

יחידה 8: תיכון ומשולש שווה-שוקיים

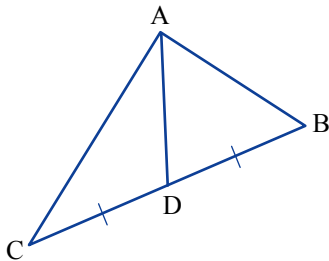
שיעור 1. תיכון במשולש



שתי משפחות גרות בבית דו-משפחתי עם חצר משותפת בצורת משולש. הן החליטו להקים מחיצה שתחלק את החצר לשני חלקים שווים-שטח. הציעו דרכים לעשות זאת.



נכיר תיכון במשולש ונשתמש בו בפתרון בעיות.



קטע המחבר קדקוד של משולש עם אמצע הצלע שמול הקדקוד, נקרא **תיכון במשולש**.

מציגה: במשולש שבשרטוט AD הוא תיכון.
בכתיב מתמטי: $BD = DC$

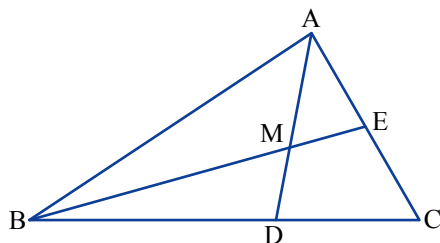
1. א. שרטטו $\triangle ABC$ קהה-זווית ושונה-צלעות, שבו הזווית C היא הזווית הקהה.

ב. שרטטו באמצעות סרגל ומד-זווית:

- תיכון לצלע AB

- חוצה זווית C

- גובה לצלע AB



2. ב. $\triangle ABC$ הקטע AD הוא חוצה A, $\angle A$

הקטע BE הוא תיכון לצלע AC.

א. רשמו את הנתונים בכתיב מתמטי.

ב. אילו מהטענות הבאות נכונות?

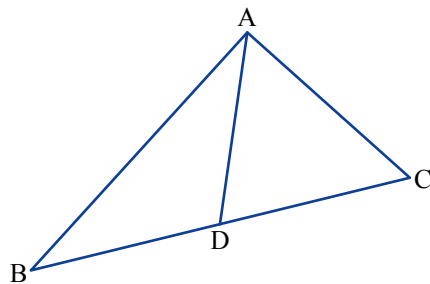
- AM הוא חוצה זווית במשולש $\triangle ABE$.

- AD הוא גובה במשולש $\triangle ABC$.

- ME הוא תיכון במשולש $\triangle ADC$.

- DE הוא תיכון במשולש $\triangle ADC$.

- BM הוא תיכון במשולש $\triangle ABD$.



3. נתון: AD תיכון לצלע BC במשולש $\triangle ABC$.

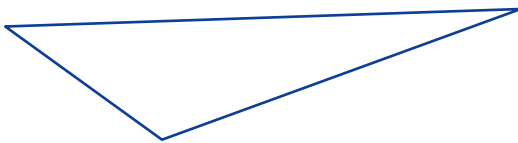
א. האם משולש ABD חופף למשולש ACD? הסבירו.

ב. הסבירו מדוע שטח $\triangle ADC$ שווה לשטח $\triangle ADB$.

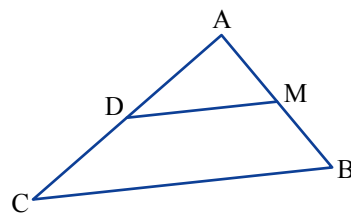
ג. נחזור למשימת הפתיחה: יש לחלק את החצר

שצורתה משולש, לשני חלקים שווים-שטח.

בדקו את הצעותיכם.



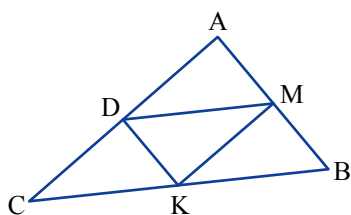
ראינו כי, תיכון במשולש מחלק אותו לשני משולשים שווים-שטח.



4. א. הנקודות D ו-M הן אמצעי הצלעות AC ו-AB בהתאמה.

הסבירו מדוע שטח $\triangle ADM$ שווה ל- $\frac{1}{4}$ משטח משולש $\triangle ABC$.

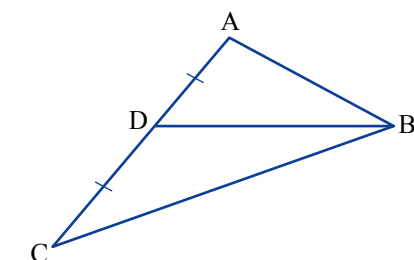
(רמז: העתיקו את השרטוט ושרטטו את התיכון CM).



ב. הנקודות D, M, ו-K הן אמצעי הצלעות של $\triangle ABC$.

הסבירו מדוע הקטעים DM, DK, ו-MK מחלקים את $\triangle ABC$

לארבעה משולשים שווים שטח.



5. הקטע BD הוא תיכון במשולש $\triangle ABC$

היקף משולש ABD 15 ס"מ.

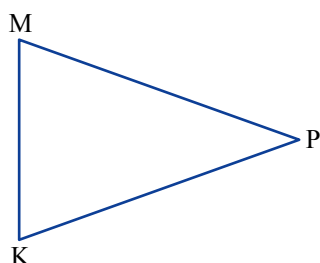
היקף משולש CBD 18 ס"מ.

אורך הצלע AB 4 ס"מ.

א. מצאו את אורך CB. הסבירו כיצד מצאתם.

ב. נתון כי שטח המשולש $\triangle ADB$ 7 סמ"ר.

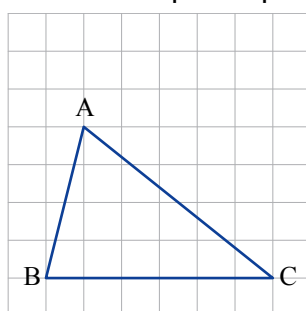
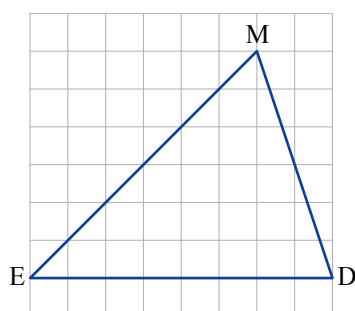
מה שטח המשולש $\triangle ABC$?



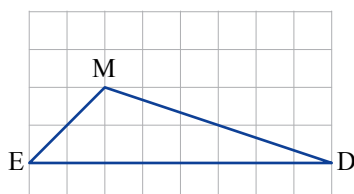
1. בשרטוט משולש שונה-צלעות.
העתיקו ושרטטו באמצעות סרגל ומד-זווית:
א. גובה לצלע KP
ב. תיכון לצלע KP
ג. חוצה זווית M



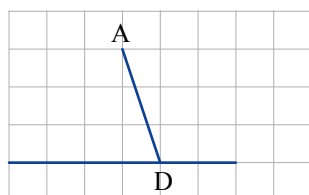
2. העתיקו את המשולשים ABC ו- DEM על דף משובץ.



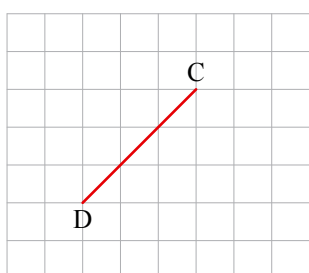
- א. במשולש ABC שרטטו גובה לצלע BC ותיכון לצלע BC .
- ב. במשולש DEM שרטטו גובה לצלע EM ותיכון לצלע EM .



