الوحدة الحادية عشرة: أزواج الزّوايا

الدّرس الأوّل: زوايا متجاورة

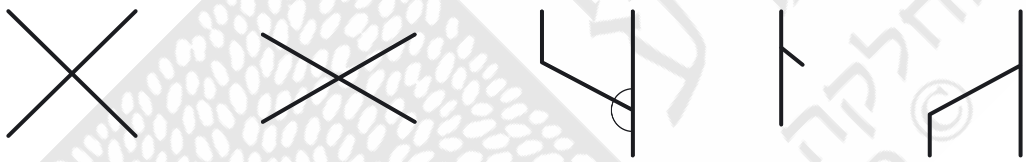
نتمعَّن في إشارات المرور وفي الزّوايا الّتي تظهر فيها.

I　　II　　III　　IV　　V

صنَّفت **هديل** إشارات المرور كالتّالي:
في المجموعة الأولى، إشارات المرور الثّلاث الّتي تظهر على اليمين، أمّا في المجموعة الثّانية، إشارتا المرور اللّتان تظهران على اليسار.
خمِّنوا: ماذا كانت اعتبارات التّصنيف الّتي استعملتها هديل؟

سنتعلّم عن الزّوايا المتجاورة.

1. أمامكم رسومات إشارات المرور الّتي تظهر في مهمّة افتتاحيّة الدّرس.



I　　II　　III　　IV　　V

أ. الزّاوية المشار إليها بقوس في إشارة المرور الوسطى مكوّنة من زاويتين تُنْتِجان معًا زاوية مستقيمة.
جِدُوا في كلّ رسمة، زوجًا واحدًا من هذه الزّوايا.

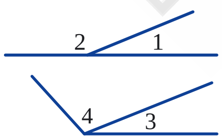
ب. أُرسُموا زاويتين (غير قائمتين)، بحيث تُنْتِجان معًا زاوية مستقيمة.

تعريف: الشّعاع الّذي يخرج من نقطة على المستقيم، يُنْتِج زاويتين نسمِّيهما **"زاويتين متجاورتين".**
الزّوايا المتجاورة، تُنْتِج معًا زاوية مستقيمة.

أمثلة:

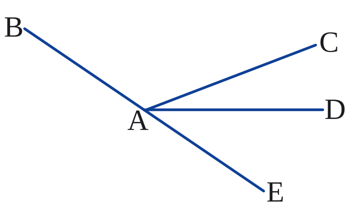
في الرّسمة، الزّاويتان $\measuredangle 1$, $\measuredangle 2$ هما زاويتان متجاورتان

في الرّسمة، الزّاويتان $\measuredangle 3$, $\measuredangle 4$ هما زاويتان غير متجاورتين



2. أ. في أيّ رسمة من رسومات إشارات المرور أعلاه، يوجد أكثر من زوج واحد من الزّوايا المتجاورة؟

ب. صِفُوا تصنيف هديل، بمساعدة المصطلح "زوايا متجاورة".



3. أ. جِدُوا في الرّسمة زاويتين متجاورتين.

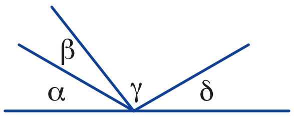
ب. وَجَدَت كلّ من غزالة وسميرة زوجًا آخر من الزّوايا المتجاورة. هل يمكن ذلك؟

تسمية (تحديد) الزّوايا

حتّى الآن، سمَّينا الزّوايا بمساعدة حرف رأس الزّاوية، أو باستخدام ثلاثة حروف.

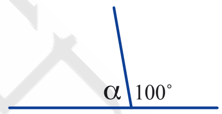
نسمِّي الزّوايا باستخدام حروف يونانية أيضًا، مثل:

α (ألفا)، β (بيتا)، γ (جاما)، δ (دلتا).



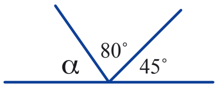
4. يوجد في كلّ بند زوايا متجاورة. اِحسبُوا مقدار α.

أ.



ب.

ت.



نفكّر بـ ...

5. أ. هل يمكن أن تكون زاويتان حادّتان متجاورتين؟ اِشرحُوا.

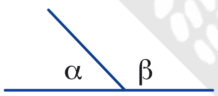
ب. هل يمكن أن تكون زاويتان منفرجتان متجاورتين؟ اِشرحُوا.

ت. هل يمكن أن تكون زاويتان متجاورتين متساويتين؟ اِشرحُوا.

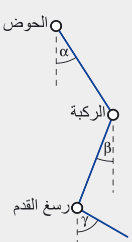
ث. هل يمكن أن تكون زاويتان متجاورتان مجموعهما ليس $180°$؟ اِشرحُوا.

رأينا أنّ الزّاويتين المتجاورتين تُنْتِجان معًا زاوية مستقيمة؛ لذا مجموعهما $180°$.

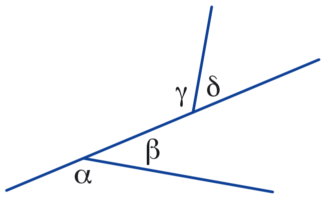
مثال: في الرّسمة، α وَ β هما زاويتان متجاورتان؛ لذا يتحقّق: $\alpha + \beta = 180°$.



يحسب المخّ البشري بشكل دائم زوايا، عبر تنفيذ الحركات الّتي يقوم بها الإنسان، خلال اليوم. مثلاً: لكي يحافظ الجسم على ثبات، ولكي يسيطر على كمّيّة الطّاقة الّتي يستغلّها، يراقب المخّ في كلّ خطوة وخطوة، كلًّا من زاوية الورك (الفخذ) α وزاوية السّاق β وزاوية رسغ القدم γ (أنظُروا الرّسمة). إذا تمعَّنا في كلّ زاوية من هذه الزّوايا، فإنّنا نلاحظ، على سبيل المثال، تشابهًا كبيرًا بين زاويتِي السّاق والقدم، والفرق الأساسيّ بينهما هو إزاحة الزّمن، الواحدة نسبةً إلى الأخرى.



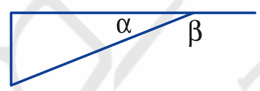
6. أ. الزّاويتان α وَ β في الرّسمة هما زاويتان متجاورتان.
جِدُوا في الرّسمة زوجًا آخر من الزّوايا المتجاورة. ما هو مجموعهما؟
ب. مجموع الزّاويتين α وَ δ هو °180.
هل هما زاويتان متجاورتان؟ اِشرحُوا.



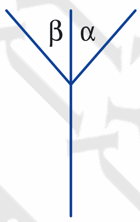
مجموعة مهامّ

1. أشرنا في كل رسمة إلى الزاويتين α وَ β.
حدِّدوا في كلّ بند ما إذا كانت الزّاويتان متجاورتين.

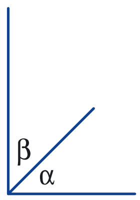
أ.



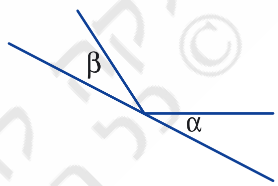
ت.



