

יחידה 6: הפונקציה הריבועית

שיעור 1. הכרת הפונקציה $y = x^2$

הצגה וקו אחד טוטלשט וקווקאמ וקח

הקו המקווקו בשרטוט הוא קו מראה

אילו צורות נקבל אם נשרטט את השתקפות הצורות הבאות במראה?

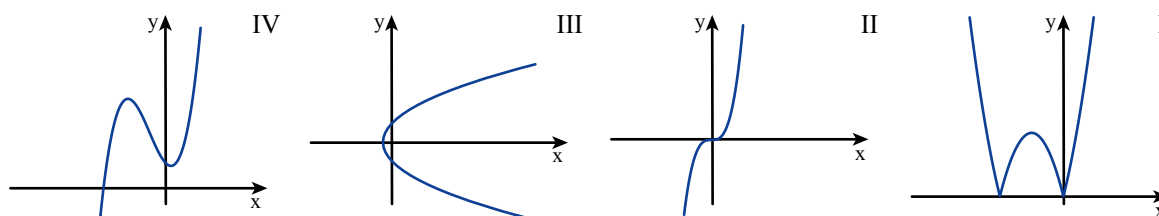


צורה נקראת **סימטרית** אם אפשר לשרטט "קו מראה" (קו קיפול), כך שאם נקפל את הצורה לאורכו, יתלכדו שני החלקים של הצורה. הקו נקרא **ציר הסימטריה** של הצורה.

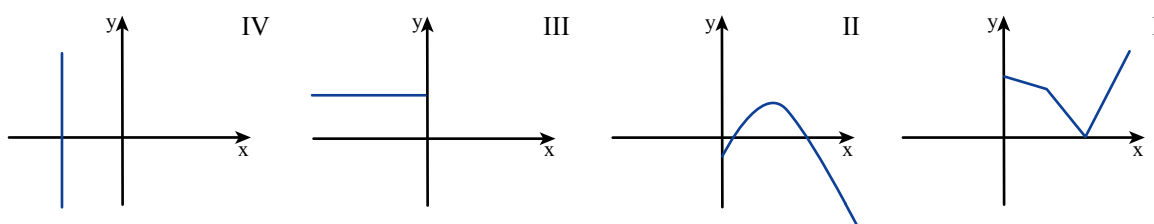
מזהה את ציר הסימטריה ונכיר פונקציה שהגרף שלה סימטרי.

סימטריה של גרפים

1. א. העתיקו את הגרפים על נייר שקוף. אם יש לגרף ציר סימטריה, סמנו אותו.



ב. העתיקו את הגרפים על נייר שקוף והשלימו כך שציר y יהיה ציר הסימטריה של הגרף.



הפונקציה $y = x^2$

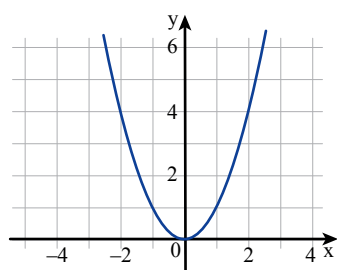
2. נחקור את הפונקציה $y = x^2$

א. העתיקו והשלימו.

x	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5
$y = x^2$											

ב. היעזרו בטבלה ושרטטו על נייר משובץ את גרף הפונקציה $y = x^2$.

ג. האם לגרף הפונקציה $y = x^2$ יש ציר סימטריה? אם כן, צבעו אותו בשרטוט.



הפונקציה $y = x^2$ היא פונקציה ריבועית.

גרף של פונקציה ריבועית נקרא פרבולה.

לפרבולה יש ציר סימטריה.

ציר y הוא ציר הסימטריה של גרף הפונקציה $y = x^2$.

היציג האלגברי שלו הוא $x = 0$.



3. א. העתיקו והשלימו פרטים חסרים, כך שבטבלה יהיו זוגות של נקודות סימטריות על גרף הפונקציה $y = x^2$.

(0, 0)	(3,)	(1,)	(2, 4)	(0.5, 0.25)	(4, 16)
(,)	(,)	(-1,)	(,)	(-0.5,)	(-4, 16)

ב. מצאו תכונות משותפות לזוגות הנקודות הסימטריות שמצאתם.

התייחסו לפרטים הבאים:

- מרחקי הנקודות מציר y
- שיעורי הנקודות
- מרחקי הנקודות מציר x

4. א. מהם שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקציה עם ציר x?

מהם שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקציה עם ציר y?

ב. באיזה תחום הפונקציה עולה? באיזה תחום הפונקציה יורדת?

ג. מהי נקודת המינימום של הפונקציה?

ד. באיזה תחום הפונקציה חיובית? באיזה תחום הפונקציה שלילית?



תזכורת: סעיפי תעודת הזהות של פונקציה מתייחסים לתכונות המאפיינות אותה ומסייעים לזהותה.

לפניכם **תעודת הזהות** של הפונקציה הריבועית $y = x^2$.



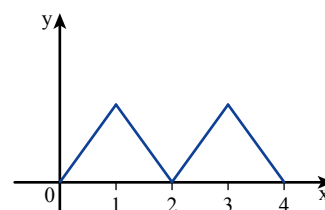
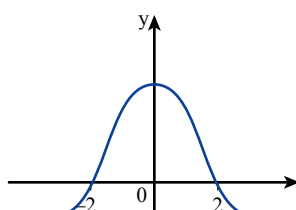
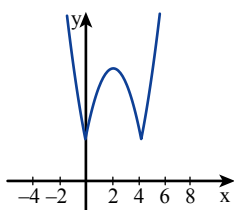
ייצוג אלגברי של הפונקציה	$y = x^2$
תחום	כל המספרים
שרטוט	
ציר הסימטריה	$x = 0$
שיעורי נקודת הקדקוד	$(0, 0)$
סוג הקדקוד	מינימום
שיעורי נקודת חיתוך עם ציר x (נקודת אפס, $y = 0$)	$(0, 0)$
שיעורי נקודת חיתוך עם ציר y ($x = 0$)	$(0, 0)$
תחום עלייה של הפונקציה	$x > 0$
תחום ירידה של הפונקציה	$x < 0$
התחום שבו הפונקציה חיובית ($y > 0$)	$x \neq 0$
התחום שבו הפונקציה שלילית ($y < 0$)	אף מספר



אוסף משימות

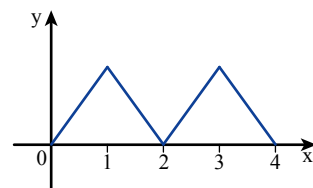
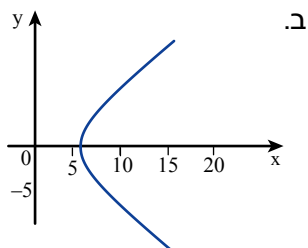
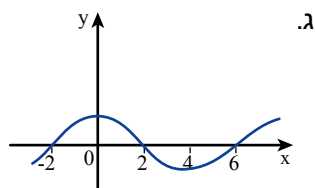


1. בכל שרטוט קבעו מהו ציר הסימטריה.





