

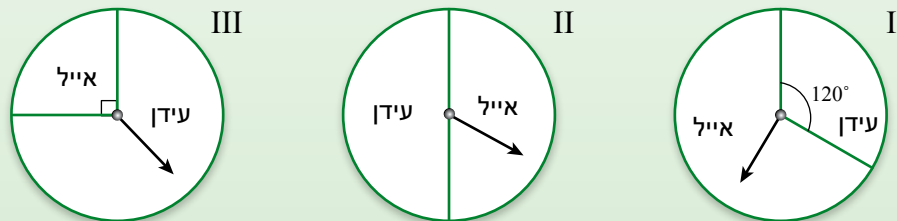


יחידה 9: הסתברות

שיעור 1. נזכרים בהסתברות

אייל ועידן משחקים ב"שעונים".

כל אחד בתורו מסובב מחוג של אחד ה"שעונים" לפי בחירתו. מנצח מי שהמחוג עוצר בשטח שעליו רשום שמו.



באיזה "שעון" בחר לדעתכם **אייל**?

אייל מסובב את ה"שעון" שבחר 120 פעמים.

שערו כמה פעמים בערך צפוי שהמחוג יעצור על השם **אייל**.

באיזה "שעון" בחר לדעתכם **עידן**?

עידן מסובב את ה"שעון" שבחר 120 פעמים.

שערו כמה פעמים בערך צפוי שהמחוג יעצור על השם **עידן**.

נחשב הסתברויות.

1. נתייחס לנתונים במשימת הפתיחה.

א. איזה "שעון" הוגן?

ב. **אייל ועידן** עומדים לסובב פעם אחת את המחוג ב"שעון" (I).

האם נוכל לדעת מראש מי יזכה? הסבירו.

2. מסובבים את המחוג ב"שעון" המשורטט.

א. מהי ההסתברות שהמחוג יעצור בשטח הירוק?

ב. מהי ההסתברות שהמחוג יעצור בשטח הלבן?

ג. **יונתן** מסובב את המחוג 200 פעמים.

כמה פעמים בערך צפוי שהמחוג יעצור בשטח הירוק?

כמה פעמים בערך צפוי שהמחוג יעצור בשטח הלבן?

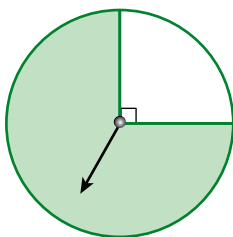
3. מטילים קוביית משחק רגילה.

א. חשבו את ההסתברות לקבל את המספר 5.

מטילים את הקובייה 60 פעמים. כמה פעמים בערך צפוי שיתקבל המספר 5?

ב. חשבו את ההסתברות לקבל מספר המתחלק ב-3.

מטילים את הקובייה 60 פעמים. כמה פעמים בערך צפוי שיתקבל מספר המתחלק ב-3?





במשימה 3 ההסתברות לקבל את המספר 5 בהטלת קובייה היא $\frac{1}{6}$.
 כלומר, אם נטיל את הקובייה מספר רב של פעמים, המספר 5 צפוי להתקבל **בערך** ב- $\frac{1}{6}$ מהמקרים.
 אם נטיל את הקובייה 60 פעמים, המספר 5 צפוי להתקבל **בערך** 10 פעמים (בערך ב- $\frac{1}{6}$ מהמקרים)



4. בשקית 12 גולות: 8 **אדומות** ו- 4 **ירוקות**.

מוציאים גולה אחת מתוך השקית, **בלי להסתכל**.

א. חשבו את ההסתברות להוציא גולה **אדומה**.

ב. חשבו את ההסתברות להוציא גולה **ירוקה**.

ג. חשבו את ההסתברות להוציא גולה **סגולה**.

ד. מוציאים מתוך השקית גולה אחת, רושמים את הצבע שלה ומחזירים אותה לשקית.
 מוציאים עוד גולה, רושמים את הצבע שלה ומחזירים לשקית. חוזרים על התהליך 120 פעמים.
 כמה פעמים בערך צפוי שתתקבל גולה **ירוקה**?



במשימה 4

8 מתוך 12 הגולות שבשקית הן **אדומות**. לכן ההסתברות להוציא גולה **אדומה** היא $\frac{8}{12} = \frac{2}{3}$.
 בשקית אין גולות **סגולות**. לכן ההסתברות להוציא גולה **סגולה** היא 0.

5. בשקית 20 גולות: 10 **אדומות**, 8 **כחולות** ו- 2 **ירוקות**.

מוציאים מתוך השקית, **בלי להסתכל**, גולה אחת.

א. חשבו את ההסתברות להוציא גולה **אדומה**.

ב. חשבו את ההסתברות להוציא גולה **כחולה**.

ג. חשבו את ההסתברות להוציא גולה **ירוקה**.

ד. חשבו את ההסתברות להוציא גולה **כתומה**.

ה. מוציאים מתוך השקית גולה אחת, רושמים את הצבע שלה ומחזירים אותה לשקית.
 מוציאים עוד גולה, רושמים את הצבע שלה ומחזירים לשקית.
 חוזרים על התהליך הזה 50 פעמים.
 כמה פעמים בערך צפוי שתתקבל גולה **כחולה**?



אוסף משימות



1. חברו קו בין המאורע ובין ההסתברות המתאימה.

- | | | |
|-----------------|-------------------------------------|---|
| • | א. לקבל בהטלת קוביית משחק | • |
| $\frac{1}{2}$ • | ב. לקבל בהטלת מטבע של שקל | • |
| $\frac{1}{3}$ • | ג. לקבל בסיבוב סביבון | • |
| $\frac{1}{4}$ • | ד. לקבל מספר זוגי בהטלת קובייה | • |
| $\frac{1}{6}$ • | ה. לקבל מספר גדול מ-4 בהטלת קובייה | • |
| • | ו. המחוג יעצור בשטח הירוק של העיגול | • |



2. מטילים קוביית משחק רגילה.

- א. מה ההסתברות לקבל את המספר 4?
ב. מה ההסתברות לקבל מספר המתחלק ב-5?
ג. מה ההסתברות לקבל מספר קטן מ-2?
ד. מה ההסתברות לקבל מספר קטן מ-7?



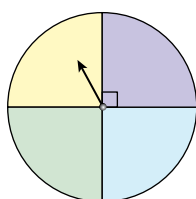
3. מטילים קוביית משחק רגילה.