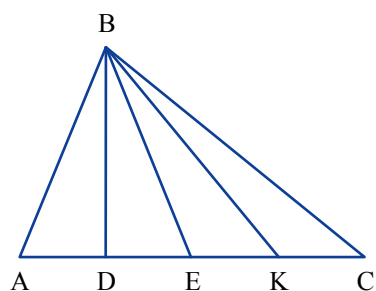
3. העתיקו על דף משובץ את המשולש EMD פעמיים.
במשולש האחד שרטטו גובה לצלע EM ותיכון לצלע EM
במשולש האחר שרטטו גובה לצלע MD ותיכון לצלע MD



4. א. העתיקו את השרטוט על דף משובץ.
ב. השלימו את השרטוט כך שיתקבל משולש ABC שבו AD הוא תיכון (קדקודי המשולש על קדקודי המשבצות).
ג. כמה משולשים כאלה תוכלו לשרטט? הסבירו.



5. א. העתיקו את הקטע DC על דף משובץ, ושרטטו משולש ABC שבו CD תיכון במשולש. (קדקודי המשולש על קדקודי המשבצות).
כמה משולשים כאלה תוכלו לשרטט?
ב. שרטטו משולש נוסף שבו D קדקוד של המשולש ו- DC תיכון במשולש.



6. נתון: $AD = DE = EK = KC$

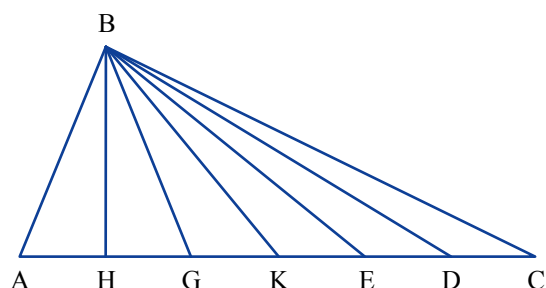
א. רשמו באילו משולשים BE הוא תיכון.

ב. באיזה משולש BK הוא תיכון?

ג. שטח $\triangle ABC$ שווה 24 סמ"ר.

חשבו את השטחים הבאים:

שטח $\triangle BAE$, שטח $\triangle KBC$, שטח $\triangle BDC$



7. נתון: $AH = HG = GK = KE = ED = DC$

א. רשמו את כל המשולשים בהם:

BH הוא תיכון.

BG הוא תיכון.

BK הוא תיכון.

BE הוא תיכון.

BD הוא תיכון.

ב. שטח $\triangle ABC$ שווה ל- 24 סמ"ר.

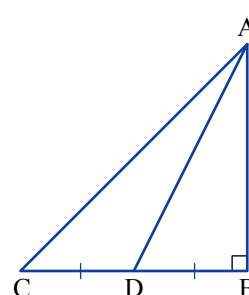
חשבו את השטחים הבאים: שטח $\triangle KBD$, שטח $\triangle GBC$, שטח $\triangle ABD$.

מצאו שני משולשים שונים ששטח כל אחד מהם 8 סמ"ר.

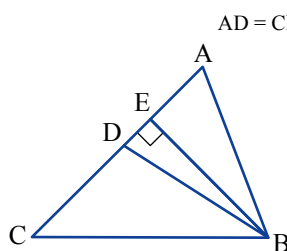


8. בכל סעיף, רשמו לפי הנתונים מיהו התיכון ומיהו הגובה במשולש ABC.

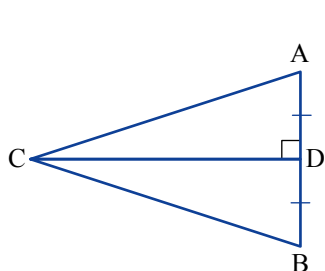
א.



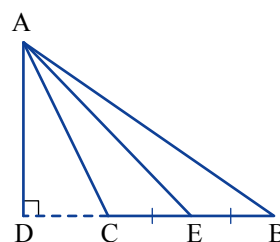
ג. $AD = CD$



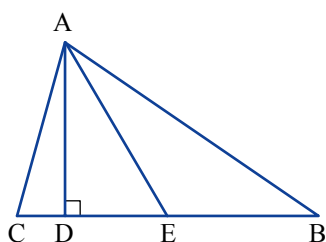
ה.



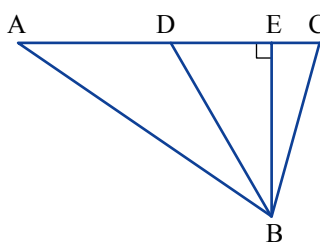
ב.



ד. $CE = EB$

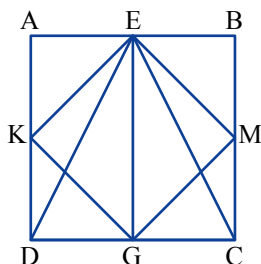


ו. $AD = CD$

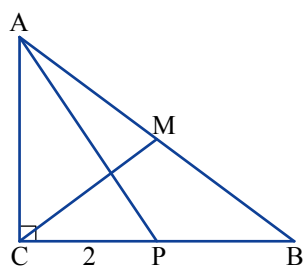




9. קדקודי הריבוע הפנימי הם אמצעי הצלעות של הריבוע החיצוני.
מצאו שלושה משולשים שבהם משורטט תיכון לאחת הצלעות.
רשמו לכל משולש, מי התיכון.



10. הקטעים CM ו-AP הם תיכונים במשולש ישר-זווית ACB.
(השרטוט הוא להדגמה ומידות האורך נתונות בס"מ).
שטח המשולש 6 סמ"ר.
א. חשבו את אורך AC
ב. מהו שטח $\triangle APB$?
ג. מצאו עוד משולשים ששטחם שווה לשטח $\triangle APB$. נמקו.



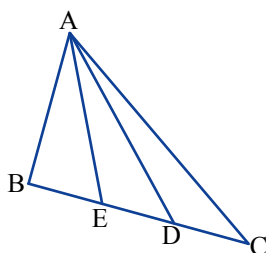
11. א. שרטטו משולש שונה-צלעות, וחלקו אותו לשלושה משולשים שווי-שטח.



- ב. מצאו דרך נוספת לחלק משולש לשלושה משולשים שווי-שטח. הסבירו.



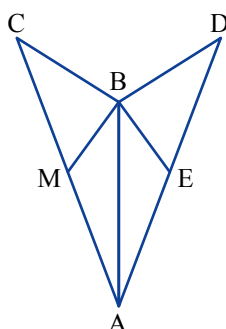
12. נתון: AD תיכון ב- $\triangle AEC$. AE תיכון ב- $\triangle ABD$.



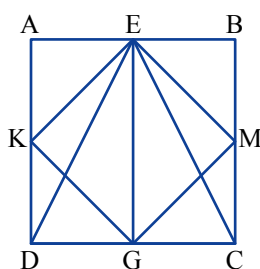
- א. חשבו את היחס $\frac{BE}{ED}$
ב. חשבו את היחס $\frac{BE}{BC}$
ג. חשבו את היחס $\frac{BE}{EC}$
ד. חשבו את היחס $\frac{BD}{BC}$



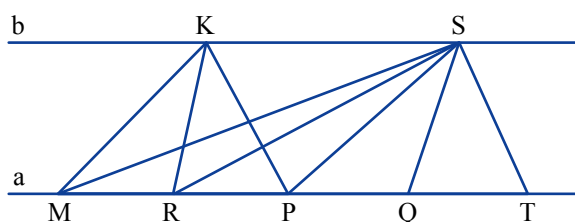
13. נתון: $\triangle ABC \cong \triangle ABD$



- הנקודה M היא אמצע הצלע AC והנקודה E אמצע הצלע AD.
א. מצאו ארבעה משולשים שווים בשטחם ונמקו.
ב. בנוסף לחפיפה הנתונה, יש בשרטוט שני זוגות נוספים של משולשים חופפים.
עבור כל זוג רשמו שלושה תנאים המראים כי המשולשים חופפים, את החפיפה, ואת משפט החפיפה המתאים.



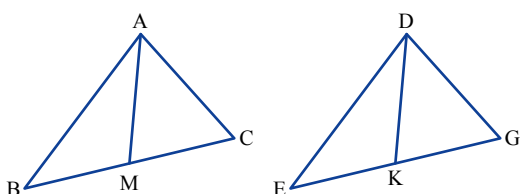
- 14.** הנקודות E, M, G, ו-K הן אמצעי הצלעות של הריבוע ABCD.
 א. בשרטוט יש 5 משולשים ששטחם שווה לשטח $\triangle EGD$. רשמו אותם.
 ב. בשרטוט יש 5 משולשים ששטחם שווה לשטח $\triangle EMB$. רשמו אותם.



