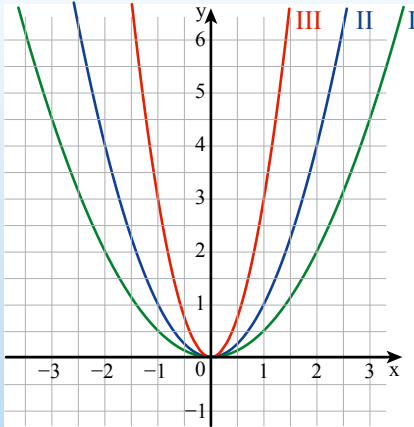


יחידה 8: הרחבות וכיווצים של פרבולות

שיעור 1. הרחבה וכיווץ



הפרבולות שבשרטוט מתארות את הפונקציות:

$$f(x) = x^2$$

$$g(x) = 0.5x^2$$

$$h(x) = 3x^2$$

מהן התכונות המשותפות לשלוש הפרבולות?
במה הן שונות זו מזו? שערך ממה נובע השוני.

נחקור פרבולות מהמשפחה $y = ax^2$ ($a \neq 0$).



1. באתר "מתמטיקה משולבת", במדור "פעילויות באמצעות מחשב", תמצאו את הפעילות "מרחיבים ומכווצים את הפרבולה $y = x^2$ ".
בצעו את הפעילות לפי ההוראות.

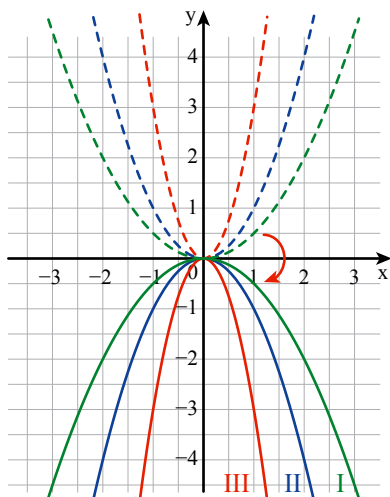


2. נתייחס לנתונים במשימת הפתיחה.

- א. איזה ייצוג אלגברי מתאים לכל אחת מהפרבולות?
- ב. העתיקו את הטבלה והשלימו.
- ג. בדקו את תשובתכם לסעיף א.

x	-2	-1	0	1	2
$f(x) = x^2$					
$g(x) = 0.5x^2$					
$h(x) = 3x^2$					

- ג. איזו פונקציה מתארת את הפרבולה ה"מכווצת" ביותר?
 - א. איזו פונקציה מתארת את הפרבולה ה"רחבה" ביותר?
 - ד. כיצד משפיע ערכו של המקדם a על צורת הפרבולה?
- שימו לב, בפונקציה $f(x) = x^2$, המקדם של x^2 הוא 1. כלומר, $a = 1$.



3. נתייחס לפרבולות ממשימת הפתיחה.

בשרטוט שיקופים של שלוש הפרבולות ביחס לציר x.

א. התאימו ייצוג אלגברי לכל פרבולה:

$$t(x) = -x^2 \quad ; \quad m(x) = -0.5x^2 \quad ; \quad s(x) = -3x^2$$

ב. איזו פונקציה מתארת את הפרבולה ה"מכווצת" ביותר?

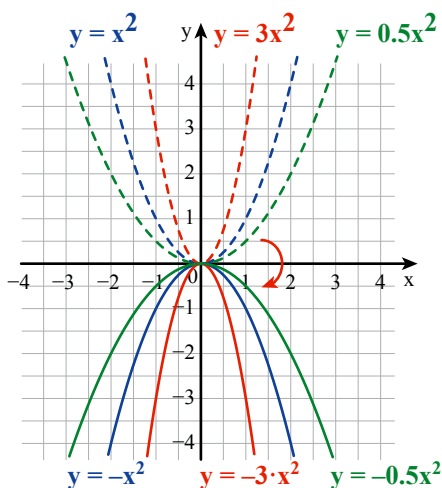
איזו פונקציה מתארת את הפרבולה ה"רחבה" ביותר?

ג. כיצד משפיע ערכו של המקדם a על צורת הפרבולה?



4. א. מהן התכונות המשותפות לכל הפונקציות מהצורה $y = ax^2$ ($a \neq 0$)?

ב. כיצד משפיע ערכו של a על צורת הגרף?



הכרנו פרבולות מהמשפחה $y = ax^2$ ($a \neq 0$).

אפשר לקבל פרבולות אלו על-ידי כיווץ או על-ידי הרחבה

של הפרבולות $y = x^2$ או $y = -x^2$.

לכל הפרבולות מהמשפחה

- ציר הסימטריה הוא $x = 0$.
- שיעורי נקודת הקדקוד הם $(0, 0)$.
- ככל שהערך המוחלט של a גדול יותר, זרועות הפרבולה "מכווצות" יותר (קרובות יותר לציר y) וקצב השינוי של הפונקציה גדול יותר לכל x נתון.
- ככל שהערך המוחלט של a קטן יותר, זרועות הפרבולה "רחבות" יותר (קרובות יותר לציר x) וקצב השינוי של הפונקציה קטן יותר לכל x נתון.

אם $a > 0$ חיובי

- לפרבולה יש נקודת מינימום.
- הפרבולה יורדת בתחום $x < 0$ ועולה בתחום $x > 0$.
- הפונקציה חיובית בכל התחום פרט ל-0.

אם $a < 0$ שלילי

- לפרבולה יש נקודת מקסימום.
- הפרבולה עולה בתחום $x < 0$ ויורדת בתחום $x > 0$.
- הפונקציה שלילית בכל התחום פרט ל-0.



5. לפניכם ייצוגים אלגבריים של פרבולות ושל ישרים.

שרטטו סקיצה של הגרפים המתאימים בכל סעיף.

קבעו אם הפרבולה והישר נחתכים בנקודה אחת, בשתי נקודות או אם הם אינם נחתכים.

א. $y = 4x^2$	ב. $y = x^2$	ג. $y = -4x^2$	ד. $y = -x^2$
$y = 4$	$y = -4$	$y = -\frac{1}{4}$	$y = 0$

6. פתרו. אם אין פתרון, הסבירו.

צמצמות:

$$\begin{aligned} 2(x^2 + 1) &= 20 \quad / :2 \\ x^2 + 1 &= 10 \\ x^2 &= 9 \\ x &= -3 \quad \text{או} \quad x = 3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 4x^2 &= 64 \quad / :4 \\ x^2 &= 16 \\ x &= -4 \quad \text{או} \quad x = 4 \end{aligned}$$

א. $2x^2 + 8 = 0$ ז. $\frac{1}{2}x^2 = 8$

ב. $3x^2 = 48$

ה. $2x^2 + 8 = 16$

ו. $4x^2 - 100 = 0$

ז. $13x^2 = 26$

י. $2x^2 - 5 = -2x^2 - 5$

יא. $5(x^2 - 1) = 15$

יב. $-2x^2 = -3x^2$



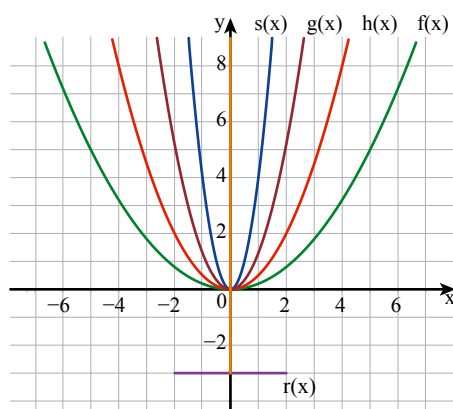
אוסף משימות



1. בשרטוט "חנוכייה" המורכבת מארבע פרבולות ומשני קטעים.