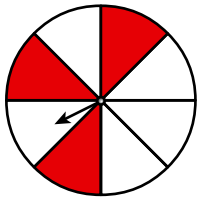
- א. מה ההסתברות לקבל מספר המתחלק ב-3?
ב. מטילים את הקובייה 30 פעמים.
כמה פעמים בערך צפוי להתקבל מספר המתחלק ב-3?



4. מסובבים את המחוג ב"שעון" שבשרטוט.

- א. מה ההסתברות שהמחוג יעצר על החלק ה**סגול**?
ב. מסובבים את המחוג 16 פעמים.
כמה פעמים בערך המחוג צפוי לעצור על החלק ה**סגול**?





5. מסובבים את המחוג ב"שעון" שבשרטוט.

- א. מה ההסתברות שהמחוג ייעצר על החלק האדום?
 ב. מסובבים את המחוג 16 פעמים.
 כמה פעמים בערך המחוג צפוי לעצור על החלק האדום?

6. בכד 15 כדורים. 10 סגולים ו-5 שחורים. מוציאים מתוך הכד, בלי להסתכל, כדור אחד.

- א. מה ההסתברות להוציא כדור סגול?
 ב. מה ההסתברות להוציא כדור שחור?

7. בכד 24 כדורים. 15 כחולים ו-9 ירוקים. מוציאים מתוך הכד, בלי להסתכל, כדור אחד.

- א. מה ההסתברות להוציא כדור ירוק?
 ב. מה ההסתברות להוציא כדור כחול?
 ג. מה ההסתברות להוציא כדור שחור?
 ד. מוציאים מתוך הכד, רושמים את הצבע שלו ומחזירים אותו לכד.
 מוציאים עוד כדור. רושמים את הצבע שלו ומחזירים לכד. חוזרים על התהליך הזה 120 פעמים.
 כמה פעמים בערך צפוי שיוציאו כדור כחול?

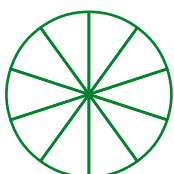
8. בכד 10 כדורים. 4 אדומים, 5 כחולים וכדור אחד ירוק.

מוציאים מתוך הכד, בלי להסתכל, כדור אחד.

- א. מה ההסתברות להוציא כדור אדום?
 ב. מה ההסתברות להוציא כדור ירוק?
 ג. מה ההסתברות להוציא כדור כחול?
 ד. מה ההסתברות להוציא כדור שחור?

9. בשק 60 כדורים בצבעים שונים.

- $\frac{1}{3}$ מהכדורים בצבע אדום, $\frac{1}{5}$ מהכדורים בצבע כחול, $\frac{3}{10}$ מהכדורים בצבע ירוק והשאר בצבע סגול.
 א. מוציאים מתוך השק כדור, בלי להסתכל. מהו הצבע שההסתברות להוציאו היא הגדולה ביותר?
 ב. כמה כדורים מכל צבע יש בשק?



10. צבעו את הצורה שבשרטוט כך שההסתברות לקבל היא:

צהוב 0.4 אדום 0.1 ירוק 0.2 כחול 0.3

שיעור 2. הסתברות של מאורעות עם מספר תוצאות אפשריות

בטבלה הציונים במבחן במתמטיקה של תלמידי כיתה ט.

ציון	40	50	60	70	80	90	100
מספר התלמידים	5	3	8	6	10	5	3



א. כמה תלמידים בכיתה?

ב. תלמיד מהכיתה נבחר באקראי.

שערו: לאיזה מאורע ההסתברות הגדולה ביותר?

- נבחר תלמיד שהציון שקיבל הוא 80.

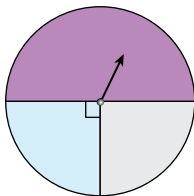
- נבחר תלמיד שהציון שקיבל גבוה מ-80.

- נבחר תלמיד שהציון שקיבל נמוך מ-70.

נחשב הסתברויות של מאורעות המורכבים ממספר תוצאות אפשריות.

1. מהו הציון הממוצע של התלמידים?

תלמיד נבחר באקראי. מה ההסתברות שהציון שקיבל נמוך מהממוצע?



2. מסובבים את המחוג של ה"שעון" שבשרטוט עד שהוא נעצר.

אלה תנצח אם המחוג יעצר על השטח ה**תכלת** או על השטח האפור.

יונת תנצח אם המחוג יעצר על השטח ה**סגול**.

א. למי מהבנות סיכוי טוב יותר לנצח?

ב. מה ההסתברות שהמחוג יעצור בשטח ה**סגול**?

ג. מה ההסתברות שהמחוג יעצור בשטח ה**תכלת**?

ד. מה ההסתברות שהמחוג יעצור בשטח ה**תכלת** או בשטח ה**סגול**?

ה. מה ההסתברות שהמחוג לא יעצור בשטח ה**תכלת**?



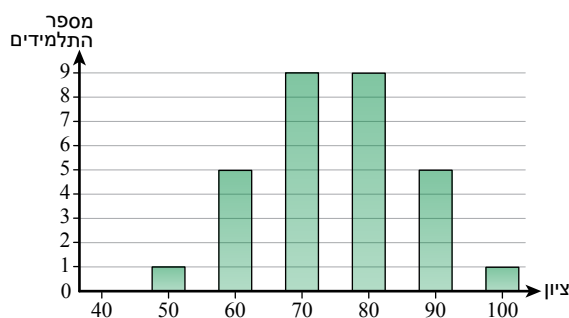
במשימה 2 ההסתברות שהמחוג יעצור בשטח ה**תכלת** היא $\frac{1}{4}$

ההסתברות שהמחוג יעצור בשטח ה**סגול** היא $\frac{1}{2}$

ההסתברות שהמחוג יעצור בשטח ה**תכלת** או בשטח ה**סגול** היא $\frac{1}{4} + \frac{1}{2} = \frac{3}{4}$

ההסתברות שהמחוג **לא** יעצור בשטח ה**תכלת** היא $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$

3. לפניכם גרף המתאר את הציונים באנגלית של תלמידי כיתה ט.



א. כמה תלמידים בכיתה?

ב. תלמיד מהכיתה נבחר באקראי. מה ההסתברות שציונו 60?

ג. תלמיד מהכיתה נבחר באקראי. מה ההסתברות שציונו מעל הממוצע?

4. בשרטוט "שעון" המחולק ל-4 חלקים.

