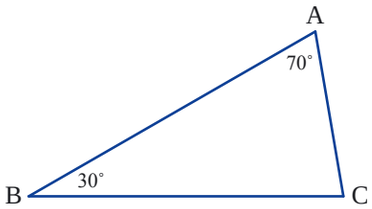
ب. معطى أن:

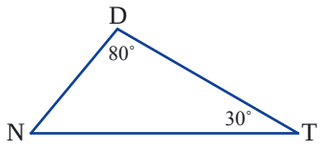
AB = 10 سم

BC = 9.5 سم

AC = 5 سم

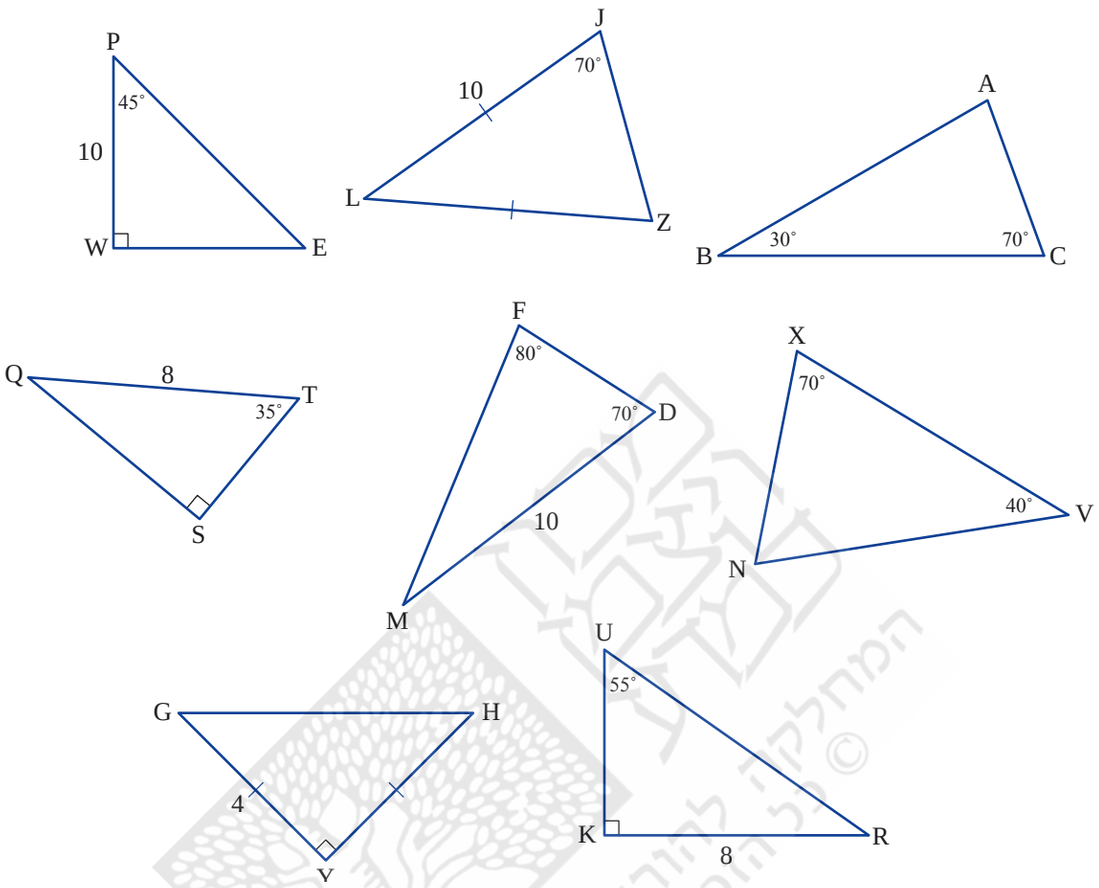
NT = 4 سم





احسبوا أطوال الأضلاع الأخرى في المثلث ΔDNT.

6. جدوا أزواجًا من المثلثات المتشابهة. إذا كانت الإجابة ممكنة، فاحسبوا نسبة التشابه.

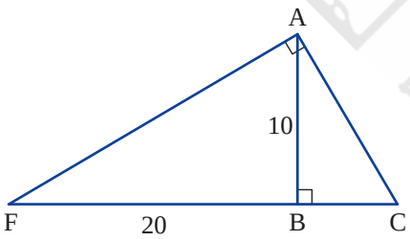


7. معطى مثلث قائم الزاوية ΔABC، الارتفاع على الوتر AB يُنْتِج مثلثين.

أ. هل المثلثان متشابهان؟ اشرحوا.

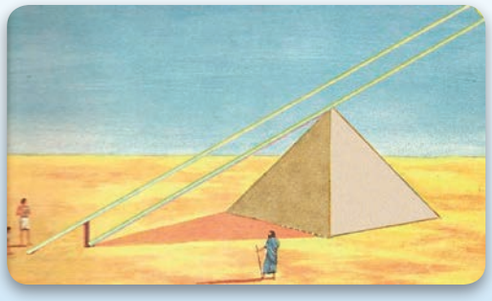
ب. احسبوا طول BC.