2. העתיקו והשלימו את השרטוט בכל סעיף, כך שציר y יהיה ציר הסימטריה של הגרף.



3. א. העתיקו את הצורות, וסמנו את צירי הסימטריה של כל צורה (אם ישנם).



ב. לאילו מהספרות 0 – 9 יש ציר סימטריה אחד?

לאילו ספרות אין ציר סימטריה?

לאילו ספרות יותר מציר סימטריה אחד?

ג. המשיכו את הסדרות.



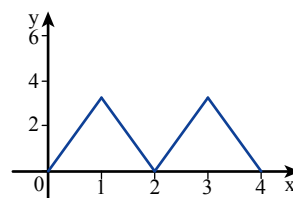
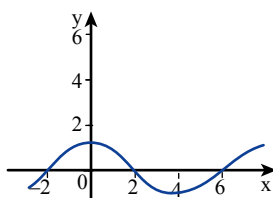
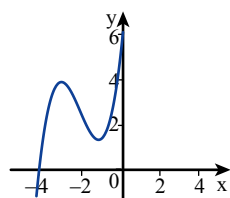
ד. שרטטו שלוש צורות שלכל אחת מהן ציר סימטריה אחד. סמנו את צירי הסימטריה.

שרטטו שלוש צורות שלכל אחת מהן יותר מציר סימטריה אחד, סמנו את צירי הסימטריה.

שרטטו שלוש צורות שאין להן ציר סימטריה.



4. לפניכם גרפים של פונקציות.



קבעו לכל גרף:

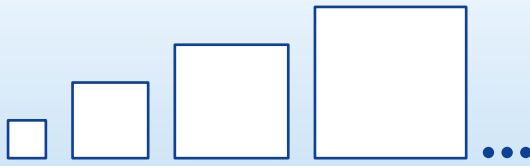
א. מהן נקודות האפס של הפונקציה (נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם ציר x)?

מהם שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקציה עם ציר y ?

ב. מהם תחומי העלייה של הפונקציה? מהם תחומי הירידה של הפונקציה?

ג. באילו תחומים הפונקציה חיובית? באילו תחומים הפונקציה שלילית?

שיעור 2. פרבולה וישר



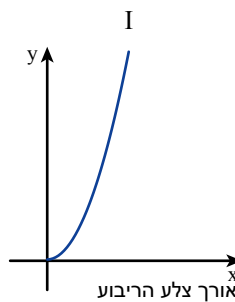
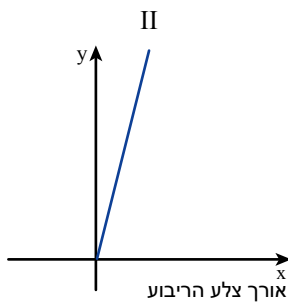
לפניכם סדרה של ריבועים.
אורך הצלע הולך וגדל.
מחשבים את ההיקף ואת השטח של כל ריבוע.
מה הדומה בין סדרת ההיקפים לסדרת השטחים?
מה השונה ביניהן?

נחקור את קצב השינוי של פונקציות.

במשימות 1 ו-2 נתייחס לסדרת הריבועים במשימת הפתיחה.

1. א. העתיקו והשלימו את המספרים המתאימים להיקף הריבוע ולשטחו לפי אורך צלעו.

(x) אורך צלע הריבוע (יחידות אורך)	1	2	2.5	3	4	5	x
(y) היקף הריבוע (יחידות אורך)	4						
(y) שטח הריבוע (יחידות שטח)	1						



ב. אילו ערכים של x מתאימים לבעיה?

ג. לפניכם סקיצות* של שני גרפים.

איזה גרף מתאר את הקשר

בין אורך צלע הריבוע להיקפו?

איזה גרף מתאר את הקשר

בין אורך צלע הריבוע לשטחו?



תזכורת

כדי למצוא קצב שינוי של פונקציה, אפשר להוסיף לגרף שלה "מדרגות" ברוחב יחידה אחת (ראו שרטוט).

קצב השינוי הוא גובהן של מדרגות יחידה.

אפשר לחשב את קצב השינוי באמצעות המנה

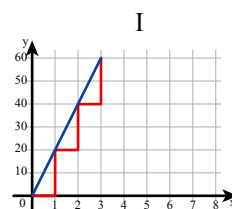
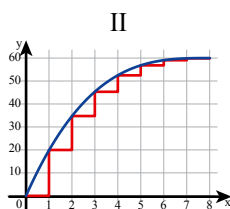
גובה המדרגה

רוחב המדרגה

מחלקה: בשרטוט I קצב השינוי אחד

המנה $\frac{\text{גובה המדרגה}}{\text{רוחב המדרגה}}$ היא 20.

בשרטוט II קצב השינוי אינו אחד.



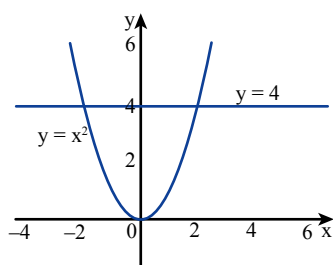
* סקיצה היא שרטוט בערך של הגרף על מערכת צירים לא משובצת וללא שנתות

2. לאיזה גרף במשימה 1 קצב שינוי אחיד?
תארו את השתנות הגרף שקצב השינוי שלו אינו אחיד.



קצב השינוי של פונקציה קווית הוא אחיד.
קצב השינוי של פונקציה ריבועית אינו אחיד.

זלזל/ת: קצב השינוי של גרף הפונקציה $y = 4x$ הוא אחיד.
קצב השינוי של גרף הפונקציה $y = x^2$ אינו אחיד (עבור ערכי x חיוביים - ככל ש- x גדל, קצב השינוי של גרף הפונקציה גם הוא גדל).



3. התלמידים פתרו את המשוואה: $x^2 = 4$.
א. **יואל** שרטט את גרף הפונקציה $y = x^2$ ואת הקו הישר שייצוגו האלגברי הוא $y = 4$.
יואל אמר: בעזרת השרטוט אפשר לפתור את המשוואה. כמה פתרונות למשוואה לפי הדרך של **יואל**? מהם הפתרונות?
ב. **יאיר** אמר: לכל שני מספרים נגדיים יש אותו ריבוע. האם **יאיר** צודק? הסבירו לפי פתרון המשוואה ולפי הגרף.