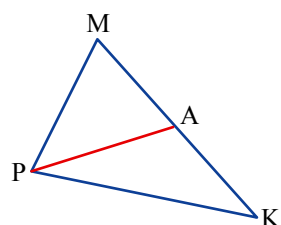
- 15.** הישרים a ו-b מקבילים זה לזה.
 $MR = RP = PQ = QT$
 רשמו משולשים ששטחם שווה לשטח $\triangle MKR$.
 הסבירו.
 כמה משולשים כאלה מצאתם?



- 16. נתון:** $\triangle ABC \cong \triangle DEG$ AM ו-DK הם תיכונים לצלעות המתאימות BC ו-EG.



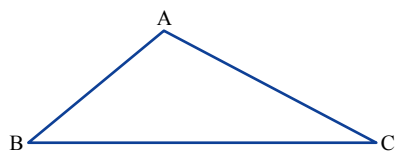
- א. רשמו שלושה תנאים המראים כי $\triangle ABM \cong \triangle DEK$,
 נמקו ורשמו את משפט החפיפה המתאים.
 ב. מסקנה: תיכונים לצלעות מתאימות במשולשים
 חופפים, שווים באורכם. נמקו.



- 17.** שטח $\triangle PAM$ שווה לשטח $\triangle PKA$.
 האם אפשר להסיק ש-PA הוא תיכון ב- $\triangle MPK$?

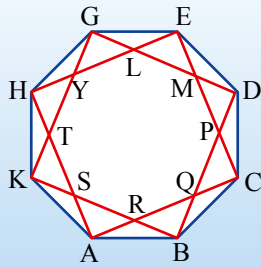


- 18.** אב הוריש לארבעת בניו חלקת קרקע מישורית בצורת משולש ABC, וציווה עליהם לחלקה ביניהם לארבע חלקות ששטחן שווה. כל אחד מהבנים הציע דרך מקורית לחלוקת השטח.



- א. שרטטו כל אחת מההצעות, וקבעו אם ההצעה מחלקת את השטח לארבעה חלקים שווים. הסבירו.
- ראובן** הציע לחלק את הצלע BC לארבעה חלקים שווים ולחבר את נקודות החלוקה עם הקדקוד A
 - שמעון** הציע להעביר תיכון AD לצלע BC, לסמן את אמצע התיכון ב-M, ולחבר את M עם הקדקודים B ו-C
 - לוי** הציע לסמן נקודה P על הצלע BC, כך ש- $BP = \frac{1}{4} \cdot BC$, לחבר את P עם הקדקוד A, לחלק את AP לשלושה חלקים שווים, ולחבר את נקודות החלוקה עם הקדקוד C
 - יהודה** הציע לשרטט גובה AD לצלע BC, ולחבר את D עם אמצעי הצלעות AC ו-AB
- ב. הציעו דרך נוספת לחלוקת שטח המשולש לארבעה חלקות שוות שטח, והסבירו.

שיעור 2. משולש שווה-שוקיים



ABCEGKH הוא מתומן משוכלל.

הקטעים הצבועים באדום הם חלק

מאלכסוני המתומן.

שערו: כמה משולשים שווה-שוקיים יש בשרטוט?

ניזכר בתכונות של משולש שווה-שוקיים ונלמד תכונות נוספות.



תזכורת

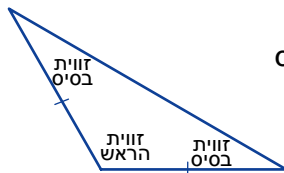
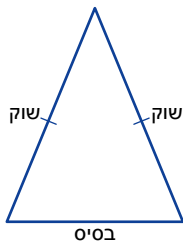
משולש בעל שתי צלעות שוות נקרא **משולש שווה-שוקיים**.

הצלעות השוות נקראות **שוקיים**.

הצלע השלישית נקראת **בסיס**.

שתי הזוויות שליד הבסיס נקראות **זוויות בסיס**.

הזווית שבין שוקי משולש שווה-שוקיים, נקראת **זווית הראש**.



בכיתה ז קיפלנו משולש שווה-שוקיים בציר הסימטריה שלו, וראינו כי זוויות הבסיס

במשולש שווה-שוקיים שוות זו לזו.

נוכיח זאת כעת באמצעות משפטי חפיפה.



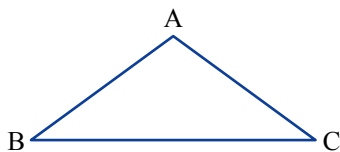
1. נתון: $\triangle ABC$ שווה-שוקיים ($AC = AB$).

א. העתיקו את המשולש ושרטטו את חוצה זווית הראש AD.

ב. רשמו שלושה תנאים המוכיחים כי $\triangle ABD \cong \triangle ACD$,

ורשמו את משפט החפיפה המתאים.

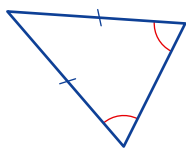
ג. הסבירו מדוע $\angle B = \angle C$.



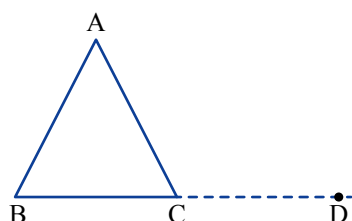
2. יעל אמרה: שרטטתי **תיכון** לבסיס במשולש שווה-השוקיים, והוכחתי את חפיפת המשולשים שהתקבלו.

מכאן הסקתי שזוויות הבסיס שוות.

שרטטו ורשמו את ההוכחה של **יעל**.



במשימות 1 ו-2 הוכחנו בשתי דרכים כי **זוויות הבסיס** במשולש שווה-שוקיים שוות בגודלן.



3. משולש ABC שווה-שוקיים ($AB = AC$). הנקודה D נמצאת על המשך הבסיס של המשולש. העתיקו את השרטוט. חברו את AD והסבירו מדוע $\angle B > \angle D$.

4. הסבירו את הטענה הבאה: אם במשולש שווה-שוקיים יש זווית בת 60° , אז כל זוויות המשולש שוות בגודלן. (דונו בשני מקרים: אם נתון ש**זווית הבסיס** בת 60° , או נתון ש**זווית הראש** בת 60°).

5. א. האם ייתכן שזווית הבסיס במשולש-שווה-שוקיים היא זווית חדה? נמקו.
ב. האם ייתכן שזווית הבסיס במשולש שווה-שוקיים היא זווית ישרה? נמקו.
ג. האם ייתכן שזווית הבסיס במשולש שווה-שוקיים היא זווית קהה? נמקו.

6. בכל סעיף קבעו אם הטענה נכונה. הוכיחו או תנו דוגמה נגדית.
א. אם במשולש שווה-שוקיים זווית הבסיס בת 45° , אז המשולש ישר-זווית.
ב. אם במשולש שווה-שוקיים אחת הזוויות בת 45° , אז המשולש ישר-זווית.



7. באתר "מתמטיקה משולבת", במדור "פעילויות באמצעות מחשב", תמצאו את הפעילות "שיקוף של משולש". בפעילות תשקפו משולש באחת מצלעותיו, תבדקו איזה סוג של משולש ושל שיקופו יוצרים משולש שווה-שוקיים, ותסבירו את ממצאיכם. בצעו את הפעילות לפי ההוראות.



8. נתון: $\triangle ABC$ הוא משולש שווה-שוקיים ($AB = AC$).

BD ו-CE הם חוצי זוויות.

הוכיחו כי BD ו-CE שווים באורכם.

ההוכחה של דניאל:

$$\angle EBC = \angle DCB$$

$$\angle ECB = \angle DBC$$

$$CB = BC$$

↓

$$\triangle EBC \cong \triangle DCB \text{ (לפי משפט חפיפה ז.צ.ז.)}$$

$$CE = BD \text{ (צלעות מול זוויות שוות במשולשים חופפים)}$$

ההוכחה של יעל:

זוויות הבסיס במשולש שווה-שוקיים שוות (סימנתי בקשת אחת).