התאימו ייצוג אלגברי לכל גרף.

$y = 0.5x^2$	$y = 0.2x^2$
$y = 4x^2$	$y = -3$
$x = 0$	$y = 1.3x^2$





2. שרטטו במערכת צירים אחת סקיצות של הפונקציות.

א. $y = 2x^2$ ב. $y = -3x^2$ ג. $y = 4x^2$ ד. $y = -0.5x^2$

איזו פונקציה מתארת את הפרבולה ה"מכווצת" ביותר?
איזו פונקציה מתארת את הפרבולה ה"רחבה" ביותר?



3. העתיקו והשלימו **תעודות זהות** לפונקציות.



ייצוג אלגברי של הפונקציה	$y = 2x^2$	$y = -2x^2$	$y = \frac{1}{2}x^2$
תחום	כל המספרים	כל המספרים	כל המספרים
סקיצה			
ציר הסימטריה			
שיעורי נקודת הקדקוד			
סוג הקדקוד			
שיעורי נקודת חיתוך עם ציר x (נקודת אפס, $y = 0$)			
שיעורי נקודת חיתוך עם ציר y ($x = 0$)			
תחום עלייה של הפונקציה			
תחום ירידה של הפונקציה			
התחום שבו הפונקציה חיובית ($y > 0$)			
התחום שבו הפונקציה שלילית ($y < 0$)			



4. פתרו. אם אין פתרון, הסבירו.

א. $6x^2 = 24$ ג. $3(x^2 - 1) = 0$ ה. $2x^2 = 50$ ז. $\frac{1}{3}x^2 - 3 = 0$
 ב. $-2x^2 = 1$ ד. $-x^2 = 3x^2$ ו. $-5x^2 = 0$ ח. $\frac{1}{3}x^2 + 3 = 0$



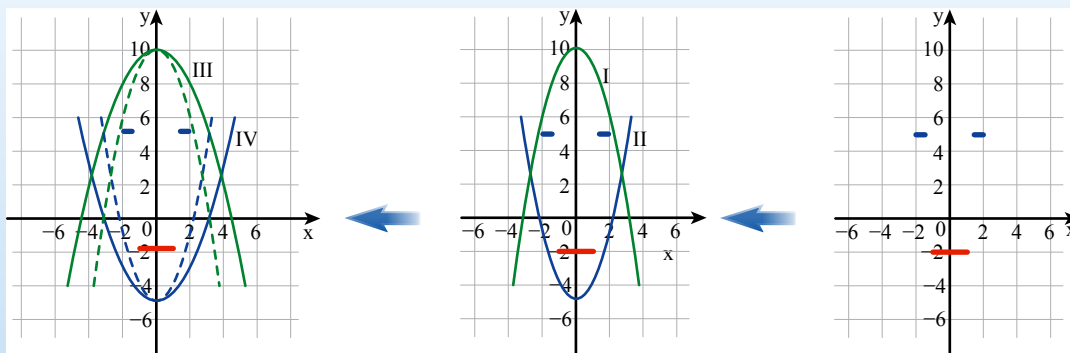
5. בכל סעיף ייצוג אלגברי של פרבולה וייצוג אלגברי של ישר.
קבעו אם הפרבולה והישר נחתכים. אם כן, מצאו את שיעורי נקודות החיתוך.

א. $y = x^2$ ב. $y = 9x^2$ ג. $y = -9x^2$ ד. $y = \frac{1}{9}x^2$
 $y = 9$ $y = 9$ $y = -1$ $y = -9$

שיעור 2. הרחבה או כיווץ והזזה אנכית

דפנה אמרה שהמסכה "רזה" מדי.
היא הרחיבה אותה כך (פרבולות III ו-IV):

רחל הוסיפה לקטעים שבשרטוט שתי פרבולות
(I ו-II) ויצרה מסכה כזו:



התאימו ייצוג אלגברי לכל פרבולה.

$$s(x) = -x^2 + 10 \quad h(x) = -0.5x^2 + 10 \quad g(x) = 0.5x^2 - 5 \quad f(x) = x^2 - 5$$

נחקור פרבולות מהמשפחה $y = ax^2 + k$ ($a \neq 0$)

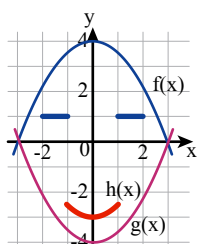
- התייחסו לנתונים במשימת הפתיחה.
תנו דוגמה לייצוגים אלגבריים מתאימים.
א. מתקבלת מסכה רחבה יותר מהמסכה שיצרה **דפנה**.
ב. מתקבלת מסכה צרה יותר מהמסכה שיצרה **רחל**.

- המסכה שלפניכם מורכבת משלוש פרבולות מהמשפחות:

$$y = -0.5x^2 + k \quad \text{או} \quad y = 0.5x^2 + k$$

רשמו לכל פרבולה:

- ייצוג אלגברי מתאים
- שיעורי נקודת הקדקוד
- ציר סימטריה

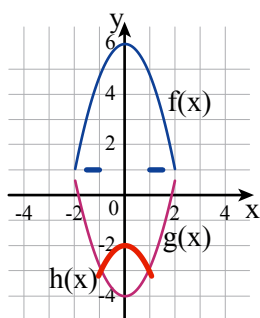


- המסכה שלפניכם מורכבת משלוש פרבולות מהמשפחות:

$$y = -1.2x^2 + k \quad \text{או} \quad y = 1.2x^2 + k$$

רשמו לכל פרבולה:

- ייצוג אלגברי מתאים
- שיעורי נקודת הקדקוד
- ציר סימטריה





אם מזיזים ב- k יחידות לאורך ציר y את הפרבולה של $y = ax^2$ ($a \neq 0$), מקבלים פרבולות מהמשפחה $y = ax^2 + k$.

אם k חיובי ($k > 0$), הפרבולה זזה כלפי מעלה, ואם k שלילי ($k < 0$), הפרבולה זזה כלפי מטה.

לכל הפרבולות ממשפחה זו ציר הסימטריה הוא $x = 0$, ושיעורי נקודת הקדקוד הם $(0, k)$.