מסמנים:

x_1 הוא פתרון אחד של המשוואה, x_2 הוא פתרון נוסף של המשוואה. אין משמעות לסדר הפתרונות.
זלזל/ת: במשימה 2, למשוואה $x^2 = 4$ שני פתרונות: $x_1 = 2$, $x_2 = -2$.



4. פתרו את המשוואות הבאות בדרך אלגברית (הוצאת שורש) ובדרך גרפית (כמו **יואל**). אם אין פתרון, הסבירו.
א. $x^2 = 25$ ב. $x^2 = 9$ ג. $x^2 = 2.25$ ד. $x^2 = 0$ ה. $x^2 = -4$

5. כמה פתרונות לכל משוואה?

א. $x^2 = 16$ ב. $x^2 = 36$ ג. $x^2 = 5$ ד. $x^2 = -9$ ה. $x^2 = 0$

6. נתונה המשוואה $x^2 = m$ (m מספר כלשהו).

בכל סעיף קבעו באמצעות גרף או בעזרת שיקולים מספריים ערכים מתאימים של m.
א. למשוואה שני פתרונות. ב. למשוואה פתרון אחד בלבד. ג. למשוואה אין פתרון.



7. א. יוסי אמר: למשוואה $x^2 = 5$ אין פתרון.

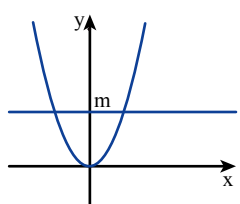
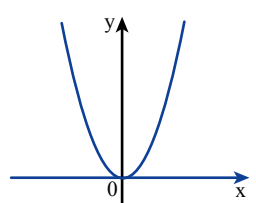
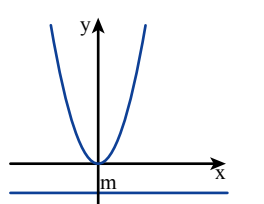
האם יוסי צודק? הסבירו.

ב. רוני אמר: הפתרון של המשוואה $x^2 = -5$ הוא $(-\sqrt{5})$.

הסבירו את הטעות של רוני.



נתונה המשוואה $x^2 = m$ (m מספר כלשהו).

מספר פתרונות	שיקולים מספריים	סקיצה של הגרף	ערכי m
2	ל-m שני שורשים ריבועיים שונים		$m > 0$
1	ל-m שורש ריבועי יחיד		$m = 0$
0	ל-m אין שורש ריבועי		$m < 0$



אוסף משימות



1. פתרו. אם אין פתרון, הסבירו.

א. $x^2 = 16$ ב. $x^2 = -16$ ג. $x^2 = 1$ ד. $x^2 = 0$ ה. $x^2 = 100$



2. פתרו. אם אין פתרון, הסבירו.

א. $x^2 = 49$ ב. $x^2 = 10$ ג. $x^2 = -10$ ד. $x^2 = \frac{1}{4}$ ה. $x^2 = 1000$



3. פשטו ופתרו.

זלזלה:

$$4x^2 - 25 = 0 \quad / +25$$

$$4x^2 = 25 \quad / :4$$

$$x^2 = \frac{25}{4}$$

$$x_1 = 2.5 \quad x_2 = -2.5$$

א. $x^2 - 4 = 0$ ב. $3x^2 = 27$ ג. $x^2 + 9 = 0$ ד. $\frac{x^2}{4} - 5 = 20$ ה. $33 - 2x^2 = 1$



4. בכל סעיף קבעו כמה פתרונות למשוואה. שרטטו סקיצה מתאימה.

א. $x^2 = 100$ ב. $x^2 = 11$ ג. $x^2 = -100$ ד. $x^2 = -11$



5. בכל סעיף כתבו משוואה מהצורה $x^2 = m$ כך שיתקיים:

- א. למשוואה שני פתרונות שונים. כמה משוואות כאלו אפשר לכתוב?
- ב. למשוואה פתרון יחיד. כמה משוואות כאלו אפשר לכתוב?
- ג. למשוואה אין פתרון. כמה משוואות כאלו אפשר לכתוב?



6. בכל סעיף קבעו בין אילו שני מספרים עוקבים נמצא הפתרון החיובי של המשוואה, ובין אילו שני מספרים עוקבים נמצא הפתרון השלילי של המשוואה.

א. $x^2 = 10$ ב. $x^2 = 20$ ג. $x^2 = 80$ ד. $x^2 = 8$



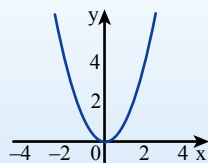
7. א. נתונה המשוואה $x^2 = 7$.

פתרונות המשוואה הם: $x_1 = \sqrt{7}$, $x_2 = -\sqrt{7}$.

סמנו על ציר המספרים את מקום המספרים $\sqrt{7}$, $-\sqrt{7}$.

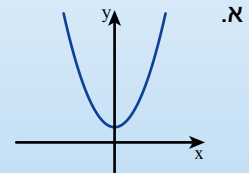
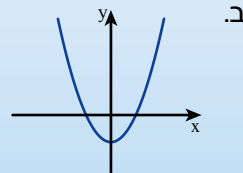
ב. סמנו על ציר המספרים את מקומו של המספר $\sqrt{3}$.

שיעור 3. הזזה לאורך ציר y



בשיעורים הקודמים הכרנו את הפרבולה המיוצגת על-ידי $y = x^2$.

כיצד עלינו לשנות את הייצוג האלגברי של הפונקציה הזו, כדי לקבל את הפונקציות המתוארות על-ידי הפרבולות הבאות?



נלמד להזיז ולשקף את הפרבולה $y = x^2$.

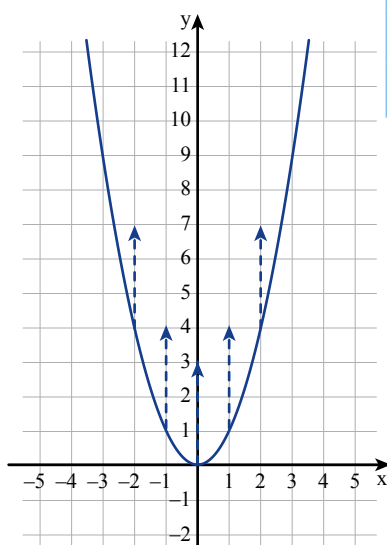
הזזת הפרבולה $y = x^2$ מעלה או מטה



- באתר "מתמטיקה משולבת" במדור "פעילויות באמצעות מחשב", תמצאו את הפעילות "מזיזים את הפרבולה $y = x^2$ כלפי מעלה". בצעו את הפעילות לפי ההוראות.