לכן גם חצאי הזוויות האלה שוות (סימנתי בשתי קשתות).

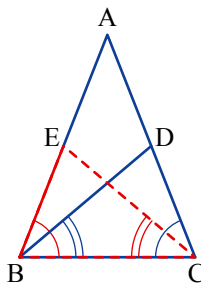
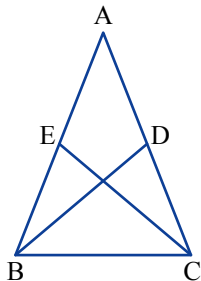
מכאן שמשולש EBC (צבוע אדום) חופף למשולש DCB (צבוע כחול)

לפי זווית, צלע, זווית.

מהחפיפה יוצא ש: $CE = BD$.

א. האם דניאל ויעל הוכיחו את הטענה? הסבירו.

ב. מה ההבדל בין דרכי ההוכחה של דניאל ויעל?

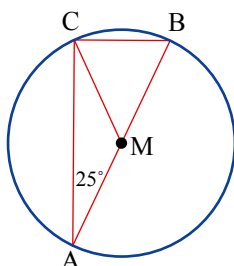
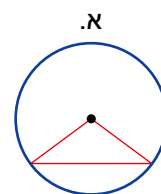
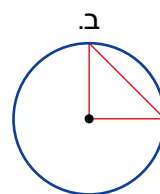
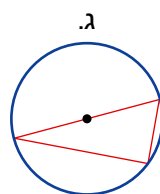
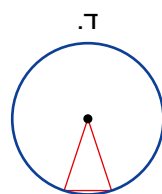
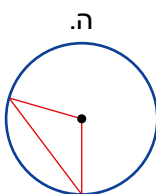


אוסף משימות



1. **תזכורת:** כל הנקודות על מעגל נמצאות במרחק שווה ממרכז המעגל.

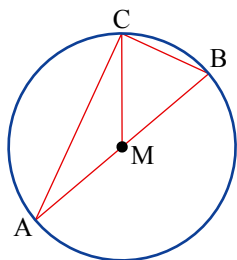
באילו סעיפים המשולש המשורטט הוא שווה-שוקיים? נמקו.



2. M מרכז המעגל. $\angle A = 25^\circ$

א. חשבו את כל הזוויות בשרטוט.

ב. מהו סוג $\triangle ACB$?



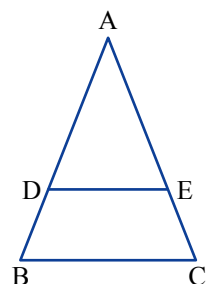
3. א. נתון: $\angle A = 30^\circ$

חשבו את הגדלים של כל הזוויות בשרטוט.

ב. נתון: $\angle A = \alpha$

בטאו בעזרת α את הגדלים של כל הזוויות במשולש $\triangle ABC$.

ג. מהו סוג $\triangle ACB$?



4. א. נתון: $AE = AD$

$BC \parallel DE$

$\angle ADE = 72^\circ$

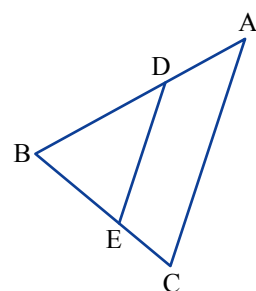
חשבו את הגדלים של הזוויות במשולש $\triangle ABC$.

ב. נתון: $AE = AD$

$BC \parallel DE$

$\angle ADE = \beta$

בטאו את הגדלים של זוויות במשולש $\triangle ABC$ באמצעות β . (רשמו את מהלך הפתרון).

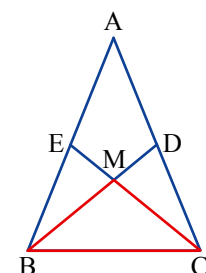


5. נתון: $AC = AB$

$AC \parallel DE$

$\angle A = 50^\circ$

חשבו את הגדלים של הזוויות במשולש $\triangle ADE$. (רשמו את מהלך החישוב).



6. נתון: $AC = AB$

$\angle A = 44^\circ$

BD חוצה את $\angle ABC$

CE חוצה את $\angle ACB$

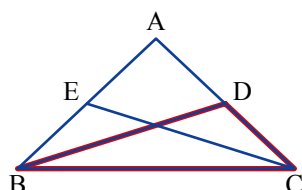
חשבו את הגדלים של הזוויות במשולש $\triangle BMC$. (רשמו את מהלך החישוב).



7. נתון: $AC = AB$

BD תיכון לצלע AC ב- $\triangle ABC$

CE תיכון לצלע AB ב- $\triangle ABC$



א. רשמו שלושה תנאים המוכיחים כי $\triangle BDC \cong \triangle CEB$, ואת משפט החפיפה המתאים.

ב. **מסקנה:** תיכונים לשוקיים במשולש שווה-שוקיים שווים באורכם. נמקו.

ג. **טענה:** גבהים לשוקיים במשולש שווה-שוקיים שווים באורכם.

שרטטו, ורשמו את הנתונים בכתב מתמטי.



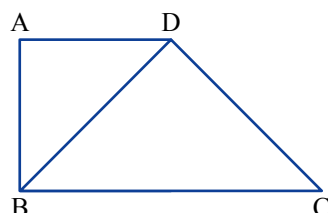
8. במרובע ABCD הצלע AD מקבילה לצלע BC ומאונכת לצלע AB.

האלכסון BD מאונך לצלע DC, וחוצה את זווית ABC.

א. רשמו את הנתונים בכתב מתמטי.

ב. חשבו את הגדלים של זוויות המרובע.

ג. האם $\triangle ABD$ חופף ל- $\triangle DBC$? נמקו.

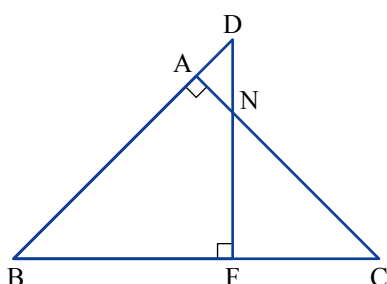


9. נתון: $\triangle ABC$ שווה-שוקיים וישר-זווית ($\angle BAC = 90^\circ$)

$\angle BFD = 90^\circ$

א. מצאו את כל הזוויות במשולשים $\triangle ABC$ ו- $\triangle FDB$.

ב. הוסיפו נתון כך שיתקיים: $\triangle ABC \cong \triangle FDB$



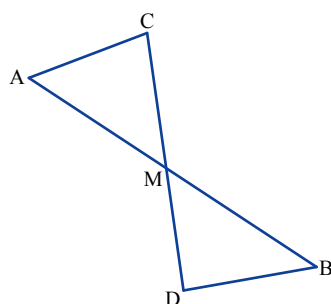
10. נתון: $DB = DM = AC$

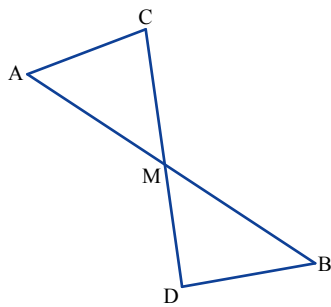
$\angle DMB = \angle CAM$

א. העתיקו את השרטוט וסמנו בו את הנתונים.

ב. האם אפשר להסיק: $\triangle AMC \cong \triangle BMD$? נמקו.

ג. האם אפשר להסיק: $\triangle AMC$ שווה-שוקיים? נמקו.

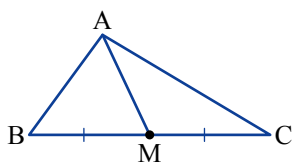




11. נתון: $CM = DM = BD$

$AC \parallel BD$

- העתיקו את השרטוט וסמנו בו את הנתונים.
- האם אפשר להסיק: $\triangle AMC \cong \triangle BMD$? נמקו.
- האם אפשר להסיק: $\triangle AMC$ שווה-שוקיים? נמקו.