ت. احسبوا مساحة المثلث ΔAFC.



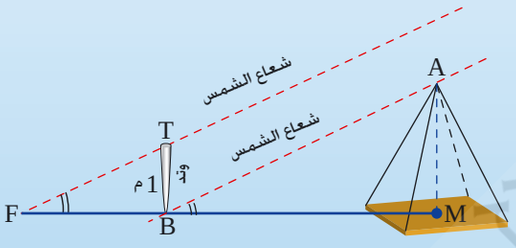
الدرس الثالث: طول الظل ومثلثات متشابهة

يُعتبر طالس مميلطوس (Thales of Miletus, 624-548 قبل الميلاد) الفيلسوف اليوناني الأول والعالِم الأول.



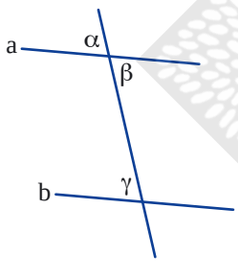
حسب طالس ارتفاع الهرم الكبير الموجود في الجيزة في مصر.
حاول فلاسفة وعلماء كثيرون أن يجدوا قياسات الهرم. بعد مرور حوالي 2000 سنة على البناء، وجد طالس ارتفاع الهرم بواسطة قياس أطوال الظل.
استعمل ظل هرم وظل تد مغروز في الأرض. اعتمد طالس على أنه في ساعة معينة تُنْتِج أشعة الشمس نفس الزاوية مع سطح الأرض، وحسب ارتفاع الهرم بواسطة النسب بين أطوال الأضلاع والمثلثات المتشابهة.

جدوا في الرسمة مثلثات متشابهة.



نتعلم عن كيفية استعمال طول الظل لحساب ارتفاع أجسام.

للتذكير



إذا كان معطى مستقيمان متوازيان ومستقيم قاطع، عندئذٍ يكون مقدار الزوايا المتناظرة متساوية، والزوايا المتبادلة متساوية بالكبر.

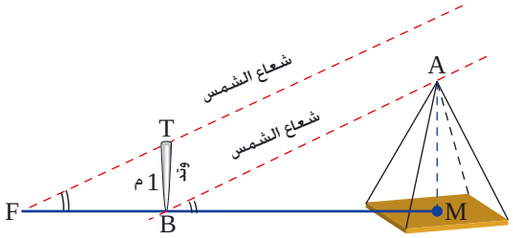
مثال: معطى في الرسمة: $a \parallel b$
$\alpha = \gamma$ زوايا متناظرة
$b = \gamma$ زوايا متبادلة

1. تعرض الرسمة الطريقة التي استعان بها طالس لحساب ارتفاع الهرم.

أ. لماذا $\sphericalangle TFB = \sphericalangle ABM$؟

ب. هل المثلثان ΔTFB وَ ΔABM متشابهان؟ اشرحوا.

ت. نفرض أن:
ارتفاع الوتد $BT = 1$ م
طول ظل الوتد $BF = 2.5$ م
طول ظل الهرم $BM = 251$ م
احسبوا ارتفاع الهرم.

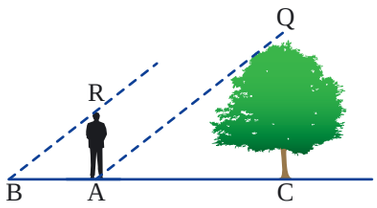


2. لقياس ارتفاع الشجرة، وقف **رائد** على طرف ظل الشجرة (انظروا الرسمة).
وقاسى الأطوال الآتية:

ارتفاع رائد $AR = 1.5$ م

طول ظل رائد $AB = 2$ م

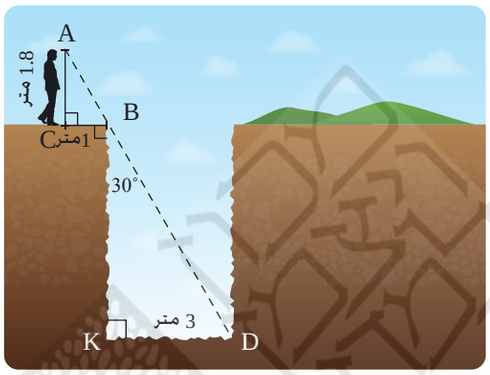
طول ظل الشجرة $AC = 6$ م



أ. هل $\Delta RBA \sim \Delta QAC$؟ اشرحوا.

أ. ما هو ارتفاع الشجرة؟

3. في الرسمة التي أمامكم، ينظر **سعيد** إلى أسفل البئر.



أ. احسبوا زوايا المثلثين $\Delta ACB, \Delta BKD$.