דוגמה:

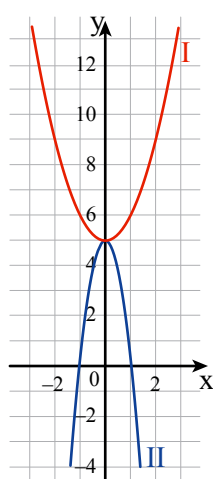
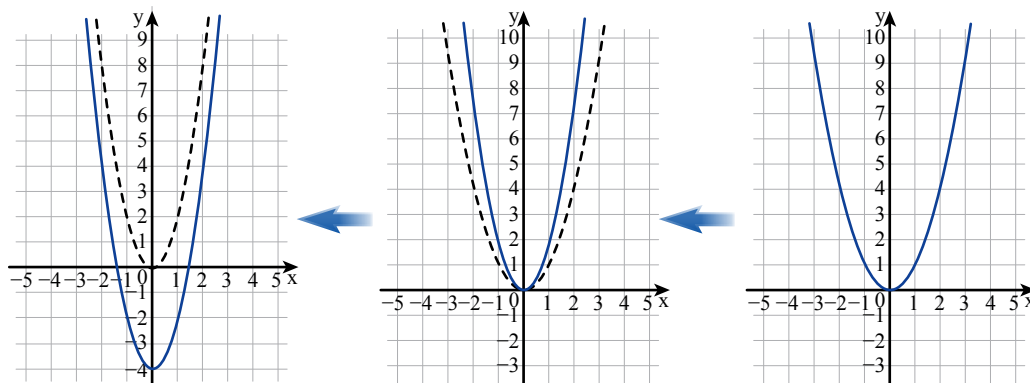
בשרטוט הפרבולה של $y = 2x^2 - 4$

($a = 2$, $k = -4$)

ציר הסימטריה הוא $x = 0$

קדקוד הפרבולה הוא נקודת מינימום ושיעוריה הם: $(0, -4)$

אפשר לקבל את הפרבולה הזו על-ידי הזזה אנכית של הפרבולה של $y = 2x^2$, 4 יחידות כלפי מטה.



4. לפניכם גרפים של הפונקציות:

$$f(x) = x^2 + 5$$

$$g(x) = -5x^2 + 5$$

א. התאימו ייצוג אלגברי לכל פרבולה.

ב. רשמו במה הפונקציות דומות זו לזו ובמה הן שונות.

5. בכל סעיף קבעו אם לפרבולה יש נקודות אפס. אם כן, מצאו את שיעורי נקודות האפס. אם לא, הסבירו.

א. $y = 3x^2 - 12$ ב. $y = -3x^2 - 12$ ג. $y = 12x^2 + 3$ ד. $y = x^2 - 12$

6. לפניכם ייצוגים אלגבריים של פרבולות ושל ישרים.

שרטטו סקיצה של שני הגרפים המתאימים בכל סעיף.

קבעו אם הפרבולה והישר נחתכים בנקודה אחת, בשתי נקודות או אם הם אינם נחתכים.

א. $y = 3x^2 - 2$ ב. $y = 3x^2$ ג. $y = -3x^2 + 3$ ד. $y = \frac{1}{3}x^2 + 5$

$y = 4$ $y = -1$ $y = 2.5$ $y = 5$

7. לפניכם ייצוגים אלגבריים של פרבולות ושל ישרים.

שרטטו סקיצה של שני הגרפים המתאימים בכל סעיף.

קבעו אם הפרבולה והישר נחתכים בנקודה אחת, בשתי נקודות או אם הם אינם נחתכים.

א. $y = 3x^2$ ב. $y = 4x^2$ ג. $y = -2x^2 + 3$ ד. $y = \frac{1}{2}x^2 - 1$

$y = 3x^2 + 5$ $y = \frac{1}{2}x^2$ $y = 4x^2 + 9$ $y = -\frac{1}{2}x^2 - 1$

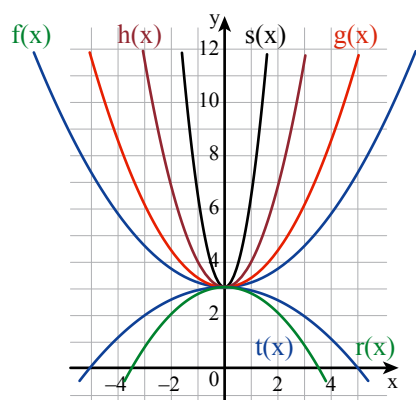


אוסף משימות



1. העתיקו והשלימו **תעודות זהות** לפונקציות.

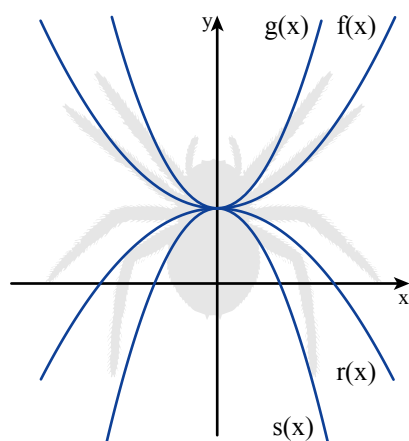
ייצוג אלגברי של הפונקציה	$y = -4x^2 + 1$	$y = 4x^2 + 1$
תחום	כל המספרים	כל המספרים
סקיצה		
ציר הסימטריה		
שיעורי נקודת הקדקוד		
סוג הקדקוד		
שיעורי נקודת חיתוך עם ציר x (נקודת אפס, $y = 0$)		
שיעורי נקודת חיתוך עם ציר y ($x = 0$)		
תחום עלייה של הפונקציה		
תחום ירידה של הפונקציה		
התחום שבו הפונקציה חיובית ($y > 0$)		
התחום שבו הפונקציה שלילית ($y < 0$)		



2. התאימו ייצוג אלגברי לכל אחת מהפרבולות המרכיבות את ה"חנוכייה".

$y = 4x^2 + 3$ $y = 0.4x^2 + 3$ $y = 0.2x^2 + 3$

$y = -0.5x^2 + 3$ $y = 1.1x^2 + 3$ $y = -0.2x^2 + 3$



3. ה"עכביש" שבשרטוט התחיל את טיולו בראשית הצירים,

ועלה לאורך ציר y .

לפניכם הגרפים של הפונקציות:

$$y = 1.2x^2 + 3 \quad y = 0.5x^2 + 3$$

$$y = -1.2x^2 + 3 \quad y = -0.5x^2 + 3$$

א. התאימו ייצוג אלגברי לכל פרבולה.

ב. בכמה יחידות עלה ה"עכביש" לאורך ציר y ?

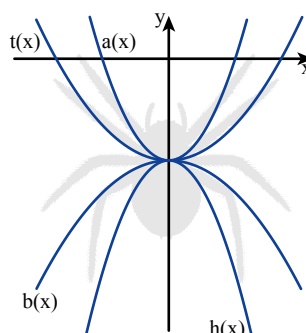
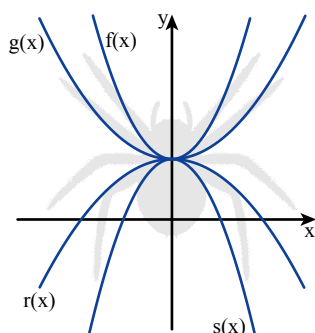


4. לפניכם הגרפים של הפונקציות:

$$y = -0.3x^2 - 8 \quad y = -0.3x^2 + 8 \quad y = 0.3x^2 - 8 \quad y = 0.3x^2 + 8$$

$$y = -0.6x^2 - 8 \quad y = -0.6x^2 + 8 \quad y = 0.6x^2 - 8 \quad y = 0.6x^2 + 8$$

התאימו ייצוג אלגברי לכל פרבולה.



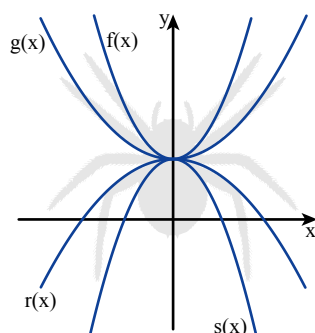
5. ה"עכביש" שלפניכם התחיל את טיולו בראשית הצירים

ועלה 9 יחידות לאורך ציר y .