- הכינו "פרבולה שקופה": העתיקו את הפרבולה שבשרטוט על נייר שקוף. הזיזו את ה"פרבולה השקופה" לאורך ציר y, 3 יחידות כלפי מעלה, כך שקדקודה יהיה בנקודה (0, 3). א. היעזרו בגרף הפרבולה המוזזת. העתיקו את הטבלה והשלימו.



x	-3	-2	-1	0	1	2	3
הפרבולה המקורית $y = x^2$	9	4	1	0	1	4	9
הפרבולה המוזזת $y = \underline{\hspace{2cm}}$							

- מהם שיעורי נקודת הקדקוד של הפרבולה המוזזת? מהן נקודות האפס של הפרבולה המוזזת? מהם תחומי העלייה והירידה של הפרבולה המוזזת? מהם תחומי החיוביות והשליליות של הפרבולה המוזזת?
- אייר** אמר: בלי לחשב דוגמאות מספריות אני מסתכל על הפרבולה המוזזת ורואה כי לכל x, נוספו ל- y 3 יחידות. לכן הייצוג האלגברי של הפרבולה המוזזת הוא $y = x^2 + 3$. האם **אייר** צודק?



3. באתר "מתמטיקה משולבת" במדור "פעילויות באמצעות מחשב", תמצאו את הפעילות "מזיזים את הפרבולה $y = x^2$ כלפי מטה". בצעו את הפעילות לפי ההוראות.

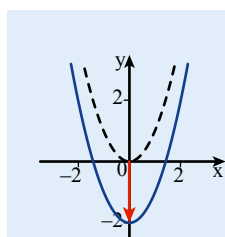


4. הזיזו את ה"פרבולה השקופה" לאורך ציר y , 4 יחידות כלפי מטה, כך שהקדקוד יהיה בנקודה $(0, -4)$.
א. מהו הייצוג האלגברי של הפרבולה המוזזת שהתקבלה?
ב. היעזרו בגרף הפרבולה המוזזת, השלימו טבלת ערכים מתאימה, ורשמו את תכונות הפונקציה.

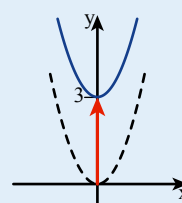


הפרבולה $y = x^2 + k$ מתקבלת מהזזה אנכית של $y = x^2$ על ציר y ב- k יחידות.

מזיזות



הפרבולה $y = x^2 - 2$
מתקבלת כאשר מזיזים את $y = x^2$ 2 יחידות כלפי מטה על ציר y .

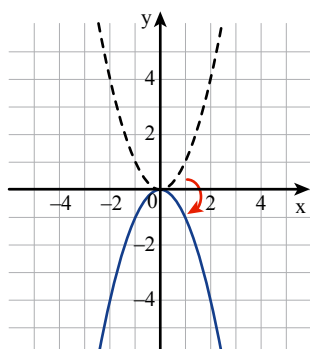


הפרבולה $y = x^2 + 3$
מתקבלת כאשר מזיזים את $y = x^2$ 3 יחידות כלפי מעלה על ציר y .

שיקוף הפרבולה $y = x^2$ בציר x

5. הפכו את הפרבולה $y = x^2$, כך שציר x הוא קו המראה בין הפרבולות (ראו שרטוט).
נחקור את "הפרבולה ההפוכה".

א. העתיקו את הטבלה והשלימו.



x	-3	-2	-1	0	1	2	3
הפרבולה המקורית $y = x^2$	9	4	1	0	1	4	9
הפרבולה ההפוכה $y = \underline{\hspace{2cm}}$							

ב. **מיקי** אמר: בפרבולה ההפוכה לכל x מתאים y שהוא נגדי לערך ה- y בפרבולה $y = x^2$.

אם **מיקי** צודק, רשמו ייצוג אלגברי מתאים לפרבולה ההפוכה.

ג. רשמו תכונות של של "הפרבולה ההפוכה".

ד. מהו הערך הנמוך ביותר שמקבלת הפונקציה $y = x^2$?

מהו הערך הגבוה ביותר שמקבלת הפונקציה המתוארת על-ידי "הפרבולה ההפוכה"?

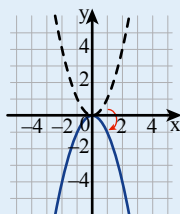


- הפרבולה $y = -x^2$ מתקבלת משיקוף של $y = x^2$ בציר x .

זמנה:

במשימה 5

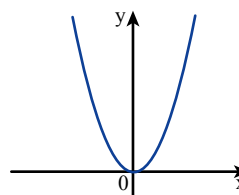
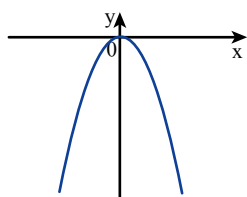
השתמשו בציר x כקו מראה כדי "להפוך" את הפרבולה.



- נקודת הקדקוד של הפרבולה נקראת **נקודת קיצון**.
אם הפרבולה היא מהצורה $\cup$ (הפרבולה "צוחקת" ∞) יש לה **נקודת מינימום**.
בנקודה זו הפונקציה מקבלת את הערך הקטן ביותר.
אם הפרבולה היא מהצורה $\cap$ (הפרבולה "בוכה" ∞) יש לה **נקודת מקסימום**.
בנקודה זו הפונקציה מקבלת את הערך הגדול ביותר.

זמנה/ות

לגרף הפונקציה $y = x^2$ יש נקודת מינימום. לגרף הפונקציה $y = -x^2$ יש נקודת מקסימום.



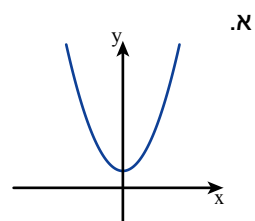
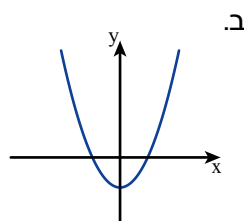
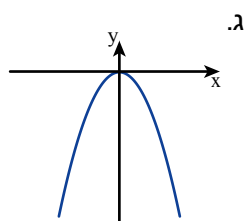
6. העתיקו והשלימו **תעודת זהות** של "הפרבולה ההפוכה".



