

יחידה 5: משוואות ואי-שוויונות

שיעור 1. פותרים משוואות ואי-שוויונות בעזרת גרף



בשיעור מדעים חיממו מים בשלושה כלים במשך 8 דקות.

- בכלי **א**: הטמפרטורה הייתה בהתחלה 20°C .
 הטמפרטורה עלתה בכל דקה ב- 10°C .
- בכלי **ב**: הטמפרטורה הייתה בהתחלה 40°C .
 הטמפרטורה עלתה בכל דקה ב- 5°C .
- בכלי **ג**: הטמפרטורה הייתה בהתחלה 57.5°C .
 הטמפרטורה עלתה בכל דקה ב- 2.5°C .

כעבור כמה דקות מתחילת החימום הייתה הטמפרטורה בכלי **א** גבוהה מהטמפרטורה בכלי **ב**?
 כעבור כמה דקות מתחילת החימום הייתה הטמפרטורה בכלי **א** גבוהה מהטמפרטורה בכלי **ג**?

נפתור משוואות ואי-שוויונות בעזרת גרף.

במשימות 1 - 5 נתייחס לנתונים במשימת הפתיחה.

- 1.** נסמן ב- x את הזמן (בדקות) שחלף מתחילת החימום ($0 \leq x \leq 8$), וב- y את טמפרטורת המים (ב- $^{\circ}\text{C}$).
 לכל כלי, רשמו ייצוג אלגברי של פונקציה מתאימה.

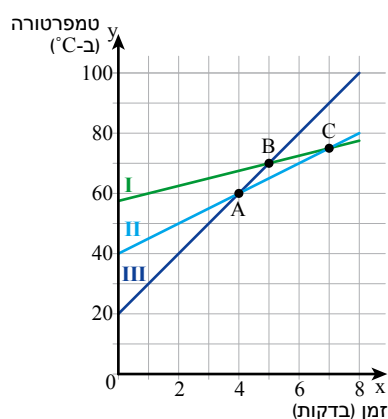
- 2.** הגרפים בשרטוט מתארים את הקשר בין הזמן שחלף מתחילת החימום

x (בדקות) ($0 \leq x \leq 8$) ובין טמפרטורת המים בכלי y (ב- $^{\circ}\text{C}$).

א. התאימו גרף לכלי. הסבירו.

ב. מה שיעורי הנקודות A , B , C ?

הסבירו את המשמעות של כל נקודה בסיפור.



- 3.** לכל סעיף, כתבו משוואה מתאימה. פתרו את המשוואה והשוו לפתרונות שמצאתם באמצעות הגרף.

- א. אחרי כמה דקות מתחילת החימום, הייתה הטמפרטורה בכלי **א** שווה לטמפרטורה בכלי **ב**?
 מה הייתה טמפרטורה זו?
- ב. אחרי כמה דקות מתחילת החימום, הייתה הטמפרטורה בכלי **א** שווה לטמפרטורה בכלי **ג**?
 מה הייתה טמפרטורה זו?
- ג. אחרי כמה דקות מתחילת החימום, הייתה הטמפרטורה בכלי **ב** שווה לטמפרטורה בכלי **ג**?
 מה הייתה טמפרטורה זו?

4. התאימו לכל תיאור מילולי אי-שוויון ופתרון מתאים.

כעבור יותר מ- 4 דקות
 $x > 4$

$$20 + 10x > 57.5 + 2.5x$$

כעבור x דקות מתחילת החימום
הייתה הטמפרטורה בכלי א
גבוהה מהטמפרטורה בכלי ב

כעבור יותר מ- 7 דקות
 $x > 7$

$$40 + 5x > 57.5 + 2.5x$$

כעבור x דקות מתחילת החימום
הייתה הטמפרטורה בכלי א
גבוהה מהטמפרטורה בכלי ג

כעבור יותר מ- 5 דקות
 $x > 5$

$$20 + 10x > 40 + 5x$$

כעבור x דקות מתחילת החימום
הייתה הטמפרטורה בכלי ב
גבוהה מהטמפרטורה בכלי ג



אם רושמים סימן סדר $<$ או $>$ בין ביטוי אלגברי למספר, או בין שני ביטויים אלגבריים מקבלים **אי-שוויון**.
באופן ויזואלי, פתרון של אי-שוויון במשתנה אחד הוא קבוצת **כל המספרים** (x) בהם הגרף של הפונקציה המתאימה לכמות הגדולה יותר, נמצא מעל לגרף של הפונקציה האחרת.