לפניכם ארבע פרבולות מהמשפחה $y = ax^2 + k$.

בשתיים מהפרבולות: $|a| = 0.5$, ובשתיים האחרות: $|a| = 0.2$.

מצאו את הייצוגים האלגבריים של הפרבולות שבשרטוט.





6. מצאו את שיעורי נקודות האפס של הפונקציות. אם אין נקודות אפס, הסבירו.

א. $y = 2x^2 - 8$ ג. $y = -3x^2 + 27$ ה. $y = -x^2 + 25$
 ב. $y = -x^2 + 4$ ד. $y = 6x^2 - 6$ ו. $y = 2 - 2x^2$



7. בכל סעיף קבעו אם הפרבולה והישר נפגשים בנקודה אחת, בשתי נקודות או אם הם אינם נפגשים.

א. $y = x^2 - 8$ ב. $y = 3x^2 + 8$ ג. $y = -8x^2 + 3$ ד. $y = 8x^2 + 3$
 $y = 0$ $y = 5$ $y = 5$ $y = 3$



8. בכל סעיף קבעו אם הפרבולות נחתכות בנקודה אחת, בשתי נקודות או אם הן אינן נחתכות.

א. $y = 2x^2$ ב. $y = 3x^2 + 8$ ג. $y = -8x^2 + 3$ ד. $y = \frac{1}{2}x^2 + 3$
 $y = 5x^2$ $y = -3x^2 + 10$ $y = 3x^2 + 8$ $y = -2x^2 + 3$



9. א. מצאו פונקציה מהמשפחה $y = ax^2 + 6$, שהנקודה $(2, 20)$ נמצאת על הגרף שלה.

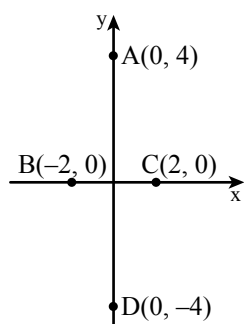
ב. מצאו פונקציה מהמשפחה $f(x) = ax^2 + k$, המקיימת $f(0) = 1$ ו- $f(1) = -3$.
 מהם שיעורי נקודות האפס של הפונקציה?



10. א. דרך הנקודות A, B ו- C עוברת פרבולה מהמשפחה $y = ax^2 + k$

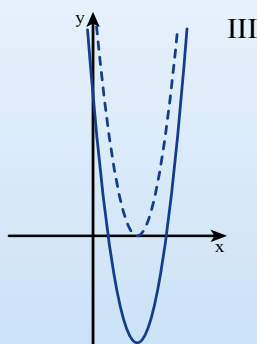
מצאו את הייצוג האלגברי שלה.

ב. מצאו את הייצוג האלגברי של הפרבולה העוברת דרך הנקודות B, C ו- D.

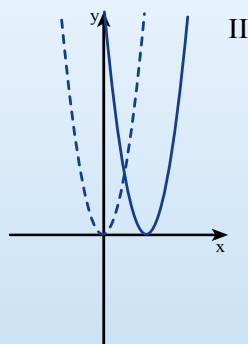


שיעור 3. הרחבה או כיווץ והזזה

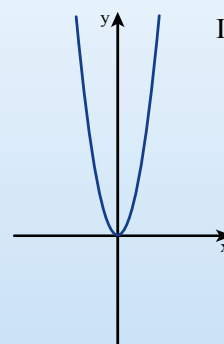
הזיז אותה 8 יחידות למטה
(הזזה אנכית)



הזיז אותה 3 יחידות ימינה על ציר x (הזזה אופקית)



רועי שרטט את הפרבולה של $y = 2x^2$



שערו מהם הייצוגים האלגבריים של הפרבולות המוזזות (שרטוטים II, III).

$(a \neq 0)$

$$y = a(x - p)^2 + k$$

נחקר פרבולות מהמשפחה



1. העתיקו והשלימו **תעודות זהות** של הפונקציות. היעזרו בסקיצות במשימת הפתיחה.

$y = 2(x - 3)^2 - 8$	$y = 2(x - 3)^2$	ייצוג אלגברי של הפונקציה
כל המספרים	כל המספרים	תחום
		סקיצה
		ציר הסימטריה
		שיעורי נקודת הקדקוד
		סוג הקדקוד
		שיעורי נקודות חיתוך עם ציר x (נקודות אפס, $y = 0$)
		שיעורי נקודות חיתוך עם ציר y ($x = 0$)
		תחום עלייה של הפונקציה
		תחום ירידה של הפונקציה
		התחום שבו הפונקציה חיובית ($y > 0$)
		התחום שבו הפונקציה שלילית ($y < 0$)



2. נתונה הפונקציה $y = 5(x + 3)^2 - 20$.

הסבירו כיצד אפשר לדעת (בלי לשרטט סקיצה) את תכונות הפונקציה האלה:

- האם לפונקציה נקודת מינימום או נקודת מקסימום?
- מהם שיעורי נקודת הקדקוד?
- כמה נקודות אפס יש לפונקציה?

3. בכל סעיף קבעו בלי לפתור משוואות, כמה נקודות אפס יש לפונקציה. הסבירו.

א. $f(x) = -2(x - 1)^2$ ב. $g(x) = 5(x + 2)^2 + 3$ ג. $h(x) = -3(x + 1)^2 + 4$

4. בכל סעיף מצאו את שיעורי נקודות האפס של הפונקציה. אם אין נקודות אפס, הסבירו.

פתרון:

הפונקציה: $y = -2(x + 1)^2 - 8$
 $-2(x + 1)^2 - 8 = 0$
 $-2(x + 1)^2 = 8 \quad / :(-2)$
 $(x + 1)^2 = -4$
 אין פיתרון למשוואה
 מכאן, לפונקציה אין נקודות אפס

הפונקציה: $y = 2(x - 1)^2 - 18$
 $2(x - 1)^2 - 18 = 0$
 $2(x - 1)^2 = 18 \quad / :2$
 $(x - 1)^2 = 9$
 $x - 1 = 3 \quad \text{או} \quad x - 1 = -3$
 $x_1 = 3 + 1 = 4 \quad x_2 = -3 + 1 = -2$

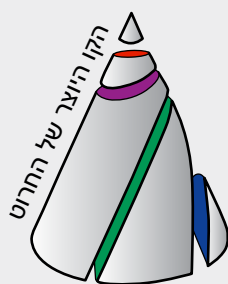
שיעורי נקודות האפס הם: $(4, 0)$ ו- $(-2, 0)$.

א. $y = 2(x + 5)^2 - 18$ ג. $y = 2(x - 5)^2 - 18$ ה. $y = -4(x + 1)^2 - 28$
 ב. $y = -2(x + 5)^2 + 18$ ד. $y = 4(x - 1)^2 - 28$ ו. $y = -4(x + 1)^2 + 28$

המתמטיקאי והאסטרונום היווני אפולוניוס מפרגה שחי בין 262 ל-190 לפנה"ס, חקר את התכונות של הצורות המתקבלות מחתכי חרוט (חרוט קרוי גם קונוס ובאנגלית cone). תוצאות חקירתו פורסמו בספר של שמונה חלקים ששמו "Conics" ("חתכי החרוט"). רק שבעה מתוך שמונת החלקים של הספר נשתמרו עד היום.



