الوحدة الأولى: القانونية والتعابير الجبرية

الدرس الأول: نبني من عيدان ثقاب

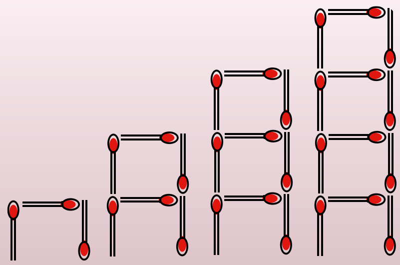
إيجاد قانونية سلسلة وبناء تعبير جبري

نبني أبنية من عيدان ثقاب.

في بناية من طابق واحد، يوجد ثلاثة عيدان ثقاب.

في بناية من طابقين، يوجد ستة عيدان ثقاب.

في بناية من ثلاثة طوابق، يوجد تسعة عيدان ثقاب.



هيا بنا نجد العلاقة بين عدد الطوابق في البناية وبين عدد العيدان.

1. أ. كم عودًا نحتاج لبناء بناية مكونة من 5 طوابق، 11 طابقًا، 100 طابق؟

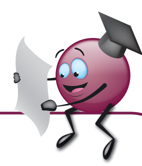
ب. كم طابقًا يوجد في بناية مكونة من 15 عودًا، وفي بناية مكونة من 300 عود؟

ج. انسخوا الجدول في دفاتركم وأكملوه.

عدد العيدان	عدد الطوابق
	4
	7
30	
	23

د. يوجد مع أيوب 51 عودًا، مع عماد 61 عودًا، مع سمير 71 عودًا ومع سوسن 72 عودًا.
بنى كل تلميذ بناية عالية بقدر الإمكان.
من منهم بقي معه عيدان؟ وكم؟

هـ. بنى زياد بناية من العيدان التي كانت معه وبقي معه عودان.
أعطوا أمثلة لعدد العيدان الذي يمكن أن يكون مع زياد.



- نستعمل في الجبر **نقطة**، لكي نشير إلى **عملية الضرب**.

أمثلة: عدد العيدان المطلوب لبناء بناية مكونة من 13 طابقًا هو $3 \cdot 13 = 39$

عدد العيدان المطلوب لبناء بناية مكونة من 21 طابقًا هو $3 \cdot 21 = 63$

- نستعمل في الجبر الأحرف، لكي نمثّل **متغيّرات**.

مثال: عدد العيدان المطلوب لبناء بناية مكونة من n طوابق هو $3 \cdot n$ (n عدد طبيعي).

نقول: إنَّ n هو **متغير** في **التعبير الجبري** $3 \cdot n$.

2. لبناء بناية مكونة من n طوابق نحتاج $3 \cdot n$ عيدان.

أ. كم عودًا نحتاج لبناء بناية مكونة من a طوابق؟

ب. لبناء بناية نحتاج $3 \cdot b$ عيدان، كم طابقًا في البناية؟

في أعقاب...

3. لبناء بناية مكونة من m طوابق (m عدد طبيعي) نحتاج $3 \cdot m$ عيدان. كم عودًا نحتاج :

أ. لبناء بناية أعلى منها بـ 5 طوابق؟

ب. لبناء بناية أقل منها بـ 3 طوابق؟

ج. لبناء بناية أعلى منها بضعفين؟

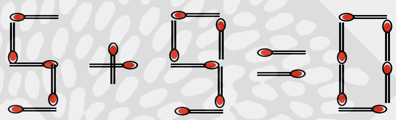
في شهر نيسان من سنة 1827، أنتج صيدلي إنجليزي اسمه جون ووكر (Walker John) "عصيًا" من مادة فوق أكسيد الكبريت التي هي عبارة عن مادة الأصل لما هو معروف اليوم كعيدان ثقاب. كان طول العصي التي أنتجها جون ووكر حوالي 90 سم، وقد كانت خطيرة جدًا وأطلقت بخارًا خطيرًا للصحة.

اكتُشف عود الثقاب الآمن الأول الذي اعتمد على فوسفور غير متبلور (أحمر) في سنة 1855 ، وقد اكتشفه كارل لوندستروم (Lundström Carl) من السويد. في البلاد، عيدان الكبريت مصنوعة من خشب، لكن في أماكن أخرى في العالَم، فهي مصنوعة من كرتون أو من مشتقات مادة الشمع.

مع ازدياد شُهرة عيدان الثقاب، **أُلفت أُحجيات من عيدان الثقاب** وقد طُبعت على علب العيدان، في الصحف وحتى في كُتب أُعِدَّت خصيصًا لهذا الموضوع.

مثال لأحجية عيدان:

حركوا عودًا واحدًا لتحصلوا على مساواة



(الحلول: $5 + 3 = 8$ ، $6 - 6 = 0$)

مجموعة مهام

1. أ. كم كرسيًا يوجد في الرسمة؟ كم رِجلًا يوجد لهذه الكراسي؟

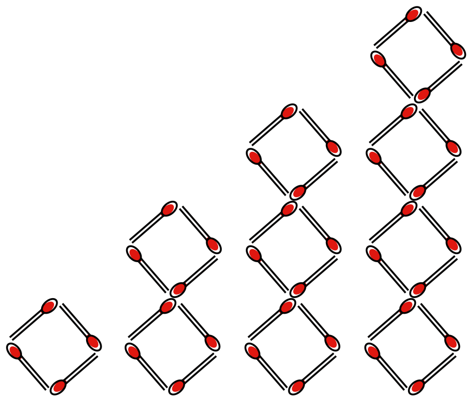
ب. كم رِجلًا يوجد لـ 8 كراسي من هذا النوع؟

ج. ما هو عدد الكراسي عندما يكون عدد الأرجل 40؟

د. انسخوا الجدول في دفاتركم وأكملوه (**m** عدد طبيعي).

عدد الأرجل	عدد الكراسي
8	2
	3
	5
$4 \cdot 10$	
60	
$\_\_\_ \cdot m$	m

2. نبني "سلاسل" من مربعات عيدان ثقاب.



أ. انسخوا الجدول في دفاتركم وأكملوه (**k** عدد طبيعي).