דוגמה: לפי הנתונים במשימת הפתיחה, תארנו את המצב שבו הטמפרטורה בכלי א גבוהה מהטמפרטורה

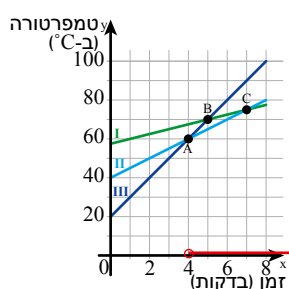
בכלי ב באמצעות האי-שוויון $20 + 10x > 40 + 5x$

על-פי הגרף, כעבור יותר מ- 4 דקות, הטמפרטורה בכלי א
גבוהה מהטמפרטורה בכלי ב,

בתחום $x > 4$ גרף III נמצא מעל גרף II

לכן, הפתרון של האי-שוויון הזה הוא כל המספרים הגדולים מ- 4,
רושמים: $x > 4$

מסמנים את התחום על ציר ה- x כך:



5. **איתי, גיא, מאיה וחגית** רשמו שוויונות ואי-שוויונות המתייחסים לטמפרטורות בשלושת הכלים.

איתי רשם: $57.5 + 2.5x = 70$

גיא רשם: $57.5 + 2.5x > 40 + 5x$

מאיה רשמה: $57.5 + 2.5x < 20 + 10x$

חגית רשמה: $40 + 5x < 70$

א. כתבו תיאור מילולי מתאים לכל מקרה.

ב. מצאו פתרון לכל מקרה.





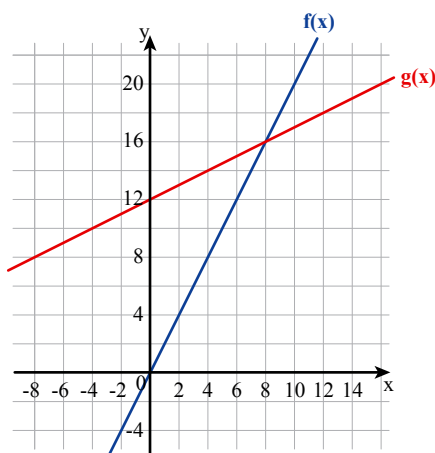
בתנאים רגילים של לחץ האוויר בגובה פני הים (לחץ זה נקרא גם לחץ של אטמוספירה אחת).



- בטמפרטורה שבין 0°C ל- 100°C המים נמצאים במצב נוזלי.
- בטמפרטורה שמתחת ל- 0°C המים נמצאים במצב מוצק (קרח).
- בטמפרטורה שמעל ל- 100°C המים נמצאים במצב גז (אדים).

ככל שעולים לגובה רב יותר, יורד הלחץ האטמוספרי, וכתוצאה מכך יורדת טמפרטורת הרתיחה של המים. למשל, בפסגות ההימליה (פסגות בגבהים של כ-8,000 מטר) טמפרטורת הרתיחה של המים היא 70°C .

אוסף משימות



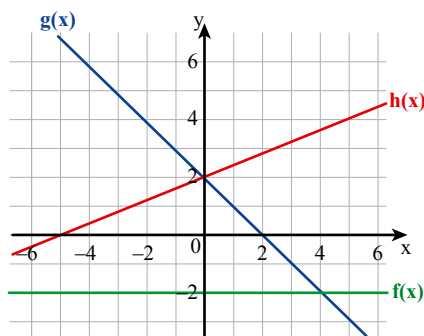
1. בשרטוט הגרפים של הפונקציות:

$$g(x) = \frac{1}{2}x + 12 \quad f(x) = 2x$$

בכל סעיף, מצאו את פתרון האי-שוויון.