ייצוג אלגברי של הפונקציה	
תחום	כל המספרים
סקיצה	
ציר הסימטריה	
שיעורי נקודת הקדקוד	
סוג הקדקוד	
שיעורי נקודת חיתוך עם ציר x (נקודת אפס, $y = 0$)	
שיעורי נקודת חיתוך עם ציר y ($x = 0$)	
תחום עלייה של הפונקציה	
תחום ירידה של הפונקציה	
התחום שבו הפונקציה חיובית ($y > 0$)	
התחום שבו הפונקציה שלילית ($y < 0$)	

7. נחזור למשימת הפתיחה.

תנו דוגמה לייצוג אלגברי מתאים לכל גרף.



צורת המסלול של עצם המשוגר בזווית ביחס לקרקע (למשל, כדור המוטל לכיוון הסל, מים המוזרמים במזרקות מים או זיקוקים המשוגרים ממשגר זיקוקים), היא פרבולה (בקירוב) כוצאה מכוח הכבידה הפועל על העצם (משקלו).



אם מזניחים את התנגדות האוויר, מתקבל מסלול פרבולי מדויק.

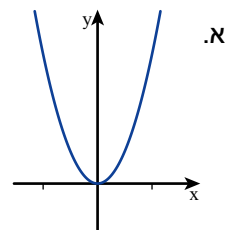
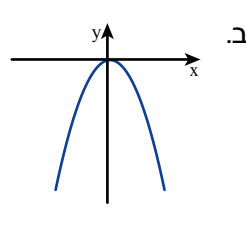
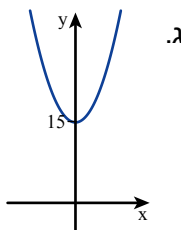
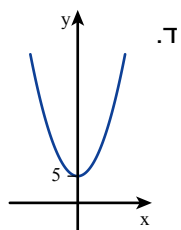
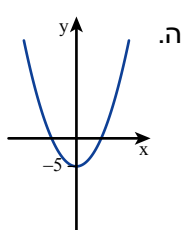


אוסף משימות

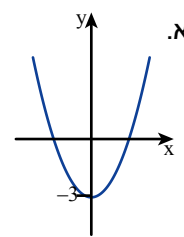
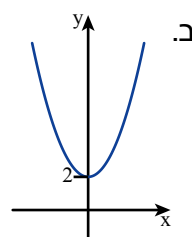
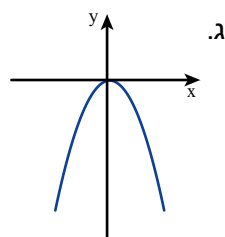
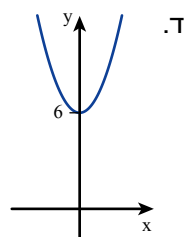
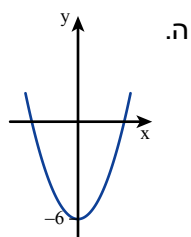


1. התאימו לכל ייצוג אלגברי את הפרבולה המתאימה.

$$y = x^2 \quad y = x^2 + 5 \quad y = x^2 + 15 \quad y = x^2 - 5 \quad y = -x^2$$



2. רשמו ייצוג אלגברי מתאים לכל פרבולה.





3. קשמו את הייצוג האלגברי של הפרבולה המתקבלת בכל סעיף.

מח/3: מזיזים את הפרבולה $y = x^2$ 7 יחידות כלפי מטה.
הייצוג האלגברי של הפרבולה המוזזת: $y = x^2 - 7$.

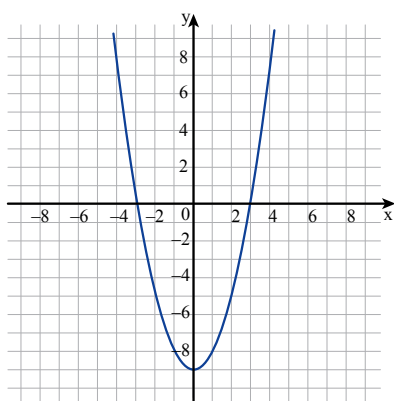
- מזיזים את הפרבולה $y = x^2$ 9 יחידות כלפי מטה.
- מזיזים את הפרבולה $y = x^2$ 10 יחידות כלפי מעלה.
- משקפים את הפרבולה $y = x^2$ בציר x .



- שרטטו פרבולה שיש לה נקודת מינימום ששיעוריה הם $(0, 5)$.
מהו הייצוג האלגברי של הפרבולה ששרטטתם?
- שרטטו פרבולה שיש לה נקודת מינימום ששיעוריה הם $(0, -5)$.
מהו הייצוג האלגברי של הפרבולה ששרטטתם?



5. לפניכם גרף הפונקציה $y = x^2 - 9$.



א. העתיקו את הטבלה והשלימו. בדקו את תשובותיכם בעזרת הגרף.

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
$y = x^2 - 9$							

- מהו ציר הסימטריה של הפרבולה?
- בחרו זוג נקודות סימטריות על הפרבולה וקשמו את שיעוריהן.
- מהם שיעורי נקודת החיתוך של הפרבולה עם ציר y ?
- מהם שיעורי נקודות החיתוך של הפרבולה עם ציר x ?
- מהם שיעורי נקודת הקדקוד של הפרבולה? האם זו נקודת מינימום או נקודת מקסימום?
- מהם תחומי העלייה והירידה של הפונקציה?
- מהם תחומי החיוביות והשליליות של הפונקציה?



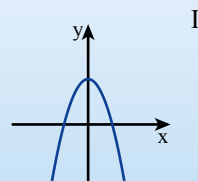
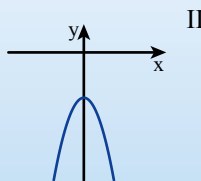
6. השלימו **תעודות זהות** של הפונקציות $y = x^2 + 4$, $y = x^2 - 4$.



שיעור 4. הזזות של הפרבולה $y = -x^2$

הייצוג האלגברי של הפרבולה שבשרטוט הוא $y = -x^2$

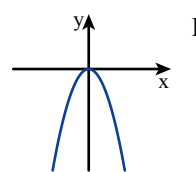
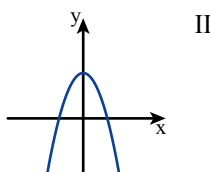
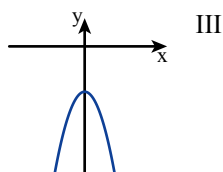
הציעו ייצוג אלגברי מתאים לפרבולות הבאות:



נלמד להזיז את הפרבולות של $y = x^2$ ושל $y = -x^2$.

1. א. התאימו ייצוג אלגברי לגרף.

$$f(x) = -x^2 + 4 \quad g(x) = -x^2 - 4 \quad h(x) = -x^2$$



ב. רשמו את שיעורי נקודת הקדקוד של כל פונקציה.

ג. מהו ציר הסימטריה של כל פונקציה?