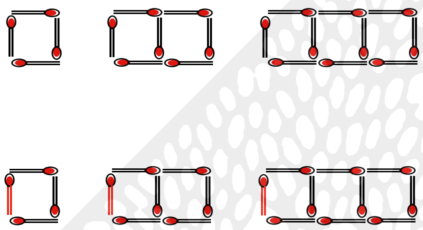
عدد العيدان	عدد المربعات
	2
	4
	6
$4 \cdot 7$	
36	
$4 \cdot$ ___	k

ب. كم عودًا نحتاج لبناء "سلسلة" مكونة من 51 مربعًا؟

ج. ما هو عدد المربعات الأكبر الذي يمكن بناؤه من 100 عود؟

د. ما هو عدد المربعات الأكبر الذي يمكن بناؤه من 66 عودًا؟ كم عودًا يبقى؟

3. نبني قطارات من عيدان ثقاب.



أ. قام **سامي** بتلوين العود الأيسر في كل قطار وقال:
القطار مبني من ثلاثيات عيدان ثقاب ومن عود واحد إضافي (ملون).
لبناء قطار مبني من عربتين نحتاج $2 \cdot 3 + 1$ عيدان.
لبناء قطار مبني من 5 عربات نحتاج $5 \cdot 3 + 1$ عيدان.
هل كان سامي على حق؟ اشرحوا.

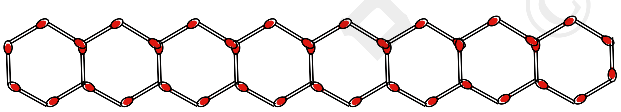
ب. أشيروا إلى التعبير الجبري المناسب الذي يعبّر عن عدد العيدان المطلوبة لبناء قطار مكون من d عربات (**d** عدد طبيعي).

$4 \cdot d$ $3 \cdot d$ $1 + 3 \cdot d$ $d + 3$

ج. كم عودًا نحتاج لبناء قطار مكون من 17 عربة؟

هـ. قال **داوود:** عدد العيدان المطلوب لبناء قطار يقسم على 3.
قال **رامي:** عدد العيدان المطلوب لبناء قطار يقسم على 3 والباقي 1.
أيهما قوله صحيح؟ اشرحوا.

4. نبني "قطارًا من مسدسات".



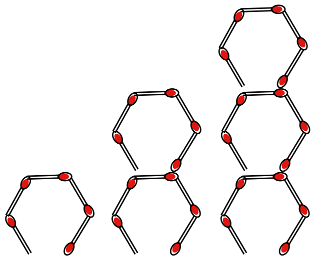
أ. كم عودًا نحتاج لبناء هذا القطار؟
كم عودًا نحتاج لبناء قطار مكوّن من 15 عربة؟

ب. اكتبوا تعبيرًا جبريًا لعدد العيدان المطلوب لبناء قطار مكون من m عربات (**m** عدد طبيعي).

ج. كم عربة توجد في قطار "مسدسات" مكوّن من 101 عود، من 216 عودًا؟

د. هل عدد العيدان المطلوب لبناء قطار من "مسدسات" يقسم على 5؟ اشرحوا.
هل عدد العيدان المطلوب لبناء قطار من "مسدسات" يقسم على 6 دائمًا؟

.5 نبني أبراجًا من عيدان ثقاب.



أ. كم عودًا نحتاج لبناء برج مكون من 3 طوابق، 4 طوابق، 10 طوابق؟

ب. كم طابقًا يوجد في برج بُني من 30 عودًا؟

ج. انسخوا الجدول في دفاتركم وأكملوه.

عدد الطوابق	4	6			15	m
عدد العيدان			50	60		

د. يوجد مع عماد 123 عودًا، مع زياد 124 عودًا ومع مها 125 عودًا. من منهم يستطيع أن يبني برجًا من **جميع** العيدان التي بحوزته؟ اشرحوا.

.6 في يد واحدة يوجد 5 أصابع.

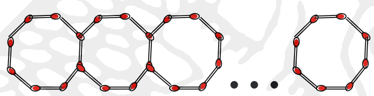
أ. كم اصبعًا يوجد في زوج من الأيدي؟

ب. كم اصبعًا يوجد في أيدي 3 أولاد، 12 ولدًا، 20 ولدًا؟

ج. كم ولدًا يوجد لهم: 80 اصبعًا، 300 اصبع؟

د. كم اصبعًا يوجد في أزواج أيدي m أولاد؟

.7 بناء قطارات من مضلعات ذات **ثمانية** أضلاع.



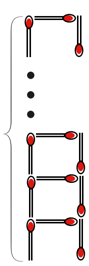
أ. كم عودًا نحتاج لبناء قطار مكون من 5 عربات، 10 عربات، m عربات؟

ب. قام ضياء ببناء قطار من 141عودًا. كم عربة يوجد في قطار ضياء؟

ج. يوجد مع نهاد 409 عيدان. كم عربة قطار يستطيع نهاد أن يبني؟

د. قام يوسف ببناء قطار من العيدان التي معه وبقي معه عودان. اقترحوا ثلاث إمكانيات لعدد عيدان يوسف.

.8 نبني بناية مكوّنة من m طوابق من العيدان (كما في الرسمة). لبناء بناية نحتاج $3 \cdot m$ عيدان ثقاب (m عدد طبيعي). جدوا عدد طوابق البناية إذا بُنيت بمساعدة:



m
طوابق

أ. $3 \cdot m \cdot 4$ عيدان.

ب. $3 \cdot (m + 7)$ عيدان.

ج. $3 \cdot m + 6$ عيدان.

د. $3 \cdot m + 15$ عيدان.

هـ. $3 \cdot (m + 5)$ عيدان.

و. $12 \cdot m$ عودًا.

مهام إضافية في الموقع (משימות נוספות באתר)

الدرس الثاني: نقاط

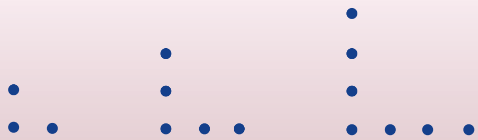
إيجاد قانونية سلسلة مبانٍ من نقاط وبناء تعبير جبري

أمامكم سلسلة مبانٍ من نقاط

في المكان الأول — ثلاث نقاط

في المكان الثاني — خمس نقاط

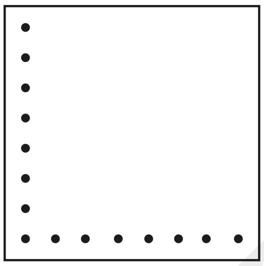
في المكان الثالث — سبع نقاط



نجد عدد النقاط في أماكن مختلفة في سلسلة مبانٍ من نقاط ونبني تعابير جبرية.