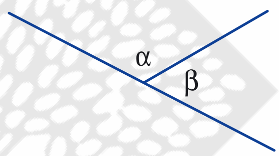
ج.



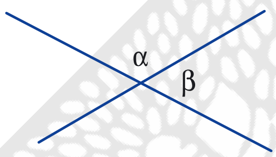
ب.



ث.

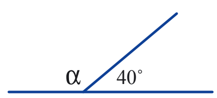


ح.

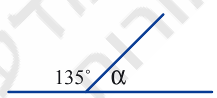


2. مُعطى في كلّ بند زاويتان متجاورتان. اِحسبُوا مقدار الزّاوية α.

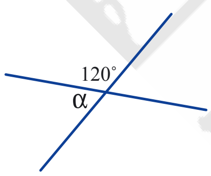
أ.



ب.

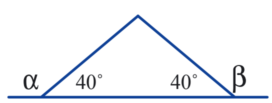


ت.

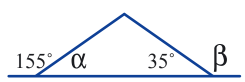


3. في كلّ بند، اِحسبُوا مقدار α وَ β وسجِّلُوا تعليلاً مناسبًا.

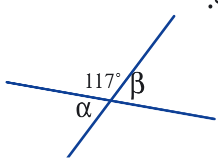
أ.

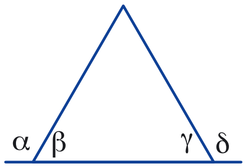


ب.



ت.



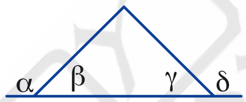


4. مُعطى: $\beta = x$ $\alpha = 2x$ $\gamma = \beta$ (x بالدرجات)

جِدُوا مقادير الزّوايا: α , β , γ وَ δ.

5. مُعطى: $\gamma = \beta$

اِشرحُوا، لماذا $\alpha = \delta$؟



6. أ. هل ترتفع أم تنخفض خشبة المكوى إذا صغَّرنا الزّاوية

$\sphericalangle 1$ المشار إليها بين رجلَي المكوى في الرّسمة؟ اِشرحُوا.

ب. تمعَّن **يوسف** و**نديم** في جهاز الرّفع الّذي يظهر في الصّورة.

قال **يوسف**: إذا كبَّرنا الزّاوية بين ذراعين، نستطيع أن نصل إلى ارتفاع أعلى.

قال **نديم**: إذا صغَّرنا الزّاوية بين ذراعين، نستطيع أن نصل إلى ارتفاع أعلى.

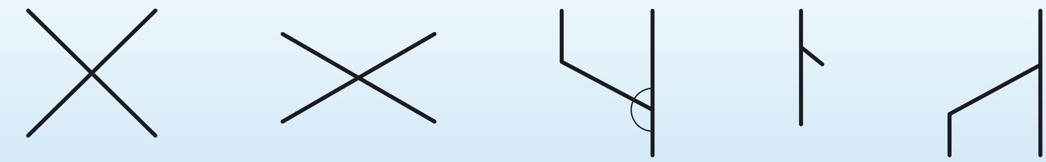
هل يمكن أن يكون اثناهما صادقين؟

7. تحقّق الزاويتان α وَ β ما يلي: $\alpha + \beta = 180°$.

هل هما متجاورتان بالضّرورة؟ إذا كانت الإجابة نعم، اِشرحُوا. إذا كانت الإجابة كلّا، ارسُموا مثالاً مضادًّا.

الدّرس الثّاني: زوايا متقابلة الرّأس

أمامكم رسومات إشارات المرور الّتي وردت في الدّرس الأوّل.

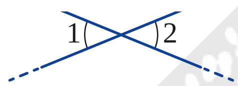


V IV III II I

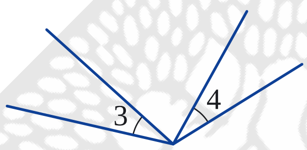
في أيّ رسومات يوجد زوايا لها رأس مشترك، لكنّها غير متجاورة؟

نتعلّم عن زوايا متقابلة الرّأس.

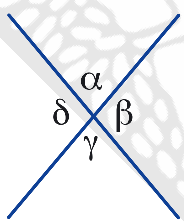
تعريف: الزّوايا الّتي تَنْتُج بين مستقيمين متقاطعين ولها رأس مشترك، لكنّهما غير متجاورتين، نسمّيهما **زاويتين متقابلتين بالرّأس**.



مثال: في الرّسمة التي أمامكم، الزّاويتان: $\measuredangle 1$ وَ $\measuredangle 2$ هما **زاويتان متقابلتان بالرّأس**.



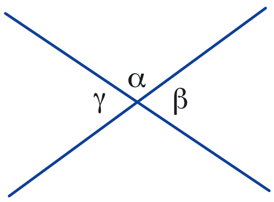
في الرّسمة الّتي أمامكم، الزّاويتان: $\measuredangle 3$ وَ $\measuredangle 4$ غير متقابلتين بالرّأس.



.1 أ. $\beta = 80°$

اِحسبُوا مقدار الزّوايا الأخرى في الرّسمة.

جِدُوا في الرّسمة أزواجًا من الزّوايا المتساوية. هل هي متقابلة بالرّأس أم متجاورة؟

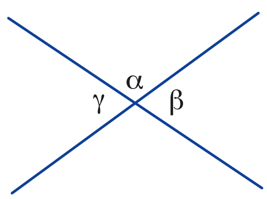


ب. $\alpha = 110°$

اِحسبُوا مقدار الزّاويتين β وَ γ.

اِشرحُوا، لماذا هما متساويتان؟

نفكّر بـ ...



.2 أ. جِدُوا في الرّسمة زوايا متقابلة بالرّأس.

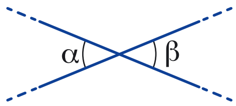
ب. ما هو مجموع الزّاويتين α وَ β ؟ لماذا؟

ت. قال **عماد**: $\beta = 180^\circ - \alpha$ وأيضًا $\gamma = 180^\circ - \alpha$ لذا $\gamma = \beta$.

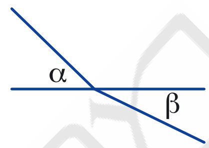
هل قول عماد صحيح؟ اِشرحُوا.

استنتاج: الزّوايا المتقابلة بالرّأس متساوية.

مثال: في الرّسمة الّتي أمامكم، α وَ β هما زاويتان متقابلتان بالرّأس، لذا α = β.



3. قالت **أماني:** في الرّسمة

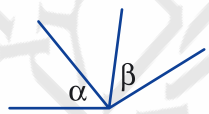


α وَ β هما زاويتان متقابلتان بالرّأس، لأنّه يوجد لهما رأس مشترك.

قالت **ايمان:** في الرّسمة

α وَ β هما زاويتان متقابلتان بالرّأس، لأنّهما متساويتان.