אם פורסים פרוסה של חרוט, הצורה הגאומטרית של החתך תלויה בזווית שבה נעשה החיתוך. באיור אפשר לראות כיצד מתקבלים: המעגל, האליפסה, הפרבולה וההיפרבולה.





הכרנו פרבולות מהמשפחה $y = a(x - p)^2 + k$ ($a \neq 0$).

אפשר לקבל פרבולות אלו משילוב של הזזות (אופקיות ואנכיות) של פרבולה מהמשפחה $y = ax^2$

הזזה אופקית: p יחידות ימינה או שמאלה

הזזה אנכית: k יחידות למעלה או למטה

ציר הסימטריה: $x = p$

שיעורי נקודת הקדקוד: (p, k)

דוגמה: במשימה 2

הפרבולה $y = 5(x + 3)^2 - 20$

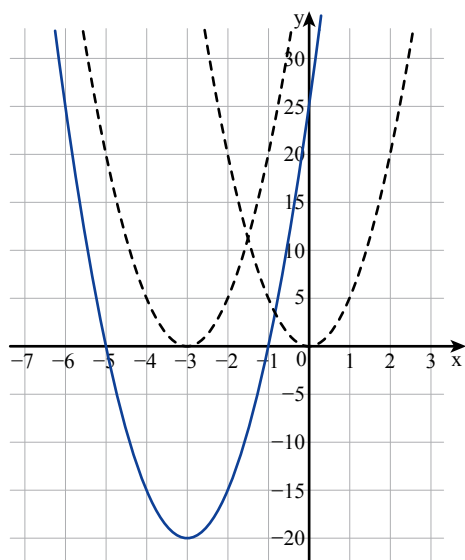
($a = 5$, $k = -20$, $p = -3$)

מתקבלת מהזזה אופקית של הפרבולה $y = 5x^2$

3 יחידות שמאלה ו-20 יחידות כלפי מטה.

ציר הסימטריה: $x = -3$

שיעורי נקודת הקדקוד: $(-3, -20)$



אוסף משימות



1. העתיקו והשלימו **תעודת זהות** לפונקציה.



$y = -2(x - 3)^2 + 2$	ייצוג אלגברי של הפונקציה
כל המספרים	תחום
	סקיצה
	ציר הסימטריה
	שיעורי נקודת הקדקוד
	סוג הקדקוד
	שיעורי נקודות חיתוך עם ציר x (נקודות אפס, $y = 0$)
	שיעורי נקודת חיתוך עם ציר y ($x = 0$)
	תחום עלייה של הפונקציה
	תחום ירידה של הפונקציה
	התחום שבו הפונקציה חיובית ($y > 0$)
	התחום שבו הפונקציה שלילית ($y < 0$)



2. בכל סעיף קבעו בלי לפתור את המשוואות, כמה נקודות אפס יש לפונקציה.

א. $y = -0.5(x - 1)^2 - 3$ ב. $y = 5(x + 9)^2$ ג. $y = -7(x + 1)^2 + 4$



3. בכל סעיף שרטטו סקיצה ומצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים.

א. $y = 2(x - 1)^2 - 8$ ב. $y = -(x + 7)^2 + 25$



4. בכל סעיף שרטטו סקיצה ומצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים.

א. $y = -0.5(x - 10)^2 + 8$ ב. $y = -0.1(x + 7)^2 + 0.9$ ג. $y = -0.5(x + 3)^2 + 2$



5. נתונה פונקציה מהמשפחה $y = a(x - p)^2 + k$.

שיעורי נקודת הקדקוד של הפונקציה $(3, -2)$.

בכל סעיף מצאו לפי הנתונים את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים.

א. $a = 0.5$ ב. $a = -4$



6. נתונה פונקציה מהמשפחה $y = a(x - p)^2 + k$.

מצאו את הייצוג האלגברי של הפונקציה, אם ידוע כי $a = 2$ ונקודות האפס של הפונקציה הן: $(5, 0)$ ו- $(2, 0)$.



7. א. שרטטו פרבולה שמשוואת ציר הסימטריה שלה היא $x = 3$.

כמה פרבולות כאלה אפשר לשרטט?

ב. שרטטו פרבולה שמשוואת ציר הסימטריה שלה היא $x = 3$ ושיעורי נקודת הקדקוד $(3, -2)$.

כמה פרבולות כאלה אפשר לשרטט?

ג. שרטטו פרבולה שמשוואת ציר הסימטריה שלה היא $x = 3$ ויש לה נקודת מינימום ב- $(3, -2)$.

כמה פרבולות כאלה אפשר לשרטט?

ד. שרטטו פרבולה שמשוואת ציר הסימטריה שלה היא $x = 3$, יש לה נקודת מינימום ב- $(3, -2)$.

וידוע כי ערכו של a הוא 2. כמה פרבולות כאלה אפשר לשרטט?



8. נתונה הפונקציה $y = 2(x - 3)^2 - 8$.

א. מצאו את שיעורי נקודות האפס של הפונקציה ואת ציר הסימטריה שלה.

ב. שרטטו סקיצה של גרף הפונקציה.

ג. בלי למצוא ערכים מדויקים, קבעו: חיובי או שלילי?

$f(-7)$ $f(0)$ $f(1.5)$ $f(4)$ $f(7)$

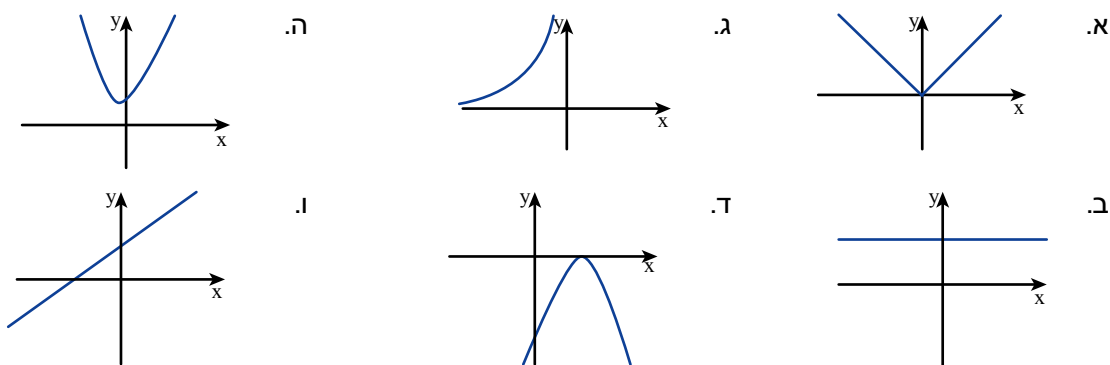
ד. בחרו את סימן הקשר המתאים $>$, $<$ או $=$ (אין צורך לחשב).

$f(3)$ $f(9)$ $f(1.5)$ $f(2)$ $f(1)$ $f(5)$ $f(-1)$ $f(2)$

ה. מצאו על גרף הפונקציה זוגות של נקודות, שערכי y שלהן שווים.



9. לפניכם גרפים של פונקציות.