1. أ. ارسموا في دفاتركم المبنى في المكان الرابع، في السلسلة أعلاه.
جدوا عدد النقاط في المكان الرابع.

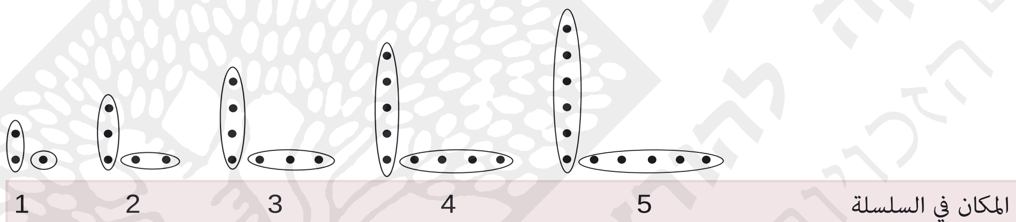
ب. كم نقطة يوجد في المبنى الموجود في الإطار؟ جدوا مكانه في السلسلة.
اشرحوا.



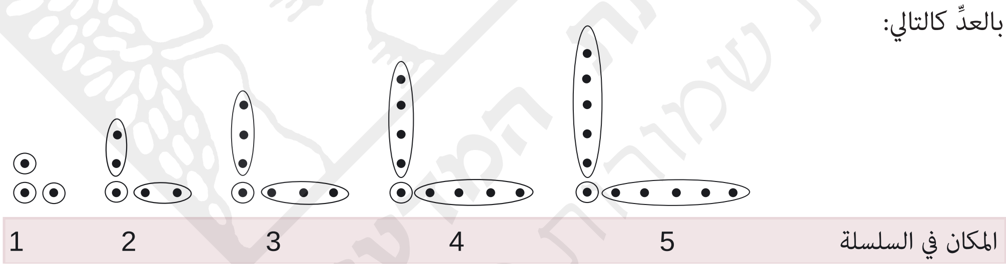
ج. كم نقطة يوجد في المكان العاشر؟ كم نقطة يوجد في المكان الـ 100؟

د. في أحد مباني السلسلة، يوجد 81 نقطة، ما هو مكانه في السلسلة؟
في أحد مباني السلسلة، يوجد 65 نقطة، ما هو مكانه في السلسلة؟
هل يمكن أن يكون في السلسلة مبنى فيه 30 نقطة؟ اشرحوا.

2. لإيجاد عدد النقاط، من الأفضل أن نحدد ونرسم طريقة العدّ. قامت **روان** بعدِّ النقاط كالتالي:



قام **يوسف** بالعدِّ كالتالي:



أ. قام **يوسف وروان** بتسجيل تمرينين لعدد النقاط في المكان الخامس كالتالي: $5 \cdot 2 + 1$ ، $5 + (1 + 5)$

ما هو التمرين الذي سجَّلته **روان**؟ وما هو التمرين الذي سجَّله **يوسف**؟

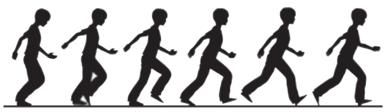
ب. كيف حسبتم عدد النقاط في المكان العاشر؟ هل بطريقة **روان**، أم بطريقة **يوسف**، أم بطريقة أخرى؟

ج. n يمثِّل مكان مبنى النقاط في السلسلة (n عدد طبيعي).
أمامكم تعبيران جبريان. أي واحد منهما مناسب لطريقة عدِّ **روان** وأي واحد منهما مناسب لطريقة عدِّ **يوسف**؟

$(n + 1) + n$ $\qquad$ $1 + 2 \cdot n$

د. عوِّضوا $n = 6$ في كل تعبير جبري. هل حصلتم على نفس النتيجة؟
اشرحوا، لماذا استطعنا أن نعرف دون أن نحسب، أننا سنحصل على نفس النتيجة؟

- رأينا أن هناك طرقًا مختلفة لعدِّ النقاط في مباني المتوالية. العدُّ بطريقة ناجعة يؤدي إلى اكتشاف قانونية المتوالية. تبيِّن قانونية المتوالية **العلاقة** بين **المكان في المتوالية وبين عدد النقاط.**
- يمكن تمثيل قانونية المتوالية بمساعدة تعبير جبري فيه المتغيِّر هو المكان في المتوالية. المتغيِّر يصف مكان في المتوالية، لذا هو عدد طبيعي (... ,1,2,3) .
- عندما يمثِّل متغيِّر نفس المقدار في تعبيرين يمثِّلان نفس المسألة الكلامية (القصة)، فإن هذين **التعبيرين متماثلين***. في التعابير المتماثلة، كل تعويض بدل المتغيِّر، يعطينا نفس النتيجة.



نفكر بـ...

3. أمامكم ثلاثة تمثيلات لمتوالية.

في الأعداد: 15 12 9 6 3

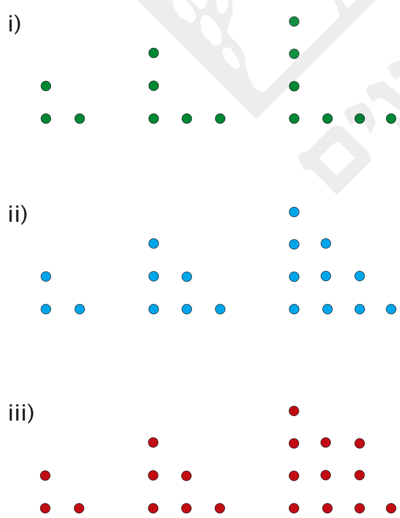
في الرسمة:

في التعبير الجبري: $3 \cdot n$, n يمثِّل المكان (n عدد طبيعي)

صفوا المتواليات **بالكلمات**. ما هو نوع المعلومات البارز في كل تمثيل؟

في أعقاب...

4. رَسَم ثلاثة تلاميذ متواليات من نقاط، وقد بدأ كل واحد منهم بما يلي



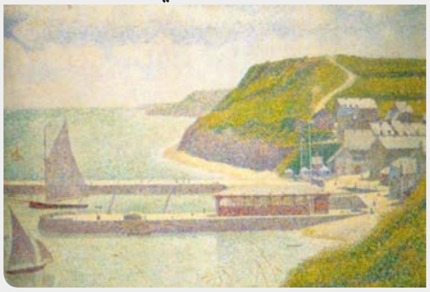
أ. ارسموا في دفاتركم المبنى الرابع في كل متوالية.