א. $\frac{1}{2}x + 12 < 2x$

ב. $\frac{1}{2}x + 12 > 2x$



2. בשרטוט הגרפים של הפונקציות:

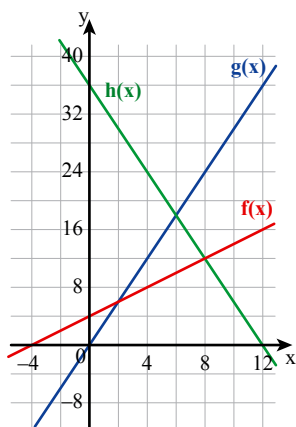
$$h(x) = 0.4x + 2 \quad g(x) = -x + 2 \quad f(x) = -2$$

בכל סעיף, מצאו את פתרון האי-שוויון.

א. $-2 > -x + 2$

ב. $-2 < 0.4x + 2$

ג. $-x + 2 > 0.4x + 2$



3. בשרטוט הגרפים של הפונקציות:

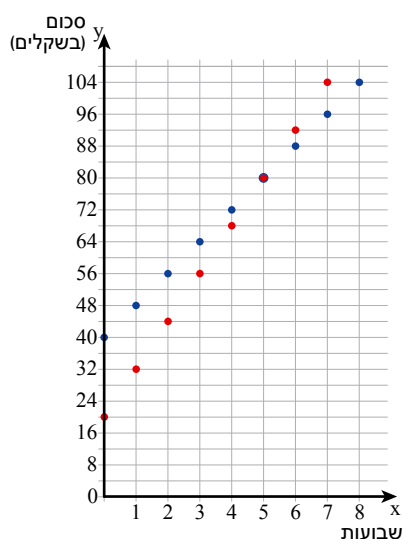
$$h(x) = 36 - 3x \quad g(x) = 3x \quad f(x) = x + 4$$

בכל סעיף, מצאו את פתרון האי-שוויון.

א. $36 - 3x < 3x$

ב. $36 - 3x > x + 4$

ג. $x + 4 > 3x$



4. **יואב ועמית** מקבלים בכל שבוע דמי כיס, וחוסכים אותם.

ליואב 20 שקלים בקופה, ובכל שבוע הוא מקבל 12 שקלים.

לעמית 40 שקלים בקופה ובכל שבוע הוא מקבל 8 שקלים.

א. למי היה יותר כסף בקופה:

אחרי 3 שבועות? אחרי 7 שבועות?

ב. x מייצג את מספר השבועות ($x \geq 0$), x מספר שלם,

$f(x)$ מייצג את סכום הכסף בקופה (בשקלים) של **יואב**.

$g(x)$ מייצג את סכום הכסף בקופה (בשקלים) של **עמית**.

לכל ילד, רשמו ייצוג אלגברי של פונקציה מתאימה.

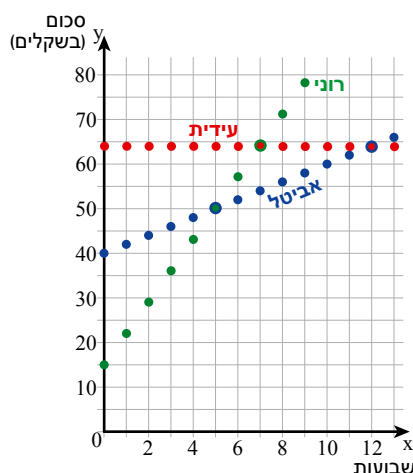
ג. בשרטוט הגרפים המתאימים לפונקציות.

אחרי כמה שבועות היו **ליואב ולעמית** אותו סכום בקופה?

מה היה סכום זה?

ד. אחרי כמה שבועות היו בקופה של **יואב** יותר מ- 92 שקלים?

ה. במשך כמה שבועות היו בקופה של **עמית** פחות מ- 96 שקלים?



5. **עידית, רוני ואביטל** מקבלות בכל שבוע, דמי כיס וחוסכות אותם.

בשרטוט הגרפים של פונקציות המתארות את הקשר

בין מספר השבועות x ($x \geq 0$), x מספר שלם)

לסכום הכסף (בשקלים) של כל ילדה.

א. התאימו לכל ילדה ייצוג אלגברי של פונקציה מתאימה.

$$h(x) = 40 + 2x \quad g(x) = 64 \quad f(x) = 15 + 7x$$

ב. לכל אי-שוויון, רשמו מה משמעות האי-שוויון בסיפור, ופתרו אותו.

