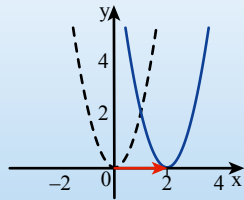


יחידה 7: הזזות ושיקופים של פרבולות

שיעור 1. הזזות אופקיות של פרבולות

ביחידה הקודמת הזזנו את הפרבולה שהייצוג האלגברי שלה הוא $y = x^2$ הזזה אנכית לאורך ציר y . נזיז את הפרבולה הזזה אופקית, 2 יחידות ימינה לאורך ציר x :



איזה מהייצוגים האלגבריים הבאים מתאים לפרבולה המוזזת?

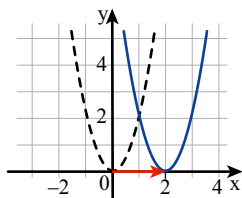
$$y = (x - 2)^2 \qquad y = (x + 2)^2$$

$$y = x^2 - 2 \qquad y = x^2 + 2$$

נחקור הזזות אופקיות של פרבולות.



1. באתר "מתמטיקה משולבת", במדור "פעילויות באמצעות מחשב", תמצאו את הפעילות "מזיזים את הפרבולה $y = x^2$ ימינה ושמאלה". בצעו את הפעילות לפי ההוראות.



2. הציגו את הפרבולה $y = x^2$ שתי יחידות ימינה לאורך ציר x (כמו בשרטוט).

א. **דני** אמר: הייצוג האלגברי של הפרבולה המוזזת הוא $y = (x + 2)^2$,

כי הזזנו את הפרבולה של $y = x^2$ לאורך ציר x שתי יחידות ימינה.

אלי אמר: הייצוג האלגברי של הפרבולה המוזזת הוא $y = (x - 2)^2$,

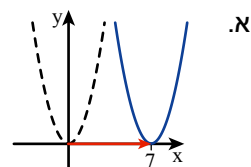
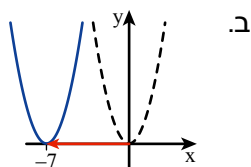
כי הקדקוד שלה הוא $(2, 0)$.

השלימו את הטבלה וקבעו מי צודק, **דני** או **אלי**.

x	-6	-2	0	2	4	6
$y = x^2$						
$y = (x - 2)^2$						
$y = (x + 2)^2$						

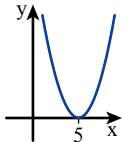
- ב. היעזרו בטבלה ושרטטו סקיצה של הפרבולה $y = (x + 2)^2$. מהם שיעורי נקודת הקדקוד?

3. בכל סעיף כתבו ייצוג אלגברי לפרבולה המוזזת. בדקו את תשובותיכם בעזרת טבלת ערכים.



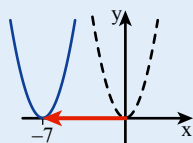


4. לפניכם דוגמה לחקירת הפונקציה $y = (x - 5)^2$. חקרו את הפונקציה $y = (x + 5)^2$ לפי הדוגמה.

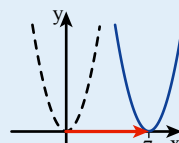
ייצוג אלגברי של הפונקציה	$y = (x - 5)^2$	$y = (x + 5)^2$
תחום	כל המספרים	כל המספרים
סקיצה		
ציר הסימטריה	$x = 5$	
שיעורי נקודת הקדקוד	$(5, 0)$	
סוג הקדקוד	מינימום	
שיעורי נקודת חיתוך עם ציר x (נקודת אפס, $y = 0$)	$(5, 0)$	
שיעורי נקודת חיתוך עם ציר y ($x = 0$)	$(0, 25)$ כי $(0 - 5)^2 = 25$	
תחום עלייה של הפונקציה	$x > 5$	
תחום ירידה של הפונקציה	$x < 5$	
התחום שבו הפונקציה חיובית ($y > 0$)	כל התחום פרט ל- $x = 5$	
התחום שבו הפונקציה שלילית ($y < 0$)	אף מספר	



הכרנו פרבולה מהמשפחה $y = (x - p)^2$. אפשר לקבל פרבולות אלו **מהזזות אופקיות** של $y = x^2$ p יחידות לאורך ציר x. אם $p > 0$ הפרבולה זזה **ימינה**, אם $p < 0$ הפרבולה זזה **שמאלה**.
3/זמנה: במשימה 3



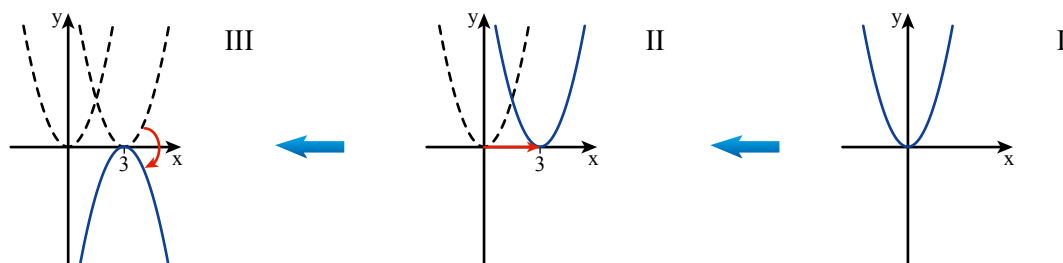
הפרבולה $y = (x + 7)^2$, $(p = -7)$
מתקבלת **מהזזת** $y = x^2$
7 יחידות **שמאלה** על ציר x.
ציר הסימטריה הוא: $x = -7$
שיעורי נקודת הקדקוד: $(-7, 0)$



הפרבולה $y = (x - 7)^2$, $(p = 7)$
מתקבלת **מהזזת** $y = x^2$
7 יחידות **ימינה** על ציר x.
ציר הסימטריה הוא: $x = 7$
שיעורי נקודת הקדקוד: $(7, 0)$



5. **גילה** הזיזה את הפרבולה $y = x^2$ 3 יחידות ימינה על ציר x ואחר-כך שיקפה אותה בציר x באופן הבא:



לפניכם רשימה של פונקציות ריבועיות:

$$y = -x^2 + 3 \quad y = -x^2 - 3 \quad y = x^2 \quad y = -(x - 3)^2 \quad y = (x - 3)^2$$

א. בחרו מתוך הרשימה את הייצוג האלגברי של הפרבולה המוזזת של **גילה**.

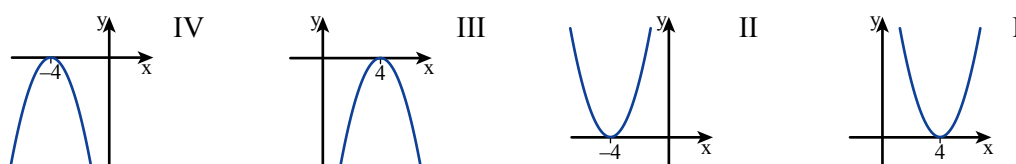
ב. שרטטו סקיצות מתאימות לפונקציות האחרות ברשימה.

ג. **רעות** אמרה: הזזתי את הפרבולה של $y = -x^2$ 3 יחידות ימינה לאורך ציר x , והגעתי לפרבולה מוזזת כמו של **גילה**.

האם **רעות** צודקת? הסבירו.

6. התאימו ייצוג אלגברי לכל סקיצה.

א. $y = (x - 4)^2$ ב. $y = -(x - 4)^2$ ג. $y = (x + 4)^2$ ד. $y = -(x + 4)^2$



הכרנו פרבולות מהמשפחה $y = -(x - p)^2$

אפשר לקבל פרבולות אלו מהזזות אופקיות של הפרבולה $y = -x^2$, p יחידות לאורך ציר x .
אם $p > 0$ הפרבולה זזה ימינה, ואם $p < 0$ הפרבולה זזה שמאלה.