ب. كم نقطة يوجد في كل متوالية، في المكان الأول، الثاني والرابع؟

ج. قالت **سميرة**: لا يمكن تحديد قانونية المتوالية بحسب المبنى في المكان الأول.
هل قول سميرة صحيح؟ اشرحوا.

* في المنهج التعليمي، يظهر المصطلح "تعابير متساوية".

طريقة **الرسم بالنقاط** طوَّرها عدة رسامين فرنسيين في نهاية القرن الـ 19. الرسام الأول الذي استعمل هذه الطريقة هو جورج فير سورت (Georges-Pierre Seurat). بهذه الطريقة، يغطي الرسام الصورة بنقاط، ببقع صغيرة ومنفصلة بألوان أساسية يتم وضعها الواحدة بجانب الأخرى. إذا تمعَّنًا في الصورة من بُعد معين، امتزجت نقط الألوان وظهرت الصورة "ملساء" بألوان طبيعية.

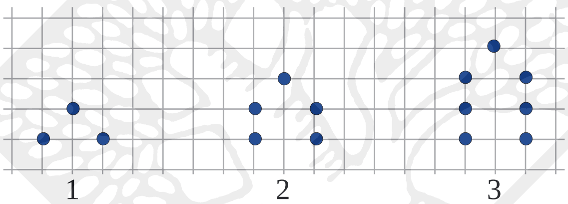


يتم تطبيق هذا المبدأ اليوم في طباعة صور ملونة بطابعات الحاسوب.
تستعمل الطابعة أربعة ألوان أساسية تكون بجانب بعضها وهي: تشيان، ماجينتا، أصفر وأسود (CMYK - Cyan, Magenta, Yellow, Black)

تتم معالجة الرسمة أو النص المعد للطباعة، حيث يُنقل لذاكرة الطابعة كسلسلة نقاط في كثافة تقع بين عدة مئات وبين آلاف النقاط على كل وحدة مساحة صغيرة، ويتم تحديد لون كل نقطة بشكل منفرد وفقًا للمصدر. كثافة النقاط هي التي تحدد جودة الطباعة.

مجموعة مهام

.1 أمامكم رسمة تعرض المباني الثلاثة الأولى في المتوالية.



أ. كم نقطة توجد في المكان الثالث في المتوالية؟

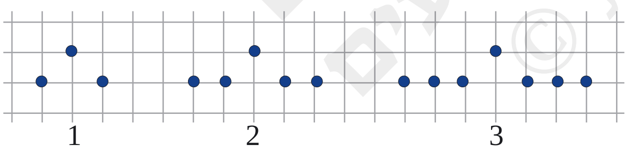
ب. ارسموا في دفاتركم المبنى الرابع في المتوالية.

ج. كم نقطة توجد في المكان الرابع؟

د. كم نقطة توجد في المكان العاشر في المتوالية؟ اكتبوا تمرينًا مناسبًا.

هـ. كم نقطة توجد في المكان الـ 20 في المتوالية؟

.2 أمامكم رسمة تعرض المباني الثلاثة الأولى في المتوالية.



أ. كم نقطة توجد في المكان الثالث ؟

ب. ارسموا في دفاتركم المبنى الخامس.
كم نقطة حصلتم؟ كيف قمتم بعدِّها؟

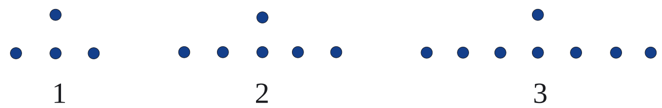
ج. كم نقطة توجد في المكان العاشر؟ اكتبوا تمرينًا مناسبًا.

د. في أي مكان توجد 41 نقطة؟

هـ. أمامكم تعابير جبرية، أي منها مناسب لعدد النقاط في المكان n (n عدد طبيعي):

$3 \cdot n$, $n+2$, $2 \cdot n+1$, $2 \cdot (n+1)$, $n+1+n$

3. أمامكم رسمة تعرض المباني الثلاثة الأولى في المتوالية.



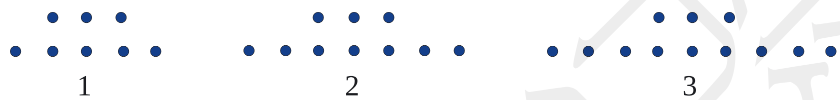
أ. كم نقطة توجد في المكان العاشر في المتوالية؟

ب. في أي مكان توجد 42 نقطة؟

ج. اكتبوا تعبيرًا جبريًا مناسبًا لعدد النقاط في المكان n (n عدد طبيعي).

د. أمامكم أعداد. أي منها يمكن أن يكون عدد نقاط في مبنى المتوالية؟ 12, 82, 83, 100 . اشرحوا.

4. أمامكم متوالية مبانٍ:



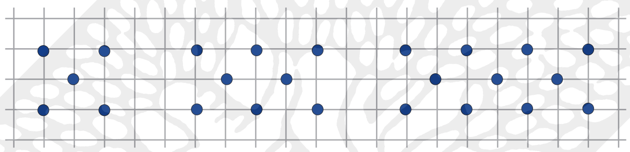
أ. كم نقطة توجد في المكان الـ 5، المكان الـ 20؟ اكتبوا تمرينًا يمثّل العدَّ، أو ارسموا واشيروا.

ب. اكتبوا تعبيرًا جبريًا لعدد النقاط في المكان n (n عدد طبيعي).

ج. في أي مكان في المتوالية يوجد مبنى فيه 86 نقطة؟

د. أمامكم أعداد. أي منها يمكن أن يكون عدد نقاط في مبنى المتوالية؟ 54, 56, 65, 45. اشرحوا.

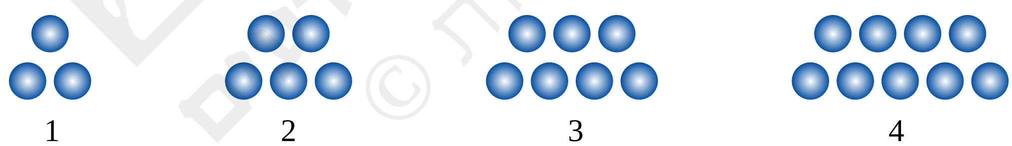
5. أمامكم الأماكن الثلاثة الأولى في المتوالية:



أ. ارسموا رسمة المكان الرابع في المتوالية.