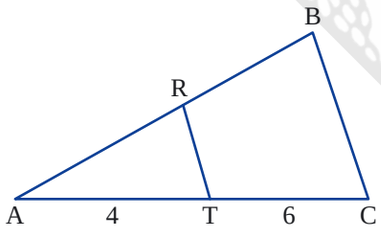
ب. اشرحوا لماذا المثلثان متشابهان؟

ت. احسبوا عُمق البئر (طول BK).

4. معطى في الرسمة $BC \parallel RT$.
(أُعطيت الرسومات للتوضيح، القياسات معطاة بالسم).

أ. جدوا في الرسمة زوج من المثلثات المتشابهة؟ اشرحوا.

ب. طول الضلع BC أكبر بـ 3 سم من طول الضلع RT.
جدوا طول الضلع RT.

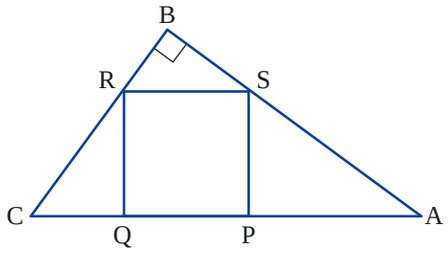


5. يحصر المثلث ΔABC المربع PQRS.

أ. سجِّلوا أسماء جميع المثلثات القائمة الزاوية.

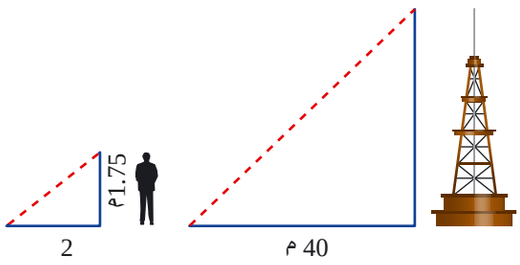
ب. أي منها تتشابه مع المثلث ΔABC؟

ت. معطى أن طول ضلع المربع 10 سم، $CQ = 5$ سم .
احسبوا طول AC.

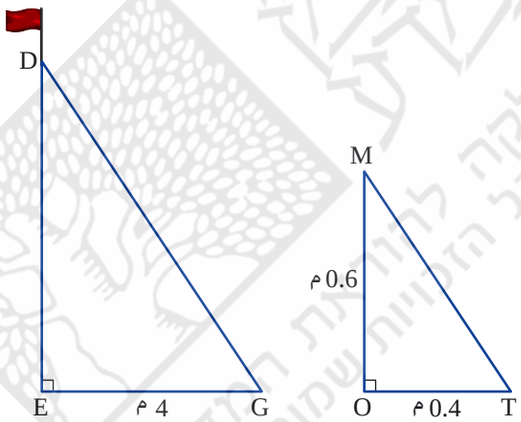


مجموعة مهامّ

1. لقياس ارتفاع برج لحفر الآبار.
قاس **أسد** طول ظل برج الحفر، ارتفاع **يوسف** وطول ظله.
اشرحوا لماذا المثلثان متشابهان؟
واحسبوا ارتفاع برج الحفر.



2. لقياس سارية العَلم. قاسى **داوود** طول ظل سارية العَلم:4 أمتار.
كما أنه قاسى ارتفاع قضيب مغروز في الأرض أيضًا: 0.6 م، وطول ظل القضيب: 0.4 م.
احسبوا ارتفاع السارية.

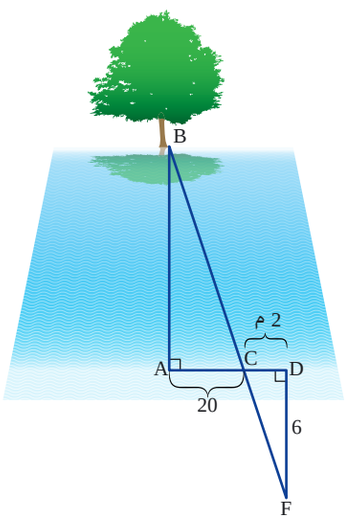


3. لقياس عرض نهر، غرزوا أوتادًا بالطريقة الآتية:
- وتد في النقطة A التي تقع مقابل الشجرة (النقطة B) على الضفة المقابلة.
- وتد إضافي في النقطة C التي تقع على بُعد20 م عن النقطة A.
- وتدان إضافيان في النقطتين D, F.

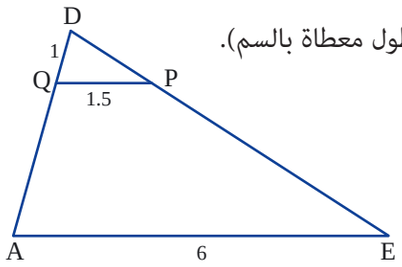
تقع النقطة F على امتداد الشعاع بين الشجرة والوتد C.