قالت **أحلام:** في الرّسمة

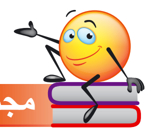


α وَ β هما زاويتان متقابلتان بالرّأس، لأنّهما متساويتان ويوجد لهما رأس مشترك.

قالت **دلال:** في الرّسمة

α وَ β هما زاويتان متقابلتان بالرّأس.

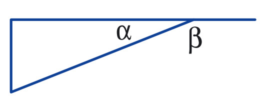
من منهنَّ قولها صحيح؟ اِشرحُوا.



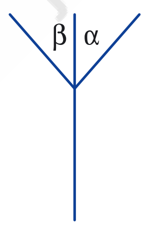
مجموعة مهامّ

1. أشرنا في كلّ رسمة إلى الزّاويتين α وَ β.
حدِّدُوا ما إذا كانت الزاويتان متجاورتين، متقابلتين بالرّأس، أو غير متجاورتين وغير متقابلتين بالرّأس.

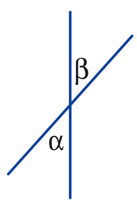
أ.



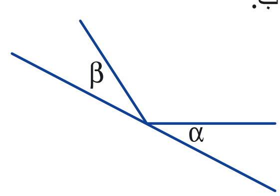
ت.



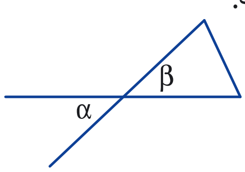
ج.



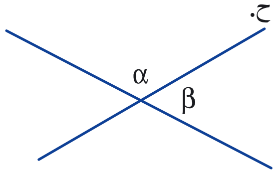
ب.



ث.

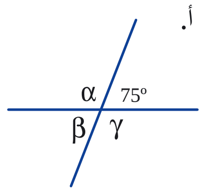


ح.

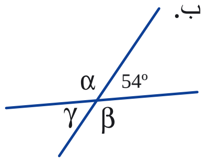


2. في كلّ بند، اِحسبُوا مقدار الزّاويا: α، β وَ γ.

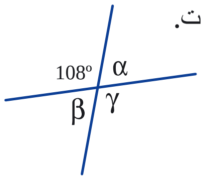
أ.



ب.

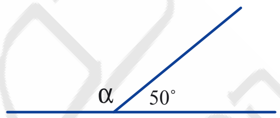


ت.

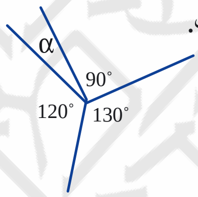


3. في كلّ بند، اِحسبُوا مقدار الزّاوية α. بيِّنوا طريقة حساباتكم.

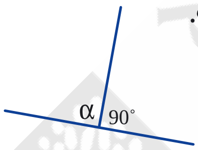
أ.



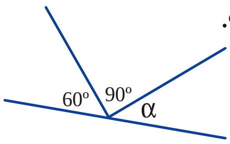
ب.



ت.

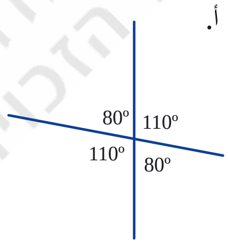


ث.

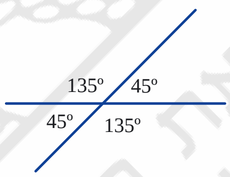


4. في كلّ بند، يتقاطع مستقيمان، حدِّدُوا ما إذا كانت المعطيات ممكنة. اِشرحُوا.

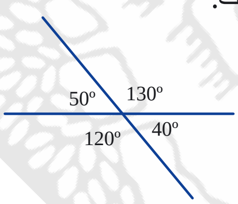
أ.



ب.

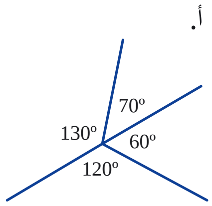


ت.

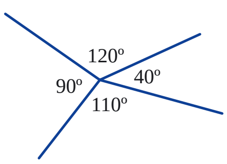


5. حدِّدُوا في كلّ بند ما إذا كانت المعطيات ممكنة. اِشرحُوا.

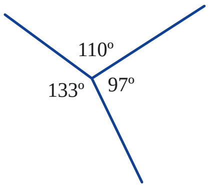
أ.



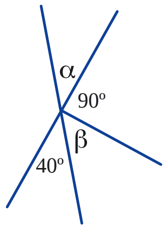
ب.



ت.



6. اِحسبُوا مقدار الزّاويتين α وَ β. اكتُبوا تعليلاً مناسبًا.



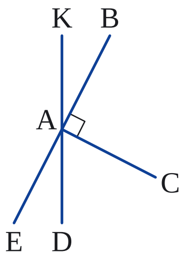
7. أ. تمعَّنُوا في الرّسمة، ثمّ اكتُبوا أسماء زوجين من الزّوايا المتقابلة بالرّأس.

ب. تمعَّنُوا في الرسمة، ثمّ اكتُبوا أسماء زوجين من الزّوايا المتجاورة.

ت. جِدُوا الزّاوية الّتي تُكمّل الزّاوية $\sphericalangle EAD$ إلى 90°.

ث. مُعطى: $\sphericalangle DAC = 51^\circ$.

اِحسبُوا مقدار الزّوايا: $\sphericalangle BAD$, $\sphericalangle EAD$, $\sphericalangle KAB$, $\sphericalangle EAK$.



8. حدِّدُوا في كلّ بند ما إذا كان الادّعاء صحيحًا. إذا كان نعم، اِشرحُوا. إذا كان كلّا، أعطُوا مثالاً مضادًّا.

أ. إذا كانت الزّاويتان α وَ β متقابلتين بالرّأس وَ α زاوية حادّة، فإنّ الزّاوية β منفرجة.

ب. إذا كانت الزّاويتان α وَ β متقابلتين بالرّأس، فإنّ $\alpha + \beta > 90^\circ$.

ت. إذا كانت الزّاويتان α وَ β متجاورتين وَ α زاوية حادّة، فإنّ الزّاوية β منفرجة.

ث. إذا كانت الزّاوية α زاوية حادّة وَ β زاوية منفرجة، فإنّ مجموعهما 180°.

9. هل يمكن؟ إذا كانت الإجابة نعم، حدِّدوا مقدار الزّوايا. إذا كانت الإجابة كلّا، اِشرحُوا.

أ. α وَ β زاويتان متقابلتان بالرّأس، $\alpha + \beta = 180^\circ$.

ب. α وَ β زاويتان متقابلتان بالرّأس، $\alpha - \beta = 20^\circ$.

ت. α وَ β زاويتان متقابلتان بالرّأس، $\alpha + \beta = 90^\circ$.

ث. α وَ β زاويتان متجاورتان، $\alpha - \beta = 90^\circ$.

ج. α وَ β زاويتان متجاورتان، $\alpha = 2\beta$.

ح. α وَ β زاويتان متقابلتان بالرّأس، $\alpha = 2\beta$.