ب. جدوا بطرق مختلفة عدد النقاط في المكان الرابع. اكتبوا تمارين مناسبة.

6. أمامكم متوالية مبانٍ من كرات.



أ. انسخوا الجدول في دفاتركم وأكملوه.

المكان	عدد الدوائر
1	
2	
3	
4	
5	

ب. ارسموا المبنى الـ 6. كم كرة توجد في هذا المبنى؟

ج. قالت **سلوى**: عدد الكرات في المكان n هو $n + (n + 1)$.
هل قول سلوى صحيح؟ اشرحوا.

7. $n + 1$ يمثّل عدد النقاط في المبنى الذي يقع في المكان n (n عدد طبيعي).

أ. ارسموا المباني الخمسة الأولى في المتوالية.

ب. انسخوا الجدول في دفاتركم وأكملوه.

المكان في المتوالية	عدد النقاط
1	1 + 1 = 2
2	3
3	
11	

8. أ. ارسموا متوالية نقاط من عندكم.

ب. اكتبوا عدد النقاط في المكان العاشر.

ج. اكتبوا عدد النقاط في المكان n (n عدد طبيعي)

9. أ. ارسموا متواليتين **مختلفتين**، بحيث تبدأ كل واحدة منهما بـ • •

ب. كم نقطة توجد في المكان الثالث، في كل متوالية؟

ج. كم نقطة توجد في المكان العاشر، في كل متوالية (n عدد طبيعي)؟

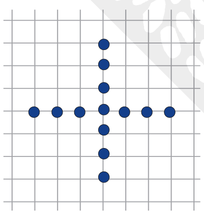
10. أ. ارسموا متواليتين **مختلفتين**، بحيث تبدأ كل واحدة منهما بـ

ب. كم نقطة توجد في المكان الـ 10 في كل متوالية؟

ج. كم نقطة توجد في المكان n في كل متوالية (n عدد طبيعي)؟

11. أ. ارسموا متوالية نقاط، بحيث تكون مناسبة للتعبير $3 \cdot n + 1$

ب. ارسموا متوالية نقاط، بحيث يكون المبنى الذي يظهر على يساركم في المكان الثالث في المتوالية.



ج. كم نقطة توجد في المكان **n** في متواليتكم (n عدد طبيعي)؟

12. أمامكم ثلاث متواليات في المهمة الرابعة في هذا الدرس. نرمز بـ n إلى مكان المبنى في المتوالية (n عدد طبيعي).

أ. لائموا تعبيرًا جبريًا لكل متوالية: $n^2 + 2$ $\quad$ $1 + 2 \cdot n$ $\quad$ $\frac{(n + 1) \cdot (n + 2)}{2}$

ب. بيّنوا طريقة عدّ نقاط المبنى الرابع في كل متوالية.

مهام إضافية في الموقع (משימות נוספות באתר)

الدرس الثالث: نلعب بنانير

تعويض أعداد في تعابير جبرية

توجد مع **نديم** بنانير. لعب **نديم** مع أصدقائه لعبتين بالبنانير.
في اللعبة الأولى، **ضاعف نديم** عدد بنانيره بضعفين.
وفي اللعبة الثانية **ربح** 5 بنانير إضافية.

هل يمكن أن يكون عدد بنانير **نديم** في نهاية اليوم أكبر بـ 3 أضعاف من عدد البنانير في بداية اليوم؟

في لعبة البنانير، عدد البنانير في بداية كل لعبة هو عدد صحيح، على الأقل 1، وهذا يعني عدد طبيعي (...,1,2,3)

نكتب تعابير جبرية ونعوض فيها أعدادًا.

1. نفحص عدد بنانير نديم.

أ. انسخوا الجدول وأكملوه.جدوا عدد البنانير التي كانت مع نديم في نهاية اليوم.

عدد البنانير في بداية اليوم	تمرين مناسب	عدد البنانير في نهاية اليوم
12	مثال: $2 \cdot 12 + 5$	
7		
20		

ب. **في نهاية** اليوم كان مع نديم 17 بنورة. ما هو عدد البنانير التي كانت معه في **بداية** اليوم؟
في نهاية اليوم كان مع نديم35 بنورة. ما هو عدد البنانير التي كانت معه في **بداية** اليوم؟

ج. هل يمكن أن يكون في **نهاية اليوم** مع **نديم** 19 بنورة، 20 بنورة؟ اشرحوا.

د. a يمثّل عدد بنانير **نديم في بداية اليوم** (a عدد طبيعي).
أمامكم تعابير جبرية. أي تعبير جبري مناسب لعدد البنانير التي كانت مع **نديم في نهاية اليوم؟**

$5 \cdot a + 2$ $\quad$ $2 \cdot a + 5$ $\quad$ $7 \cdot a$ $\quad$ $2 \cdot (a + 5)$

هـ. هل يمكن أن يكون عدد بنانير نديم في نهاية اليوم أكبر بـ 3 أضعاف من عدد البنانير في بداية اليوم؟

2. تلعب **سميرة** لعبَتيْ بنانير.
في اللعبة الأولى، استطاعت **سميرة أن تكبِّر عدد بنانيرها بـ** 3 أضعاف.
في اللعبة الثانية، **خسرت** 7 بنانير.

b يمثّل عدد بنانير **سميرة في بداية اليوم.**

أ. اشرحوا، لماذا b عدد طبيعي أكبر من 2 ؟

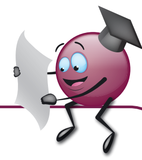
أمامكم تعابير جبرية. أي تعبير جبري مناسب لعدد البنانير التي كانت مع **سميرة في نهاية اليوم؟**

$3 \cdot b - 7$ $\quad$ $7 \cdot b - 3$ $\quad$ $4 \cdot b$

ج. انسخوا الجدول وأكملوه.

عدد البنانير في بداية اليوم		7		12		20
عدد البنانير في نهاية اليوم	8		23		38	

د. عوَّضت **سمية** $b = 5\frac{1}{3}$، وتوصلت إلى أن **سميرة** تملك 9 بنانير في نهاية اليوم. ماذا كان الخطأ في تعويض **سمية؟**



تساعد كتابة **تعبير جبري لمسألة كلامية** في الإجابة عن أسئلة إضافية من خلال التعويض.