أ. هل المثلثان $(\Delta DFC, \Delta ABC)$ متشابهان؟ اشرحوا.

ب. استعينوا بقياسات الرسمة واحسبوا عرض النهر (AB)
(قياسات الطول بالأمتار.)



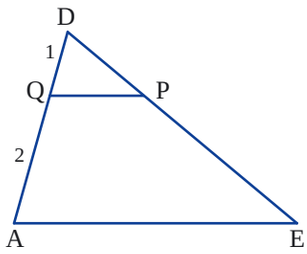
4. معطى في الرسمة $AE \parallel QP$ (الرسومات معطاة للتوضيح، قياسات الطول معطاة بالسم).



أ. جدوا في الرسمة زوجًا من المثلثات المتشابهة. اشرحوا.

ب. جدوا طول القطعة AQ.

5. معطى في الرسمة $AE \parallel QP$ (قياسات الطول معطاة بالسم).

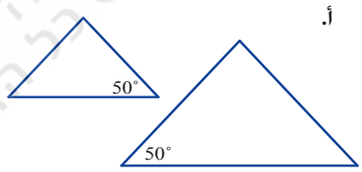


أ. جدوا في الرسمة زوجًا من المثلثات المتشابهة. اشرحوا.

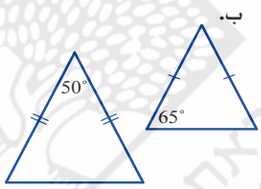
ب. الضلع AE أكبر بـ 4 سم من الضلع QP.
جدوا طول القطعة QP.

6. جدوا في كل بند زوجًا من المثلثات المتساوية الساقين. افحصوا ما إذا المثلثات متشابهة. اشرحوا.

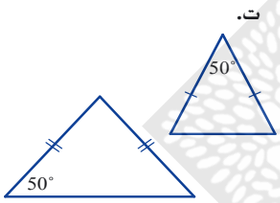
أ.



ب.



ت.



7. أمامكم ادعاءات. حدِّدوا في كل بند ما إذا الإدعاء صحيح. إذا كانت الإجابة نعم، فعللوا. إذا كانت الإجابة كلا، فأعطوا مثالًا مضادًا.

أ. المثلثات المتساوية الساقين والمتساوية في زوايا الرأس هي مثلثات متشابهة.

ب. المثلثات المتساوية الساقين والمتساوية في زاوية واحدة هي مثلثات متشابهة.

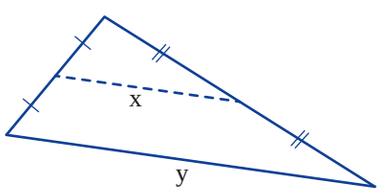
ت. المثلثات القائمة الزاوية والمتساوية الساقين هي مثلثات متشابهة.

ث. المثلثات المتساوية الأضلاع هي مثلثات متشابهة.

ج. جميع المستطيلات متشابهة.

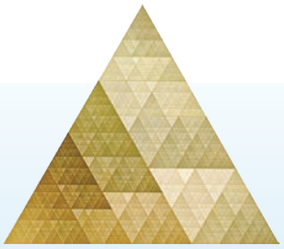
ح. جميع المسدسات المنتظمة متشابهة.

8. معطى مثلث.

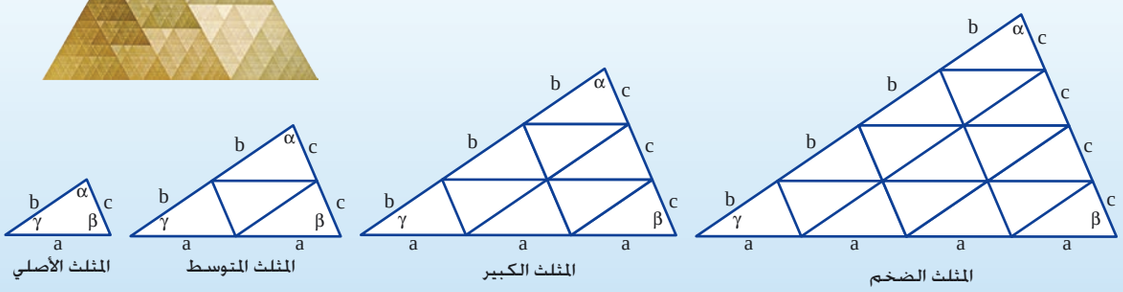


جدوا النسبة بين x إلى y بمساعدة المعطيات في الرسمة.
واشرحوا ($x > 0, y > 0$).

الدرس الرابع: مساحات مضلعات متشابهة



معطاة متوالية مثلثات.



ما هي النسبة بين أطوال الأضلاع المتناظرة في المثلثات في المتوالية؟
ما هي النسبة بين مساحات المثلثات في المتوالية؟
نتعلَّم عن نسبة مساحات المضلعات المتشابهة.