במשימה 5:

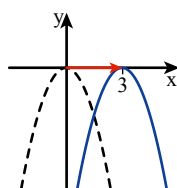
הפרבולה $y = -(x - 3)^2$ ($p = 3$)

מתקבלת מהזזה אופקית של הפרבולה $y = -x^2$

3 יחידות ימינה,

ציר הסימטריה הוא: $x = 3$

שיעורי נקודת הקדקוד: $(3, 0)$



הערה: אפשר לקבל פרבולות מהמשפחה $y = -(x - p)^2$ גם משיקוף של פרבולות מתאימות מהמשפחה $y = (x - p)^2$.

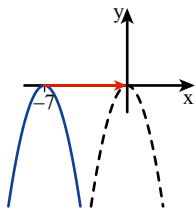


7. חקרו את הפונקציות: $y = -(x + 4)^2$ $y = -(x - 4)^2$ העתיקו והשלימו.

$y = -(x - 4)^2$	$y = -(x + 4)^2$	ייצוג אלגברי של הפונקציה
כל המספרים	כל המספרים	תחום
		סקיצה
		ציר הסימטריה
		שיעורי נקודת הקדקוד
		סוג הקדקוד
		שיעורי נקודת חיתוך עם ציר x (נקודת אפס, $y = 0$)
		שיעורי נקודת חיתוך עם ציר y ($x = 0$)
		תחום עלייה של הפונקציה
		תחום ירידה של הפונקציה
		התחום שבו הפונקציה חיובית ($y > 0$)
		התחום שבו הפונקציה שלילית ($y < 0$)



אוסף משימות



1. **יפעת** הזיזה את הפרבולה של $y = -x^2$ 7 יחידות שמאלה על ציר x.

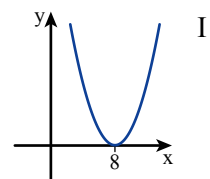
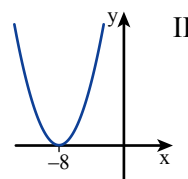
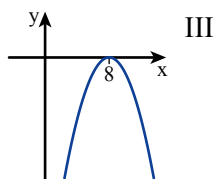
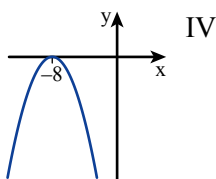
בחרו מתוך הרשימה את הייצוג האלגברי של הפרבולה המוזזת של **יפעת**.

א. $y = (x + 7)^2$ ב. $y = -(x + 7)^2$ ג. $y = -x^2 + 7$ ד. $y = -x^2 - 7$



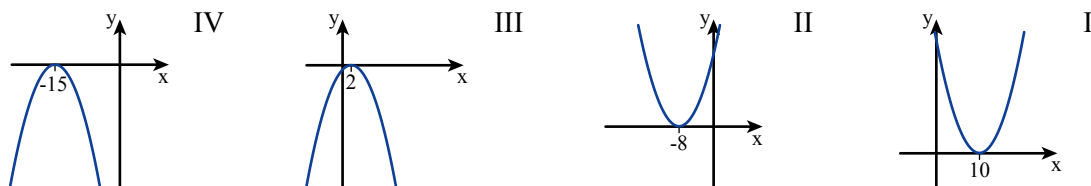
2. התאימו ייצוג אלגברי לסקיצה.

א. $y = (x + 8)^2$ ב. $y = (x - 8)^2$ ג. $y = -(x + 8)^2$ ד. $y = -(x - 8)^2$





3. כתבו ייצוג אלגברי מתאים לכל סקיצה.



4. כתבו ייצוג אלגברי מתאים.

- א. לפרבולה נקודת מינימום ששיעוריה הם $(-3, 0)$.
- ב. לפרבולה נקודת מקסימום, משוואת ציר הסימטריה שלה היא $x = 1$.
- ג. הפרבולה היא הזזה של הגרף של $y = -x^2$, והיא יורדת בתחום $x > 3$.
- ד. הפרבולה היא הזזה של הגרף של $y = x^2$, והיא חיובית בכל התחום פרט ל- $x = 8$.



5. חקרו את הפונקציה $y = -(x - 9)^2$ לפי הדוגמה. העתיקו והשלימו.



ייצוג אלגברי של הפונקציה	$y = (x - 9)^2$	$y = -(x - 9)^2$
תחום	כל המספרים	כל המספרים
סקיצה		
ציר הסימטריה	$x = 9$	
שיעורי נקודת הקדקוד	$(9, 0)$	
סוג הקדקוד	מינימום	
שיעורי נקודת חיתוך עם ציר x (נקודת אפס, $y = 0$)	$(x - 9)^2 = 0 \rightarrow x = 9$ שיעורי הנקודה: $(9, 0)$	
שיעורי נקודת חיתוך עם ציר y ($x = 0$)	$(0, 81)$	
תחום עלייה של הפונקציה	$x > 9$	
תחום ירידה של הפונקציה	$x < 9$	
התחום שבו הפונקציה חיובית ($y > 0$)	כל התחום פרט ל- $x = 9$	
התחום שבו הפונקציה שלילית ($y < 0$)	אף מספר	



6. חקרו את הפונקציות $y = (x + 1)^2$; $y = -(x + 1)^2$, העתיקו והשלימו.

$y = -(x + 1)^2$	$y = (x + 1)^2$	ייצוג אלגברי של הפונקציה
כל המספרים	כל המספרים	תחום
		סקיצה
		ציר הסימטריה
		שיעורי נקודת הקדקוד
		סוג הקדקוד
		שיעורי נקודת חיתוך עם ציר x (נקודת אפס, $y = 0$)
		שיעורי נקודת חיתוך עם ציר y ($x = 0$)
		תחום עלייה של הפונקציה
		תחום ירידה של הפונקציה
		התחום שבו הפונקציה חיובית ($y > 0$)
		התחום שבו הפונקציה שלילית ($y < 0$)



7. מצאו ייצוגים אלגבריים של פונקציות ריבועיות לפי הפרטים שבטבלה, העתיקו והשלימו.

$y = ?$	$y = ?$	ייצוג אלגברי של הפונקציה
כל המספרים	כל המספרים	תחום
		סקיצה
$x = -11$		ציר הסימטריה
		שיעורי נקודת הקדקוד
		סוג הקדקוד
	(11, 0)	שיעורי נקודת חיתוך עם ציר x (נקודת אפס, $y = 0$)
		שיעורי נקודת חיתוך עם ציר y ($x = 0$)
	$x > 11$	תחום עלייה של הפונקציה
		תחום ירידה של הפונקציה
כל התחום פרט ל- $x = -11$		התחום שבו הפונקציה חיובית ($y > 0$)
		התחום שבו הפונקציה שלילית ($y < 0$)

שיעור 2. שילוב הזזות אנכיות והזזות אופקיות של פרבולות

גל שרטט את גרף הפונקציה $y = x^2$

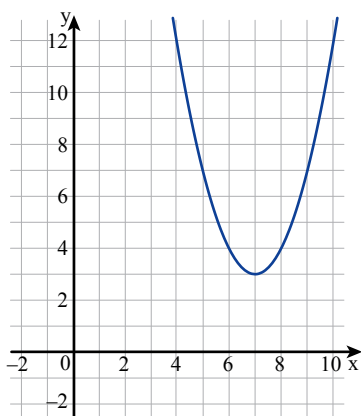
II הזיז אותה 2 יחידות ימינה על ציר x (הזזה אופקית)

III אחר-כך הזיז אותה 9 יחידות למטה (הזזה אנכית)

כתבו ייצוג אלגברי לפרבולה שקיבל **גל** בכל שלב.

נחקור פרבולות שהתקבלו על ידי הזזות.