مثال:

في المهمة الثانية، b يمثِّل عدد بنانير **سميرة في بداية اليوم.**

بحسب المسألة، التعبير الجبري $7 - b \cdot 3$ يمثِّل عدد بنانير **سميرة في نهاية اليوم.**

إذا عوَّضنا بدل **b** عدد البنانير في بداية اليوم، فإننا نحصل على عدد البنانير في نهاية اليوم.

إذا كانت مع سميرة في بداية اليوم 8 بنانير، فإننا **نعوِّض** 8 بدل b في التعبير الجبري $3 \cdot b - 7$ ونحصل على: $3 \cdot 8 - 7 = 17$

كان مع سميرة 17 بنورة في نهاية اليوم.

لكي نكتب تعبيرًا جبريًا، يجب أن نحدد رمز المتغيِّر وما إذا يوجد **قيود** في المسألة.

مثال: في مسألة **سميرة**، المتغيِّر عدد طبيعي، لأنه يصف عدد البنانير في بداية اللعبة. يوجد قيد إضافي في مسألة سميرة: بعد أن جمعت $3 \cdot b$ بنانير، خسرت 7 بنانير، لذا b لا يمكن أن يكون 1 أو 2.

يمكن استعمال **البنانير لألعاب** متنوعة. نشتري البنانير في علب كل منها فيها أربعون بنورة صغيرة وبنورة واحدة كبيرة. تختلف البنانير عن بعضها في تصميمها الخاص، البنورة الكبرى ذات أهمية كبيرة، لأن مساحة سطحها الخارجي المعدَّة للاصطدام كبيرة ويعتمد معظم اللعب في البنانير على الاصطدام الموجَّه بينها.

في أماكن مختلفة في البلاد، تُستعمل أسماء مختلفة للبنانير.

.3 أمامكم التعبير الجبري $17 + 2 \cdot x$

أ. عوِّضوا في التعبير الجبري (بدل x) الأعداد الآتية: 3 $4\frac{1}{2}$ $\frac{1}{4}$ 0.3 0

في أي تعويض حصلتم على النتيجة الكبرى، النتيجة الصغرى وعلى عدد صحيح؟

ب. جدوا عددين إضافيين إذا عوَّضناهما في التعبير الجبري، فإننا نحصل على عدد صحيح.

ج. أمامكم أعداد، **دون أن تعوِّضوا**، حددوا الأعداد التي إذا عوضناها في التعبير، فإننا نحصل على عدد صحيح:

$\frac{1}{3}$, $\frac{1}{2}$, 5 , 4 , $\frac{1}{4}$

د. جدوا عددًا إذا عوَّضناه في التعبير، فإننا نحصل على $17\frac{2}{5}$.

هـ . جدوا عددًا إذا عوَّضناه في التعبير، فإننا نحصل على عدد بين 19 إلى 20 (أكبر من 19 وأصغر من 20).

.4 انسخوا الجدول. عوِّضوا الأعداد في كل تعبير جبري واحسبوا.

التعبير / التعويض	$x + 15$	$2 \cdot x + 3$	$3 \cdot x + 2$
5			
10			
15			
12			

مجموعة مهام

.1 تلعب **سعاد** مع صديقاتها لعبة حبات الجوز.
في اللعبة الأولى، ربحت سعاد 5 حبات جوز. وفي اللعبة الثانية، ربحت حبتي جوز.

أ. كم حبة جوز كانت مع **سعاد** في نهاية اليوم إذا كانت معها في البداية 3 حبات، 10 حبات، 20 حبة؟

ب. في بداية اليوم، كان عدد حبات الجوز m (m عدد طبيعي).
أمامكم تعابير جبرية، أي منها مناسب لعدد حبات الجوز في نهاية اليوم؟

$m + 5 \cdot 2$ ، $2 \cdot m + 5$ ، $m + 5 + 2$ ، $5 \cdot m + 2$

ج. عوّضوا في التعبير الجبري، الذي اخترتموه، العدد 8 بدل m. جدوا عدد حبات الجوز التي كانت مع **سعاد** في نهاية اليوم.

د. لماذا **m** لا يمكن أن يكون $10\frac{1}{2}$ ؟

.2 أ. أمامكم التعبير الجبري $x + 5$. عوّضوا الأعداد الآتية (بدل x) واحسبوا: 2 , 100 , $1\frac{1}{2}$, 1.7 , 17

ب. رتّبوا الأعداد التي حصلتم عليها بحسب الكبر من اليسار إلى اليمين.

.3 أمامكم التعبير الجبري $x - 5$

أ. عوّضوا الأعداد الآتية (بدل x)واحسبوا: 5 , 5.1 , $5\frac{1}{2}$, 6.3 , 7

ب. رتّبوا الأعداد التي حصلتم عليها بحسب الكبر من اليسار إلى اليمين.

ج. جدوا عددًا إذا عوضناه في التعبير(بدل x)، فإننا نحصل على النتيجة 10.

.4 أمامكم التعبير الجبري $2 \cdot x + 3$

أ. عوّضوا الأعداد الآتية (بدل x) واحسبوا: 7 , 0 , 2.3 , $3\frac{1}{2}$, 6.6

ب. رتّبوا الأعداد التي حصلتم عليها بحسب الكبر من اليسار إلى اليمين.

ج. جدوا عددًا إذا عوضناه في التعبير (بدل x)، فإننا نحصل على نتيجة بين 3 إلى 4.

.5 أمامكم التعبير الجبري $3 \cdot x - 4$

أ. عوّضوا الأعداد الآتية(بدل x) واحسبوا: 5 , 2.1 , $1\frac{1}{2}$, 7 , 0.8

ب. اختاروا عددًا إذا عوضناه في التعبير (بدل x) ، فإننا نحصل على النتيجة 0.

ج. جدوا عددًا إذا عوضناه في التعبير (بدل x)، فإننا نحصل على نتيجة بين 1 إلى 2.

.6 أمامكم التعبير الجبري $3 \cdot x + 5$

أ. عوِّضوا الأعداد الآتية (بدل x)، ثم احسبوا: 3 , 10 , 0

ب. ما هو العدد الذي يجب أن نعوِّضه في التعبير (بدل x)، لكي نحصل على 20؟

ج. ما هو العدد الذي يجب أن نعوِّضه في التعبير (بدل x)، لكي نحصل على 8؟

د. قال **رائد**: إذا عوَّضنا كل عدد صحيح، فإننا نحصل على نتيجة زوجية دائمًا.

هل ما قاله رائد صحيح؟ أعطوا أمثلة.