החלק הצבוע **בסגול** הוא $\frac{1}{2}$ מהעיגול.

כל אחד מהחלקים הצבועים ב**ירוק** הוא $\frac{1}{6}$ מהעיגול.

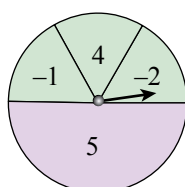
מסובבים את המחוג של ה"שעון" שבשרטוט עד שהוא נעצר.

א. מה ההסתברות שהמחוג יעצור על מספר שלילי?

ב. מה ההסתברות שהמחוג יעצור על מספר חיובי?

ג. מה ההסתברות שהמחוג יעצור על מספר שלם?

ד. מה ההסתברות שהמחוג לא יעצור על 5?



5. במשפחה שלושה ילדים.

א. רשמו בטבלה את כל האפשרויות לחלוקת הילדים במשפחה לבנים ולבנות.

ב. בכמה אפשרויות ה**בכור** הוא **בן**?

ג. משפחה שבה שלושה ילדים נבחרת באקראי,

מה ההסתברות שה**בכור** במשפחה הוא **בן**?

ד. משפחה שבה שלושה ילדים נבחרת באקראי,

מה ההסתברות ש**רק הבכור** במשפחה הוא **בן**?

ה. איזו הסתברות גדולה יותר:

שהיו במשפחה 2 בנים או שהיו במשפחה 3 בנים?

ו. איזו הסתברות גדולה יותר:

שהיו במשפחה 2 בנים או שהיו במשפחה 2 בנות?

בכור/ה	אמצעי/ת	צעיר/ה



קיימים מחקרים על תפיסות מוטעות בהסתברות אצל ילדים. מחקרים אלה מראים, כי ילדים רבים סבורים שהסיכויים ללידת בן או בת תלויים בלידות הקודמות, למשל הסיכוי להולדת בת במשפחה גבוה יותר אם בלידות הקודמות נולדו בנים.

ההסברים שנותנים ילדים במקרים כאלה נשענים על גישה רגשית (למשל, "אם יש במשפחה שלושה בנים, רוב הסיכויים שתיוולד בת, כי זה מוגזם! כולם מחכים לבת") או על נסיון חייהם (למשל, "רוב הסיכויים שייוולד עוד בן. אני רוצה בת, אבל יודע שייוולד עוד בן").



אוסף משימות



1. מטילים קוביית משחק רגילה.



- מה ההסתברות לקבל את המספר 4 או 5?
- מה ההסתברות לקבל מספר ראשוני?
- מה ההסתברות לקבל מספר המתחלק ב-3?
- מה ההסתברות לקבל מספר המתחלק ב-4?
- מה ההסתברות לקבל מספר קטן מ-4?
- מה ההסתברות לקבל מספר גדול מ-5?



2. לפניכם טבלה המתארת את צורת הבילוי המועדפת על תלמידי כיתה ט.

ספורט	בילוי עם חברים	צפייה בטלוויזיה	משחקי מחשב	צורת הבילוי המועדפת
5	12	8	15	מספר תלמידים

- כמה תלמידים בכיתה?
- תלמיד מהכיתה נבחר באקראי. מה ההסתברות שצורת הבילוי העדיפה עליו היא צפייה בטלוויזיה?
- תלמיד מהכיתה נבחר באקראי. מה ההסתברות שצורת הבילוי העדיפה עליו היא לא משחקי מחשב?



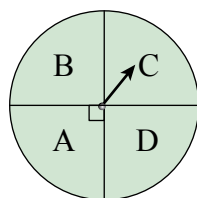
3. הציונים במבחן בפיזיקה של תלמידי כיתה ט היו:

ציון	100	90	80	70	60	50	40
מספר תלמידים	4	6	15	7	5	2	1

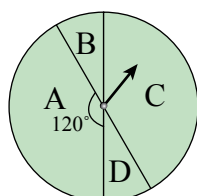
- כמה תלמידים בכיתה?
- תלמיד מהכיתה נבחר באקראי. מה ההסתברות שהציון שלו גבוה מ-80?
- תלמיד מהכיתה נבחר באקראי. מה ההסתברות שהוא נכשל (קיבל פחות מ-60) במבחן?



4. רושמים על שבעה פתקים את שמות ימי השבוע. על כל פתק רשום שמו של יום אחר. מקפלים את הפתקים ושמים בקופסה. מה ההסתברות להוציא פתק עם שם של יום המתחיל באות "ש"?



- מסובבים את המחוג של ה"שעון" בשרטוט.
 - מה ההסתברות שהמחוג יעצור בשטח A?
 - מה ההסתברות שהמחוג יעצור בשטח B או בשטח C?
 - מה ההסתברות שהמחוג לא יעצור בשטח D?
 - מסובבים את המחוג 80 פעמים. כמה פעמים בערך המחוג צפוי לעצור בשטח A או בשטח C?



- מסובבים את המחוג של ה"שעון" בשרטוט.
 - מה ההסתברות שהמחוג יעצור בשטח A?
 - מה ההסתברות שהמחוג יעצור בשטח B או בשטח C?
 - מה ההסתברות שהמחוג לא יעצור בשטח D?
 - מסובבים את המחוג 90 פעמים. כמה פעמים בערך המחוג צפוי לעצור בשטח A או בשטח C?



7. בכד 8 גולות **ירוקות**, 6 גולות **כחולות**, 4 גולות **אדומות** ו- 2 גולות **סגולות**. מוציאים גולה מהכד בלי להסתכל.

- א. מה ההסתברות שהגולה הנבחרת תהיה בצבע **כחול**?
- ב. מה ההסתברות שהגולה הנבחרת תהיה בצבע **סגול או ירוק**?
- ג. מה ההסתברות שהגולה הנבחרת **לא** תהיה בצבע **אדום**?



8. מסובבים סביבון של חנוכה.



- א. מה ההסתברות לקבל את האות **נ**?
- ב. מה ההסתברות לקבל את האות **פ**?
- ג. מה ההסתברות לקבל את האותיות **נ** או **ה**?
- ד. מה ההסתברות **לא** לקבל את האות **ג**?



9. לפניכם פריסה של קוביה מיוחדת. מטילים את הקובייה.