1. נתבונן בפרבולה המוזזת של **גל** ממשימת הפתיחה (שרטוט III).
- מהו ציר הסימטריה של הפרבולה?
 - מהם שיעורי קדקוד הפרבולה?
 - הייצוג האלגברי של הפונקציה הוא: $y = (x - 2)^2 - 9$ כיצד אפשר למצוא את ציר הסימטריה ואת שיעורי נקודת הקדקוד מתוך הייצוג האלגברי של הפונקציה?



2. נתונה הפרבולה $y = (x - 7)^2 + 3$.
- תארו במילים איך התקבלה הפרבולה הנתונה מהזזות של הפרבולה $y = x^2$.
 - מהו ציר הסימטריה של הפרבולה הנתונה?
 - מהם שיעורי נקודת הקדקוד?
 - כיצד אפשר למצוא את ציר הסימטריה ואת שיעורי נקודת הקדקוד מתוך הייצוג האלגברי של הפונקציה?





הכרנו פרבולות מהמשפחה $y = (x - p)^2 + k$.

אפשר לקבל פרבולות אלו משילוב של הזזות (אופקיות ואנכיות) של הפרבולה $y = x^2$.

הזזה אופקית: p יחידות ימינה או שמאלה

הזזה אנכית: k יחידות למעלה או למטה

ציר הסימטריה: $x = p$

שיעורי נקודת הקדקוד: (p, k)

במשימה 1:

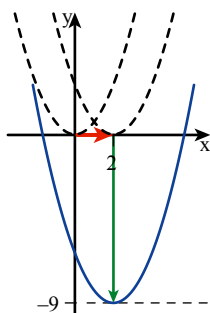
הפרבולה $y = (x - 2)^2 - 9$ ($k = -9$, $p = 2$)

מתקבלת מהזזה אופקית של הפרבולה $y = x^2$

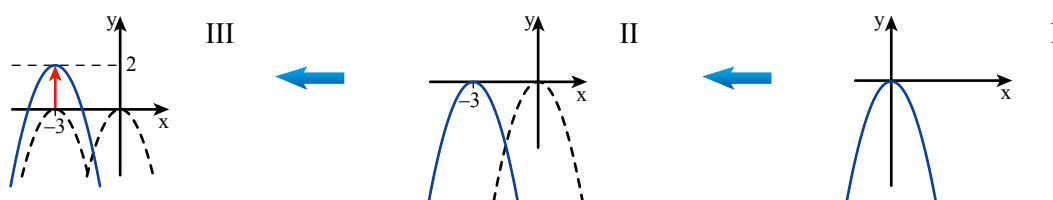
2 יחידות ימינה ו-9 יחידות כלפי מטה.

ציר הסימטריה: $x = 2$

שיעורי נקודת הקדקוד (מינימום): $(2, -9)$



3. חלי הזיזה את הפרבולה של $y = -x^2$ הזזה אופקית ואחר-כך הזזה אנכית, כמתואר בשרטוט:



א. כתבו ייצוג אלגברי לפרבולה של **חלי** בכל שלב.

ב. נתבונן בפרבולה המוזזת (שרטוט III):

מהו ציר הסימטריה?

מהם שיעורי נקודת הקדקוד?

כיצד אפשר למצוא את ציר הסימטריה ואת שיעורי נקודת הקדקוד מתוך הייצוג האלגברי של הפרבולה?



הכרנו פרבולות מהמשפחה $y = -(x - p)^2 + k$.

אפשר לקבל פרבולות אלו משילוב של הזזות (אופקיות ואנכיות) של הפרבולה $y = -x^2$.

הזזה אופקית: p יחידות ימינה או שמאלה

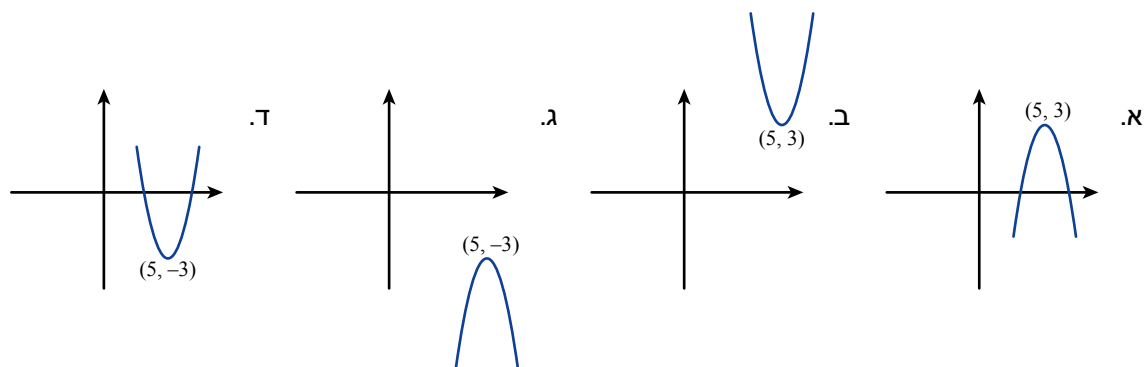
הזזה אנכית: k יחידות למעלה או למטה

ציר הסימטריה: $x = p$

שיעורי נקודת הקדקוד (מקסימום): (p, k)



4. רשמו ייצוג אלגברי מתאים לכל סקיצה.



5. חקרו את הפונקציות $y = (x + 1)^2 + 9$; $y = -(x - 1)^2 - 9$, העתיקו והשלימו.

ייצוג אלגברי של הפונקציה	$y = (x + 1)^2 + 9$	$y = -(x - 1)^2 - 9$
תחום	כל המספרים	כל המספרים
סקיצה		
ציר הסימטריה		
שיעורי נקודת הקדקוד		
סוג הקדקוד		
שיעורי נקודות חיתוך עם ציר x (נקודות אפס, $y = 0$)		
שיעורי נקודת חיתוך עם ציר y ($x = 0$)		
תחום עלייה של הפונקציה		
תחום ירידה של הפונקציה		
התחום שבו הפונקציה חיובית ($y > 0$)		
התחום שבו הפונקציה שלילית ($y < 0$)		



6. **רועי וגיא** הזיזו את הפרבולה המתארת את הפונקציה $y = x^2$.

רועי הזיז את הפרבולה 4 יחידות ימינה על ציר x (הזזה אופקית)

אחר-כך הזיז אותה 5 יחידות למטה (הזזה אנכית)

ולבסוף "הפך" אותה.

גיא ביצע אותן פעולות, אך בסדר הפוך:

תחילה הוא שיקף את הפרבולה על ציר x וקיבל את הפרבולה של $y = -x^2$.

אחר-כך הוא הזיז את הפרבולה ה"הפוכה" 5 יחידות למטה (הזזה אנכית)

ואז הזיז אותה 4 יחידות ימינה על ציר x (הזזה אופקית).

א. כתבו ייצוג אלגברי מתאים לפרבולות שקיבלו **רועי וגיא**.

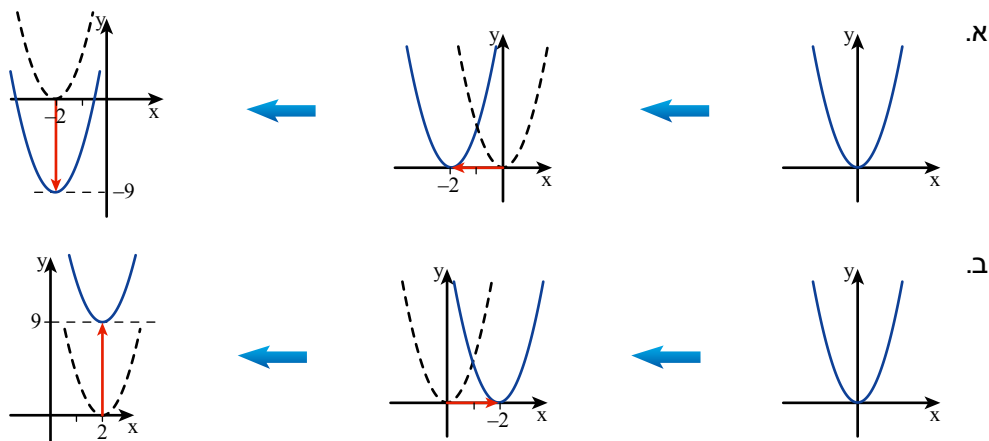
ב. האם יש חשיבות לסדר ההזזות והשיקופים שמבצעים על הפרבולה? הדיגמו.