ד. רשמו את תחומי העלייה והירידה של כל פונקציה.



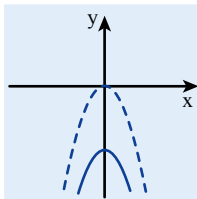
תזכורת

כדי להבדיל בין פונקציות, נותנים להן שמות בעזרת אותיות לטיניות.

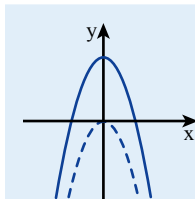
כמו: $f(x)$ או $g(x)$ קוראים: f של x , g של x

פרבולה מהצורה $y = -x^2 + k$ מתקבלת מהזזה אנכית של הפרבולה של $y = -x^2$ על ציר y ב- k יחידות.

זלזל/ות:



הפרבולה $y = -x^2 - 4$
מתקבלת כאשר מזיזים
את הפרבולה של $y = -x^2$
4 יחידות כלפי מטה על ציר y



הפרבולה $y = -x^2 + 4$
מתקבלת כאשר מזיזים
את הפרבולה של $y = -x^2$
4 יחידות כלפי מעלה על ציר y

2. מזיזים את הפרבולה של $y = -x^2$ 9 יחידות כלפי מעלה. העתיקו והשלימו **תעודת זהות** של הפרבולה המוזזת שהתקבלה.



ייצוג אלגברי של הפונקציה	
תחום	כל המספרים
סקיצה	
ציר הסימטריה	
שיעורי נקודת הקדקוד	
סוג הקדקוד	
שיעורי נקודת חיתוך עם ציר x (נקודת אפס, $y = 0$)	
שיעורי נקודת חיתוך עם ציר y ($x = 0$)	
תחום עלייה של הפונקציה	
תחום ירידה של הפונקציה	
התחום שבו הפונקציה חיובית ($y > 0$)	
התחום שבו הפונקציה שלילית ($y < 0$)	

3. נתונה הפונקציה $f(x) = 25 - x^2$ שרטטו סקיצה של הפרבולה המתאימה וכתבו את תכונות הפונקציה. (תוכלו להיעזר ב**תעודת הזהות**).
4. שרטטו סקיצה מתאימה בכל סעיף, ורשמו דוגמה לייצוג אלגברי מתאים לפונקציה.
- לפונקציה יש נקודת מינימום, והגרף שלה אינו חותך את ציר x.
 - לפונקציה יש נקודת מקסימום, והגרף שלה חותך את ציר x בנקודה אחת בלבד.
 - לפונקציה יש נקודת מקסימום, והגרף שלה חותך את ציר x בשתי נקודות.
 - לפונקציה יש נקודת מקסימום, והגרף שלה אינו חותך את ציר x.
- ה. נקודת המקסימום של הפונקציה היא $(0, 3)$.



עד כה הכרנו תכונות של פרבולות.

סוג הפונקציה	
$y = -x^2 + k$	$y = x^2 + k$
נקודת מקסימום	נקודת מינימום
שתי נקודות אף נקודה נקודה אחת	שתי נקודות אף נקודה נקודה אחת
ציר הסימטריה: ציר y נקודת הקדקוד: $(0, k)$ נקודת הקיצון נקודות חיתוך עם ציר x (נקודות אפס)	



5. קבוצת תלמידות משחקות במשחק: בוחרים מספר, כופלים את המספר בעצמו, ומהתוצאה מחסירים 16. מנצחת מי שקיבלה את התוצאה הקטנה ביותר.
- א. עינת בחרה 10. מה התוצאה שהיא קיבלה?
- ב. מירי קיבלה את התוצאה 9.
- האם אפשר לדעת איזה מספר בחרה מירי?
- ג. האם ייתכן ששתי תלמידות בחרו מספרים שונים וקיבלו אותה תוצאה?
- ד. אורלי קיבלה את התוצאה 0.
- האם אפשר לדעת איזה מספר בחרה אורלי? הסבירו.
- ה. דקלה בחרה מספר וקיבלה תוצאה שלילית.
- הציעו מספרים מתאימים לבחירה של דקלה.
- ו. שני אמרה: אני בטוחה שניצחתי.
- איזה מספר בחרה שני? איזו תוצאה היא קיבלה?
- ז. ליבי אמרה: אפשר להגיע לתוצאה הקטנה ביותר, אך לא לתוצאה הגדולה ביותר.
- האם ליבי צודקת? הסבירו.
- ח. הציעו משחק דומה של בחירת מספרים ושל ביצוע פעולות עליהם, שבו המנצח/ת - מי שקיבל/ה את התוצאה הגדולה ביותר. שחקו עם חברים.
- כדי לנצח במשחק תוכלו להיעזר בייצוגים הנוחים לכם: ייצוג אלגברי, טבלה או סקיצה של הגרף.



אוסף משימות



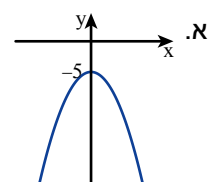
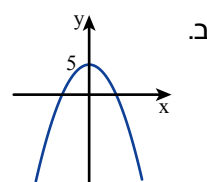
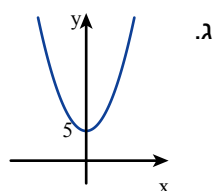
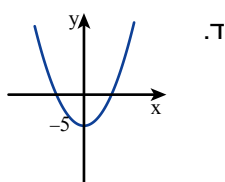
1. התאימו ייצוג אלגברי לגרף.

$$t(x) = x^2 + 5$$

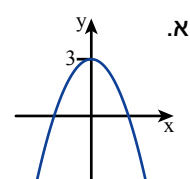
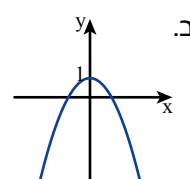
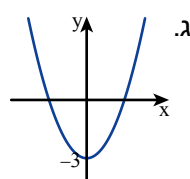
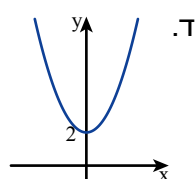
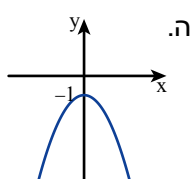
$$h(x) = -x^2 + 5$$

$$g(x) = -x^2 - 5$$

$$f(x) = x^2 - 5$$



2. קשמו ייצוג אלגברי מתאים לכל סקיצה.





3. בכל סעיף רשמו מספר מתאים לפי מספר נקודות החיתוך של הפונקציה עם ציר x .

מל/מ: לפונקציה $y = -x^2 + \boxed{-6}$ אין נקודות חיתוך עם ציר x .