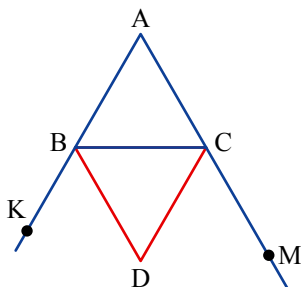
12. טענה: אם התיכון שווה לחצי הצלע שאותה הוא חוצה, אז המשולש ישר-זווית.

- רשמו מה נתון ומה צריך להוכיח.
- מצאו זוויות שוות בכל אחד מהמשולשים, ונמקו.
- הסבירו מדוע: $\angle BAC = 90^\circ$



13. נתון: $\triangle ABC$ שווה-שוקיים ($AB = AC$).

- חוצי הזוויות החיצוניות לזוויות הבסיס נפגשים בנקודה D. שרטטו והוכיחו שזווית D שווה לזווית הבסיס של המשולש.
- (רמז: סמנו את גודל זווית הבסיס ב- α ובטאו את $\angle D$ בעזרת α .)

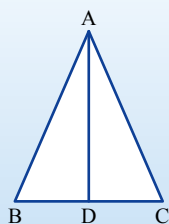


14. BD ו-CD הם חוצים של שתי זוויות חיצוניות של $\triangle ABC$.

החוצים נחתכים בנקודה D. (ראו שרטוט.)

- נתון:** $\triangle ABC \cong \triangle DBC$ (שימו לב להתאמת הקדקודים). הוכיחו כי כל זוויות $\triangle ABC$ שוות.
- נתון:** $\triangle ABC \cong \triangle BCD$ (שימו לב להתאמת הקדקודים). הוכיחו כי כל זוויות $\triangle ABC$ שוות.

שיעור 3. חוצה זווית במשולש שווה-שוקיים



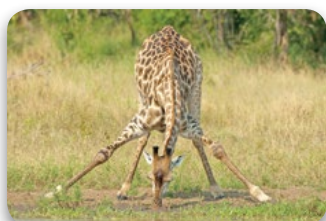
נתון משולש שווה-שוקיים ABC שבו $AC = AB$.
D נקודה כלשהי על הבסיס BC.

מהם הנתונים השווים בזוג המשולשים $\triangle ABD$ ו- $\triangle ACD$ בכל שרטוט?
האם אפשר להסיק שהקטע AD מחלק את $\triangle ABC$ לשני משולשים חופפים?

נמצא ונוכיח תכונות נוספות במשולש שווה-שוקיים.



1. באתר "מתמטיקה משולבת", במדור "פעילויות באמצעות מחשב", תמצאו את הפעילות "חוצה-זווית, גובה ותיכון במשולש". בפעילות תבדקו את מיקומם של חוצה-הזווית, הגובה והתיכון במשולשים שונים ותסבירו את ממצאיכם. בצעו את הפעילות לפי ההוראות.



2. א. שרטטו $\triangle ABC$ שונה-צלעות.

שרטטו, באמצעות סרגל ומד-זווית, גובה לצלע AB, חוצה הזווית C, ותיכון לצלע AB. מי משלושת הקטעים הוא הקצר ביותר? הסבירו.

ב. שרטטו משולש שווה-השוקיים $\triangle ABC$ על דף משובץ.

שרטטו, באמצעות סרגל ומד-זווית, גובה לבסיס, חוצה זווית הראש, ותיכון לבסיס. כמה קטעים שונים קיבלתם?



3. א. חזרו למשימת הפתיחה, ושערו היכן צריכה להיות הנקודה D כדי ש- $\triangle ADB$ ו- $\triangle ADC$ יהיו חופפים.

ב. **עמית** אמר: הנקודה D צריכה להיות באמצע BC (AD תיכון לבסיס BC).

רון אמר: הנקודה D צריכה להיות הקצה של חוצה זווית הראש A (AD חוצה זווית הראש).

דן אמר: הנקודה D צריכה להיות הקצה של הגובה לבסיס BC (AD גובה לבסיס).

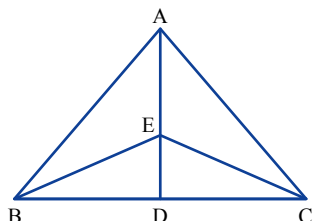


לכל הצעה שרטטו משולש, סמנו את הנתונים בשרטוט, וציינו את משפט החפיפה.

ג. לפי כל אחת מההצעות אפשר להסיק שבמשולש שווה-שוקיים, חוצה זווית הראש, התיכון לבסיס והגובה לבסיס מתלכדים. הסבירו.



הוכחנו כי, במשולש שווה-שוקיים חוצה זווית הראש, התיכון לבסיס, והגובה לבסיס מתלכדים.



4. נתון: משולש ABC הוא שווה-שוקיים ($AB = AC$).

$$AD \perp BC$$

נקודה E נמצאת על הגובה AD.

היעזרו בחפיפת משולשים כדי להראות כי $\triangle EBC$ הוא משולש שווה-שוקיים.

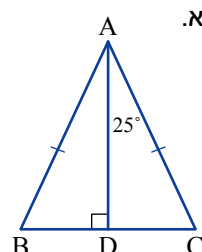
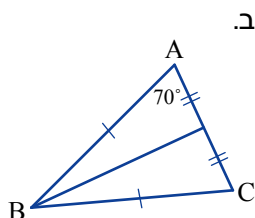
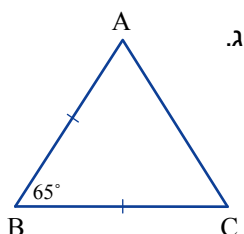


אוסף משימות

במשימות הבאות השרטוטים הם להדגמה, ומידות האורך נתונות בס"מ.

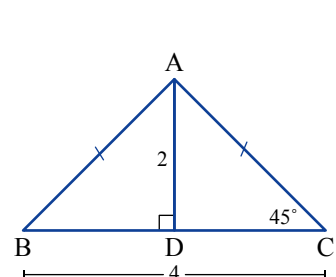
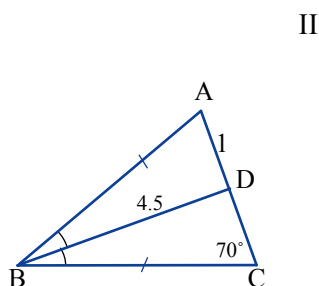
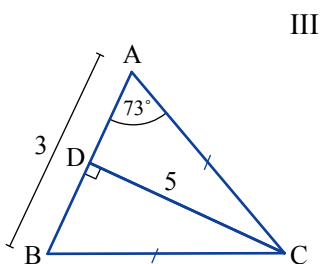


1. העתיקו, השלימו גדלים של זוויות ומצאו את זוויות $\triangle ABC$.



2. א. העתיקו את השרטוטים, ורשמו גדלים של זוויות נוספות.

ב. חשבו את השטח של כל משולש.





3. בכל סעיף, אם אפשר להסיק, רשמו על-סמך איזה משפט חפיפה.

אם אי אפשר, נמקו, או שרטטו דוגמה נגדית.

א. נתון: $AC = AB$

ג. נתון: $AC = AB$

AD חוצה את A

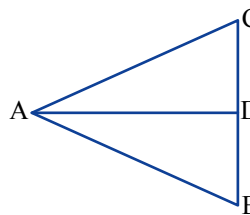
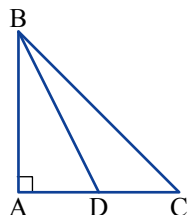
BD חוצה את B

האם אפשר להסיק: $BD = CD$?

האם אפשר להסיק: $AD = CD$?

האם אפשר להסיק ששטח $\triangle ABD$ שווה

לשטח $\triangle CBD$?