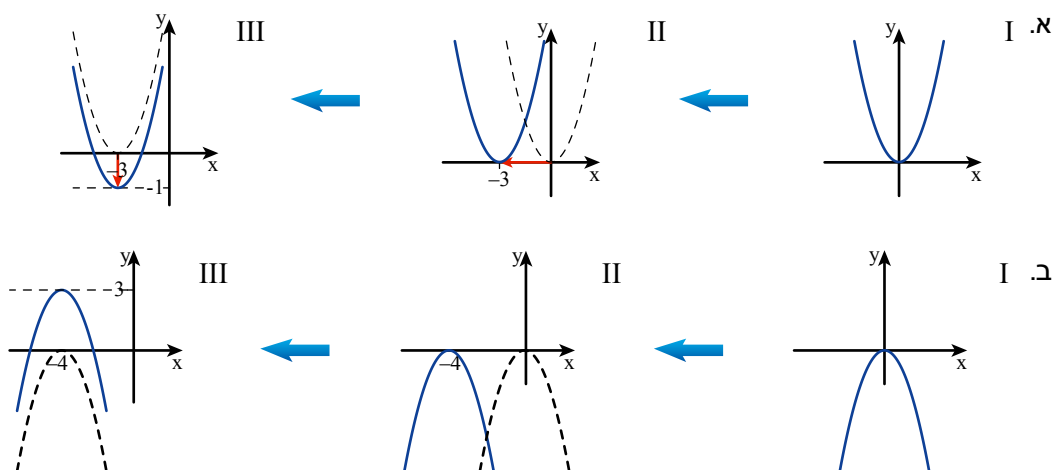
$$h(x) = (x - 2)^2 + 9$$

$$f(x) = (x + 2)^2 - 9$$

1. לפניכם הפונקציות. התאימו סדרה של הזזות לכל פונקציה.



2. בכל סעיף תארו במילים את סדרת ההזזות שבוצעה, ורשמו ייצוג אלגברי מתאים לכל שלב.

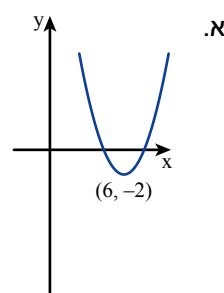
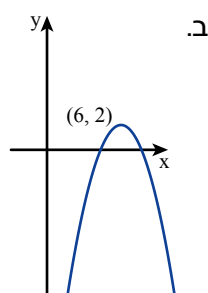
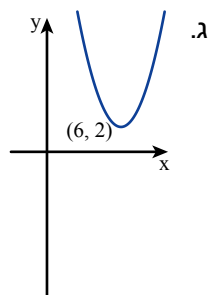
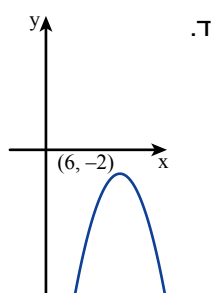


3. א. כתבו סדרה של הזזות מהפרבולה $y = x^2$ לפרבולה $y = (x - 6)^2 + 4$.

ב. שרטטו סקיצה מתאימה לפרבולה המוזזת ורשמו את שיעורי נקודת הקדקוד של הפרבולה ואת ציר הסימטריה שלה.



4. קשמו ייצוג אלגברי מתאים לכל סקיצה.



5. לפניכם שתי פרבולות.

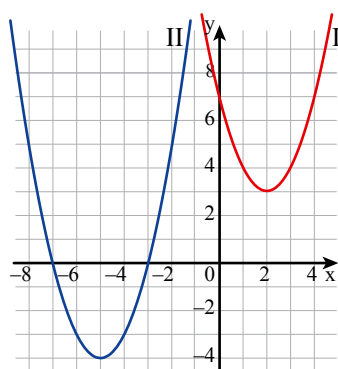
א. קשמו את שיעורי נקודת הקדקוד של כל פרבולה.

ב. קשמו את ציר הסימטריה של כל פרבולה.

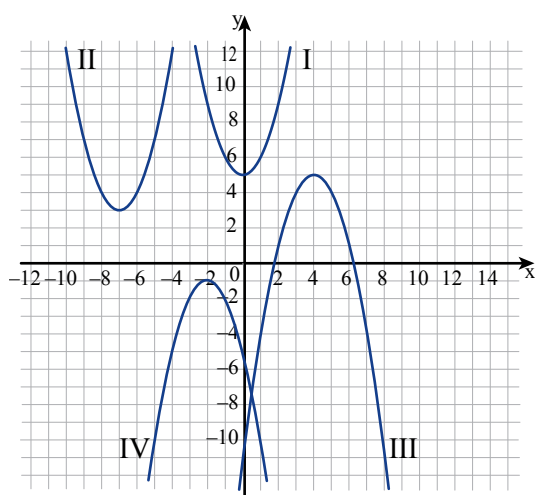
ג. התאימו ייצוג אלגברי לכל פרבולה:

$$y = (x - 2)^2 + 3$$

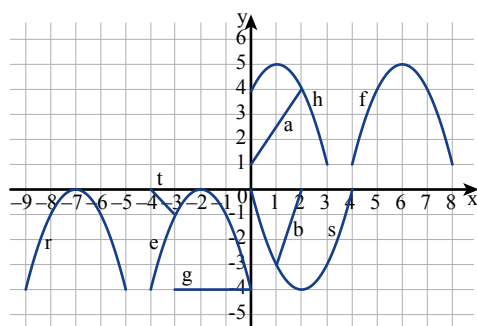
$$y = (x + 5)^2 - 4$$



6. לכל פרבולה, מצאו את ציר הסימטריה ואת שיעורי נקודת הקדקוד וקשמו את הייצוג האלגברי המתאים.

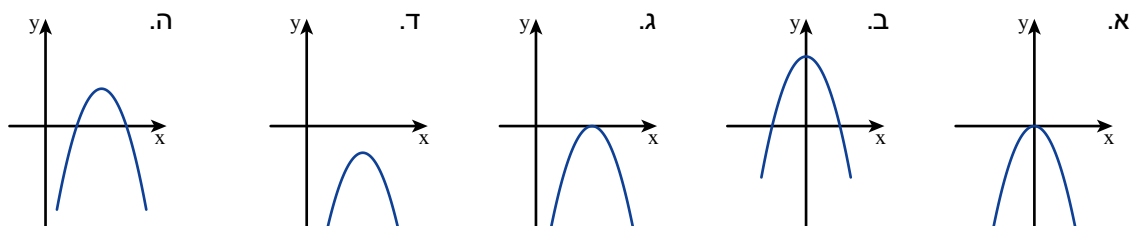


7. הכתובת "חג שמח" מורכבת מחלקים של ישרים ומחלקים של פרבולות. קשמו ייצוג אלגברי לכל גרף.





8. לפניכם סקיצות של פרבולות. תנו דוגמה לייצוג אלגברי מתאים לכל סקיצה.



9. חקרו את הפונקציות הבאות. העתיקו והשלימו.