1		
2		
2	2	
	3	3

- א. מה ההסתברות לקבל את המספר 2?
- ב. מה ההסתברות לקבל את המספר 3?
- ג. מה ההסתברות לקבל את המספר 2 או את המספר 3?
- ד. מצאו מאורע שההסתברות שלו היא $\frac{1}{6}$



10. בוחרים שתיים מבין הספרות 2, 5, 8 ומרכיבים מהן מספר דו-ספרתי.

- א. כמה מספרים כאלה יש? רשמו אותם.
- ב. בוחרים מספר באקראי מבין המספרים שהרכבתם. מה ההסתברות שהמספר הנבחר הוא זוגי?
- מה ההסתברות שהמספר הנבחר קטן מ- 50?
- מה ההסתברות שהמספר הנבחר מתחלק ב- 5?
- מה ההסתברות שהמספר הנבחר גדול מ- 52?



שיעור 3. מכפלה זוגית או מכפלה אי-זוגית

הסתברות של מאורעות דו-שלביים

מטילים שתי קוביות לפי התור ומכפילים את המספרים המתקבלים.

נועה מקבלת נקודה אם המכפלה זוגית.

דניאל מקבלת נקודה אם המכפלה אי-זוגית.

מנצחת במשחק השחקנית שצברה הכי הרבה נקודות.

מי לדעתכם תנצח? הסבירו.

נלמד לחשב הסתברויות של מאורעות דו-שלביים.

•	1	2	3	4	5	6
1						
2						
3				12		
4						
5			15			
6						

במשימות 1 - 3 נתייחס לנתונים במשימת הפתיחה.

1. א. שחקו בזוגות את המשחק 20 פעמים.

השוו את תוצאות הכיתה כולה.

ב. למי סיכוי גבוה יותר לנצח: **לנועה** או **לדניאל**? הסבירו.

ג. השלימו את הטבלה. כמה תוצאות בטבלה?

ד. מה ההסתברות לקבל מכפלה זוגית?

מה ההסתברות לקבל מכפלה אי-זוגית?

•	1	3	5	2	4	6
1	1	3	5	2	4	6
3	3	9	15	6	12	18
5	5	15	25	10	20	30
2	2	6	10	4	8	12
4	4	12	20	8	16	24
6	6	18	30	12	24	36

2. **עידן** סידר את טבלת המכפלות כך:

א. צבעו את כל האזורים שבהם המכפלה זוגית.

ב. האם בעזרת הטבלה של **עידן** קל יותר לקבוע אם **נועה** תנצח

או **דניאל** תנצח? הסבירו.

3. **גלי** אמרה: מכפלה זוגית מתקבלת אם כופלים שני מספרים זוגיים או אם כופלים מספר זוגי במספר

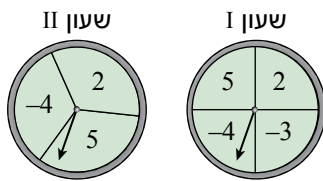
אי-זוגי. מכפלה אי-זוגית מתקבלת רק אם בשתי הקוביות מופיעים מספרים אי-זוגיים.

האם בעזרת הטענה של **גלי** אפשר להסיק אם **נועה** תנצח או **דניאל** תנצח? הסבירו.



במאורעות דו-שלביים שבהם יש מספר גדול של תוצאות, נוח לייצג את התוצאות בטבלה. כדי לחשב הסתברות של מאורע מתוך טבלה, סופרים את מספר התוצאות המתאימות למאורע מתוך סך-כל האפשרויות שמופיעות בטבלה.

מחשבה: במשימה 1 מופיעים בטבלה 9 מספרים אי-זוגיים מתוך 36 האפשרויות הקיימות בטבלה. לכן, ההסתברות לקבל מכפלה אי-זוגית בהטלת שתי הקוביות היא $\frac{9}{36}$



•	5	2	-3	-4
5				
2				
-4				

3. נתונים שני "שעונים" (כל "שעון" מחולק לחלקים שווים). מסובבים את המחוג של כל אחד מה"שעונים" המשורטטים, ומחשבים את מכפלת המספרים המתקבלים.
- עומר** מנצחת - אם מכפלת המספרים חיובית.
- אייל** מנצח - אם מכפלת המספרים שלילית.
- א. האם לדעתכם המשחק הוגן?
- ב. השלימו את הטבלה.
- ג. מצאו בעזרת הטבלה את ההסתברות ש**עומר** תנצח ואת ההסתברות ש**אייל** ינצח.
- ד. האם צדקתם בהשערתכם בסעיף א?



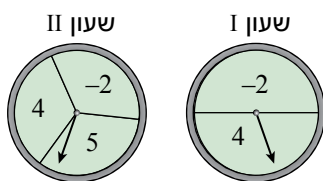
אוסף משימות



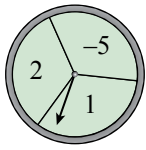
1. מטילים שתי קוביות משחק רגילות ורושמים את מכפלת המספרים המתקבלים על שתייהן.

•	1	2	3	4	5	6
1						
2						
3						
4						
5						
6						

- א. השלימו את הטבלה.
- ב. מה ההסתברות שמכפלת המספרים 24?
- ג. מה ההסתברות שמכפלת המספרים 25?
- ד. מה ההסתברות שמכפלת המספרים 20 או 30?
- ה. מה ההסתברות שמכפלת המספרים גדולה מ-20?
- ו. מצאו מאורע שההסתברות שלו היא $\frac{4}{36}$.

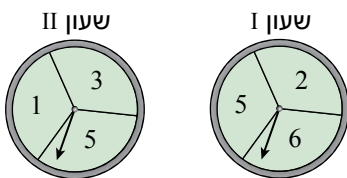


2. מסובבים את המחוג של כל אחד מה"שעונים" המשורטטים, ומחשבים את מכפלת המספרים המתקבלים.
- (כל "שעון" מחולק לחלקים שווים).
- א. השלימו את הטבלה. כמה תוצאות בטבלה?
- ב. מה ההסתברות שמכפלת המספרים (-10)?
- ג. מה ההסתברות שמכפלת המספרים (-4)?
- ד. מה ההסתברות שמכפלת המספרים שלילית?
- ה. מצאו מאורע שההסתברות שלו היא $\frac{1}{3}$.



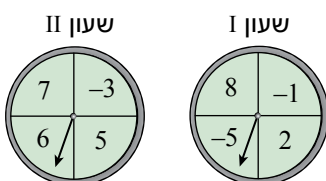
.			