1. تطرقوات إلى المعطيات التي وردت في مهمة الافتتاحية.

أ. هل المثلثات متشابهة. اشرحوا.

ب. انسخوا الجدول وأكملوه:

مثلثات	النسبة بين أطوال أضلاع المثلثات	النسبة بين مساحات المثلثات
أصلي / متوسط		
أصلي / كبير		
أصلي / ضخم		
متوسط / كبير		
متوسط / ضخم		

ت. ما هي العلاقة بين نسبة مساحات المثلثات المتشابهة وبين نسبة تشابهها؟

2. قالت **إيمان:** إذا أردت أن أبني مثلثًا "كبيرًا" من المثلثات الصغيرة، يجب أن آخذ عدد من المثلثات الذي هو تربيع عدد معين، مثلًا: 25 مثلثًا أو 36 مثلثًا.

قالت **سائدة:** أستطيع أن أبني مثلثًا "كبيرًا" من كل عدد مثلثات أريده.

أيهما قولها صحيح؟ اشرحوا.

3. في موقع "الرياضيات المدمجة" "מתמטיקה משולבת"، في قسم "مواد تعلُّم إضافية - الهندسة للصف الثامن "חומרי למידה נוספים - גאומטרייה לכיתה ח"، ستجدون فعالية "مساحات مضلعات متشابهة" "שטחים של מצולעים דומים".

نفِّذوا الفعالية حسب التعليمات.

4. خذوا ورقة مستطيلة الشكل واطووها إلى قسمين، اطووا مرة أخرى (انظروا الصورة).

افتحوا الورقة المطوية.

أ. كم ضعفًا أطوال أضلاع المستطيل الأصلي أكبر من أطوال أضلاع المستطيل المطوي؟

ب. كم ضعفًا مساحة المستطيل الأصلي أكبر من مساحة المستطيل المطوي؟

ت. خذوا ورقة مستطيلة الشكل أخرى، اطووا الورقة بحيث تكون أطوال أضلاع المستطيل المطوي رُبع طول أضلاع الورقة.

افتحوا الورقة المطوية، كم مستطيلًا نَتَج؟

كم ضعفًا مساحة الورقة أكبر من مساحة المستطيل الذي نَتَج بواسطة الطي؟

مساحات **المضلعات المتشابهة** تتناسب حوالي **رُبع نسبة التشابه**، وهذا يعني حوالي رُبع النسبة بين أطوال الأضلاع المتناظرة.

مثال: في المهمة 1 نسبة التشابه بين المثلث الأصلي والمثلث الكبير هي 1:3.
نسبة المساحة بين المثلث الأصلي والمثلث الكبير هي 1:9.

5. أ. كُبِّرت أضلاع مثلث 5 أضعاف ونَتَج مثلث شبيه. كم ضعفًا كبرت المساحة؟

ب. كُبِّرت أضلاع مستطيل 9 أضعاف ونَتَج مستطيل شبيه. كم ضعفًا كبرت المساحة؟

ت. كُبِّرت أضلاع مربع 8 أضعاف ونَتَج مستطيل شبيه. كم ضعفًا صغرت المساحة؟

مجموعة مهامّ

1. نبني مربعات من مربع معطى.

أ. كم مربعًا نحتاج لبناء المربع الكبير؟

ب. كم ضعفًا طول ضلع المربع الكبير أطوال من طول ضلع المربع الأصلي؟

ت. كم ضعفًا مساحة المربع الكبير أكبر من مساحة المربع الأصلي؟

ث. كبِّروا المربع أكثر. كم مربعًا استعملتم؟ ارسموا المربع الذي حصلتم عليه.

كم ضعفًا أطوال أضلاع المربع الذي رسمتموه أكبر من أطوال أضلاع المربع الأصلي؟

كم ضعفًا مساحة المربع الذي رسمتموه أكبر من مساحة المربع الأصلي؟

2. ابنوا مربعًا كبيرًا من 100 مربع متطابق.

أ. كم ضعفًا طول ضلع المربع الكبير أكبر من طول ضلع المربع الصغير؟

ب. كم ضعفًا مساحة المربع الكبير أكبر من مساحة المربع الصغير؟

3. ابنوا شبه منحرف كبير من أربعة أشباه منحرفة صغيرة.

أ. كم ضعفًا طول ضلع الشبه المنحرف الكبير أكبر من طول الضلع الذي يناظره في شبه المنحرف الصغير؟

ب. كم ضعفًا مساحة شبه المنحرف الكبير أكبر من مساحة شبه المنحرف الصغير؟

4. أ. ارسموا متوازي أضلاع على ورقة مقسمة إلى تربيعات.

ارسموا متوازي أضلاع يشبه متوازي الأضلاع الذي رسمتموه، بحيث يكون مبني من 9 متوازيات أضلاع متطابقة لمتوازي الأضلاع الذي رسمتموه.