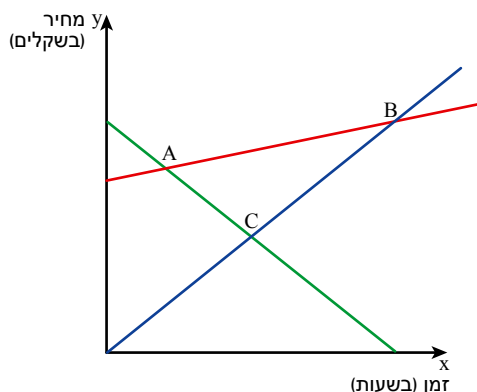
- $15 + 7x > 64$

- $40 + 2x < 64$

- $15 + 7x > 40 + 2x$



6. לחקלאי שלוש בריכות השקיה.



הגרפים שלפניכם מתארים את הקשר בין גובה המים בכל בריכה x (בס"מ) ובין הזמן (בשעות) שעבר מתחילת ההפעלה. הפונקציה $f(x) = 200 - 20x$ מתארת את גובה המים (בס"מ) בבריכה א הפונקציה $g(x) = 150 + 5x$ מתארת את גובה המים (בס"מ) בבריכה ב הפונקציה $h(x) = 20x$ מתארת את גובה המים (בס"מ) בבריכה ג

א. לכל פונקציה, מצאו את תחום הפונקציה והתאימו גרף.

ב. מצאו את שיעורי הנקודות A, B, C.

ג. לכל אי-שוויון, רשמו מה משמעות האי-שוויון בסיפור, ופתרו אותו.

$$200 - 20x > 0$$

$$200 - 20x > 150 + 5x$$

$$150 + 5x > 20x$$

$$200 - 20x < 20x$$



7. בשיעור מתמטיקה, שיחקו התלמידים במשחק "מירוץ הביטויים".

כל קבוצה קיבלה ייצוג אלגברי של פונקציה, וחישבה את ערך הפונקציה עבור ערכי x שונים. הקבוצה שערך הפונקציה שלה גבוה יותר (עבור אותה הצבה) מנצחת.

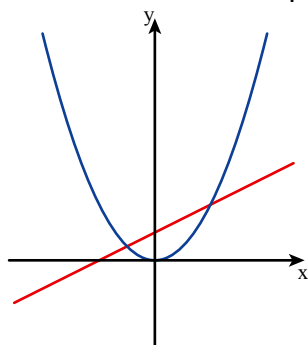
הקבוצה של **עופר** קיבלה את הפונקציה $f(x) = x^2$

הקבוצה של **נוגה** קיבלה את הפונקציה $g(x) = x + 2$

א. התלמידים הציבו את המספרים 1, 3, 0.5, -1, -4.5, 2

קבעו איזו קבוצה ניצחה בכל פעם.

ב. **אסף** החליט לבדוק עבור אילו מספרים תנצח כל קבוצה. הוא שרטט את הגרף הבא:



- מהם כל המספרים שעבורם תנצח הקבוצה של **עופר**?

- מהם כל המספרים שעבורם תנצח הקבוצה של **נוגה**?

שיעור 2. פותרים אי-שוויונות



בשיעור הקודם פתרנו אי-שוויונות בדרך גרפית.

נפתור אי-שוויונות בדרך אלגברית.

1. נתון האי-שוויון $4x > 10$

א. רשמו שני מספרים שהם פתרונות של האי-שוויון.

ב. **יעל**, **עוז ונועה** ביצעו פעולת חיבור על שני אגפי האי-שוויון, וקיבלו אי-שוויונות חדשים.

יעל רשמה: $4x + 3 > 10 + 3$

עוז רשם: $4x - 5 > 10 - 5$

נועה רשמה: $4x + 2x > 10 + 2x$

בדקו אם הפתרונות שרשמתם בסעיף א מתאימים לאי-שוויונות של **יעל**, של **עוז** ושל **נועה**?



ראינו מתוך הדוגמאות כי אם **מחברים** אותו מספר או אותו ביטוי אלגברי לשני האגפים של אי-שוויון, **הסדר** בין האגפים **נשמר**.