ייצוג אלגברי של הפונקציה	$y = (x + 1)^2 + 1$	$y = (x - 1)^2$	$y = x^2 + 1$
תחום	כל המספרים	כל המספרים	כל המספרים
סקיצה			
ציר הסימטריה			
שיעורי נקודת הקדקוד			
סוג הקדקוד			
שיעורי נקודות חיתוך עם ציר x (נקודות אפס, $y = 0$)			
שיעורי נקודות חיתוך עם ציר y ($x = 0$)			
תחום עלייה של הפונקציה			
תחום ירידה של הפונקציה			
התחום שבו הפונקציה חיובית ($y > 0$)			
התחום שבו הפונקציה שלילית ($y < 0$)			



שיעור 3. נקודות חיתוך של פרבולות עם הצירים

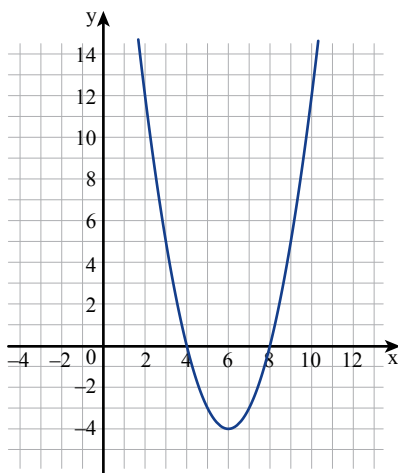


האם כל פרבולה חותכת את ציר y ?
 האם יש פרבולה החותכת את ציר y יותר מפעם אחת?
 האם כל פרבולה חותכת את ציר x ?
 האם יש פרבולה החותכת את ציר x יותר מפעם אחת?
 אם כן, הדגימו. אם לא, הסבירו.

נלמד למצוא נקודות חיתוך של פרבולה עם הצירים באמצעות הייצוג האלגברי של הפונקציה.

חיתוך עם ציר y

1. נטע שרטטה פרבולה.



- נטע אמרה: לפרבולה שלי אין נקודות חיתוך עם ציר y . האם נטע צודקת?
- מהו הייצוג האלגברי של הפרבולה של נטע?
- הציבו $x = 0$ בייצוג האלגברי של הפונקציה המתאימה לפרבולה של נטע. מהו שיעור y שקיבלתם?
- האם הפרבולה חותכת את ציר y ?

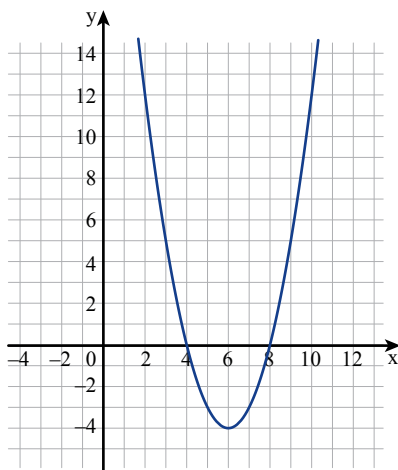


לכל פרבולה יש נקודות חיתוך עם ציר y . אפשר למצוא את שיעורי נקודות החיתוך על-ידי הצבת $x = 0$ בייצוג האלגברי של הפונקציה.

נחזור:

שיעורי נקודות החיתוך של $y = (x - 5)^2 + 3$ עם ציר y : $(0, 28)$, כי $28 = (0 - 5)^2 + 3$.

חיתוך עם ציר x



2. בשרטוט פרבולה שייצוגה האלגברי $y = (x - 6)^2 - 4$.

א. שלומי אמר: מצאתי את שיעורי נקודות האפס של הפונקציה לפי השרטוט.

מצאו את נקודות האפס (נקודות החיתוך של הפרבולה עם ציר x) בדרך של שלומי.

ב. מני אמר: מצאתי את שיעורי נקודות האפס ללא שרטוט.

$$0 = (x - 6)^2 - 4 \quad \text{הצבתי } y = 0$$

$$4 = (x - 6)^2 \quad \text{ופתרתי את המשוואה, כך:}$$

$$x - 6 = -2 \quad \text{או} \quad x - 6 = 2$$

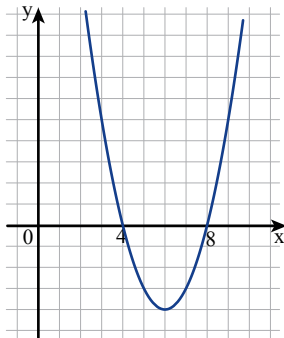
המשיכו את הפתרון של מני. השוו עם תשובתכם לסעיף א.



3. איזו דרך למציאת נקודות האפס של פרבולה נוחה יותר לדעתכם, הדרך הגרפית או הדרך האלגברית? ציינו יתרון וחסרון לכל דרך.



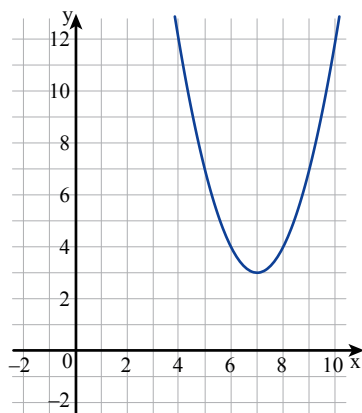
תזכורת



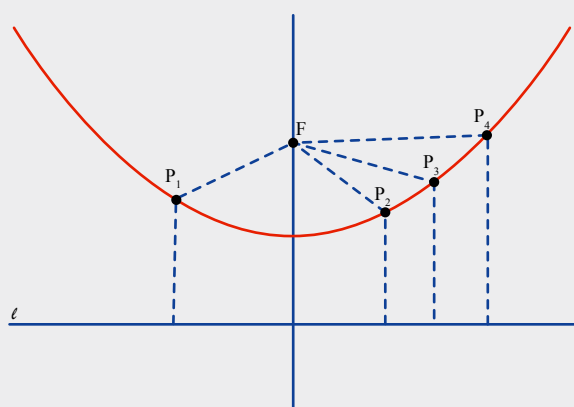
נקודות אפס של פונקציה הן נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם ציר x .
 שיעור y של נקודות האפס הוא 0.
מל/3: במשימה 2 נקודות האפס של הפונקציה $y = (x - 6)^2 - 4$ הן $(4, 0)$ ו- $(8, 0)$.
 גרף הפרבולה המתאימה חותך את ציר x בנקודות אלו.

4. בכל סעיף מצאו נקודות חיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים.
 שרטטו סקיצה של גרף הפונקציה.

א. $y = (x + 3)^2$ ג. $y = (x + 3)^2 - 4$
 ב. $y = -(x + 3)^2$ ד. $y = -(x + 3)^2 + 4$

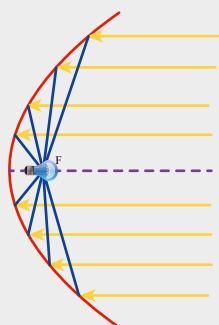


5. **מיטל** שרטטה פרבולה ואמרה:
 מצאתי פרבולה שאין לה נקודות חיתוך עם הצירים.
 א. האם **מיטל** צודקת?
 אם כן, הסבירו את תשובתכם בדרך אלגברית ובדרך גרפית.
 אם לא, מצאו את נקודות החיתוך עם הצירים.
 ב. **סמדר** אמרה: מספיק להסתכל על נקודת הקדקוד של הפרבולה, כדי לקבוע אם יש נקודות אפס.
 בדקו אם לפרבולה יש נקודות אפס לפי הצעתה של **סמדר**.

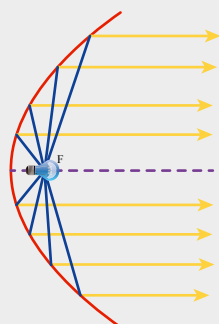


הכרנו את הפרבולה כגרף של הפונקציה $y = x^2$ או של הזזה כלשהי שלה. לפרבולה גם הגדרה גאומטרית: הקו הנוצר מכל הנקודות שמרחקן מנקודה נתונה (F) (הנקראת **מוקד**), שווה למרחקן מישר נתון (ℓ) הנקרא **מדריך**.