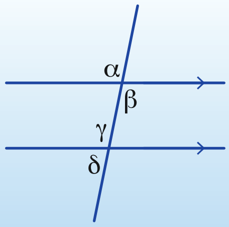
الدّرس الثّالث: زوايا بين مستقيمات متوازية

يوجد في الرّسمة زوج من المستقيمات المتوازية ومستقيم ثالث يقطعهما.

هل الزّاويتان α وَ γ متساويتان؟

هل الزّاويتان β وَ γ متساويتان؟

نتعلّم عن صفات زوايا تَنْتُج بين مستقيمين متوازيين ومستقيم ثالث يتقاطع معهما.



1. أ. تمعَّنوا في الرّسمة الّتي تظهر في افتتاحيّة الدّرس، ثمّ جِدُوا زوجًا من الزّوايا المتساوية . اِشرحُوا.

ب. تمعَّنوا في الرّسمة الّتي تظهر في افتتاحيّة الدّرس، ثمّ جِدُوا زوجًا من الزّوايا مجموعهما 180°. اِشرحُوا.

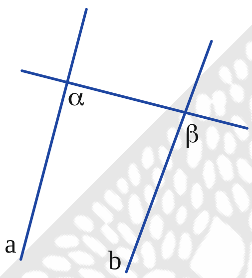
زوايا متناظرة

تعريف:

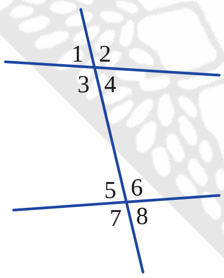
مُعطى مستقيمان a ، b ومستقيم ثالث يتقاطع معهما.

الزاويتان اللّتان تقعان في نفس الطرف للمستقيمين وفي نفس الطرف للمستقيم القاطع، نسمِّيهما **زوايا متناظرة**.

مثال: في الرّسمة الّتي أمامكم: α وَ β هما **زاويتان متناظرتان**.

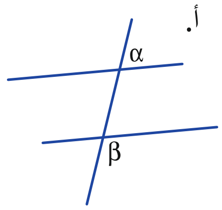


2. جِدُوا في الرّسمة أزواجًا من الزّوايا المتناظرة.

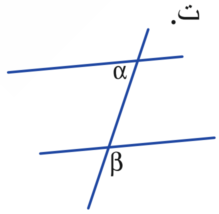


3. أمامكم رسومات. في أيّ منها الزّاويتان α وَ β متناظرتان؟

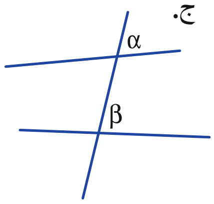
أ.



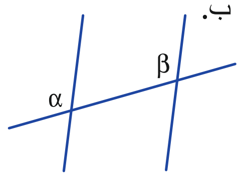
ت.



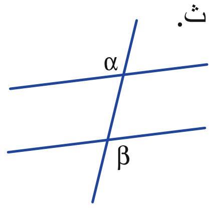
ج.



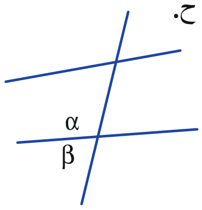
ب.



ث.



ح.



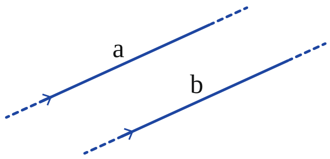
للتّذكير:

المستقيمان اللّذان لا يتقاطعان، نسمِّيهما **مستقيمين متوازيين.**

نرمز إلى المستقيمين المتوزايين بمساعدة الإشارة ||.

يمكن أن نضيف سهمين للمستقيمين، لكي نُبيِّن أنّهما مستقيمين متوازيين.

مثال: في الرّسمة الّتي أمامكم: a وَ b مستقيمان متوازيان؛ لذا نرمز إليهما a || b.

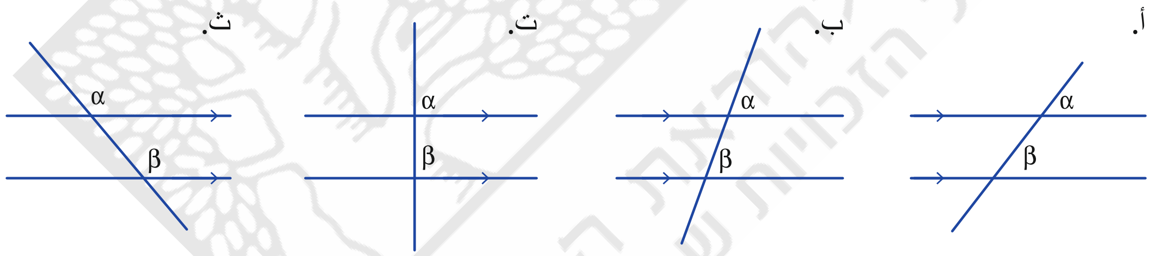


زوايا متناظرة بين متوازيين

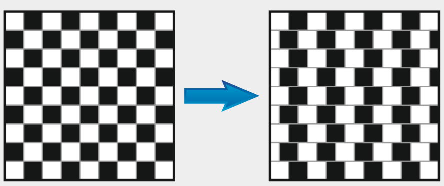
4. في موقع "الرّياضيّات المدمجة"، في قسم "موادّ تعليميّة إضافيّة"، تجدون فعّاليّة "مستقيمات متوازية" "ישרים מקבילים".
نفِّذُوا الفعّاليّة بحسب التّعليمات.

فعّاليّة بديلة
للفعّاليّة المحوسبة

5. في كلّ بند، يوجد زوج من المستقيمات المتوازية، ومستقيم ثالث يتقاطع معهما. اِستعينُوا بمقياس الزّاوية وحدِّدُوا ما إذا $\alpha = \beta$.

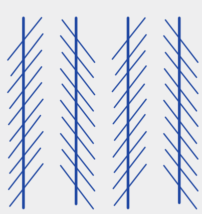


أمامكم خدعتان بصريّتان (Optical illusions).
نتجت الخدعة البصريّة الأولى بسبب إزاحة أسطر شبكة التّربيعات المربّعة. نتيجةً لهذه الإزاحة، تبدُو المستقيمات كأنّها غير متوازية.

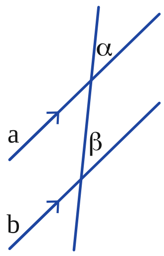


في الخدعة البصريّة الثّانية أيضًا، المستقيمات متوازية، على الرّغم من أنّها تبدو كأنّها غير متوازية.

في الحالتين، يمكنكم أن تنسخُوا المستقيمات على ورقة شفّافة، لكي تتأكدُوا من أنّها متوزاية.



نفكّر بـ ...



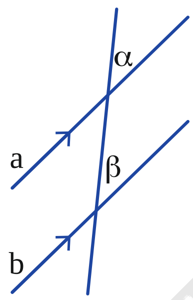
6. مُعطى في الرسمة أنّ: $a \parallel b$, $\beta = 40°$.

أ.   هل يمكن أن يكون مقدار الزّاوية α مساويًا لـ $30°$؟ اِشرحُوا.