זלזל/ת:

מחסרים $2x$
 $3x > 2x + 6 \quad / -2x$
 $x > 6$

מחסרים 2 (או מחברים -2)
 $x + 2 > 7 \quad / -2$
 $x > 5$

מחברים 3
 $x - 3 < 7 \quad / +3$
 $x < 10$

2. פתרו את האי-שוויונות.

זלזל/ת: $3x - 7 > 2x + 3 \quad / +7$
 $3x > 2x + 10 \quad / -2x$
 $x > 10$

א. $x + 2 > 6$ ג. $-2 + x < 6$ ה. $10x - 6 < 9x$ ז. $6x < 5x + 3$
 ב. $x - 2 > 6$ ד. $8 < x - 2$ ו. $4x + 2 < 3x + 7$ ח. $6 - (2 - x) < 2(x + 1)$

המתמטיקאי האנגלי תומס הריוט (Thomas Harriot, 1560 – 1621) היה הראשון שהשתמש בסימני האי-שוויון $>$, $<$,



את ההשראה לסימנים אלה הוא קיבל מכתובת קעקוע בצורת $><$ שראה על פרקי ידם של ילידים אמריקאיים. הריוט היה באמריקה בשליחותה של מלכת אנגליה, לצורך מדידת קרקעות. סימני האי-שוויון הומצאו 74 שנים אחרי סימן השוויון, אך הופיעו בכתבים מודפסים לפני סימן השוויון, מכיוון שהדפסתם התאפשרה על-ידי סיבוב האות V שהייתה כבר קיימת בדפוס.

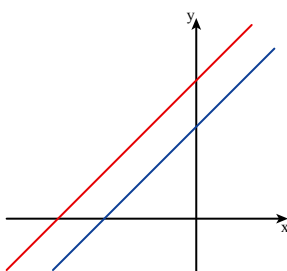
3. המורה ביקשה למצוא את התחום שבו הפונקציה $f(x) = x + 5$ חיובית.
יערה אמרה: מצאתי את התחום שבו הפונקציה $f(x)$ חיובית על-ידי פתרון האי-שוויון $f(x) > 0$
 א. פתרו את האי-שוויון $x + 5 > 0$
 ב. בדקו תשובתכם בעזרת שרטוט גרף הפונקציה $f(x)$



4. נתונות שתי פונקציות:
 $g(x) = 2x - 6$ $f(x) = x - 4$
 בכל סעיף, מצאו תחום מתאים.
 א. $f(x) > 0$ ב. $g(x) > f(x)$ ג. $g(x) < 0$



5. נתון האי-שוויון $x + 6 > x + 4$
 א. רשמו, אם אפשר, שני מספרים שהם פתרונות של האי-שוויון.
 ב. רשמו, אם אפשר, שני מספרים **שאינם** פתרונות של האי-שוויון.
 ג. מהי קבוצת כל המספרים שהם פתרונות של האי-שוויון?



קיימים אי-שוויונות שהפתרון שלהם הוא **כל המספרים**.
דוגמה: נתונות הפונקציות $f(x) = x + 6$ $g(x) = x + 4$
 הגרפים של הפונקציות הם ישרים מקבילים.
 עבור כל x , הגרף של $f(x)$ נמצא מעל הגרף של $g(x)$.
 לכן פתרון האי-שוויון $x + 6 > x + 4$ הוא **כל המספרים**.





1. בכל סעיף, בדקו אילו מספרים הם פתרונות של האי-שוויון או המשוואה.

- א. $5x < 15$ המספרים: $-2, 0, 6, 3, 4, 5$
 ב. $x + 3 > 5$ המספרים: $0, 7, 2, 4, -8, 2.5$
 ג. $5x = 20$ המספרים: $0, 2, -3, 4, -4, 6$



2. בכל סעיף, רשמו שלושה מספרים שהם פתרונות האי-שוויון, ושלושה מספרים שאינם פתרונות.

- א. $2x > 8$ ב. $2 + x > 8$ ג. $x - 2 > 8$ ד. $8x > 2$



3. בכל סעיף, רשמו שלושה מספרים שהם פתרונות האי-שוויון, ושלושה מספרים שאינם פתרונות.