ب. كم ضعفًا أطوال أضلاع متوازي الأضلاع الكبير أكبر من أطوال الأضلاع التي تناظرها في متوازي الأضلاع الأصلي؟

ت. كم ضعفًا مساحة متوازي الأضلاع الكبير أكبر من مساحة متوازي الأضلاع الأصلي؟

5. قال المعلم: هذا الشكل يبني ذاته.

(هذا يعني عدة نُسخ من الشكل الصغير تُنْتِج شكل كبير شبيه لهذا الشكل).

أ. قصوا 4 أشكال كهذه وحاولوا أن تبنوا شكلًا شبيهًا.

ب. بيِّنوا بواسطة الرسم على ورقة مقسمة إلى تربيعات كيف يبني الشكل ذاته؟

6. أ. كُبِّرت أضلاع مثلث 6 أضعاف ونَتَج مثلث شبيه، كم ضعفًا كَبُرت المساحة؟

ب. كُبِّرت أضلاع مثلث 11 أضعاف ونَتَج مثلث شبيه، كم ضعفًا كَبُرت المساحة؟

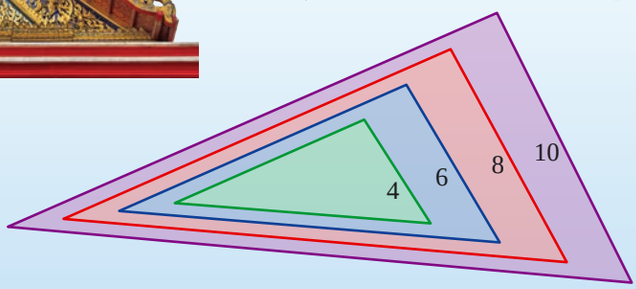
ت. صُغِّرت أضلاع مثلث 4 أضعاف ونَتَج مثلث شبيه، كم ضعفًا صَغُرت المساحة؟

ث. النسبة بين أطوال أضلاع مثلثان متشابهان هي 1:3، ما هي النسبة بين مساحتي المثلثين؟

ج. النسبة بين مساحتي مثلثين متشابهين هي 1:4، ما هي النسبة بين أطوال أضلاع المثلثين؟

الدرس الخامس: حساب مساحات في مضلعات متشابهة

المثلثات الأربعة في الرسمة متشابهة.
(الرسومات معطاة للتوضيح وقياسات الطول معطاة بالسم).



جدوا نسبة التشابه بين أزواج مختلفة من مثلثات.
جدوا نسب مساحات بين أزواج مختلفة من مثلثات.

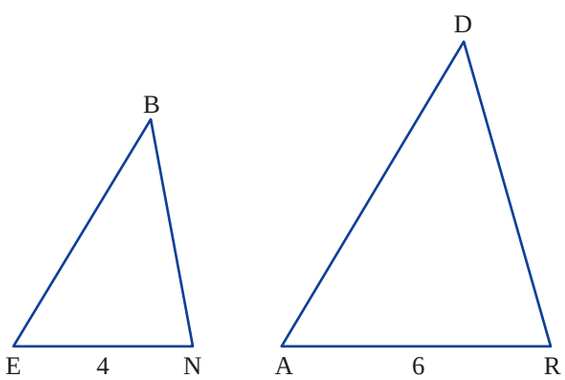
في هذا الدرس، الرسومات معطاة للتوضيح، قياسات الطول معطاة بالسم.

1. في مهمة الافتتاحية، مساحة المثلث الأخضر 8 سنتمترات مربعة.
احسبوا مساحات المثلثات الثلاثة الأخرى.

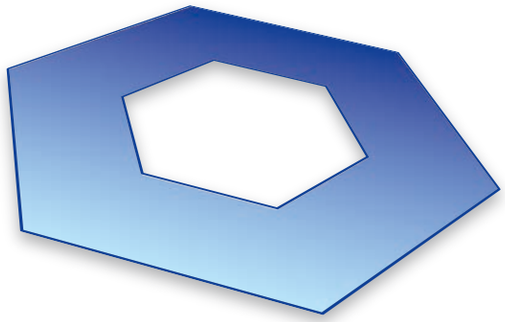
2. أمامكم مستطيلان.

أ. هل المستطيلان متشابهان؟ ما هي نسبة التشابه بين المستطيلين؟
ب. احسبوا مساحة كل مستطيل. ما هي نسبة المساحة بين المستطيلين؟

3. ΔDAR وَ ΔBEN مثلثان متشابهان.
أ. ما هي نسبة التشابه؟
ب. ما هي نسبة المساحة بين المثلثين؟
ت. مساحة المثلث ΔBEN هي 24 سنتمترًا مربعًا.
ما هي مساحة المثلث ΔDAR؟



4. المسدسان متشابهان. مساحة المسدس الكبير 36 سنتمترًا مربعًا.
أطوال أضلاع المسدس الداخلي أصغر ضعفين من أطوال أضلاع المسدس الكبير.
ما هو كبر المساحة الزرقاء؟ اشرحوا إجابتكم.