.7 أمامكم التعبير الجبري $3 \cdot (x + 2)$

أ. عوِّضوا الأعداد الآتية (بدل x)، ثم احسبوا: 1, 4, 5

ب. ما هو العدد الذي يجب أن نعوِّضه في التعبير (بدل x)، لكي نحصل على 6؟

ج. بعض النتائج كانت أعدادًا زوجية. جدوا عددًا آخر إذا عوَّضناه في التعبير (بدل x)، فإننا نحصل على نتيجة زوجية.

د. جدوا عددًا آخر إذا عوَّضناه في التعبير (بدل x)، فإننا نحصل على نتيجة فردية.

.8 أمامكم التعبير الجبري $\frac{x+3}{2}$

أ. عوِّضوا الأعداد الآتية (بدل x) واحسبوا: $5\frac{1}{2}$, 2 , 1

ب. هل حصلتم على نتيجة تساوي عددًا صحيحًا؟ في أي تعويض؟

ج. جدوا عددًا آخر إذا عوَّضناه في التعبير الجبري، فإننا نحصل على نتيجة تساوي عددًا صحيحًا.

د. ما هي الأعداد التي يجب أن نعوِّضها في التعبير (بدل x)، لكي نحصل على عدد صحيح؟

هـ. ما هو العدد الذي يجب أن نعوِّضه في التعبير (بدل x)، لكي نحصل على 9؟

.9 لعب عماد لعبتَيْ بنانير.

في اللعبة الأولى كبَّر عماد عدد البنانير التي كانت معه بمقدار 3 أضعاف. أما في اللعبة الثانية خسر 4 بنانير.

أ. k يصف عدد بنانير عماد في بداية اليوم. هل يكفي أن نقول أن k عدد طبيعي؟ اشرحوا.

ب. اكتبوا تعبيرًا جبريًا يمثِّل عدد بنانير عماد في نهاية اليوم.

ج. هل يمكن أن يكون مع عماد في نهاية اليوم 30 بنورة، 31 بنورة، 32 بنورة؟ اشرحوا.

د. هل يمكن أن يكون مع عماد في نهاية اليوم عدد بنانير أكبر بضعفين من عدد البنانير التي كانت في بداية اليوم؟ اشرحوا.

هـ. هل يمكن أن يكون مع عماد في نهاية اليوم عدد بنانير أكبر بـ 4 أضعاف من عدد البنانير التي كانت في بداية اليوم؟ اشرحوا.

الدرس الرابع: الهاتف المحمول

بناء تعابير جبرية

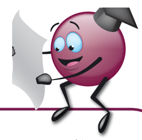
اشترت **رانية** هاتفًا محمولًا جديدًا.
في كل شهر، يجب عليها أن تدفع مبلغًا ثابتًا مقداره 35 شاقلًا وَ 50 أغورة مقابل كل دقيقة مكالمة .
كيف نمثِّل حِساب الهاتف الشهري **لرانية** من خلال تعبير جبري؟

نمثِّل مسائل كلامية بواسطة تعابير جبرية.

.1 أ. كم تدفع **رانية** إذا تحدثت 10 دقائق في الشهر، 20 دقيقة، 25 دقيقة؟
ب. كم تدفع **رانية** في الشهر الذي لا تتحدث فيه بالهاتف المحمول بتاتًا؟
ج. كم تدفع **رانية** في الشهر الذي تتحدث فيه ساعتين؟
د. كان حِساب **رانية** الشهري 60 شاقلًا. كم دقيقة تحدثت رانية بالهاتف المحمول في هذا الشهر؟
هـ. x يمثِّل عدد الدقائق التي تحدثتها رانية في هذا الشهر (x عدد طبيعي).
اكتبوا تعبيرًا جبريًا للمبلغ الذي دفعته **رانية** في هذا الشهر.

.2 ترسل **دلال** رسائل قصيرة (SMS) بشكل كبير عبر الهاتف المحمول.
انضمت إلى حملة تدفع فيها مبلغًا ثابتًا مقداره 35 شاقلًا.
سعر كل دقيقة مكالمة هو 50 أغورة وسعر كل رسالة قصيرة (SMS) هو 20 أغورة.
انسخوا الجدول وأكملوه. في الأسطر الثلاثة الأخيرة في الجدول، أكملوا إمكانيات مختلفة.

عدد دقائق المكالمة في الشهر	عدد الرسائل القصيرة في الشهر	المبلغ الشهري
15	20	
20	15	
x (عدد طبيعي أو 0)	y (عدد طبيعي أو 0)	
		61.70
		61.70
		61.70



عند التعويض في التعبير الجبري الذي يوجد فيه متغيِّران، فمن المهم التشديد على التعويض بدل المتغيِّر المناسب.
مثال: أمامكم التعبير الجبري $35 + 0.50 \cdot x + 0.20 \cdot y$
إذا عوَّضنا $x = 20$, $y = 15$ ، فإننا نحصل على 48
إذا عوَّضنا $x = 15$, $y = 20$ ، فإننا نحصل على $46\frac{1}{2}$
النتيجتان مختلفتان.
للتذكير، عند بناء تمرين أو تعبير جبري مكون من معطيات مع **قياسات**، فمن المهم التشديد على أن تكون نفس **وحدات القياس**.

مثال: في افتتاحية الدرس، كان مبلغ الدفع الثابت **بالشواقل**، ومبلغ الدفع لدقيقة مكالمة **بالأغورات**.
في التعبير الجبري، يجب أن نسجِّل مبلغ الدفع الثابت ومبلغ الدفع مقابل دقيقة مكالمة بنفس وحدة القياس.

3. في كل بند، اذكروا هل يوجد معنى للتمرين. إذا لا يوجد معنى، فاذكروا هل يمكن تغيير البند قليلًا، لكي نحصل على معنى.

أ. اشترى أبي 5 كغم اجاص وَ 2 لتر بنزين $\qquad 5 + 2$

ب. اشترت أمي 5 كغم اجاص وَ 200 غم جبنة $\qquad 5 + 200$

ج. في البداية، اشترى داوود 3 كتب وبعد ذلك كتابين $\qquad 3 + 2$

4. عوّضوا $x = 20$، $y = 10$، في كل تعبير جبري. $\quad 3 \cdot (x + 5) - y \qquad 3 \cdot x + 2 \cdot y - 15$

مجموعة مهام

1. نختار عددًا، نضربه بـ 5 ، ثم نضيف 3 إلى حاصل الضرب.