מיינו את הגרפים לפי התכונות הבאות (ייתכן גרף בעל יותר מתכונה אחת):

הפונקציה עולה
בכל התחום

לפונקציה נקודת אפס
אחת

הפונקציה חיובית
בכל התחום



10. לפניכם ייצוגים אלגבריים של פונקציות:

א. $y = 2x$ ג. $y = 2 + x$ ה. $y = \frac{x}{2}$ ז. $y = -(x - 2)^2 + 2$
ב. $y = 2x^2$ ד. $y = 2$ ו. $y = (x - 2)^2 + 2$ ח. $y = 2(x - 2)^2$

מיינו את הפונקציות לפי התכונות הבאות (תיתכן פונקציה בעלת יותר מתכונה אחת):

ציר הסימטריה של
הפונקציה הוא $x = 2$

גרף הפונקציה עובר
בראשית הצירים

הפונקציה היא
פונקציה קווית

לפונקציה נקודת
אפס אחת

לפונקציה יש
נקודת מינימום

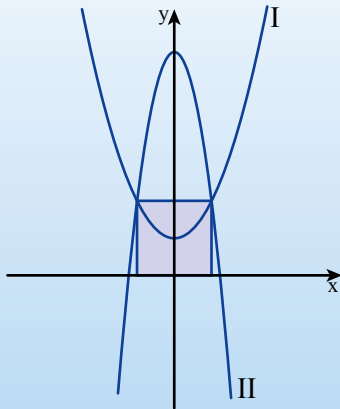
שיעור 4. פרבולות ושטחים

הפרבולות שלפניכם מתארות את הפונקציות:

$$f(x) = \frac{1}{2}x^2 + 2$$

$$g(x) = 12 - 2x^2$$

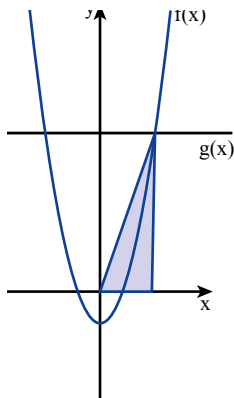
מנקודות החיתוך של שתי הפרבולות הורידו אנכים לצירים.
הציעו דרך לחישוב שטח המלבן שהתקבל.



נמצא שיעורי נקודות על הגרפים ונחשב שטחים.

1. נתייחס לנתונים במשימת הפתיחה.

- התאימו ייצוג אלגברי לכל פרבולה. הסבירו.
- מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של שתי הפרבולות.
- מצאו את אורכי צלעות המלבן, את היקף המלבן ואת שטחו.
- מהו סוג המלבן שנוצר?



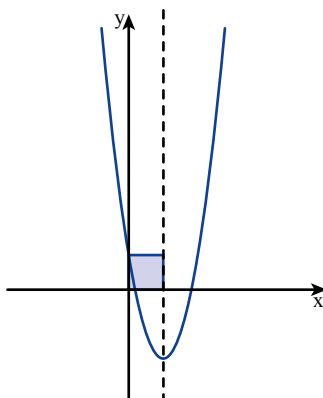
2. בשרטוט שלפניכם הגרפים של הפונקציות $f(x) = 2x^2 - 1$, $g(x) = 5$.

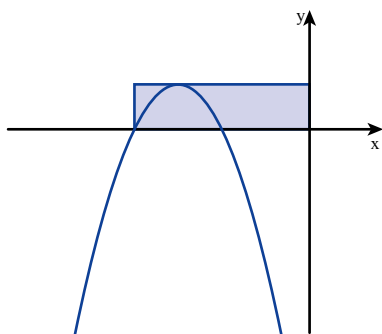
- מנקודת המפגש של שני הגרפים הורידו אנך לציר x וחברו אותה עם ראשית הצירים (ראו שרטוט).
- מצאו את שטח המשולש הצבוע.
- בתשובתכם דייקו עד שני מקומות מימין לנקודה העשרונית.

3. הפרבולה שבשרטוט התקבלה מהזזה של הפרבולה של $y = 3x^2$

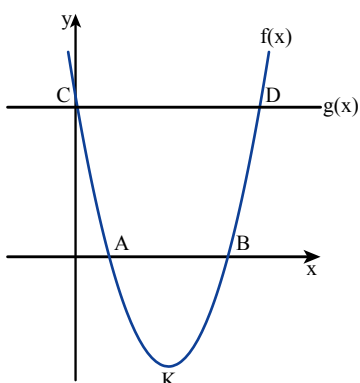
יחידה אחת ימינה ושתי יחידות כלפי מטה.

- רשמו ייצוג אלגברי מתאים לפונקציה.
- דרך נקודת החיתוך של הפרבולה עם ציר y העבירו מקביל לציר x . מהו סוג המרובע הכלוא בין ארבעת הישרים האלה: המקביל, ציר הסימטריה של הפרבולה, ציר x וציר y (המרובע הצבוע בשרטוט)?
- חשבו את שטח המרובע.





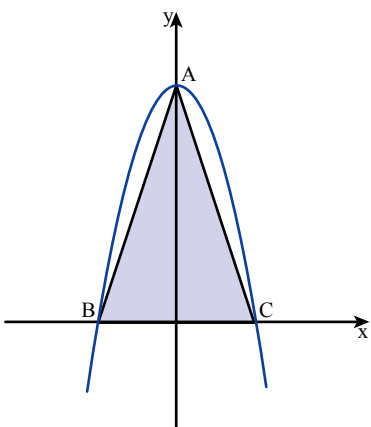
4. הפרבולה שבשרטוט התקבלה מהזזה של הפרבולה של $y = -x^2$ 3 יחידות שמאלה ויחידה אחת כלפי מעלה.
 א. חשמו ייצוג אלגברי מתאים לפונקציה.
 ב. דרך נקודת הקדקוד של הפרבולה העבירו מקביל לציר x , ודרך אחת מנקודות האפס של הפרבולה העבירו מקביל לציר y . (ראו שרטוט).
 ג. חשבו את ההיקף ואת השטח של המלבן הצבוע בשרטוט.



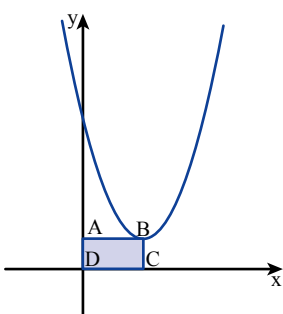
5. בשרטוט שלפניכם הגרפים של הפונקציות:
 $f(x) = (x - 3)^2 - 4$ $g(x) = 5$
 א. מצאו את שיעורי הנקודות A, B, C, D, K.
 ב. חיברו את A עם C, B עם D. התקבל מרובע ABDC. מהו סוג המרובע? הסבירו.
 ג. חשבו את שטח המרובע ABDC.
 ד. חשבו את היקף המרובע ABDC.



אוסף משימות



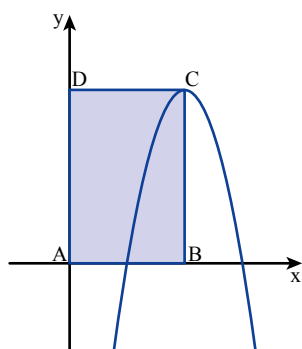
1. בשרטוט גרף הפונקציה $y = -x^2 + 9$
 א. חשבו את שיעורי הנקודות A, B, C.
 ב. חשבו את שטח המשולש ABC.