3. לפניכם "שעון" המחולק לשלושה חלקים שווים.
מסובבים את מחוג ה"שעון" פעמיים וכופלים את שני המספרים המתקבלים.
- קשמו את כל התוצאות האפשריות בטבלה.
 - מה ההסתברות שמכפלת המספרים חיובית?
 - מה ההסתברות שמכפלת המספרים שלילית?
 - מה ההסתברות שמכפלת המספרים ≥ 1 ?
 - מצאו מאורע שההסתברות שלו היא $\frac{2}{9}$.



.	1	3	5
2			
5			
6			

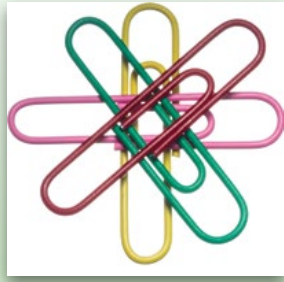
4. לפניכם שני "שעונים". כל "שעון" מחולק ל-3 חלקים שווים.
מסובבים את המחוגים של שני ה"שעונים",
ומחשבים את המכפלה של המספרים המתקבלים.
- השלימו את הטבלה. כמה תוצאות בטבלה?
 - מה ההסתברות שמכפלת המספרים ≥ 6 ?
 - מה ההסתברות שמכפלת המספרים ≥ 25 ?
 - מה ההסתברות שמכפלת המספרים זוגית?
 - מה ההסתברות שמכפלת המספרים אי-זוגית?



.				

5. לפניכם שני "שעונים". כל "שעון" מחולק ל-4 חלקים שווים.
מסובבים את המחוגים של שני ה"שעונים",
ומחשבים את מכפלת המספרים המתקבלים.
- רועי** מנצח - אם מכפלת המספרים חיובית.
רותם מנצחת - אם מכפלת המספרים שלילית.
- האם לדעתכם המשחק הוגן?
 - השלימו את הטבלה.
 - מצאו בעזרת הטבלה את ההסתברות ש**רועי** ינצח, ואת ההסתברות ש**רותם** תנצח.

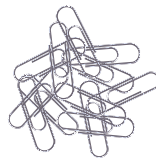
שיעור 4. סכום זוגי או סכום אי-זוגי



נשחק בזוגות את המשחק "אטבים על סכומים".
(ראו הוראות במשימה 1.)

הסבירו את שיקוליכם בהנחת האטבים על הלוח.

ננתח ונבדוק את הסיכויים לנצח במשחק.



1. אטבים על סכומים (משחק לשניים או לשלושה משתתפים)

המשחק מכיל:

- 18 אטבים קטנים לכל משתתף/ת
- שתי קוביות משחק רגילות
- לוח משחק לכל משתתף/ת

2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12

מטרת המשחק: להסיר ראשון/ה את כל האטבים מהלוח

הוראות המשחק

כל משתתף/ת מניח/ה את כל 18 האטבים על העמודות בלוח כרצונו/ה.
(בכל עמודה מותר להניח אטב בודד, להניח מספר אטבים ביחד או לא להניח אטבים כלל.)
בכל תור מטילים את שתי הקוביות ומחשבים את הסכום.

מסירים אטב אחד הנמצא בעמודה של הסכום שהתקבל (אם יש).

המשחק מסתיים: כאשר הוסרו כל האטבים מאחד הלוחות

מנצח/ת: המשתתף/ת שכל האטבים שלו/ה הוסרו

א. שחקו את המשחק **אטבים על סכומים** פעם נוספת.

ב. האם הנחת האטבים על הלוח במשחק השני היתה שונה לעומת המשחק הראשון?

2. מטילים שתי קוביות משחק רגילות ומחברים את המספרים המתקבלים.

+	1	2	3	4	5	6
1				5		
2						
3						
4						
5					10	
6						

עדי תנצח - אם הסכום 5; **אבנר** ינצח - אם הסכום 10.

א. שערך את המשחק הוגן.

אם כן, נמקו. אם לא, למי סיכוי טוב יותר לנצח?

ב. השלימו את לוח הפעולה.

כמה תוצאות בלוח הפעולה? כמה תוצאות **שווה** בלוח?

ג. מה ההסתברות לקבל את הסכום 5?

ד. מה ההסתברות לקבל את הסכום 10?

ה. מצאו סכום שההסתברות לקבל אותו היא $\frac{5}{36}$

ו. **יאיר** אמר: מצאתי שני סכומים כאלו.

האם **יאיר** צודק?



3. באיזה אופן הייתם מסדרים כעת את הדסקיות על לוח המשחק ממשימה 1?

קרדנו (Girolamo Cardano) שחי באיטליה במאה ה-16 פיתח את יסודות תורת ההסתברות (Probability) מתוך רצון להבין עקרונות הקשורים במשחקי מזל. במאה ה-17 החלו מתמטיקאים לחקור בצורה מתמטית הסתברויות לזכייה במשחקי מזל. המתמטיקאים בלז פסקל (Blaise Pascal) ופייר דה פֶּרְמָה (Pierre de Fermat) פיתחו תורת הסתברות שבה הם מגדירים באופן מדויק את כל התוצאות האפשריות של ניסוי, ומייחסים הסתברות מסוימת לכל תוצאה. כיום, עקרונות ההסתברות מהווים בסיס לתחומי מדע רבים ומגוונים - למשל, בפיזיקה (מכניקה סטטיסטית, תרמודינמיקה, תורת הקוונטים), בכלכלה (ניהול כספים, ניהול סיכונים), וברפואה (קביעת סיכונים, אבחונים).



4. **ליאור וענת** משחקות במשחק "זוג או פרט". הן מראות בו-זמנית מספר אצבעות ביד ימין.

ליאור מנצח אם סכום האצבעות ששתיהן מראות הוא מספר זוגי.

ענת מנצחת אם סכום האצבעות הוא מספר אי-זוגי.

		ליאור				
ענת	+	1	2	3	4	5
	1					
	2				6	
	3		5			
	4					
	5					

א. האם המשחק נראה לכם הוגן?

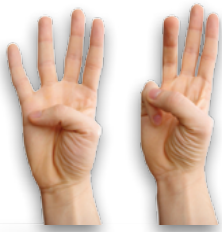
ב. רשמו את כל התוצאות האפשריות בטבלה.

ג. כמה מהתוצאות הן מספרים זוגיים?

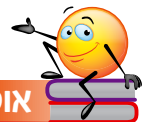
מה ההסתברות של **ליאור** תנצח?