- א. $2x > 10$ ב. $2x > -10$ ג. $-2x > 10$ ד. $-2x > -10$



4. בכל סעיף, רשמו שלושה מספרים שהם פתרונות האי-שוויון, ושלושה מספרים שאינם פתרונות.

- א. $2x < 0$ ב. $2(x - 1) < 0$ ג. $2(x + 1) < 0$ ד. $2(2x + 1) < 0$



5. נתון האי-שוויון $x(x + 1) > 20$

- א. רשמו שני מספרים שהם פתרונות של האי-שוויון.
 ב. רשמו שני מספרים שאינם פתרונות של האי-שוויון.
 ג. מה תוכלו לומר על כל המספרים שהם פתרונות של האי-שוויון.



6. לכל אי-שוויון, רשמו שני אי-שוויונות נוספים שיש להם אותו פתרון.

- א. $x > 1$ ב. $x < 0$ ג. $x < 2$ ד. $x > -5$



7. פתרו את האי-שוויונות.

- א. $x + 4 > -2$ ב. $x - 4 > -2$ ג. $4 + x < -2$ ד. $x - 4 > 2$



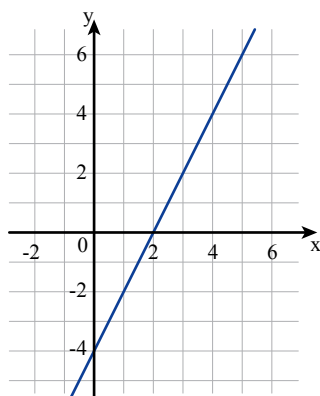
8. פתרו את האי-שוויונות.

א. $4x > 3x + 2$ ג. $5x + 1 < 4x + 8$ ה. $6x + 8 > 5x + 8$
 ב. $3x > 2x + 7$ ד. $9x - 4 < 5 + 8x$ ו. $6 < 5x + 2 - 4x$



9. פתרו את האי-שוויונות.

א. $4(x - 1) - 2(x + 2) > x + 3$ ג. $3x - (1 - x) < 3(x + 2)$ ה. $1.5x > 0.5x - 4$
 ב. $10 - 3(x - 2) > 1 - 4x$ ד. $12 < 1 - (3 - x)$ ו. $2(x + 1) < 2$



10. בשרטוט גרף הפונקציה $f(x) = 2x - 4$

בכל סעיף, היעזרו בגרף ומצאו ערכי x מתאימים.

א. $f(x) = 4$ ב. $f(x) > 0$ ג. $f(x) > 2$



11. נתונה פונקציה $f(x) = x - 9$

א. מצאו את שיעורי נקודת האפס של הפונקציה.
 ב. מצאו את התחום שבו הפונקציה חיובית.
 ג. מצאו את התחום שבו הפונקציה שלילית.
 ד. מצאו את התחום שבו $f(x) > -2$



12. נתונות שתי פונקציות:

$f(x) = 3(x + 1)$ $g(x) = 4x - 5$

בכל סעיף, מצאו תחום מתאים.

א. $f(x) > 0$ ב. $g(x) > f(x)$ ג. $f(x) < 3$ ד. $g(x) < -1$

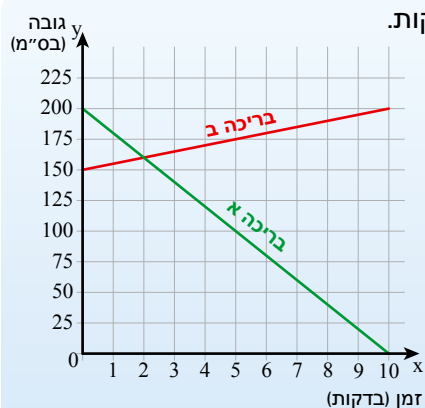


13. נתונה הפונקציה $f(x) = (x - 2)^2$

א. מצאו את שיעורי נקודת האפס של הפונקציה.
 ב. מצאו את התחום שבו הפונקציה חיובית.
 ג. האם קיים תחום בו הפונקציה שלילית? הסבירו.
 ד. $f(x) = 4$, מהו x ?
 ה. מצאו את התחום בו $f(x) > 4$

שיעור 3. שתי בריכות להשקיה

פותרים אי-שוויונות בעזרת כפל אגפי אי-שוויון



יוסי החקלאי הפעיל בו זמנית שתי בריכות מים להשקיה למשך 10 דקות.