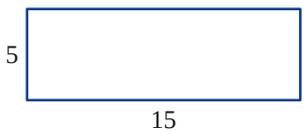
5. معطاة دائرتان نصفا قُطريهما 4 سم وَ 12 سم.
أ. ما هي النسبة بين نصفيْ قطري الدائرتين؟
ب. ما هي النسبة بين مساحتي الدائرتين؟

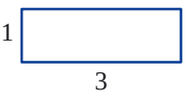
النسبة بين مساحتي الدائرتين حوالي **تربيع النسبة** بين نصفيْ قطريْ الدائرتين.
مثال: في المهمة 5، النسبة بين نصفيْ قطري الدائرتين هي 1:3.
النسبة بين مساحتي الدائرتين هي 1:9.

6. حضَّرت **ليلى** عجينة كعكة حسب وصفة معينة، وضعت العجينة في قالب دائري الشكل نصف قُطره 10 سم.
تريد **رماء** تحضير عجينة في قالب دائري نصف قُطره 20 سم. (لا يتغيَّر سُمك العجينة.)
كم ضعفًا يجب عليها تكبير كمية المواد كَي تحصل على كمية عجينة مناسبة للقالب الكبير؟

مجموعة مهامّ

1. أمامكم مستطيلان.





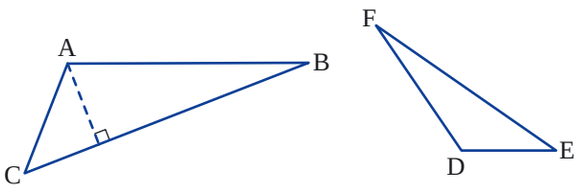
أ. هل المستطيلان متشابهان؟ ما هي نسبة التشابه بين المستطيلين؟
ب. كم مستطيلًا صغيرًا "يدخل" في المستطيل الكبير؟
ت. احسبوا مساحة كل مستطيل. ما هي نسبة المساحة بين المستطيلين؟
ث. ما هي النسبة بين محيطي المستطيلين؟

2. معطاة دائرتان نصفا قُطريهما 5 سم وَ 10 سم.

أ. ما هي النسبة بين نِصفي قُطري الدائرتين؟

ب. ما هي النسبة بين مساحتي الدائرتين؟

3. $\Delta ABC \sim \Delta DFE$



$CB = 6$ سم

$EF = 4$ سم

أ. ما هي نسبة التشابه بين المثلثين؟

ب. طول الارتفاع على الضلع CB هو 4 سم.

احسبوا مساحة المثلث ΔABC.

ت. احسبوا مساحة المثلث ΔDEF.

4. أ. مساحة المثلث ΔART هي 3 سنتمترات مربعة.

أطوال أضلاع مثلث يشبه أكبر 4 أضعاف من أضلاع المثلث ΔART.

ما هي مساحة المثلث الكبير؟

ب. مساحة المثلث ΔABC هي 36 سنتمتراً مربعًا.

المثلث ΔDEF يشبه المثلث ΔABC ومساحته أصغر 9 أضعاف من مساحة المثلث ΔABC.

ما هي النسبة بين أطوال أضلاع المثلثين؟

5. معطى سجادة مربعة الشكل، طول ضلعها متر واحد، سعر السجادة 300 شاقل.

أراد مشتري أن يشتري سجادة مربعة الشكل، طول ضلعها متران، وقد اقترح أن يدفع 600 شاقل.

طلبت صاحبة الدكان مبلغ 1,000 شاقل وادعت أن هذا السعر بعد تخفيض كبير.

هل ادعائها صحيح؟ اشرحوا.

6. معطى بيتسا مربعة الشكل، طول ضلعها 15 سم وسعرها 5 شواقل.

أ. ما هو سعر بيتسا مربعة الشكل طول ضلعها 30 سم؟

ب. ما هو سعر بيتسا مربعة الشكل طول ضلعها 45 سم؟

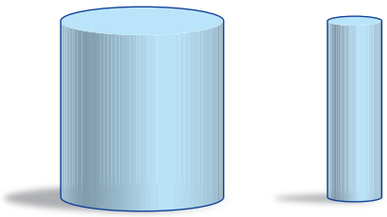
7. معطى بيتسا دائرية الشكل لشخص واحد، طول نِصف قطرها 6 سم وسعرها 12 شاقلاً.