משטח הנוצר על-ידי סיבוב של פרבולה סביב ציר y נקרא **משטח פרבולי**. למשטח פרבולי תכונות גאומטריות ופיזיקליות חשובות. לדוגמה, קרני אור או גלים המגיעים במאונך למדריך ופוגעים בו, מוחזרים כולם אל המוקד. תכונה זו משמשת לריכוז קרני אור בטלסקופים ובאנטנות. קרני אור או גלים קצרים יחסית הפוגעים במראה או במשטח פרבולי, מוחזרים אל נקודת קליטה אחת הנמצאת במוקד הפרבולה. כך גדלה עוצמתם ומשתפרת איכות הקליטה.



תכונה זו של הפרבולה מנוצלת גם לכיוון ההפוך: פנסים וזרקורים חזקים (למשל, פנסי מכוניות) מורכבים ממראה פרבולית, ובמוקד הפרבולה נמצאת נורה. קרני האור שמקורן בנורה מוחזרות על-ידי המראה בכיוון אחיד, המאונך למדריך הפרבולה. כך נוצרת אלומת אור בעלת עוצמה חזקה יותר.





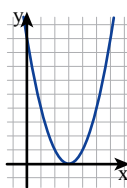
- למציאת שיעורי נקודות אפס בדרך אלגברית מציבים בפונקציה $y = 0$ ופותרים את המשוואה.
- אם למשוואה שני פתרונות, הפרבולה חותכת את ציר x בשתי נקודות, ולכן לפונקציה יש שתי נקודות אפס.

דוגמה:

פונקציה	משוואה	פתרונות המשוואה	נקודות אפס	גרף
$y = (x - 3)^2 - 4$	$(x - 3)^2 - 4 = 0$	$x_1 = 1 \quad x_2 = 5$	$(1, 0) \quad (5, 0)$	

- אם למשוואה פתרון יחיד, הפרבולה חותכת את ציר x בנקודה אחת, ולכן לפונקציה נקודת אפס יחידה.

דוגמה:

פונקציה	משוואה	פתרון המשוואה	נקודת אפס	גרף
$y = (x - 3)^2$	$(x - 3)^2 = 0$	$x = 3$	$(3, 0)$	

- אם אין פתרון למשוואה, הפרבולה אינה חותכת את ציר x , ולכן אין לפונקציה נקודות אפס.

דוגמה:

פונקציה	משוואה	פתרונות המשוואה	נקודות אפס	גרף
$y = (x - 3)^2 + 4$	$(x - 3)^2 + 4 = 0$	אין פתרון	אין נקודות אפס	

6. בכל סעיף מצאו נקודות חיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים.

קראו את התחום שבו הפונקציה חיובית ואת התחום שבו הפונקציה שלילית.

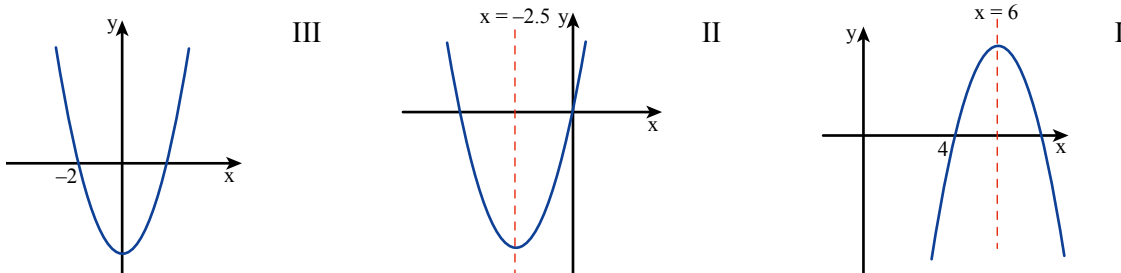
- א. $y = (x - 5)^2$ ג. $y = (x - 5)^2 - 9$ ה. $y = -(x - 5)^2 + 1$
- ב. $y = (x - 5)^2 + 3$ ד. $y = (x - 5)^2 - 6$ ו. $y = -(x - 5)^2 + 3$

ציר סימטריה ונקודות אפס

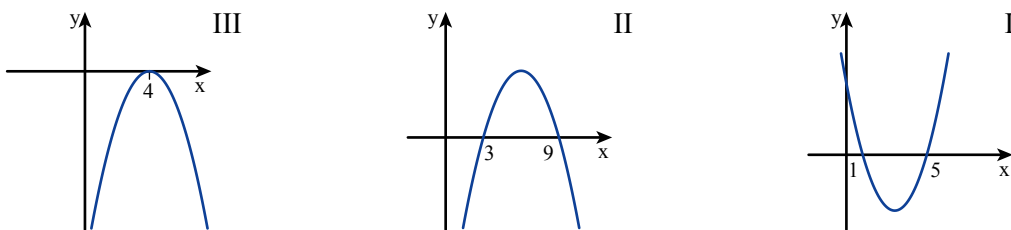


7. א. שרטטו במערכת צירים 3 פרבולות כרצונכם.
לכל פרבולה מצאו את ציר הסימטריה ואת שיעורי נקודות האפס (אם יש).
ב. **אפרת** אמרה: בכל הפרבולות, נקודות האפס (אם הן קיימות) הן נקודות סימטריות לציר y .
האם **אפרת** צודקת? הסבירו.

8. א. מצאו את נקודת האפס החסרה בכל פרבולה.



- ב. מצאו את ציר הסימטריה בכל פרבולה.



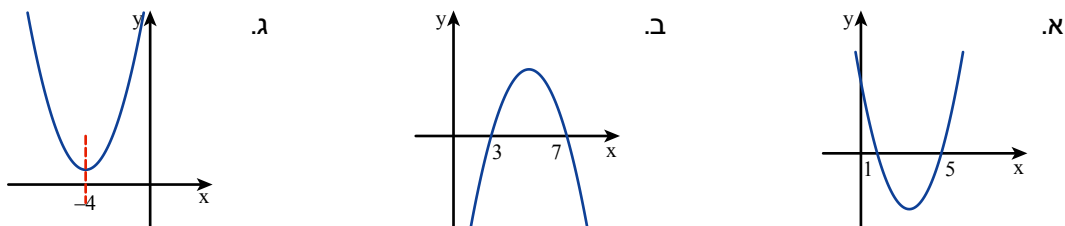
אוסף משימות

1. בכל סעיף שרטטו סקיצה מתאימה ומצאו את שיעורי נקודות החיתוך עם הצירים.