ד. כמה מהתוצאות הן מספרים אי-זוגיים?

מה ההסתברות ש**ענת** תנצח?



5. **כרמל** אמרה: אני רואה כי בלוח החיבור 25 תוצאות, מכאן אפשר להסיק שהמשחק אינו הוגן בלי לחשב הסתברויות. האם **כרמל** צודקת? הסבירו.



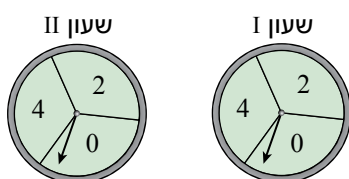
אוסף משימות



1. **מעין ודור** משחקים במשחק "סולמות וחבלים". הם מטילים שתי קוביות וצועדים מספר צעדים לפי סכום המספרים על שתי הקוביות. המנצח הוא השחקן המגיע בדיוק למשבצת ה-100. למי סיכוי גדול יותר לנצח במהלך הבא?



94	95	96 ^{דור}	97	98	99	100 _{נצחון}
^{מעין} 93	92	91	90	89	88	87



+	0	2	4
0			
2			
4			

2. לפניכם שני "שעונים" זהים המחולקים לשלושה חלקים שווים. מסובבים את המחוג של כל "שעון" ומחשבים את סכום המספרים המתקבלים.
- א. השלימו את הטבלה.
- ב. מה ההסתברות לקבל סכום 4?
- ג. מה ההסתברות לקבל סכום 6?
- ד. מה ההסתברות לקבל סכום 0?
- ה. **דור** צריך לבחור באחד הסכומים האפשריים. אם הסכום שבחר יתקבל, **דור** יזכה בנקודה. באיזה סכום כדאי לו לבחור? הסבירו.



3. מטילים שתי קוביות משחק רגילות ורושמים את המספר הגדול מבין השניים.

אם מתקבל אותו מספר על שתיהן, רושמים מספר זה.

	1	2	3	4	5	6
1						
2		2		4		
3						
4						
5						
6						

א. השלימו את הטבלה.

ב. מה ההסתברות לקבל את המספר 6?

ג. מה ההסתברות לקבל את המספר 1?

ד. מה ההסתברות לקבל מספר זוגי?

ה. מה ההסתברות לקבל מספר אי-זוגי?

ו. מה ההסתברות לקבל מספר גדול מ-3?

ז. מה ההסתברות לקבל מספר קטן מ-5?



4. מטילים שתי קוביות משחק ומחברים את המספרים המתקבלים.

א. השלימו את הטבלה.

ב. **נטע** תנצח אם הסכום 5; **טל** ינצח אם הסכום 8.

האם לדעתכם המשחק הוגן?

ג. **דנה** תנצח אם הסכום 10; **חגי** ינצח אם הסכום 4.

האם לדעתכם המשחק הוגן?

ד. **אבנר** ינצח אם הסכום זוגי.

שולי תנצח אם הסכום אי-זוגי.

האם המשחק הוגן? הסבירו.

ה. **שי** אמר: אם משנים את סדר המספרים בטבלה כמו בשרטוט,

קל לראות שהמשחק של **אבנר** ו**שולי** הוגן.

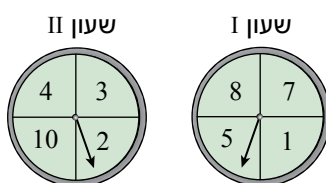
השלימו את הטבלה שבשרטוט.

צבעו את המשבצות שבהן התוצאה זוגית.

האם **שי** צודק?

+	1	2	3	4	5	6
1						
2						
3						
4						
5						
6						

+	1	3	5	2	4	6
1						
3						
5						
2						
4						
6						



5. לפניכם שני "שעונים". כל "שעון" מחולק ל-4 חלקים שווים.

מסובבים את מחוגי ה"שעונים" ומקבלים שני מספרים.

מחברים את המספרים.

גלי זוכה אם הסכום זוגי.

מיקי זוכה אם הסכום אי-זוגי.

האם המשחק הוגן?

אם כן, הדגימו בעזרת לוח חיבור.

אם לא, הציעו שינוי של אחד המספרים כך שהמשחק יהיה הוגן.

שיעור 5. יעול טבלת ההסתברויות



לתומר ואיתי שתי קוביות משחק מיוחדות.

על הפאות של קובייה א רשומים המספרים 6, 4, 1, -2, -3, -5

על הפאות של קובייה ב רשומים המספרים 5, 3, -2, -3, -4, -5

הם מטילים את הקוביות.

תומר מנצח אם מכפלת המספרים שהקוביות מראות היא חיובית.

איתי מנצח אם מכפלת המספרים שהקוביות מראות היא שלילית.

האם המשחק הוגן?

נלמד לייעל את טבלת ההסתברויות.

1. נתייחס לנתונים במשימת הפתיחה.

א. השלימו את הטבלה.

כתבו בטבלה במשבצות המתאימות:

"ח" לתוצאה חיובית

"ש" לתוצאה שלילית

ב. קבעו מה ההסתברות של כל שחקן לנצח.

קובייה ב

	.						

קובייה א

קובייה ב

	מספר חיובי	מספר שלילי
מספר חיובי		
מספר שלילי		

קובייה א

ג. אורי אמר: כדאי לחלק את הטבלה מראש לחלק "חיובי"

וחלק "שלילי" לכל קובייה,

ואז לצבוע את שטחים שבהם המכפלה חיובית.

כך אפשר בקלות לקבוע אם המשחק הוגן.

צבעו את כל המשבצות שבהן תתקבל תוצאה חיובית.

מה ההסתברות לקבל תוצאה חיובית?



קובייה ב

	מספר חיובי	מספר שלילי
מספר חיובי		
מספר שלילי		

קובייה א

במשימה 1 (סעיף ג) אורי הציע לחלק את הטבלה לאזורים

שבהם מספרים חיוביים ולאזורים שבהם מספרים שליליים.

הוא צבע את השטחים שבהם מתקבלת תוצאה חיובית (ראו שרטוט).

טבלה כזו נקראת גם **דיאגרמת שטח**.

2. עופרה ואיילת יורות חץ למטרה.

ההסתברות שעופרה תפגע במטרה היא $\frac{3}{10}$

ההסתברות שאיילת תפגע במטרה היא $\frac{4}{10}$

א. מה ההסתברות שעופרה לא תפגע במטרה?

מה ההסתברות שאיילת לא תפגע במטרה?