הגרפים של הפונקציות בשרטוט מתארים את הקשר בין הזמן שעבר מתחילת הפעלת הבריכות x בדקות ($0 \leq x \leq 10$) ובין גובה פני המים בבריכות y (בס"מ).

הפונקציה המתאימה לבריכה **א**: $f(x) = 200 - 20x$

הפונקציה המתאימה לבריכה **ב**: $g(x) = 150 + 5x$

כעבור כמה דקות מרגע הפעלת הבריכות, גבוהים פני המים בבריכה **א** מפני המים בבריכה **ב**?

אורלי פתרה כך:

$$200 - 20x > 150 + 5x \quad / +20x$$

$$200 > 150 + 25x \quad / -150$$

$$50 > 25x \quad / :25$$

$$2 > x$$

אורלי אמרה: פני המים בבריכה **א** גבוהים מאלה שבבריכה **ב** מתחילת הפעלת הבריכות ועד הדקה השנייה.

רונית פתרה כך:

$$200 - 20x > 150 + 5x \quad / -5x$$

$$200 - 25x > 150 \quad / -200$$

$$-25x > -50 \quad / :(-25)$$

$$x > 2$$

רונית אמרה: פני המים בבריכה **א** גבוהים מאלה שבבריכה **ב** כעבור יותר משתי דקות.

מי צודקת? הסבירו.

נמשיך לפתור אי-שוויונות.

1. בכל סעיף, קבעו אם הסדר בין המספרים נשמר, והוסיפו סימן $<$ או $>$

א. כופלים ב-2

$$-2 \quad \bigcirc \quad 4 \quad / :2$$

$$-4 \quad \bigcirc \quad 8$$

ב. כופלים ב- $\frac{1}{2}$

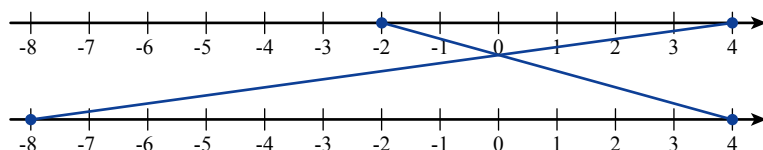
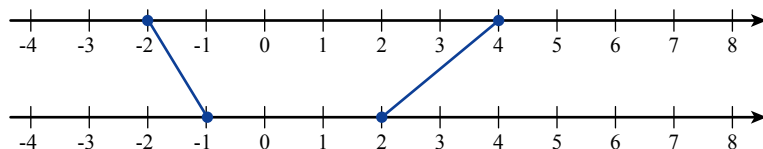
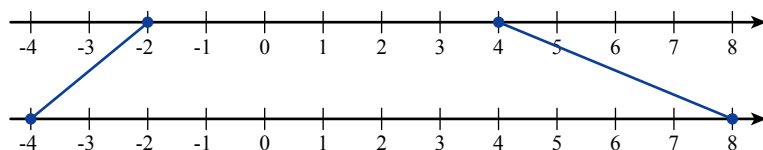
$$-2 \quad \bigcirc \quad 4 \quad / \cdot \frac{1}{2}$$

$$-1 \quad \bigcirc \quad 2$$

ג. כופלים ב-(-2)

$$-2 \quad \bigcirc \quad 4 \quad / \cdot (-2)$$

$$4 \quad \bigcirc \quad -8$$





2. בכל סעיף, מצאו מי היו המספרים המקוריים לפני הפעולה, מה היה הסדר שלהם, ואם הסדר נשמר גם לאחר הפעולה.