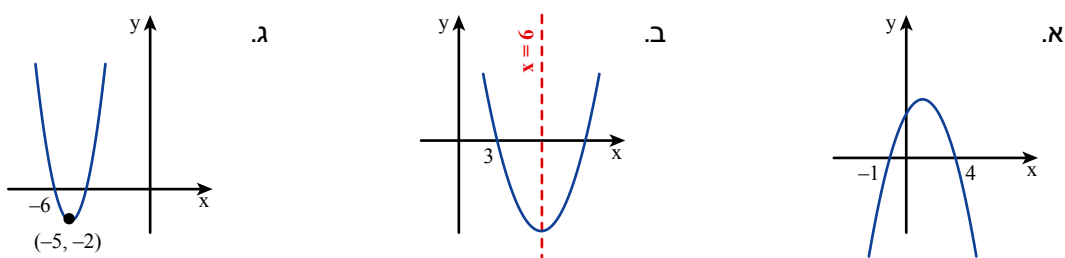
א. $h(x) = (x + 9)^2 + 1$	ד. $g(x) = -(x + 1)^2$
ב. $m(x) = (x - 1)^2 - 9$	ה. $t(x) = -(x + 1)^2 + 9$
ג. $f(x) = (x + 9)^2 - 1$	ו. $r(x) = (x - 1)^2 + 9$



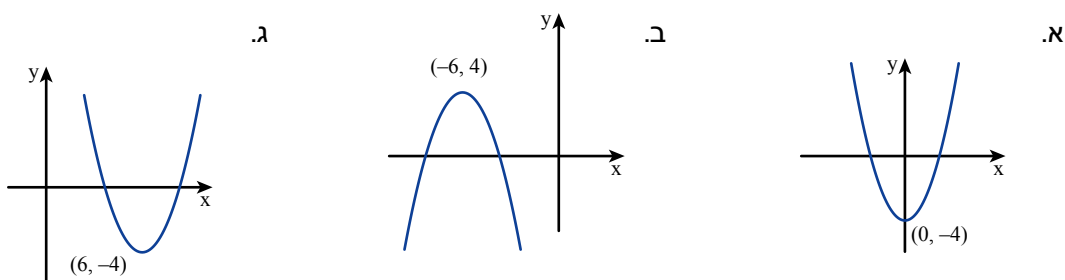
2. בכל סעיף רשמו את התחום שבו הפונקציה חיובית ואת התחום שבו הפונקציה שלילית.



3. בכל סעיף רשמו את שיעורי נקודות האפס ואת התחומים שבהם הפונקציה חיובית ושלילית.



4. בכל סעיף רשמו ייצוג אלגברי מתאים לפונקציה.
רשמו את שיעורי נקודת האפס ואת התחומים שבהם הפונקציה חיובית ושלילית.



5. הציגו את הפרבולה המיוצגת על-ידי הפונקציה $y = x^2$ שלוש יחידות ימינה וארבע יחידות כלפי מטה.

א. רשמו ייצוג אלגברי של הפונקציה המוזזת.

ב. השלימו **תעודת זהות** לפרבולה המוזזת.



שיעור 4. פותרים משוואות בדרכים שונות

למדנו למצוא שיעורי נקודות אפס של פונקציה ריבועית על-ידי פתרון משוואה או לפי הגרף.

ניעזר בשיטות שונות לפתרון משוואות.

1. פתרו.

זמן/א/ת:

$(x-1)^2 = -9$
 מספר אי-שלילי $\neq$ מספר שלילי
 (חיובי או אפס)
 ↓
אין פתרון

$(x-1)^2 = 9$
 הביטוי בתוך הסוגריים צריך להיות 3 או -3
 ↓
 $x-1 = -3$ או $x-1 = 3$
 $x_1 = -2$ $x_2 = 4$

א. $(x+5)^2 = 0$ ג. $x^2 - 100 = 0$ ה. $(x-5)^2 + 9 = 0$

ב. $36 + x^2 = 0$ ד. $(4x+1)^2 = 0$ ו. $(x-5)^2 - 3 = 0$

2. רשמו כמכפלות ופתרו את המשוואות.

זמן/א/ת:

נכתוב כמכפלה לפי פירוק הטרינום הריבועי

$x^2 + 9x = -18$
 $x^2 + 9x + 18 = 0$
 $(x+3)(x+6) = 0$
 $x+6 = 0$ או $x+3 = 0$
 $x_1 = -6$ $x_2 = -3$

נכתוב כמכפלה לפי נוסחאות הכפל המקוצר

$x^2 + 8x + 16 = 0$
 $(x+4)^2 = 0$
 $x = -4$

נכתוב כמכפלה על-ידי הוצאת גורם משותף

$x^2 = 5x$
 $x^2 - 5x = 0$
 $x(x-5) = 0$
 $x = 0$ או $x-5 = 0$
 $x_1 = 0$ $x_2 = 5$

א. $x^2 + 3x = 0$ ג. $x^2 - 25 = 0$ ה. $x^2 - 6x + 9 = 0$

ב. $2x - x^2 = 0$ ד. $36 - x^2 = 0$ ו. $x^2 - 5x = 14$



תזכורת

אם מכפלה שווה לאפס, אז לפחות אחד הגורמים חייב להיות שווה לאפס.

3. מצאו את שיעורי נקודות האפס של הפונקציה.

א. $y = x^2 - 1$ ג. $y = x^2 - 14x + 49$ ה. $y = x^2 + 8x + 16$
 ב. $y = x^2 + 6x + 9$ ד. $y = 81 - x^2$ ו. $y = x^2 - 2x + 1$



4. המורה שאלה מהן נקודות האפס של הפונקציה $y = 36 - x^2$.

התלמידות כתבו את המשוואה $0 = 36 - x^2$

חנה התחילה לפתור כך: $(6 - x)(6 + x) = 0$

ליבי התחילה לפתור כך: $x^2 = 36$

האם שתיהן קיבלו אותו פתרון?

מהן נקודות האפס של הפונקציה?



5. בפתרונות המשוואות שלפניכם נפלו שגיאות. מצאו את השגיאות ותקנו אותן.

א. $x^2 - 25 = 24$ ב. $(x - 5)^2 = 4$

$(x - 5)(x + 5) = 24$ או $x - 5 = 4$ או $x - 5 = -4$

$x + 5 = 0$ או $x - 5 = 0$

$x_1 = -5$ $x_2 = 5$ $x_1 = 1$ $x_2 = 9$

6. פתרו.

א. $x(x + 1) = 0$ ג. $x(x + 1) = 42$ ה. $(x - 1)x = 90$

ב. $x(x + 1) = 6$ ד. $x(x - 1) = 42$ ו. $x^2 + x = 20$

7. פתרו.

א. $5x^2 = 10x$ ה. $x(x + 1) = 72$ ט. $3x(x - 5) = 0$

ב. $x^2 = 12x$ ו. $x^2 + 49 = 0$ י. $x^2 - x = 30$

ג. $4 - x^2 = 0$ ז. $6x^2 + x = 0$ יא. $x^2 + 4x = 5$

ד. $x^2 + 9x + 18 = 0$ ח. $49 - 14x + x^2 = 0$ יב. $(x - 1)x = 16 - x$

8. בכל סעיף כתבו משוואה ריבועית שפתרונותיה הם:

א. $x_1 = -5$ $x_2 = 5$ ב. $x_1 = x_2 = 5$ ג. $x_1 = -5$ $x_2 = 2$ ד. $x_1 = 0$ $x_2 = 5$



1. פתרו.

א. $2x^2 = 50$ ג. $-x^2 - 2 = 0$ ה. $x^2 + 12x + 36 = 0$

ב. $(x + 1)^2 = 4$ ד. $x^2 + 12x + 20 = 0$ ו. $4x(x + 4) = 0$



2. פתרו.

א. $x(x - 10) + 25 = 0$ ב. $(x^2 - 64)(2x^2 - 8) = 0$ ג. $x^3 - 2x^2 + x = 0$



3. מצאו את נקודות האפס.

א. $y = x^2 + 16$ ג. $y = 81 - x^2$ ה. $y = x^2 + x - 6$

ב. $y = x(x + 6)$ ד. $y = x^2 - 10x + 25$ ו. $y = -(x - 1)^2 + 4$



4. בכל סעיף כתבו משוואה ריבועית שפתרונותיה הם:

א. $x = 3$ ב. $x_1 = x_2 = -3$ ג. למשוואה אין פתרון ד. $x_1 = -2$ ה. $x_1 = 3$ ו. $x_2 = 2$



5. חקרו את הפונקציות. העתיקו והשלימו.