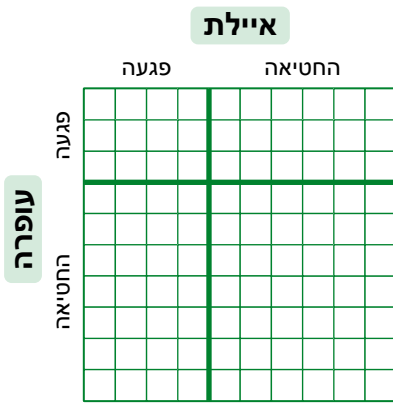
ב. חילקנו את הריבוע (10×10 משבצות)

בקו אופקי ל"פגעה" ו"החטיאה" עבור עופרה,

ובקו אנכי ל"פגעה" ו"החטיאה" עבור איילת.

מה ההסתברות ששתיהן גם יחד תפגענה במטרה? הסבירו.

מה ההסתברות שעופרה תפגע במטרה ואיילת לא? הסבירו.



בדיאגרמת שטח מחלקים את הריבוע אופקית ואנכית בהתאם להסתברויות הנתונות.

סופרים את המשבצות המתאימות למאורע.

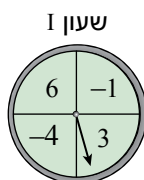
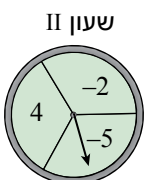
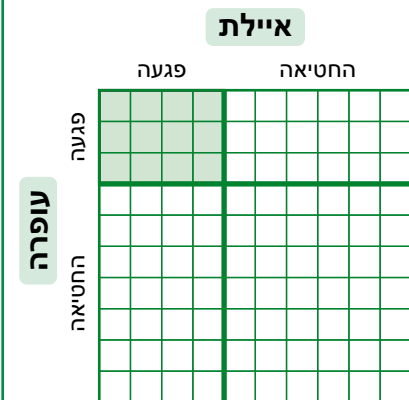
- הסתברות של המאורע היא החלק של מספר זה מתוך כל המשבצות.

מחזור: במשימה 2 מחשבים את ההסתברות ששתי הקלעיות יפגעו במטרה כך: החלק של מספר המשבצות המתאימות למאורע מתוך כל המשבצות הוא 12 משבצות מתוך 100, ולכן ההסתברות היא $\frac{12}{100}$

- במקום לספור משבצות אפשר לחשב את החלק של שטח המלבן הצבוע (המתאים למאורע) מתוך השטח הכללי.

מחזור: במשימה 2 שטח המלבן הצבוע מתוך השטח הכללי הוא: $\frac{4}{10} \cdot \frac{3}{10} = \frac{12}{100}$

- מהדוגמאות רואים כי ההסתברות שיקרו שני המאורעות (בדוגמה: שתיהן גם יחד תפגענה במטרה) היא **מכפלת ההסתברויות** של כל מאורע בנפרד.



3. טלי ורווית מסובבות את המחוגים של שני ה"שעונים"

המשורטטים (כל "שעון" מחולק לחלקים שווים).

טלי מנצחת אם מכפלת שני המספרים שהמחוגים מורים היא חיובית.

רווית מנצחת אם המכפלה שלילית.

א. האם המשחק הוגן?

ב. צבעו את השטחים המתאימים לניצחון של **טלי**.

ג. חשבו את ההסתברות של כל אחת מהן לנצח.

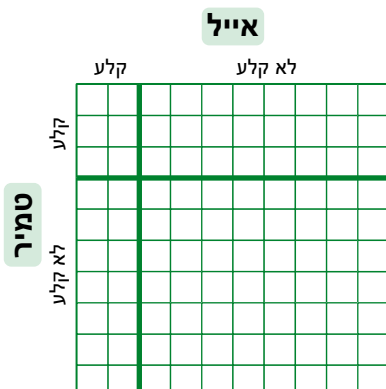
שעון I

	חיובי	שלילי
חיובי		
שלילי		

שעון II



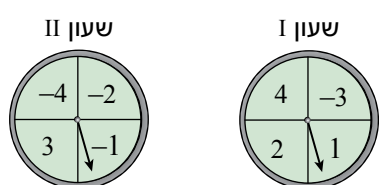
אוסף משימות



- אייל וטמיר** מתאמנים בזריקת כדור לסל.
אייל מצליח לקלוע לסל ב- $\frac{2}{10}$ מהמקרים.
טמיר מצליח לקלוע לסל ב- $\frac{3}{10}$ מהמקרים.
חשבו את ההסתברויות של המאורעות הבאים:
א. שניהם יצליחו לקלוע לסל.
ב. שניהם לא יצליחו לקלוע לסל.



- יובל ואיתן** התאמנו בבעיטות לשער.
יובל הצליח להבקיע גול ב- $\frac{1}{2}$ מהמקרים, **ואיתן** הצליח להבקיע גול ב- $\frac{2}{5}$ מהמקרים.
א. חשבו את ההסתברות ששניהם יצליחו להבקיע גול.
ב. חשבו את ההסתברות ש**יובל** יצליח להבקיע גול **ואיתן** לא יצליח.



- כל אחד מה"שעונים" שבשרטוט מחולק לארבעה חלקים שווים. מסובבים את מחוגי ה"שעונים" ומקבלים שני מספרים. כופלים את המספרים.
א. השלימו את הטבלה.
כמה תוצאות חיוביות וכמה תוצאות שליליות בטבלה?

•	-3	1	2	4
-4				
-2				
-1				
3				

- צבעו את המשבצות שבהן המכפלה חיובית.
- מה ההסתברות לקבל מכפלה חיובית?
- מה ההסתברות לקבל מכפלה שלילית?
- מה ההסתברות לקבל מכפלה 4?
- מה ההסתברות לקבל מכפלה (-4)?
- מה ההסתברות לקבל מכפלה 3?



4. לפניכם שני "שעונים". כל "שעון" מחולק לחלקים שווים. מסובבים את המחוגים של שני ה"שעונים" שבשרטוט.

א. מה ההסתברות לקבל 4 ב"שעון" I ?

מה ההסתברות לקבל 4 ב"שעון" II ?

ב. באיזה מה"שעונים" ההסתברות לקבל מספר שלילי גדולה יותר? הסבירו.

ג. מחשבים את מכפלת המספרים המתקבלים על ה"שעונים". השלימו את הטבלה.