أ. ما هو سعر بيتسا دائرية الشكل نِصف قُطرها 18 سم؟

ب. ما هو سعر بيتسا دائرية الشكل نِصف قُطرها 15 سم؟

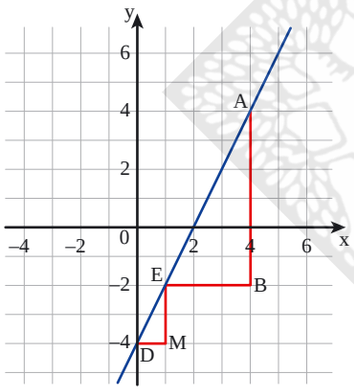
8. قاعة أفراح ملائمة لاستضافة 250 ضيفًا.
أراد صاحب القاعة أن يبني قاعة مناسبة لـ 1,000 ضيف.
كم ضعفًا يجب عليه أن يكبِّر قياسات طول القاعة؟

9. في الرسمة وعاءان لتخزين الماء. يوجد نفس الارتفاع للوعائين.
طول نِصف قُطر الوعاء الصغير 30 سم، وطول نِصف قُطر الوعاء الكبير 90 سم.
سعة الماء في الوعاء الصغير 7 أكواب من الماء.
ما هي سعة الماء في الوعاء الكبير؟



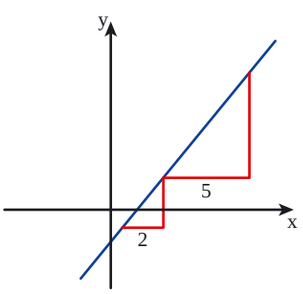
10. أمر الرقيب الجندي أن يحفر بئرًا عمقه، طوله وعرضه مترًا واحدًا كي يخفي فيه أجهزة.
اقترح الجندي أن يحفر بئرين بدل بئر واحد، كل واحد منهما عمقه، طوله وعرضه $\frac{1}{2}$ متر.
وافق الرقيب وبدأ الجندي في العمل. ما رأيكم؟ اشرحوا.

11. في الرسمة مستقيم تمثيله الجبري $y = 2x - 4$،
ودرجتان لكل واحدة منهما عرض مختلف.
تكوِّن الدرجتان مثلثين.



أ. $\sphericalangle EDM = 63°$.
احسبوا الزوايا الأخرى في المثلثين.
هل المثلثان متشابهان؟
إذا كانت الإجابة نعم، فسجلوا نسبة التشابه. إذا كانت الإجابة كلا، فاشرحوا.
ب. سجِّلوا لكل درجة النسبة بين ارتفاع الدرجة وعرضها.
ت. مساحة المثلث ΔEMD تربيعة واحدة.
ما هي مساحة المثلث ΔABE؟
سجِّلوا النسبة بين مساحتي المثلثين.

12. في الرسمة مستقيم تمثيله الجبري $y = 3x - 6$،
ودرجتان لكل واحدة منهما عرض مختلف.
تكوِّن الدرجتان مثلثين.



أ. ما هو ارتفاع كل درجة؟
ب. هل المثلثان متشابهان؟
ت. ما هي النسبة بين مساحتي المثلثين؟

نحافظ على لياقة رياضيّة

تعابير متماثلة

1. حدِّدوا في كل بند ما إذا التعبيرين الجبريين متماثلين.

أ. $5(a+3)$ $5a+3$

ب. $\frac{4-a}{2}$ $2 \cdot a$

ت. $(5+3)a$ $5a+3a$

ث. $3a$ $2a+a$

ج. $(3+a)$ $3+(a+5)$

ح. $a \cdot 8$ $8a$

2. معطى تعبيران جبريان $\frac{4}{x^2}$ $5-x^2$ $(x \neq 0)$.

أ. عوضوا في التعبيرين الأعداد: $2, 1, -2, -1$.

ب. هل التعبيران متماثلان؟ اشرحوا.

3. أضيفوا في كل بند أقواسًا، بحيث تحصلون على تعابير جبرية متماثلة.

أ. $x \cdot 2+5$ $7x$

ب. $3-2x$ x

ت. $2x+1$ $4-2x+1$

ث. $3-2+x$ $1-x$

ج. $-1+5x$ $-1-5x$

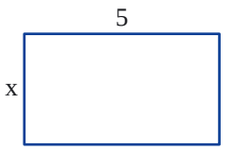
ح. $2-2x$ $4-2x+1$

4. بسِّطوا.

أ. $5(a-2)+13$ ب. $5-a \cdot (7-a)+2a$ ت. $7a-2(a+3) \cdot 5$ ث. $5a(a-3)-8a$

5. اختاروا تعابيراً تمثِّل محيط المستطيل في الرسمة.

(الرسمة معطاة للتوضيح، والقياسات معطاة بالسم، $x > 0$.)



$x \cdot 5$ $2x+10$ $2 \cdot 5x$ $5x$ $x+5$

$2(x+5)$ $x+5+x+5$ $2x+5$

6. أ. اكتبوا ثلاثة تعابير جبرية لمحيط شبه المنحرف في الرسمة.

(الرسمة معطاة للتوضيح، والقياسات معطاة بالسم، $x > 0$.)

ب. هل جميع التعابير التي سجَّلتموها هي تعابير متماثلة؟ اشرحوا.