ייצוג אלגברי של הפונקציה	$y = x^2 - 4$	$y = -(x - 4)^2$	$y = (x + 4)^2 - 1$
תחום	כל המספרים	כל המספרים	כל המספרים
סקיצה			
ציר הסימטריה			
שיעורי נקודת הקדקוד			
סוג הקדקוד			
שיעורי נקודות חיתוך עם ציר x (נקודות אפס, $y = 0$)			
שיעורי נקודת חיתוך עם ציר y ($x = 0$)			
תחום עלייה של הפונקציה			
תחום ירידה של הפונקציה			
התחום שבו הפונקציה חיובית ($y > 0$)			
התחום שבו הפונקציה שלילית ($y < 0$)			

שיעור 5. משוואות ובעיות



מחבל שאורכו 20 ס"מ יוצרים מלבן ששטחו 16 סמ"ר.
מה אורכי צלעות המלבן?

ניעזר בפתרון משוואות לפתרון בעיות מילוליות.

1. נתייחס לנתונים במשימת הפתיחה.

א. שרטטו על דף משובץ מלבן שהיקפו 20 יחידות. מהם אורכי צלעות המלבן ששרטטתם? מה שטחו? השוו את תשובותיכם עם תשובות חברים. האם כולכם שרטטתם אותו מלבן? כמה מלבנים כאלה אפשר לשרטט?

ב. נסמן: x - אורך צלע אחת של המלבן (בס"מ). כתבו ביטוי אלגברי לאורך הצלע השנייה של המלבן.

ג. אילו ערכים של x מתאימים לבעיה?

ד. **דני** כתב את המשוואה:
הוא התחיל לפתור כך:

$$x(10 - x) = 16$$

$$10x - x^2 - 16 = 0$$

$$-x^2 + 10x - 16 = 0 \quad / \cdot (-1)$$

$$x^2 - 10x + 16 = 0$$

$$(x - 2)(x - 8) = 0$$

השלימו את הפתרון של **דני**.

ה. מהם אורכי צלעות המלבן? כמה פתרונות למשוואה? כמה פתרונות לבעיה? הסבירו.

2. אורך צלע אחת של מלבן הוא פי 2 מאורך הצלע השנייה.

שטח המלבן 72 סמ"ר. מה אורכי צלעותיו?

3. אורכי הצלעות של משולש ישר-זווית הם שלושה מספרים טבעיים עוקבים. מצאו את אורכי צלעות המשולש.

4. מספר אחד גדול ב-6 ממספר שני, מכפלת שני המספרים 40.

מצאו את שני המספרים. (כתבו את כל האפשרויות).



בפתרון משוואות ריבועיות, חייבים לבדוק את משמעות הפתרון לגבי תוכן הבעיה.

דוגמאות

- במשימה 1 פתרונות המשוואה הריבועית הם $x_1 = 2$, $x_2 = 8$, ומבחינת תוכן הבעיה שני הפתרונות מתאימים למלבן אחד אפשרי - מלבן שמידותיו 2×8 .
- במשימה 4 פתרונות המשוואה הריבועית הם $x_1 = 4$, $x_2 = -10$, ומבחינת תוכן הבעיה קיימות שתי אפשרויות לזוגות מספרים מתאימים: 4 ו-10 או -10 ו- -4 .



אוסף משימות



1. מחוט שאורכו 30 ס"מ יוצרים מלבן ששטחו 50 סמ"ר.

א. רשמו ביטויים אלגבריים מתאימים לאורכי צלעות המלבן.

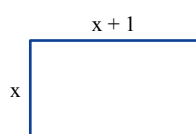
ב. מצאו את אורכי צלעות המלבן.



2. צלע אחת של מלבן ארוכה ב- 1 ס"מ מהצלע השנייה. שטח המלבן 20 סמ"ר.

(ראו שרטוט מדגים, $x > 0$ בס"מ)

רשמו משוואה מתאימה, פתרו אותה ומצאו את אורכי צלעות המלבן.



3. היקפו של מלבן 18 ס"מ.

א. מייצג את אורך אחת הצלעות ($x > 0$ בס"מ).

רשמו ביטוי אלגברי מתאים לאורך הצלע השנייה.

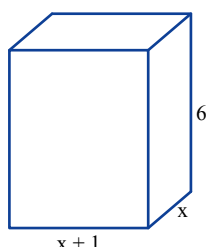
ב. מצאו את אורכי צלעות המלבן, אם נתון כי שטחו 20 סמ"ר.



4. נפח התיבה שבשרטוט 120 סמ"ק.

(השרטוט הוא להדגמה, ומידות האורך נתונות בס"מ, $x > 0$).

מצאו את אורכי צלעות התיבה.



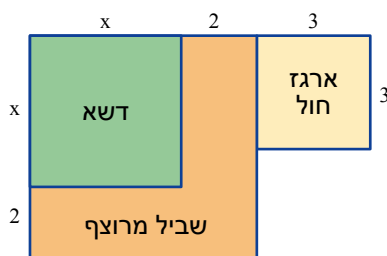
5. לפניכם שרטוט של גן משחקים.

(השרטוט הוא להדגמה, כל הזוויות בשרטוט ישרות,

מידות האורך נתונות בס"מ, $x > 0$).

השטח הכולל של הגן 90 מ"ר.

מצאו את שטח השביל המרוצף.

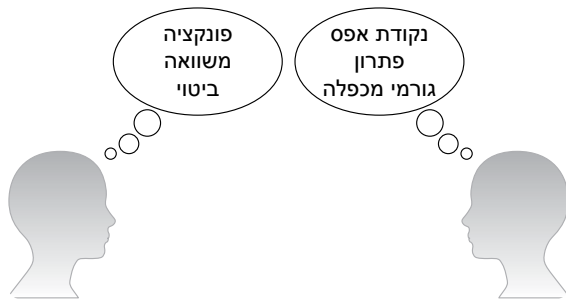


6. האריכו כל אחת מהצלעות הנגדיות של ריבוע ב- 3 ס"מ,

וקיצרו כל אחת משתי הצלעות האחרות ב- 1 ס"מ.

התקבל מלבן ששטחו גדול ב- 15 סמ"ר משטח הריבוע המקורי.

מה אורך צלע הריבוע? מה שטחו?



ביטויים ומשוואות

1. פתחו סוגרים ופשטו את הביטויים האלגבריים הבאים.

- א. $(x - 7)^2$ ג. $(x + 5)(x - 5)$ ה. $2x(x + 6)$
 ב. $-(x - 6)^2 - 10$ ד. $-(x - 7)^2$ ו. $(x + 4)^2 - 3^2$

2. פרקו לגורמים את הביטויים הבאים.

$$x^2 + 6x + 9 = (x + 3)^2 \quad \text{זלזל/ית:}$$

$$2x^2 - 50 = 2(x^2 - 25) = 2(x + 5)(x - 5)$$

- א. $x^2 + 10x + 25$ ג. $49 - 14x + x^2$ ה. $5x^2 - 10$
 ב. $2x^2 - 18$ ד. $64 - x^2$ ו. $x^2 - 10x + 25$

3. פתרו.

- א. $0 = x^2 - 9$ ג. $0 = (x - 9)^2 + 1$ ה. $0 = -(x - 9)^2 + 1$
 ב. $0 = -x^2 - 9$ ד. $0 = (x - 9)^2 - 1$ ו. $0 = -(x - 9)^2 - 1$

4. פתרו.

- א. $4x^2 = 0$ ג. $4x(x + 4) = 0$ ה. $(x + 4)^2 + 4 = 0$
 ב. $(x - 4)^2 = 0$ ד. $(x - 4)(x + 4) = 0$ ו. $x^2 + 4 = 0$

5. בשרטוט שני מלבנים.

(השרטוטים הם להדגמה, ומידות האורך נתונות בס"מ, $x > 0$).

א. רשמו ביטוי אלגברי לשטח כל מלבן בסמ"ר.

ב. שטחי המלבנים שווים. מצאו את אורכי צלעות המלבנים.