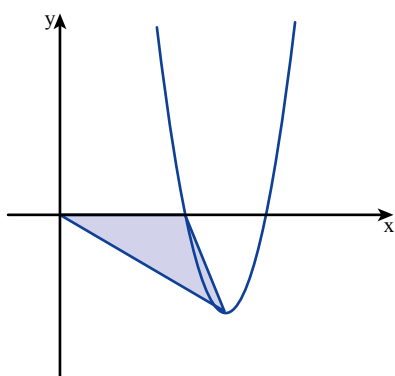
2. בשרטוט גרף הפונקציה $y = \frac{1}{2}(x - 4)^2 + 2$
 א. מהם שיעורי נקודת הקדקוד של הפרבולה?
 ב. מנקודת הקדקוד של הפרבולה הורידו אנכים לצירים.
 חשבו את שטח המלבן שנוצר (המלבן הצבוע בשרטוט).



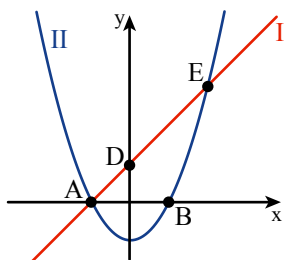
3. הפרבולה שבשרטוט התקבלה מהזזה של הפרבולה של $y = -3x^2$ 2 יחידות ימינה ו-3 יחידות כלפי מעלה.
 א. חשמו ייצוג אלגברי מתאים לפונקציה.
 ב. מנקודת הקדקוד של הפרבולה הורידו אנכים לצירים (ראו שרטוט).
 חשבו את שטח המרובע ABCD.



4. הפרבולה שבשרטוט התקבלה מהזזה של הפרבולה $y = 2x^2$ 5 יחידות ימינה ו-3 יחידות כלפי מטה.
 א. חשמו ייצוג אלגברי מתאים לפונקציה.
 ב. חיברו את נקודת הקדקוד של הפרבולה עם נקודת האפס הקרובה יותר לציר y ועם ראשית הצירים (ראו שרטוט).
 חשבו את שטח המשולש שנוצר (המשולש הצבוע בשרטוט).
 בתשובתכם דייקו עד שני מקומות מימין לנקודה העשרונית.



5. בשרטוט שלפניכם הגרפים של הפונקציות:
 $g(x) = x + 1$ $f(x) = x^2 - 1$
 א. התאימו גרף לכל פונקציה.
 ב. מצאו את שיעורי הנקודות A, B, D, E.
 ג. חשבו את שטח המשולש $\triangle ADB$.

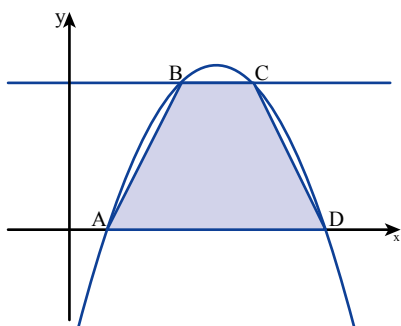


6. בשרטוט שלפניכם הגרפים של הפונקציות:

$$y = -\frac{1}{4}(x-8)^2 + 9$$

$$y = 8$$

- הגרפים נחתכים בנקודות B ו-C.
 הפרבולה חותכת את ציר x בנקודות A ו-D.
 (ראו שרטוט).
 חשבו את שטח הטרפז ABCD.



שיעור 5. משוואות ובעיות



מטיילים מצאו באר בשטח הסיור שלהם. הם רצו לבדוק את עומק הבאר. לשם כך השליכו אבן לתוך הבאר ומדדו כמה זמן חלף מהרגע שהחלה נפילת האבן ועד שנשמע קול חבטה, המעיד על כך שהאבן פגעה בתחתית הבאר*. הפונקציה $y = 5x^2$ מתארת (בקירוב) את המרחק שעברה האבן y - (במטרים) בהתאם למשך נפילת האבן x (בשניות).

האם מהירות הנפילה של האבן גדלה או קטנה במשך נפילת האבן? אילו ערכים של x מתאימים לפונקציה לפי תנאי הבעיה?

נפתור בעיות בעזרת משוואות ריבועיות ובעזרת ייצוגן הגרפי.

במשימות 1 ו-2 נתייחס לנתונים במשימת הפתיחה.

1. א. אם צליל פגיעת האבן בתחתית הבאר נשמע אחרי 2.5 שניות. מהו עומק הבאר?
ב. כמה זמן היתה נמשכת נפילת האבן, אם עומק הבאר היה 500 מטרים?

2. נסמן: x - הזמן (בשניות) שחלף מאז זריקת האבן.

א. אילו ערכים מתאימים ל- x לפי תנאי הבעיה?

ב. העתיקו והשלימו.

x (זמן בשניות)	0	1	2	3	5	8
y (מרחק במטרים)				$5 \cdot 3^2 = 45$		

3. **ערן** זורק כדור לגובה.

הפונקציה $y = -5(x - 1)^2 + 20$ מתארת את גובה הכדור y (במטרים) לפי הזמן x (בשניות). x מייצג את מספר השניות מרגע הזריקה.

שרטטו סקיצה של גרף הפונקציה ומצאו:

- א. מהו הגובה ההתחלתי שממנו זרק **ערן** את הכדור?
- ב. מהו הגובה המקסימלי שאליו הגיע הכדור?
- ג. לאיזה גובה הגיע הכדור כעבור $\frac{1}{2}$ שנייה? כעבור שלוש שניות?
- ד. באילו שניות היה הכדור בגובה 15 מטרים?

* בגלל המהירות הגבוהה של הקול אנו מזניחים את הזמן שיארך עד שהקול יגיע מתחתית הבאר לאזנינו.



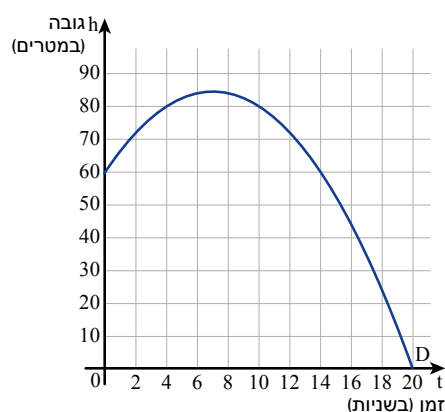
קצב הנפילה של גופים משתנה מכוכב לכוכב, והוא תלוי בכוח המשיכה של הכוכב. מספר זה מסומן ב- g ונקרא **תאוצת הנפילה החופשית** (באנגלית: Free Fall Acceleration). המרחק (y) שגוף נופל עובר בזמן מסוים (x), מתואר בקירוב על ידי הביטוי $y = \frac{1}{2}gx^2$.

x מייצג את הזמן שעובר הגוף (בשניות) מרגע הנפילה, y מייצג את המרחק (במטרים). בטבלה מופיע המספר הקובע את קצב הנפילה של גוף המצוי בקרבת פני השטח של גופים שמימיים שונים.

גוף שמימי	שמש	כדור הארץ	ירח	מאדים (מרס)	נוגה (ונוס)	שבתאי (סטורן)	צדק (יופיטר)
תאוצת הנפילה g (במטרים/שנייה ²)	274	9.81	1.63	3.71	8.87	10.5	24.9

למשל, תאוצת הנפילה על פני הירח קטנה פי 6 מזו שעל פני כדור הארץ. לכן, הגופים על הירח ייפלו לאט יותר מאשר על כדור הארץ.