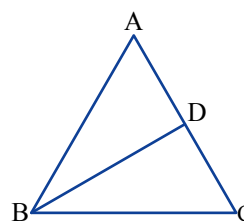
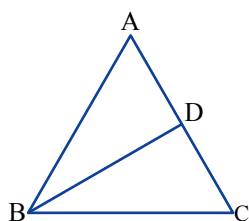


ב. נתון: $AC = AB$

BD חוצה את B

האם אפשר להסיק: $AD = CD$?

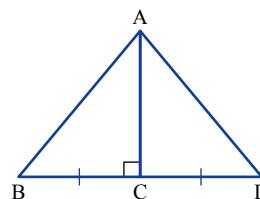
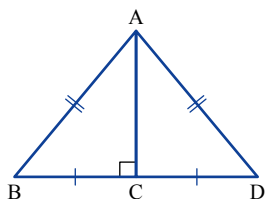
האם אפשר להסיק: $AD = CD$?



4. בכל סעיף, רשמו את החפיפה לפי התאמת קדקודים ונמקו באמצעות משפט חפיפה.

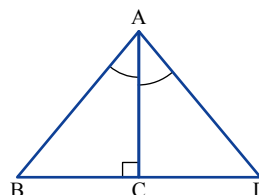
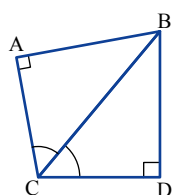
א. $\triangle ABC = \triangle$ _____

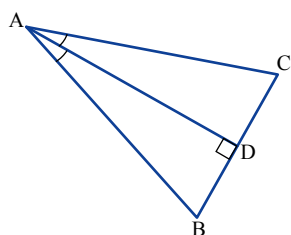
ג. $\triangle ABC = \triangle$ _____



ב. $\triangle ABC = \triangle$ _____

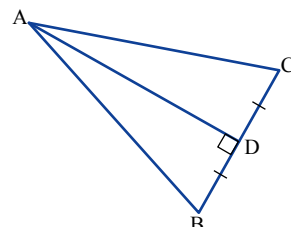
ד. $\triangle ABC = \triangle$ _____





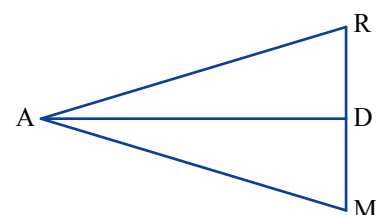
5. א. נתון: $AD \perp BC$
 $\nless A$ חוצה את A

הוכיחו ש- $\triangle ABC$ משולש שווה-שוקיים.
 (הוכיחו תחילה כי $\triangle BAD \cong \triangle CAD$)



ב. נתון: $AD \perp BC$
 AD תיכון לצלע BC

הוכיחו ש- $\triangle ABC$ משולש שווה-שוקיים.



6. נתון: במשולש RAM הקטע AD חוצה את RAM .

הקטע AD מאונך לצלע RM .

א. רשמו את הנתונים בכתב מתמטי.

ב. הוכיחו ששני המשולשים שהתקבלו חופפים,

וש- $\triangle RAM$ הוא משולש שווה-שוקיים.

ג. נסחו במילים את הטענה שהוכחתם.

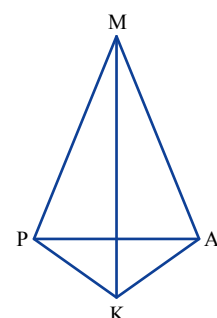


7. נתון: במשולש KMP התיכון והגובה לצלע MP מתלכדים.

א. שרטטו ורשמו את הנתונים בכתב מתמטי.

ב. הוכיחו ששני המשולשים שהתקבלו חופפים וש- $\triangle KMP$ הוא משולש שווה-שוקיים.

ג. נסחו במילים את הטענה שהוכחתם.



8. משולש PMA הוא משולש שווה-שוקיים ($MP = MA$).

הנקודה K נמצאת על המשך חוצה זווית הראש ($\nless PMA$).

א. רשמו את הנתונים בכתב מתמטי.

ב. רשמו שלושה תנאים המוכיחים כי $\triangle PMK \cong \triangle AMK$,

וציינו את משפט החפיפה המתאים.

ג. מסקנה: $\triangle PKA$ משולש שווה-שוקיים. נמקו.



9. הקטע AE הוא תיכון ב- $\triangle ABC$. הנקודה S נמצאת על התיכון AE, כך ש: $SB = SC$.

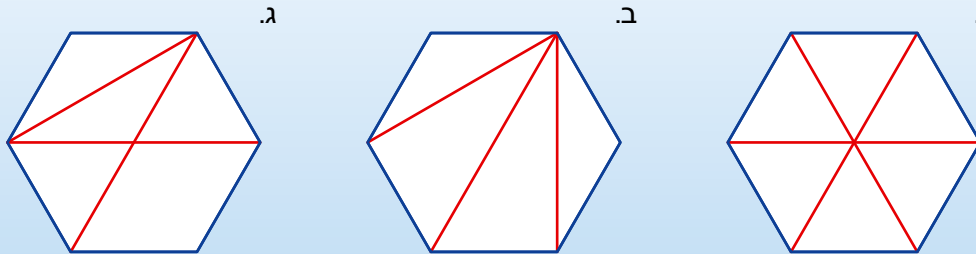
א. שרטטו ורשמו את הנתונים בכתב מתמטי.

ב. הוכיחו כי $\triangle ABC$ משולש שווה-שוקיים.



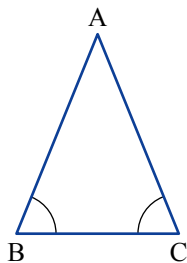
שיעור 4. משולש שווה-צלעות

מה גודלה של כל זווית במשושה משוכלל?
בכל משושה משוכלל שורטטו שלושה אלכסונים.
חשבו את הגדלים של כל הזוויות במשולשים שנוצרו.



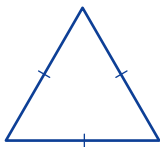
נכיר תכונות של משולש שווה-צלעות ונכיר דרכים לזיהוי משולש כזה.

- בשיעורים קודמים הוכחנו כי במשולש שווה-שוקיים זוויות הבסיס שוות בגודלן. הסבירו מדוע במשולש שווה-צלעות כל הזוויות שוות בגודלן.



2. נתון: $\triangle ABC$ $\angle B = \angle C$

- העתיקו את המשולש ושרטטו את חוצה-הזווית A.
- הוכיחו שהמשולשים שנוצרו חופפים.
- מהחפיפה אפשר להסיק כי $\triangle ABC$ שווה-שוקיים. נמקו.



הוכחנו כי אם במשולש יש שתי זוויות שוות בגודלן, אז המשולש שווה-שוקיים.

תזכורת: משולש שכל צלעותיו שוות נקרא **משולש שווה-צלעות**.

- בדקו אם הטענות הבאות נכונות והסבירו.

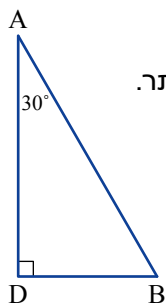
- אם במשולש שווה-שוקיים זווית הראש בת 60° , אז המשולש שווה-צלעות.
- אם במשולש שווה-שוקיים זווית הבסיס בת 60° , אז המשולש שווה-צלעות.
- אם במשולש שווה-שוקיים אחת הזוויות בת 60° , אז המשולש שווה-צלעות.
- אם במשולש אחת הזוויות בת 60° , אז המשולש שווה-צלעות.
- אם במשולש יש שתי זוויות בנות 60° , אז המשולש שווה-צלעות.



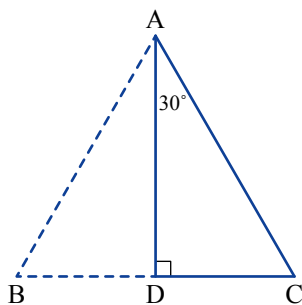
4. א. הסבירו מדוע משולש שכל זוויותיו שוות בגודלן, הוא משולש שווה-צלעות.
ב. חזרו למשימת הפתיחה, ובדקו בכל שרטוט אילו סוגי משולשים נוצרו.