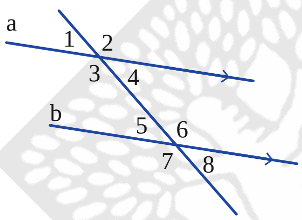
ب. هل يمكن أن يكون مقدار الزاوية α مساويًا لـ $50°$؟ اِشرحُوا.

ت. **قال أدهم**: إذا كان المستقيمان متوازيين؛ فإنّ الزّاوية α ، يجب أن يكون مقدارها $40°$.
هل قول أدهم صحيح؟ اِشرحُوا.

تعلّمنا **من خلال التّجارب** الحقيقة الآتية:
مُعطى مستقيمان ومستقيم ثالث يتقاطع معهما؛ إذا كان **المستقيمان متوازيين**، فإنّ **الزّوايا المتناظرة متساوية**.

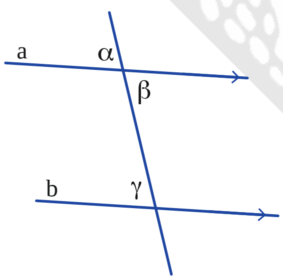


مثال: في الرّسمة الّتي أمامكم، المستقيمان a وَ b متوازيان؛ لذا α وَ β متساويتان.
هذا يعني: إذا كان $a \parallel b$
فإنّ: $\alpha = \beta$

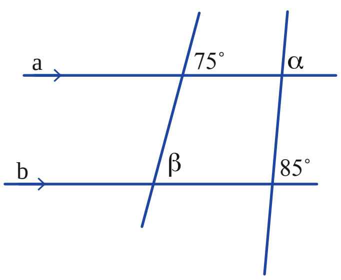


7. مُعطى في الرّسمة أنّ: $a \parallel b$ ، $\sphericalangle 2 = 140°$.
اِحسبُوا مقدار جميع الزّوايا الّتي تظهر في الرّسمة.

نفكّر بـ ...



8. مُعطى في الرّسمة أنّ: $a \parallel b$ ، $\alpha = 80°$.
هل الزّاويتان β وَ γ متساويتان؟ اِشرحُوا.

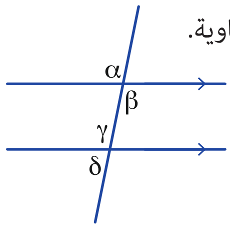


9. مُعطى في الرّسمة أنّ: $a \parallel b$

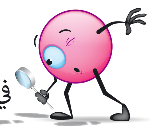
أ.   **قال عماد**: $\alpha = 75°$.
هل قول عماد صحيح؟
إذا كانت الإجابة نعم، اِشرحُوا. إذا كانت الإجابة كلّا، جِدُوا مقدار الزّاوية α.

ب. جِدُوا مقدار الزّاوية β.

10. عُودُوا إلى المهمّة الّتي وردت في افتتاحيّة الدّرس، ثمّ جِدُوا الزّوايا المتساوية.

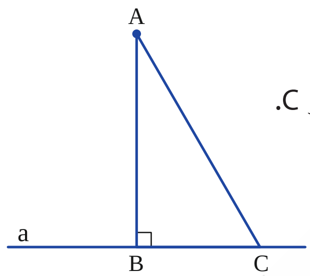


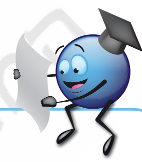
بُعد نقطة عن مستقيم



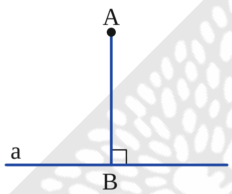
في أعقاب...

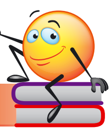
11. مُعطى المستقيم a، والنقطة A تقع خارجه.
نرسم عبر النقطة A مستقيمين يتقاطعان مع المستقيم a في النّقطتين B وَ C.
AB معامد للمستقيم a.
هل يمكن أن يكون المستقيم AC معامدًا للمستقيم a أيضًا؟ اِشرحُوا.





رأينا أنّه عبر نقطة خارج المستقيم، يمكن أن نرسم عمودًا واحدًا للمستقيم فقط.
هذا العمود هو **بُعد** النقطة عن المستقيم.
مثال: في الرّسمة، طول القطعة AB هو **بُعد** النّقطة A عن المستقيم a.

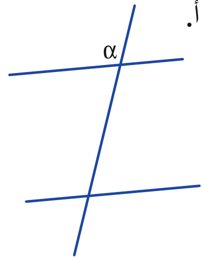




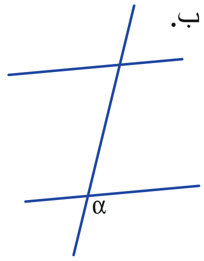
مجموعة مهامّ

1. اِنسخُوا الرّسومات التّاليّة، وعيّنوا في كلّ منها الزّاوية β الّتي تناظر الزّاوية α.

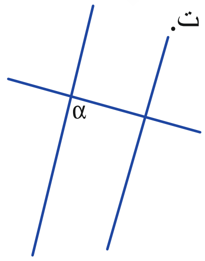
أ.



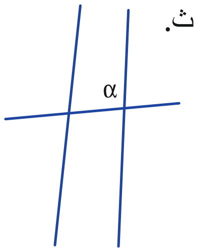
ب.



ت.

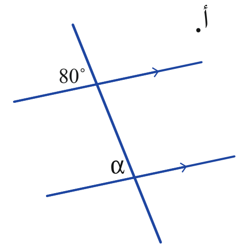


ث.

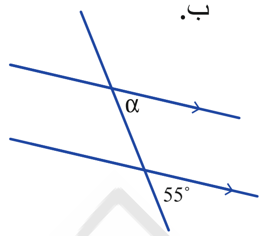


2. في كلّ بند، مُعطى مستقيمان متوازيان (أشرنا إليهما بأسهم)، ومستقيم ثالث يتقاطع معهما. اِحسبُوا مقدار الزّاوية α.

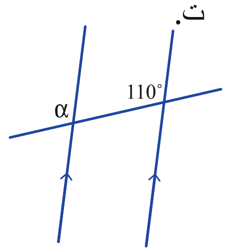
أ.



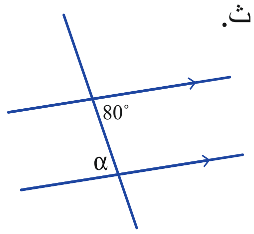
ب.



ت.

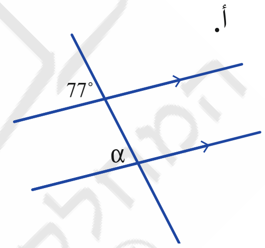


ث.

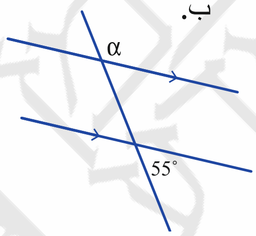


3. في كلّ بند، مُعطى مستقيمان متوازيان (أشرنا إليهما بأسهم)، ومستقيم ثالث يتقاطع معهما. اِحسبُوا مقدار الزّاوية α.