4. לפניכם גרף הפונקציה $h(t) = -\frac{1}{2}(t-7)^2 + 84.5$ המתארת גובה של ציפור מעל לקרקע (במטרים), במשך זמן המיוצג על ידי t (בשניות). t מייצג את הזמן שנמדד מרגע שהתחילה הציפור במעופה.



- אילו ערכים מתאימים ל- t לפי תנאי הבעיה? הסבירו.
- ב. הציבו $t = 0$ ומצאו את הנקודה המתאימה על הגרף. מה משמעות הנקודה בהקשר של הבעיה?
- ג. לאחר כמה שניות תחזור הציפור לגובה שממנו החלה לעוף?
- ד. מצאו, אם אפשר, לאחר כמה שניות, בערך, תהיה הציפור בגובה 72 מ' 24 מ' 90 מ'?
- ה. מצאו את קדקוד הפרבולה. מה משמעות קדקוד הפרבולה בהקשר של הבעיה?
- ו. מה משמעות הנקודה D בהקשר של הבעיה?



מכון ויצמן למדע ממעוף הציפור

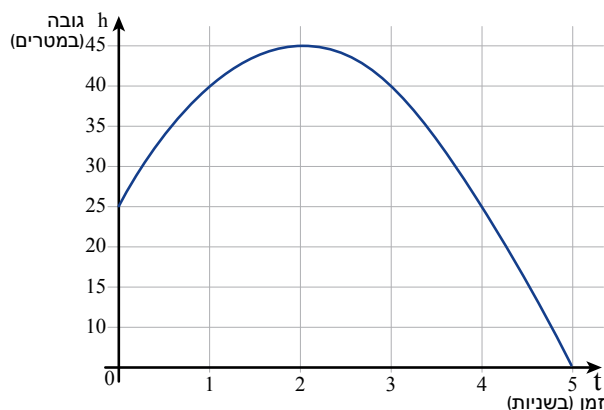
משמעות הציור "ממעוף הציפור" היא תיאור שאינו מפורט.

נהוג לקרוא לתמונות נוף שצולמו מגובה רב, "תמונות ממעוף הציפור"; אלו הן תמונות המאפשרות מבט כללי ומעניין על מקום, אך לא תמיד אפשר לזהות בהן פרטים מדויקים.





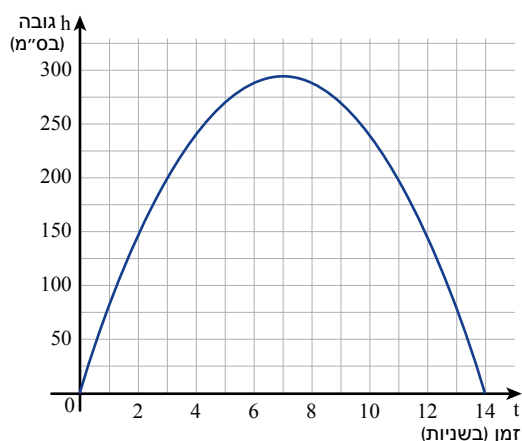
1. מקצה גג של בית שגובהו 25 מטר נזרקה אבן כלפי מעלה, והיא חזרה ונפלה על האדמה. הפונקציה המתאימה למספר השניות שחלפו מרגע שנזרקה האבן (t) , את גובהה במטרים מעל פני האדמה (h) , היא: $h(t) = -5(t - 2)^2 + 45$.



- א. אילו ערכים מתאימים ל- t לפי תנאי הבעיה?
הסבירו.
- ב. כעבור כמה שניות בערך הגיעה האבן לגובה שממנו נזרקה?
- ג. כעבור כמה שניות הגיעה האבן לגובה 15 מטר? 40 מטר?
- ד. כעבור כמה שניות הגיעה האבן לאדמה?
- ה. מהם שיעורי קדקוד הפרבולה?
- ו. מהי משמעות הקדקוד בהקשר של הבעיה?



2. ספורטאי מתאמן בקפיצה במוט. הפונקציה המתאימה לזמן בשניות שחלף מרגע הקפיצה (t) ,



- את גובהו של הספורטאי בס"מ מעל הקרקע (h) , היא $h(t) = -6(t - 7)^2 + 294$.
- א. אילו ערכים מתאימים ל- t לפי תנאי הבעיה?
הסבירו.
- ב. כמה זמן נמשכה הקפיצה?
- ג. כעבור כמה שניות הגיע הספורטאי לגובה המקסימלי?
מהו הגובה המקסימלי שאליו הגיע?
- ד. כמה פעמים במהלך הקפיצה הגיע הספורטאי לגובה 200 ס"מ? הסבירו.



3. בכל סעיף קבעו בלי לחשב כמה נקודות אפס יש לפונקציה. (תוכלו להיעזר בסקיצה של הפרבולה המתאימה). חשבו את שיעורי נקודות האפס ובדקו את תשובותיכם.

- א. $y = -3(x - 1)^2 - 3$ ג. $y = -x^2 + 1$ ה. $y = 2(x + 6)^2$
- ב. $y = 64 - 2x^2$ ד. $y = 8(x + 6)^2 - 2$ ו. $y = 8x^2$



שומרים על כושר

יחס

1. היחס בין מספר הבנים למספר הבנות בכיתה ט הוא 5:3.
א. מה מספר הבנות אם מספר הבנים בכיתה ט הוא 15?
ב. מה מספר הבנים אם מספר הבנות בכיתה ט הוא 15?
ג. בכיתה ט יש 32 תלמידים. כמה מהם בנים וכמה בנות?
2. היחס בין מספר התלמידים שהצליחו במבחן למספר התלמידים שנכשלו בו הוא 4:3.
36 תלמידים הצליחו במבחן.
מה מספר התלמידים שנכחנו?
3. בארגז 24 תפוזים ואשכוליות.
א. האם ייתכן שהיחס בין מספר התפוזים למספר האשכוליות הוא 6:5? הסבירו.
ב. קרשמו יחס אפשרי בין מספר התפוזים למספר האשכוליות בארגז.
מה מספר התפוזים ומה מספר האשכוליות לפי היחס שרשמתם? הראו חישוב.
4. **עומר ועידן** קנו כרטיס הגרלה שמחירו 70 שקלים.
עומר שילם 20 שקלים ו**עידן** שילם 50 שקלים.
כיצד יחלקו ביניהם את הזכייה אם זכו ב- 1,400 שקלים?
5. בכד 16 כדורים שחורים ו- 12 כדורים לבנים.
א. מה היחס בין מספר הכדורים השחורים למספר הכדורים הלבנים בכד?
ב. בוחרים כדור בלי להסתכל:
- מה ההסתברות שנבחר כדור לבן?
- מה ההסתברות שנבחר כדור שחור?
6. היחס בין הגדלים של הזוויות במשולש הוא 3:2:1. חשבו את הגודל של כל זווית במשולש.
7. במקבילית היחס בין הגדלים של זוג זוויות סמוכות הוא 5:4. חשבו את הגדלים של זוויות המקבילית.
8. במשולש ישר-זווית היחס בין אורכי הניצבים הוא 5:12, ואורך הניצב הקטן הוא 2.5 ס"מ.
מהו היחס בין אורך הניצב הגדול לאורך היתר?
9. היקף מלבן 70 ס"מ. היחס בין אורכי הצלעות של המלבן הוא 3:2.
חשבו את שטח המלבן.