أ. نختار 2. ما هو التمرين؟ ما هي النتيجة؟

ب. نختار 20. ما هو التمرين؟ ما هي النتيجة؟

ج. النتيجة 53. ما هو العدد الذي اخترناه؟

د. نمثّل العدد الذي نختاره بالحرف a. ما هو التعبير الجبري المناسب للحِساب؟

$5 \cdot (3 + a) \qquad 5 \cdot 3 + a \qquad 5 \cdot a + 3 \qquad 3 \cdot a + 5$

2. الاشتراك السنوي الثابت في مكتبة أفلام فيديو هو 100 شاقل مقابل الاشتراك وَ 7.5 شواقل مقابل كل فيلم.

أ. كم شاقلًا يدفع **وليد** مقابل 30 فيلمًا في السنة، 42 فيلمًا في السنة؟

ب. x يمثّل عدد الأفلام التي استعارها **وليد** خلال السنة (x عدد طبيعي).
أمامكم تعابير جبرية، أي منها مناسب لمبلغ الدفع السنوي الذي يدفعه **وليد** لمكتبة أفلام الفيديو؟

$100 + 7.5 \cdot x \qquad 7.5 \cdot x + 100 \qquad 7.5 \cdot 100 + x \qquad x + 100 \cdot 7.5$

3. عند بداية السفر بتكسي أجرة، فإنَّ العدَّاد يُشير إلى مبلغ دفع ثابت مقداره 8.5 شواقل.
إضافة إلى ذلك، يدفع المسافر شاقلين مقابل كل كيلومتر سفر.

أ. كم شاقلًا يدفع المسافر مقابل 2 كم، 7 كم، 10 كم؟

ب. اكتبوا تعبيرًا جبريًا مقابل سفر b كم $(b > 0)$.

ج. دفعت **إلهام** 18.50 شاقلًا مقابل السفر بتكسي أجرة. كم كيلومتراً سافرت **إلهام؟**

د. دفع **رائد** 20.50 شاقلًا مقابل السفر بتكسي أجرة. كم كيلومتراً سافر **رائد؟**

4. عند التحضير لاحتفال التخرج في مدرستَي السلام والأخوّة، وجد المنظمون إعلانين في صحيفة "المدينة".

"مطبعة الشرق" للطباعة والنشر	"مطبعة المدينة" للطباعة والنشر
سعر بطاقة الدعوة 3.5 شواقل	ندفع مبلغًا ثابتًا مقداره 30 شاقلا وسعر كل بطاقة دعوة هو 2.5 شاقل

طبعت **مدرسة السلام** بطاقات الدعوة في مطبعة الشرق. أما **مدرسة الأخوة** فقد طبعت بطاقات الدعوة في مطبعة المدينة.
طبعت المدرستان نفس عدد بطاقات الدعوة.

أ. اكتبوا تعبيرًا جبريًا مناسبًا لمبلغ الدفع لكل مدرسة. اكتبوا القيود الموجودة في المسألة الكلامية.

ب. ما هو المبلغ الذي تدفعه كل مدرسة، إذا طلبت كل واحدة منهما: 40 بطاقة دعوة، 70 بطاقة دعوة، 100 بطاقة دعوة؟

ج. كم بطاقة دعوة طلبت كل مدرسة إذا دفعت المدرستان نفس المبلغ؟

5. عوِّضوا $a = 5$ في كل تعبير جبري من التعابير الآتية، ثم احسبوا.

أ. $6 \cdot a - 3$ ب. $15 + a$ ج. $20 + 2 \cdot a$

6. عوِّضوا $a = 1\frac{1}{2}$, $b = 4$ في كل تعبير جبري من التعابير الآتية، ثم احسبوا.

أ. $4 \cdot a + 3 \cdot b$ ب. $10 \cdot a - b + 4$ ج. $a \cdot b + 2$

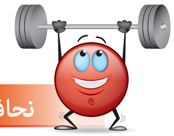
7. انسخوا الجدول ثم أكملوا نتائج التعويض.

تعويض / تعبير جبري	$5 \cdot a + 2 \cdot b$	$2 \cdot a + 5 \cdot b$	$2 \cdot a + 2 \cdot b$	$5 \cdot a + 5 \cdot b$
$a = 5$ $b = 10$				
$a = 0.5$ $b = 1$				
$a = 0$ $b = 0.2$				

8. جدوا زوجًا من الأعداد الذي إذا عوضناه بدل a وَ b يتحقق ما يلي:

أ. $2 \cdot a + 5 \cdot (2+b) > 2 \cdot a + 5 \cdot 2 + b$ ب. $2 \cdot a + 5 \cdot (2+b) = 2 \cdot a + 5 \cdot 2 + b$

جدوا، إذا كان الأمر ممكنًا، زوجًا إضافيًا من الأعداد، بحيث يكون مناسبًا لكل بند.



نحافظ على لياقة رياضية

نكبِّر ونصغِّر أعدادًا

1. أمامكم أعداد: 24 30 102 103 $2\frac{1}{2}$ $4\frac{2}{5}$

سجِّلوا لكل عدد ما يلي:

أ. عدد أكبر منه بضعفين.

ب. عدد أصغر منه بضعفين.

ج. عدد أكبر منه بـ 2 .

د. عدد أصغر منه بـ 2 .

2. أمامكم أعداد: 6 3 30 15 102 $4\frac{1}{2}$ 6.3

سجِّلوا لكل عدد ما يلي:

أ. عدد أكبر منه 3 أضعاف.

ب. عدد أصغر منه 3 أضعاف.

ج. عدد أكبر منه بـ 3 .

د. عدد أصغر منه بـ 3 .

3. انسخوا واكتبوا: > , < أو =.

أ. العدد الأكبر بـ 2 من 3 ⬤ العدد الأكبر بضعفين من 3

ب. العدد الأكبر بـ 2 من 1 ⬤ العدد الأكبر بضعفين من 1

ج. العدد الأكبر بـ 2 من 2 ⬤ العدد الأكبر بضعفين من 2

4. اخترت عددًا.

داوود ضربه بـ 3 ، أضاف **يوسف** 3 إلى العدد.

هل يمكن أن نعرف من منهما حصل على نتيجة أكبر؟ اشرحوا.

5. اكتبوا حاصل ضرب 0 بكل عدد من الأعداد الآتية: 5 7 100.

ما هو المشترك لحواصل الضرب الثلاثة؟