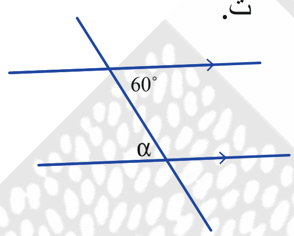
أ.



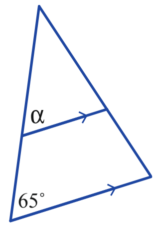
ب.



ت.

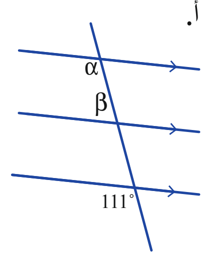


ث.

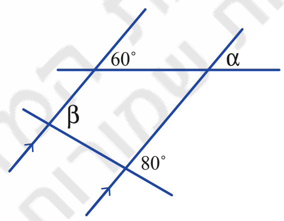


4. في كلّ بند، مُعطى مستقيمان متوازيان (أشرنا إليهما بأسهم)، ومستقيم ثالث يتقاطع معهما. اِحسبُوا مقدار الزّاويتين α وَ β.
اِشرحُوا.

أ.

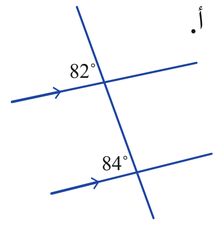


ب.

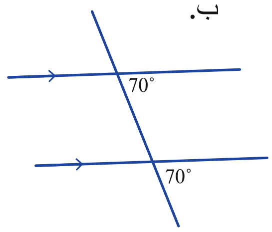


5. في كلّ بند، المستقيمان متوازيان (أشرنا إليهما بأسهم). حدِّدُوا ما إذا كانت المعطيات صحيحة، واشرحُوا.

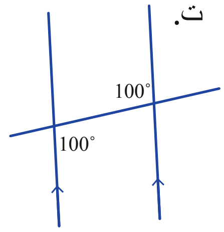
أ.



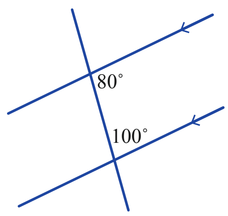
ب.



ت.



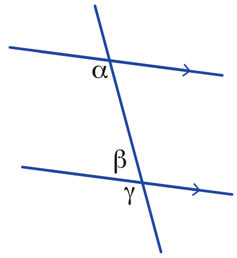
ث.



6. مُعطى مستقيمان متوازيان (أشرنا إليهما بأسهم)، ومستقيم ثالث يتقاطع معهما.

أ. قيسُوا مقدار الزّاوية α بمساعدة مقياس الزّاوية.

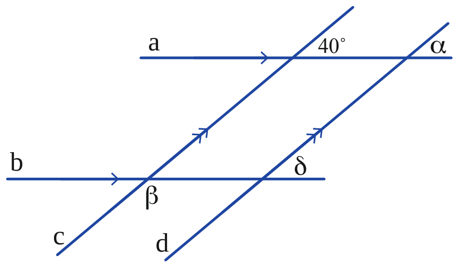
ب. اِحسبُوا مقدار الزّاويتين β وَ γ.



7. مُعطى a || b ، c || d.

اِحسبُوا مقدار الزّوايا α ، β وَ δ.

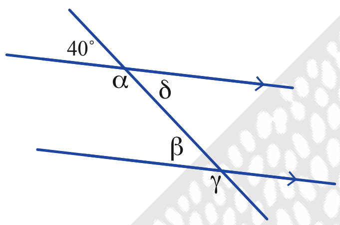
اِشرحُوا.



8. يوجد في الرّسمة زوج من المستقيمات المتوازية.

اِحسبُوا مقدار الزّوايا α ، β ، γ وَ δ.

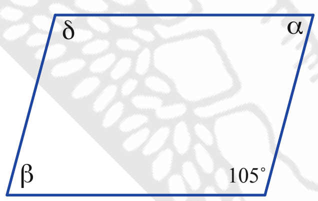
اِشرحُوا الطّريقة الحسابيّة.



9. الشّكل الرّباعيّ في الرّسمة هو متوازي أضلاع.

اِحسبُوا مقدار الزوايا α ، β وَ δ، اِشرحُوا الطّريقة الحسابيّة.

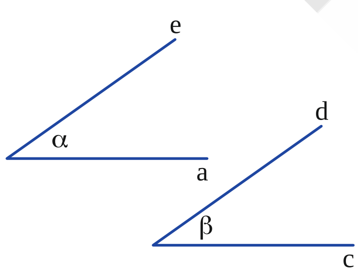
(إرشاد: مُدُّوا المستقيمات.)



10. أ. مُعطى: a || c e || d.

بيِّنوا أنّ β = α.

(إرشاد: مُدُّوا المستقيم **a**.)



ب. أُرسُموا في دفاتركم مستقيمات وزوايا، بحيث يتحقّق ما يلي:

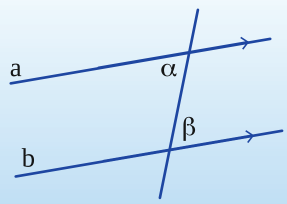
a || c، e || d لكن α ≠ β

11. مُعطى مستقيمان متوازيان ومستقيم ثالث يتقاطع معهما.

هل منصِّفا الزّاويتين لزوج من الزّوايا المتناظرة يكونان متوازيين؟ أُرسُموا في دفاتركم واشرحُوا.

الدّرس الرّابع: زوايا متبادلة

مُعطى: a II b
خمِّنوا ما إذا α = β.



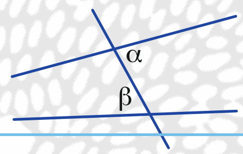
نتعرّف على الزّوايا المتبادلة، ونجد مقدارها في المستقيمات المتوازية.

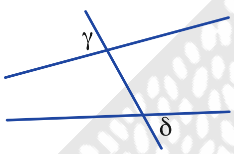
زوايا متبادلة

تعريف

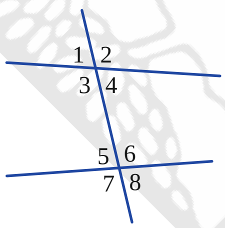
مُعطى المستقيمان a وَb، ومستقيم ثالث يتقاطع معهما.
الزّاويتان اللّتان تقعان في كِلا طرفين مختلفين للمستقيم القاطع، وفي كِلا طرفين مختلفين للمستقيمين، نسمِّيهما **زاويتين متبادلتين**.

أمثلة: في الرّسمة الّتي أمامكم: α وَ β هما **زاويتان متبادلتان**.
وأيضًا γوَδ هما **زاويتان متبادلتان**.



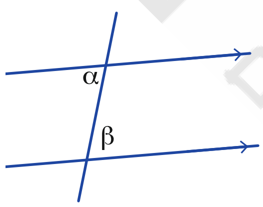


1. مُعطى في الرّسمة زوج من المستقيمات، ومستقيم ثالث يتقاطع معهما.
الزّاويتان $\sphericalangle 6$ وَ $\sphericalangle 3$ هما زاويتان متبادلتان.
جِدُوا في الرّسمة أزواجًا إضافيّة من الزّوايا المتبادلة.