מה ההסתברות לקבל מכפלה 20?

מה ההסתברות לקבל מכפלה (-8) ?

מה ההסתברות לקבל מכפלה קטנה מ- 25?

מה ההסתברות לקבל מכפלה חיובית?

מה ההסתברות לקבל מכפלה אי-זוגית?

•	-2	4	5
-2			
4			



5. לפניכם שני "שעונים". כל "שעון" מחולק לחלקים שווים.

גלי ודלית מסובבות את המחוגים של שני ה"שעונים".

גלי מנצחת אם מכפלת שני המספרים חיובית.

דלית מנצחת אם מכפלת שני המספרים שלילית.

א. האם לדעתכם המשחק הוגן?

ב. השלימו בטבלה את המכפלות בטורים: "חיובי", "שלילי", בכל שטח.

ג. צבעו בצבע אחד את השטחים המתאימים לניצחון של **גלי**.

ד. מה ההסתברות של **גלי** לנצח?

ה. מה ההסתברות של **דלית** לנצח?

	שעון I		
	•	חיובי	שלילי
שעון II	חיובי		
	שלילי		



6. לפניכם שני "שעונים". כל "שעון" מחולק לחלקים שווים.

יונתן ואריאל מסובבים את המחוגים של שני ה"שעונים".

יונתן מנצח אם מכפלת שני המספרים חיובית.

אריאל מנצחת אם מכפלת שני המספרים שלילית.

א. האם לדעתכם המשחק הוגן?

ב. בנו טבלה מתאימה.

ג. צבעו בצבע אחד את השטחים המתאימים לניצחון של **יונתן**.

ד. מה ההסתברות של **יונתן** לנצח?

ה. מה ההסתברות של **אריאל** לנצח?

	שעון I		
	•	חיובי	שלילי
שעון II	חיובי		
	שלילי		



מטילים את שתי הקוביות.

א. מה ההסתברות שעל קובייה א יתקבל המספר 3?

ב. מה ההסתברות שעל קובייה ב יתקבל המספר 3?

ג. מהי ההסתברות שעל שתי הקוביות יתקבל 3? הסבירו.

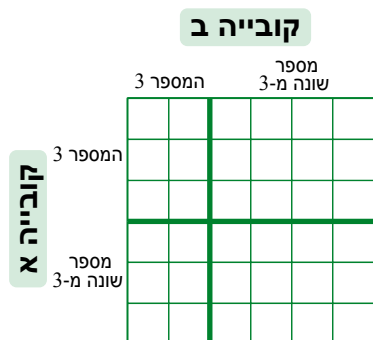
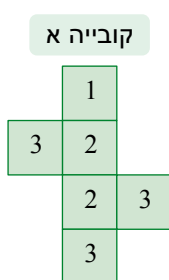
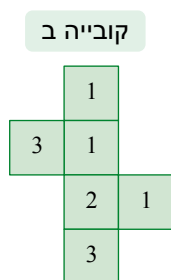
ד. לאיזה מאורע הסתברות גדולה יותר:

- על שתי הקוביות יתקבל המספר 3?

IX

- על שתי הקוביות יתקבל מספר שונה מ- 3?

הסבירו.



8. במסיבת סיום של כיתה ו ערכו שתי הגרלות:

ההגרלה הראשונה נערכה בתחילת המסיבה, שבה זכו 10% מכל המשתתפים במסיבה.

ההגרלה השנייה נערכה בסיום המסיבה, שבה זכו 20% מכל המשתתפים במסיבה.

(כל אחד ואחת השתתפו בשתי ההגרלות, גם הזוכים בהגרלה הראשונה).

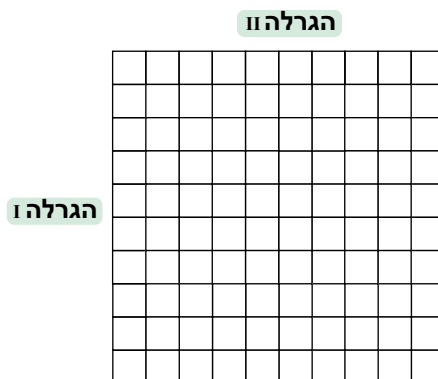
א. השלימו את דיאגרמת השטח, כולל קווי חלוקה "לזוכים" ו- "לא זוכים" בכל הגרלה.

ב. מה ההסתברות שמשותף/ת במסיבה יזכה/תזכה בשתי ההגרלות?

ג. מה ההסתברות שמשתתף/ת במסיבה לא יזכה/לא תזכה כלל?

ד. מה ההסתברות שמשתתף/ת במסיבה יזכה/תזכה בהגרלה הראשונה ולא יזכה/לא תזכה

בהגרלה השנייה?





שומרים על כושר

סטטיסטיקה

1. המורה רשמה בטבלה את הציונים במתמטיקה של תלמידי הכיתה.

ציון	4	5	6	7	8	9	10
מספר תלמידים	1	2	4	8	9	4	2

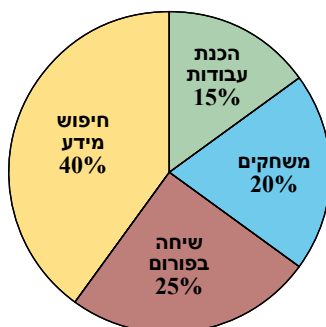
- כמה תלמידים בכיתה?
- מהו הציון השכיח?
- מה הציון החציוני?
- מהו הציון הממוצע של התלמידים?

2. 20 תלמידים נשאלו איזו עונה הם הכי אוהבים.

תשובותיהם רשומות בטבלת השכיחויות.

עונה	חורף	אביב	קיץ	סתיו
שכיחות	4	6	8	2

- שרטטו דיאגרמת עמודות להציג את המידע שבטבלה.
- איזה אחוז מהתלמידים אוהבים את החורף?
- איזה אחוז מהתלמידים אוהבים את הסתיו?



3. לפניכם דיאגרמה המתארת את אופי השימוש העיקרי במחשב

אצל תלמידי שכבת כיתות ט בבית הספר.

- מהו אחוז התלמידים שהשימוש העיקרי שלהם במחשב הוא משחקים או חיפוש מידע?
- מהו אחוז התלמידים שהשימוש העיקרי שלהם במחשב אינו משחקים?
- בשכבת כיתות ט 200 תלמידים.
כמה תלמידים משתמשים במחשב בעיקר להכנת עבודות?