- א. לפונקציה $y = x^2 + \boxed{}$ אין נקודות חיתוך עם ציר x .
 ב. לפונקציה $y = x^2 + \boxed{}$ יש שתי נקודות חיתוך עם ציר x .
 ג. לפונקציה $y = -x^2 + \boxed{}$ יש שתי נקודות חיתוך עם ציר x .
 ד. לפונקציה $y = -x^2 + \boxed{}$ אין נקודת חיתוך אחת עם ציר x .
 ה. לפונקציה $y = -x^2 + \boxed{}$ יש נקודת חיתוך אחת עם ציר x .



4. א. שרטטו פרבולה שיש לה נקודת מינימום ששיעוריה $(0, 4)$.
 מהו הייצוג האלגברי של הפרבולה ששרטטתם?
 ב. שרטטו פרבולה שיש לה נקודת מקסימום ששיעוריה $(0, -4)$.
 מהו הייצוג האלגברי של הפרבולה ששרטטתם?



5. שרטטו סקיצה מתאימה בכל סעיף, ותנו דוגמה לייצוג אלגברי מתאים לפונקציה.
 א. לפונקציה נקודת מינימום, והגרף שלה חותך את ציר x בשתי נקודות.
 ב. לפונקציה נקודת מקסימום, והיא חותכת את ציר y בנקודה $(0, 8)$.



6. שרטטו סקיצה מתאימה בכל סעיף, ותנו דוגמה לייצוג אלגברי מתאים לפונקציה.
 א. לפונקציה נקודת מינימום, והגרף שלה חותך את ציר x בנקודות $(1, 0)$ $(-1, 0)$.
 ב. לפונקציה נקודת מקסימום, והגרף שלה עובר דרך הנקודה $(5, -25)$.
 ג. לפונקציה נקודת מקסימום, והגרף שלה עובר דרך הנקודה $(5, -27)$.



7. העתיקו והשלימו **תעודת זהות** של הפונקציה.

ייצוג אלגברי של הפונקציה	$y = -x^2 - 4$
תחום	כל המספרים
סקיצה	
ציר הסימטריה	
שיעורי נקודת הקדקוד	
סוג הקדקוד	
שיעורי נקודת חיתוך עם ציר x (נקודת אפס, $y = 0$)	
שיעורי נקודת חיתוך עם ציר y ($x = 0$)	
תחום עלייה של הפונקציה	
תחום ירידה של הפונקציה	
התחום שבו הפונקציה חיובית ($y > 0$)	
התחום שבו הפונקציה שלילית ($y < 0$)	



8. מזיזים את הפרבולה של $y = -x^2$ לאורך ציר y, 7 יחידות כלפי מטה. השלימו **תעודת זהות** מתאימה לפונקציה שהתקבלה.



9. השלימו **תעודת זהות** מתאימה לפונקציה $y = 4 - x^2$.



10. רשמו תחומי עלייה ותחומי ירידה של כל פונקציה. היעזרו בסקיצה מתאימה.

א. $f(x) = x^2 - 16$ ב. $g(x) = x^2 + 1$ ג. $h(x) = 7 - x^2$



11. קבוצת תלמידים משחקים במשחק: בוחרים מספר, כופלים אותו בעצמו, ולתוצאה מוסיפים 2.

א. **נועם** בחר 12, **אייל** בחר (-12).

מי קיבל תוצאה גדולה יותר? הסבירו.

ב. **רון** בחר 6, **דני** בחר (-7).

מי קיבל תוצאה גדולה יותר? הסבירו.

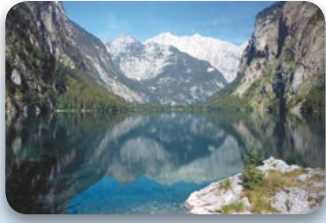
ג. **אריאל** קיבל 27. האם אפשר לדעת איזה מספר הוא בחר? הסבירו.

ד. האם אפשר לבחור מספר ולקבל את התוצאה 0? הסבירו.

ה. איזה מספר כדאי לבחור אם המנצח הוא מי שהגיע לתוצאה הגדולה ביותר?

איזה מספר כדאי לבחור אם המנצח הוא מי שהגיע לתוצאה הקטנה ביותר?

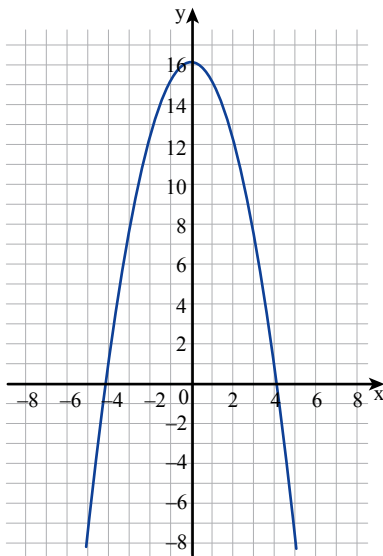
האם בכל אחד משני המקרים הניצחון ודאי?



שיעור 5. פרבולות ומשוואות

נתונה הפונקציה הריבועית $y = 16 - x^2$.
העתיקו והשלימו שיעורי נקודות על גרף הפונקציה.
ציינו אם יש יותר מנקודה אחת מתאימה. ציינו אם אין נקודות מתאימות.
(, 25) (, -20) (, 7) (, 16) (, 0)

נפתור משוואות בדרך אלגברית ובדרך גרפית.



1. נתייחס למשימת הפתיחה.

- א. **רועי** שרטט את גרף הפרבולה המתאימה.
הוא קרא את שיעורי הנקודות מתוך הגרף.
השלימו את השיעורים החסרים בדרך של **רועי**.
האם הצלחתם להשלים את כל השיעורים החסרים בדרך זו?
ב. **שי** אמר: כדי להשלים את שיעורי הנקודה (, -20)
כתבתי משוואה: $-20 = 16 - x^2$
פתרו את המשוואה של **שי**.
האם אפשר להשלים גם את שאר השיעורים החסרים בדרך זו?
ג. היעזרו בסעיפים הקודמים וקבעו כמה נקודות חיתוך יש לפרבולה
ולכל אחד מהישרים הבאים:
 $y = 0$ $y = 16$ $y = 7$ $y = -20$ $y = 25$

2. שרטטו סקיצה מתאימה בכל סעיף, ומצאו את נקודות האפס של הפונקציה (אם ישנן).