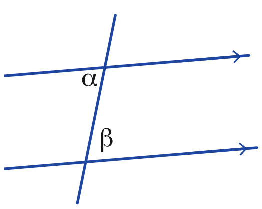


زوايا متبادلة بين متوازيين

2. مُعطى في الرّسمة أنّ: a || b، °α = 75.
أ. اِحسبُوا مقدار الزّاوية β.
(اِستعينُوا بحساب زوايا أخرى إذا احتجتم إلى ذلك).



ب. مُعطى في الرّسمة أنّ: a || b.
هل يمكن أن تكون الزاويتان α وَ β مختلفتين في مقداريهما؟ اِشرحُوا.



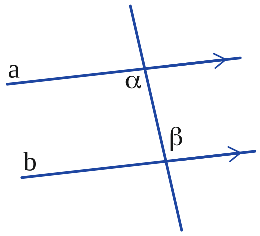
مُعطى مستقيمان، ومستقيم ثالث يتقاطع معهما.

إذا كان **المستقيمان متوازيين**، فإنَّ **الزّوايا المتبادلة متساوية.**

مثال: في الرّسمة الّتي أمامكم، المستقيمان a وَ b متوازيان؛ لذا الزّاويتان α وَ β متساويتان.

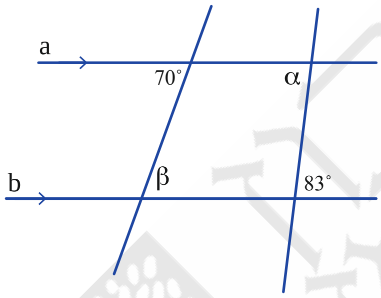
إذا كان $a \parallel b$

فإنَّ $\alpha = \beta$



3. مُعطى في الرّسمة أنّ: $a \parallel b$.

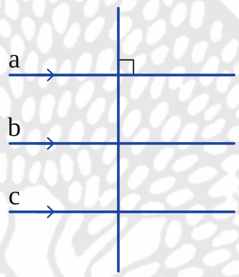
ما هو مقدار الزّاويتين α وَ β؟



نفكّر بـ ...

4. مُعطى في الرّسمة أنّ $a \parallel b$، وأيضًا $a \parallel c$.

هل $b \parallel c$ ؟ اِشرحُوا.



رأينا في المهمّة الرّابعة الحقيقة الآتية:

إذا كان مستقيمان موازيين لمستقيم ثالث، فإنَّ المستقيمات متوازية.

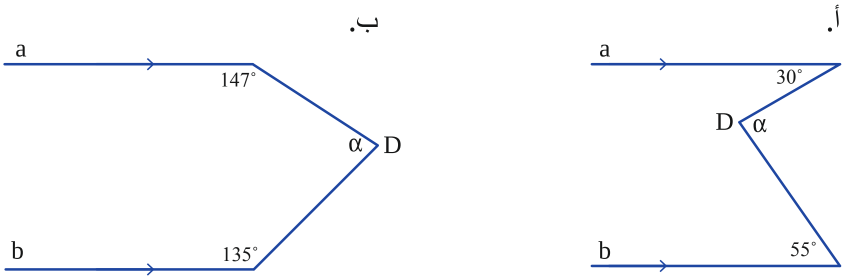
مثال: إذا كان $b \parallel a$، وأيضًا $a \parallel c$.

فإنَّ $b \parallel c$.

5. في كلّ بند، المستقيمان a وَ b متوازيان. اِحسبُوا مقدار الزّاوية α.

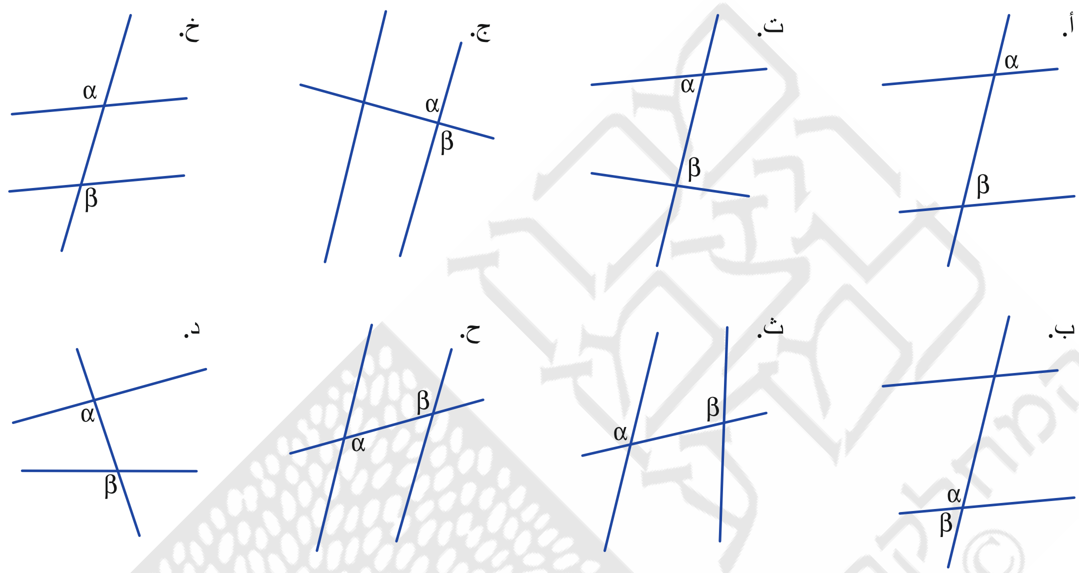
(إرشاد: أُرسُموا مستقيمًا يمرّ عبر النّقطة D ويوازي أحد المستقيمين.)

أ. ب.



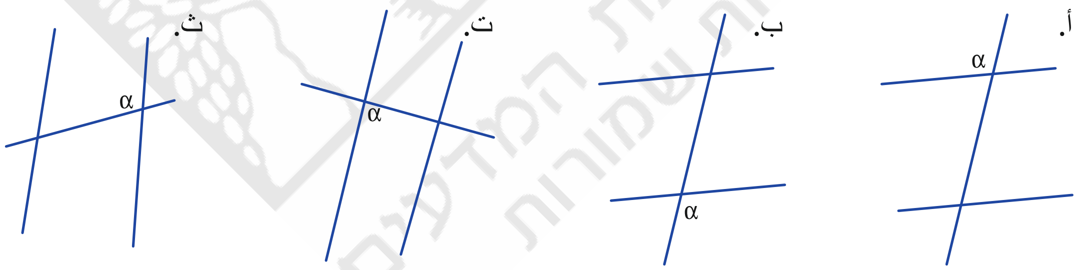
مجموعة مهامّ

1. حدِّدُوا في كلّ بند ما إذا كانت الزاويتان α وَ β: زاويتان متبادلتان، زاويتان متناظرتان، زاويتان متجاورتان، أم زاويتان متقابلتان بالرّأس.