5. בשיעור שעבר הוכחנו:

במשולש שווה-שוקיים חוצה זווית הראש, התיכון לבסיס, והגובה לבסיס **מתלכדים**.
הסבירו מדוע במשולש שווה-צלעות כל חוצה-זווית מתלכד עם הגובה ועם התיכון, היוצאים מאותו קדקוד.



6. **טענה:** אם במשולש ישר-זווית יש זווית בת 30° אז הניצב מול זווית זו שווה לחצי אורך היתר.
א. קשמו את הנתונים ואת מה שצריך להוכיח בכתיב מתמטי.



- ב. שיקפו את משולש ADC בניצב AD והתקבל: $\triangle ACD \cong \triangle ABD$
- הסבירו מדוע הנקודות D, B ו- C נמצאות על אותו ישר.
 - חשבו את גודל הזוויות והראו ש- $\triangle ABC$ שווה-צלעות.
 - הסבירו מדוע אורך הניצב (DC) מול הזווית בת ה- 30° שווה לחצי אורך היתר (AC).

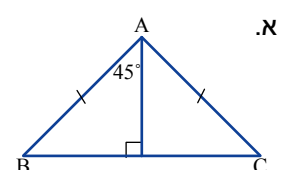
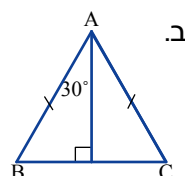
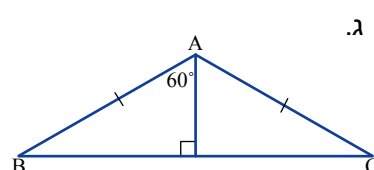
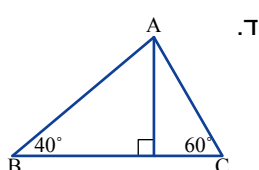


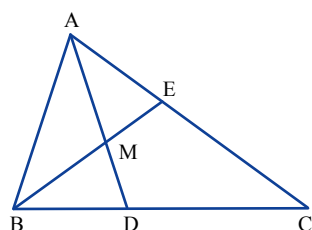
אוסף משימות

באתר "מתמטיקה משולבת" במדור "פעילויות באמצעות מחשב" תמצאו משימות חלופיות לחלק מהמשימות שבאוסף זה. משימות אלה מסומנות ב * ותחתן קשום שם המשימה החלופית שבאתר.



1. חשבו גדלים של זוויות נוספות על-סמך הנתונים שבשרטוט, וקבעו מהו סוג המשולש $\triangle ABC$.





2. נתון: $\triangle ABC$ הוא משולש שווה-שוקיים ($AC = BC$).

$\angle BAC = 72^\circ$, $\angle A$ חוצה את BC ב- D , $\angle B$ חוצה את AC ב- E .

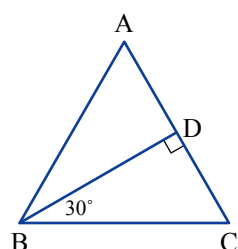
א. חשבו את הגדלים של הזוויות בשרטוט.

ב. כמה משולשים שווה-שוקיים נוספים יש בשרטוט? רשמו אותם.

ג. מצאו זוגות של משולשים חופפים ורשמו אותם.



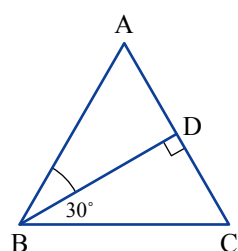
3. חשבו את הגדלים של הזוויות על-סמך הנתונים, וקבעו מהו סוג $\triangle ABC$.



א. נתון: $AB = AC$

BD גובה לשוק

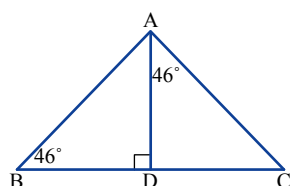
$\angle DBC = 30^\circ$



ב. נתון: BD גובה במשולש

$\angle ABD = 30^\circ$

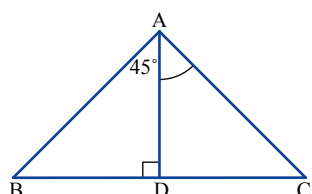
$\angle DBC = 30^\circ$



ג. נתון: $AD \perp BC$

$\angle DAC = 46^\circ$

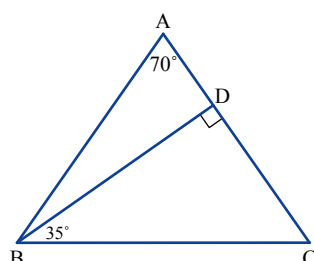
$\angle B = 46^\circ$



ד. נתון: $AD \perp BC$

$\angle BAD = 45^\circ$

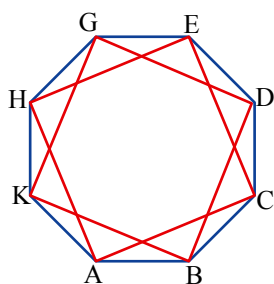
$\angle DAC = 45^\circ$



ה. נתון: $BD \perp AC$

$\angle DBC = 35^\circ$

$\angle A = 70^\circ$

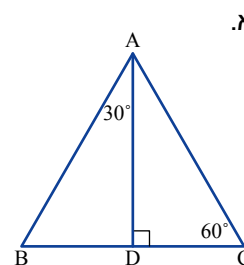
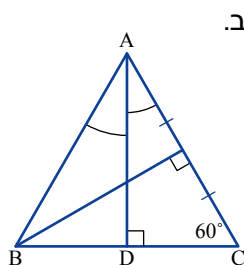
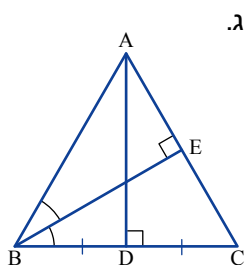


4. נחזור למשימת הפתיחה של שיעור 2 (עמוד 167).

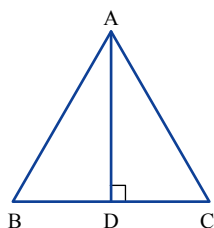
- א. חשבו את הגודל של כל זווית במתומן משוכלל?
 ב. מצאו כמה משולשים שווי-שוקיים בשרטוט (היעזרו בחישובי גדלים של זוויות). ABCDEGHK הוא מתומן משוכלל.
 הקטעים הצבועים באדום הם חלק מאלכסוני המתומן.



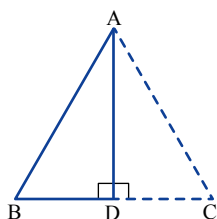
5. בכל סעיף, הוכיחו שמשולש $\triangle ABC$ הוא שווה-צלעות.



6. א. נתון: $\triangle ABC$ שווה-צלעות. AD חוצה את זווית BAC. הסבירו מדוע BD שווה למחצית AB.



ב. נתון: $\triangle ABD$ ישר-זווית ($\angle D = 90^\circ$)
 BD שווה למחצית AB.
 הוכיחו: $\angle A = 30^\circ$

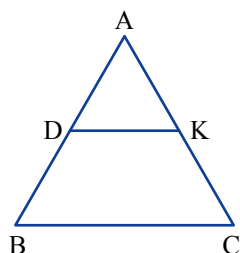


הצעה: שקפו את משולש BAD בצלע AD ותקבלו משולש ABC. הוכיחו שהמשולש ABC שהתקבל הוא משולש שווה-צלעות.



7. בכל סעיף, קבעו אם הטענה נכונה, הסבירו.

- א. כל המשולשים שווי-השוקיים חופפים זה לזה.
 ב. כל המשולשים שווי-הצלעות חופפים זה לזה.
 ג. אם השוקיים של שני משולשים שווי-שוקיים שווים באורכם, אז המשולשים חופפים.
 ד. אם הצלעות של שני משולשים שווי-צלעות שוות באורכן, אז המשולשים חופפים.



8. נתון: $\triangle ABC$ שווה-צלעות.