צילום/אית:

$k(x) = -x^2 + 5$

$-x^2 + 5 = 0$
 $-x^2 = -5$
 $x^2 = 5$
 $x_1 = \sqrt{5}$ $x_2 = -\sqrt{5}$

$f(x) = x^2 + 3$

$x^2 + 3 = 0$

$\underbrace{x^2}_{\text{מספר חיובי או אפס}} = \underbrace{-3}_{\text{מספר שלילי}}$
 $\neq$

↓

אין פתרון למשוואה,
לפונקציה אין נקודות אפס.

$g(x) = x^2 - 25$

$x^2 - 25 = 0$
 $x^2 = 25$
 $x_1 = 5$ $x_2 = -5$

- א. $y = x^2 - 8$ ב. $y = 8 - x^2$ ג. $y = 8 + x^2$ ד. $y = -x^2 - 8$



לנקודות שבהן ערך הפונקציה הוא אפס ($y = 0$) קוראים **נקודות אפס של הפונקציה**.

אפשר למצוא את נקודות האפס של הפונקציה באחת משתי הדרכים האלה:

בעזרת הגרף - מציאת נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם ציר x .

בדרך אלגברית - פתרון המשוואה: $f(x) = 0$.

3. א. מהן נקודות האפס של הפונקציה $f(x) = 48 - x^2$?

ב. שנו את הפונקציה כך שלא יהיו לה נקודות אפס.

ג. מהו x אם $f(x) = -1$?

ד. פתרו את המשוואות: $48 - x^2 = 0$, $48 - x^2 = -1$, $48 - x^2 = 12$, $48 - x^2 = 49$

4. העתיקו והשלימו את **תעודת הזהות** של הפונקציה $y = (x + 3)(x - 3)$.



ייצוג אלגברי של הפונקציה	
תחום	כל המספרים
סקיצה	
ציר הסימטריה	
שיעורי נקודת הקדקוד	
סוג הקדקוד	
שיעורי נקודת חיתוך עם ציר x (נקודת אפס, $y = 0$)	
שיעורי נקודת חיתוך עם ציר y ($x = 0$)	
תחום עלייה של הפונקציה	
תחום ירידה של הפונקציה	
התחום שבו הפונקציה חיובית ($y > 0$)	
התחום שבו הפונקציה שלילית ($y < 0$)	



אוסף משימות



1. שרטטו סקיצה מתאימה בכל סעיף, ומצאו את נקודות האפס של הפונקציה.

א. $f(x) = x^2 - 5$ ג. $h(x) = 6 + x^2$ ה. $e(x) = x^2 - 1$

ב. $g(x) = x^2 + 2$ ד. $p(x) = 100 - x^2$ ו. $s(x) = -x^2 - 3$



2. בכל סעיף קשמו את התחום שבו הפונקציה חיובית ואת התחום שבו הפונקציה שלילית.

א. $f(x) = 4 - x^2$ ב. $g(x) = -x^2 - 1$ ג. $h(x) = x^2 - 36$



3. פתרו.

א. $x^2 - 1 = 0$ ג. $x^2 + 9 = 0$ ה. $x^2 + 1 = 1$
 ב. $-x^2 - 3 = 0$ ד. $-x^2 + 9 = 0$ ו. $x^2 + 9 = 25$



4. בכל סעיף נתונים ייצוגים אלגבריים של פרבולה ושל ישר. קבעו כמה נקודות חיתוך לפרבולה ולישר. הסבירו או שרטטו סקיצה מתאימה.

א. $y = x^2$ ב. $y = x^2 + 3$ ג. $y = -x^2 - 4$ ד. $y = x^2 - 2$ ה. $y = -x^2$
 $y = 11$ $y = 3.5$ $y = -4$ $y = 7$ $y = 3.5$



5. נתונה הפונקציה $y = 15 - x^2$.

א. מהו x אם $y = 6$ ב. מהו x אם $y = 15$ ג. מהו x אם $y = 10$?



6. פשטו ופתרו.

א. $3x^2 - 12 = 0$ ג. $(x + 1)(x - 1) = 24$ ה. $33 - 2x^2 = 1$
 ב. $2x^2 = x^2 + 7$ ד. $(6 + x)(6 - x) = 36$ ו. $9x^2 - 1 = 0$



7. השלימו תעודות זהות לפונקציות הבאות:

א. $y = x^2 - 7$
 ב. $y = (5 + x)(5 - x)$



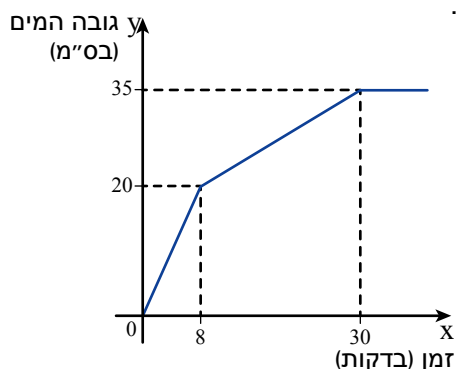


שומרים על כושר

פונקציות

1. אמבטיה מתמלאת על-ידי שני ברזים.

כעבור זמן מסוים סגרו את אחד הברזים. מאוחר יותר סגרו גם את הברז השני. הגרף בשרטוט מתאר את שינוי גובה המים באמבטיה לפי הזמן.



- א. כעבור כמה דקות סגרו את הברז הראשון?
מה היה גובה המים באמבטיה כשסגרו ברז זה?
סמנו בגרף את הנקודה המתאימה.
- ב. כעבור כמה דקות סגרו את הברז השני?
ג. מה היה גובה המים כאשר שני הברזים היו סגורים?

2. סמנו את כל הפונקציות שהגרף שלהן עובר דרך הנקודה (3, 5).

א. $y = 3x - 5$ ג. $y = 5(x - 3)$ ה. $y = x^2 - 5$

ב. $y = 3 - (x - 5)$ ד. $y = 5 + (x - 3)$ ו. $y = \frac{x^2 - 2}{5}$

3. נתונה הפונקציה $y = \square \cdot (x - 2)^2$.

השלימו מספר במקום הריק כך שעבור $x = 4$ נקבל $y = 12$.

4. השלימו את שיעור y של הנקודה (3, _____) לכל פונקציה, ורשמו אותו במשבצת המתאימה.

א. $y = \frac{2x^2}{x}$ ד. $y = \frac{2(x-5)}{-4}$ ז. $y = x^2 - 1$

ב. $y = x^2 - 2$ ה. $y = \frac{x^3 - 2}{5}$ ח. $y = \frac{x^2}{x}$

ג. $y = \frac{6}{x}$ ו. $y = \frac{x^4}{x^2}$ ט. $y = -2(x - 5)$

א.	ב.	ג.
ד.	ה.	ו.
ז.	ח.	ט.

חשבו את הסכום של כל שורה, כל טור וכל אלכסון. מה קיבלתם?