2. اِنسخُوا الرّسومات.

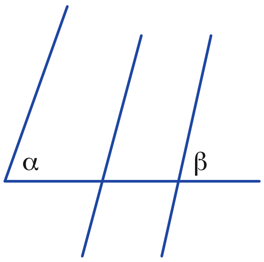
في كلّ رسمة، عيِّنُوا زاوية β تناظر زاوية α، وعيِّنوا زاوية δ متبادلة مع الزّاوية α.



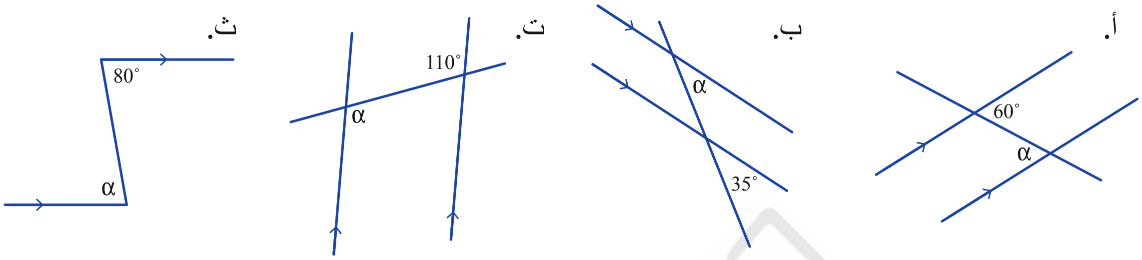
3. اِنسخُوا الرّسمة.

أ. عيِّنُوا زاوية γ متبادلة مع زاوية α، وأيضًا متبادلة مع زاوية β.

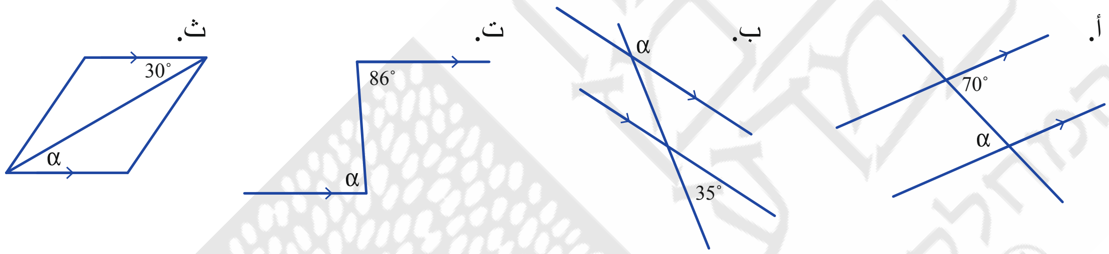
ب. عيِّنُوا زاوية δ متبادلة مع زاوية α، وغير متبادلة مع زاوية β.



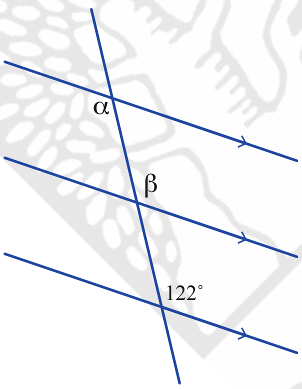
4. في كلّ بند، يوجد زوج من المستقيمات المتوازية (أشرنا إليهما بأسهم) ومستقيم قاطع. اِحسبُوا مقدار الزّاوية α.



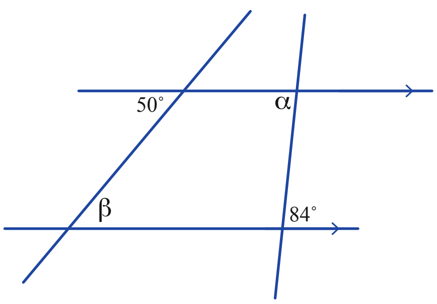
5. في كلّ بند، يوجد زوج من المستقيمات المتوازية (أشرنا إليهما بأسهم) ومستقيم قاطع. اِحسبُوا مقدار الزّاوية α.



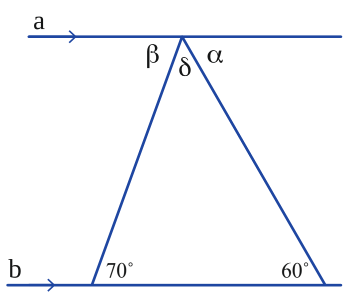
6. مُعطى مستقيمان متوازيان (أشرنا إليهما بأسهم) ومستقيم قاطع.
اِحسبُوا مقدار الزّاويتين α وَ β. اِشرحُوا.



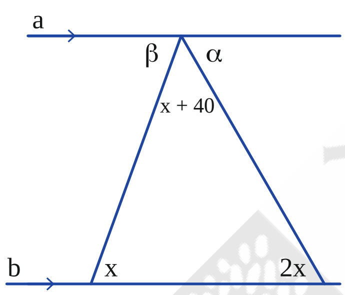
7. مُعطى مستقيمان متوازيان (أشرنا إليهما بأسهم).
اِحسبُوا مقدار الزّاويتين α وَ β. اِشرحُوا.



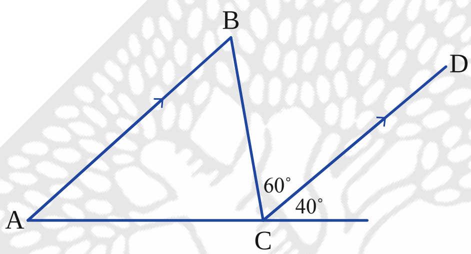
.8 مُعطى في الرّسمة $a \parallel b$.
اِحسبُوا مقدار الزّوايا α، β وَ δ.
اِشرحُوا.



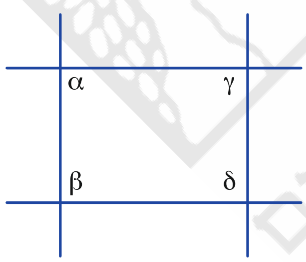
.9 مُعطى في الرّسمة $a \parallel b$.
أ. عبِّرُوا عن α وَ β بمساعدة x ($x > 0$، بالدّرجات).
ب. سجِّلُوا معادلة واحسبُوا مقدار الزّاويتين α وَ β.



.10 مُعطى في الرّسمة $AB \parallel CD$.
اِحسبُوا مقدار زوايا المثلّث ΔABC.

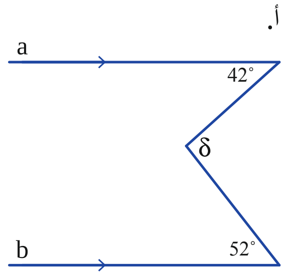


.11 مُعطى في الرّسمة أنّ $\alpha = \beta = \gamma = 90°$.
هل يجب أنْ تكون الزّاوية δ زاوية قائمة؟ اِشرحُوا.



.12 مُعطى $a \parallel b$. اِحسبُوا مقدار الزّاوية δ.

أ.



ب.