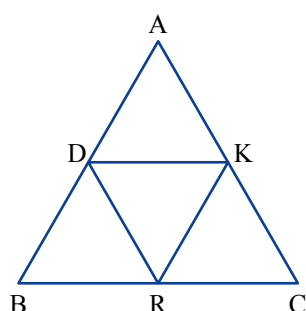
הנקודה D היא אמצע הצלע AB

הנקודה K היא אמצע הצלע AC

א. הסבירו מדוע $\triangle ADK$ הוא משולש שווה-שוקיים.

ב. חשבו את הזוויות של $\triangle ADK$.

ג. הסבירו מדוע $\triangle ADK$ שווה-צלעות.

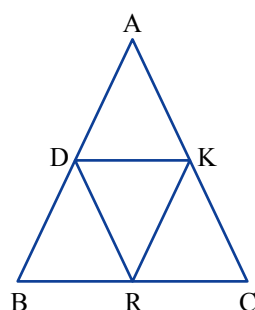


9. טענה: אם מחברים את אמצעי הצלעות במשולש שווה-צלעות ($\triangle ABC$), אז מתקבל משולש שווה-צלעות ($\triangle DKR$).

א. חשמו את הנתונים בכתב מתמטי.

ב. מצאו מה גודל כל זווית בשרטוט ונמקו.

ג. הראו כי $\triangle DKR$ שווה-צלעות.



10. טענה: אם מחברים את אמצעי הצלעות במשולש שווה-שוקיים ($\triangle ABC$), אז מתקבל משולש ($\triangle DKR$) שווה-שוקיים.

א. חשמו את הנתונים בכתב מתמטי.

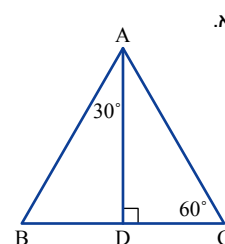
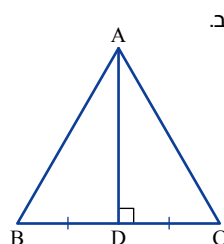
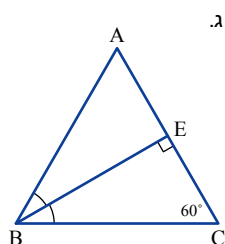
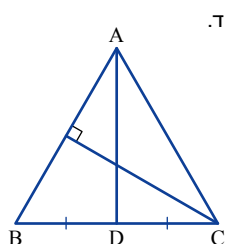
ב. הסבירו מדוע $\triangle ADK$ שווה-שוקיים.

ג. סמנו: $\angle B = \angle \alpha$ ובטאו זוויות נוספות באמצעות β .

ד. הוכיחו: $\triangle DKR$ שווה-שוקיים.

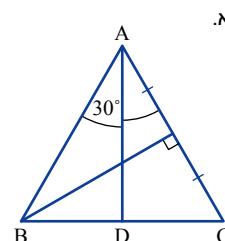
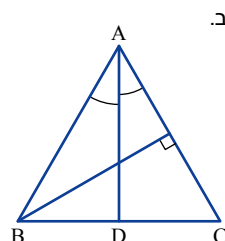
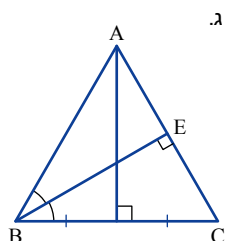
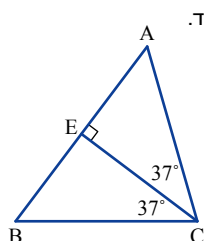


11. בכל סעיף, בדקו אם אפשר לקבוע על-סמך הנתונים כי $\triangle ABC$ הוא משולש שווה-שוקיים, והאם אפשר לקבוע כי $\triangle ABC$ הוא משולש שווה-צלעות. הסבירו.

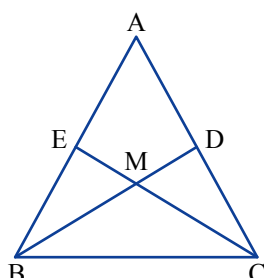




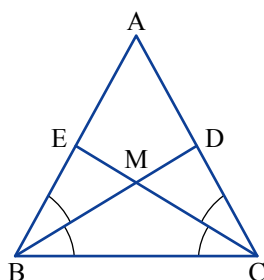
12. בכל סעיף, בדקו אם אפשר לקבוע על-סמך הנתונים, כי $\triangle ABC$ הוא משולש שווה-שוקיים, והאם אפשר לקבוע שהוא משולש שווה-צלעות. הסבירו.



13. במשולש שווה-צלעות $\triangle ABC$ משורטטים תיכונים DB ו-EC. מצאו את הגדלים של זוויות $\triangle BMC$.
(תזכורת: כל תיכון במשולש שווה-צלעות הוא גם גובה, וגם חוצה זווית.)



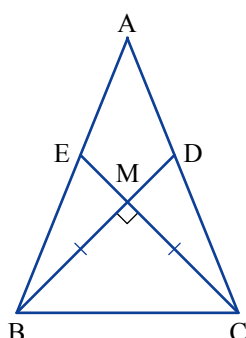
14*. במשולש שווה-שוקיים $\triangle ABC$, משורטטים חוצי זוויות הבסיס BD ו-CE. האם ייתכן שמשולש $\triangle BMC$ הוא שווה-צלעות? הסבירו.



שם המשימה החלופית: "האם ייתכן-1?"



15*. נתון: $\triangle ABC$ שווה-שוקיים ($AB = AC$).
במשולש משורטטים שני קטעים BD ו-CE היוצרים משולש ישר-זווית ושווה-שוקיים ($\triangle BMC$)
בכל סעיף, בדקו אם ייתכן. הסבירו.
א. BD ו-CE גבהים במשולש ABC
ב. CE ו-BD חוצי-זוויות במשולש ABC
ג. CE ו-BD תיכונים במשולש ABC



שם המשימה החלופית באתר: "האם ייתכן-2?"



שומרים על כושר

שברים פשוטים

1. בכל סעיף, קבעו: נכון או לא נכון.

א. $\frac{3 \cdot 6}{1 \cdot 3} = 18$ ו. $\frac{9+6}{3} = 9 + \frac{6}{3}$

ב. $\frac{3 \cdot 6 + 6}{1 \cdot 3} = 9$ ז. $\frac{9 \cdot 2 \cdot 6}{1 \cdot 3} = 18$

ג. $\frac{3 \cdot 2 \cdot 6}{1 \cdot 3} = 6$ ח. $\frac{9 \cdot 2 \cdot 6}{1 \cdot 3} = 11$

ד. $\frac{3 \cdot 6 + 5 \cdot 10}{1 \cdot 3 + 1 \cdot 2} = 4$ ט. $\frac{9 \cdot 6}{3} = \frac{9}{3} \cdot \frac{6}{3}$

ה. $\frac{9 \cdot 6}{3} = 9 \cdot \frac{6}{3}$ י. $\frac{9+6}{3} = \frac{9}{3} + \frac{6}{3}$

2. פתרו את התרגילים, וסדרו את התרגילים לפי סדר התוצאות, מהקטנה לגדולה.

א. $\frac{3}{5} - \frac{1}{10}$ ג. $\frac{3}{5} \cdot \frac{1}{10}$

ב. $\frac{3}{5} + \frac{1}{10}$ ד. $\frac{3}{5} : \frac{1}{10}$

3. פתרו.

א. $1 : \frac{1}{5}$ ג. $5 : \frac{1}{2}$ ה. $\frac{1}{2} : 2$ ז. $\frac{1}{2} : \frac{3}{5}$

ב. $\frac{1}{5} : 1$ ד. $2 : \frac{1}{2}$ ו. $\frac{2}{3} : \frac{1}{3}$ ח. $\frac{3}{5} : \frac{1}{2}$

4. א. איזו פעולה נרשום במקום הריק כך שתתקבל התוצאה הקטנה ביותר? מהי? $15 \frac{4}{5} \bullet \frac{3}{4}$

ב. איזו פעולה נרשום במקום הריק כך שתתקבל התוצאה הקטנה ביותר? מהי? $15 \frac{4}{5} \bullet 2 \frac{3}{5}$