א. קפלו שני מספרים ב- 3 וקיבלו: $-12 < 21$

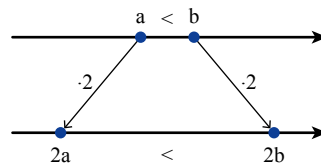
ב. קפלו שני מספרים ב- (-5) וקיבלו: $5 < 15$

ג. קפלו שני מספרים ב- 0 וקיבלו: $0 = 0$



ראינו כי,

- אם **כופלים** (או מחלקים) שני מספרים שונים במספר חיובי, הסדר ביניהם נשמר. נרחיב תכונה זאת גם לאי-שוויונות בין ביטויים אלגבריים.



מחלקים ב- 3

$$3x > 21 \quad / :3$$

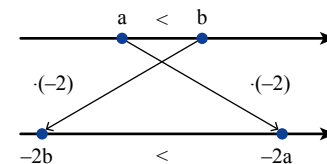
$$x > 7$$

כופלים ב- 3: $\frac{x}{3} < 1 \quad / \cdot 3$

$$\frac{x}{3} < 1 \quad / \cdot 3$$

$$x < 3$$

- אם **כופלים** (או מחלקים) שני מספרים שונים במספר שלילי, הסדר ביניהם מתהפך. נרחיב תכונה זאת גם לאי-שוויונות בין ביטויים אלגבריים.



מחלקים ב- (-3)

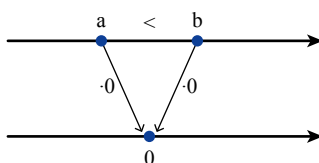
$$-3x > 21 \quad / :(-3)$$

$$x < -7$$

כופלים ב- (-3): $-\frac{x}{3} < 1 \quad / \cdot (-3)$

$$-\frac{x}{3} < 1 \quad / \cdot (-3)$$

$$x > -3$$



- אם **כופלים** שני מספרים שונים ב- 0, מתקבל שוויון.

לכן, אין לכפול אי-שוויון ב- 0

נרחיב תכונה זאת גם לאי-שוויונות בין ביטויים אלגבריים.



3. המורה רשמה על הלוח דוגמאות של טעויות שעשו תלמידים בבוחן במתמטיקה. בכל סעיף, מצאו את השגיאה ונסו לתקן אותה.

$$\begin{array}{ll} \text{א.} & 8 - 3(3 + x) < 20 \\ & 5(3 + x) < 20 \quad / :5 \\ & 3 + x < 4 \quad / -3 \\ & x < 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{ד.} \quad 20x - 3 > 2 + 5x \quad / +3 \\ 20x > 5 + 5x \quad / -5x \\ 15x > 5 \quad / :5 \\ x > 3 \end{array}$$

$$\begin{array}{ll} \text{ב.} & 2x + 7 > 6 \quad / :2 \\ & x + 7 > 3 \quad / -7 \\ & x > -4 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{ה.} \quad 8 - 3(3 + x) < 20 \\ 8 - 9 - 3x < 20 \\ -1 - 3x < 20 \quad / +1 \\ -3x < 21 \quad / :(-3) \\ x < -7 \end{array}$$

$$\begin{array}{ll} \text{ג.} & -4x < 20 \quad / \cdot \left(-\frac{1}{4}\right) \\ & x < -5 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{ו.} \quad 2x + 5 < 3x \quad / -5 - 3x \\ x < -5 \end{array}$$

4. פתרו את האי-שוויונות.

$$\begin{array}{ll} \text{צ'לנאליט:} & -2x + 1 < 7 \quad / -1 \\ & -2x < 6 \quad / :(-2) \\ & x > -3 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 8x - 3 > 5x + 6 \quad / +3 \\ 8x > 5x + 9 \quad / -5x \\ 3x > 9 \quad / :3 \\ x > 3 \end{array}$$

$$\text{א.} \quad -2x + 3 > 5$$

$$\text{ג.} \quad 5(x - 2) + 7 > 27 - 2(x - 6)$$

$$\text{ב.} \quad 4x + 2 < 6x - 8$$

$$\text{ד.} \quad 4(6 - x) + 1 < 2(x + 5) + 3$$



5. נתונות שלוש פונקציות:

$$h(x) = 4x + 3 \quad g(x) = x - 6 \quad f(x) = 2x - 4$$

בכל סעיף, מצאו תחום מתאים.

$$\text{א.} \quad f(x) \text{ חיובית} \quad \text{ג.} \quad g(x) > f(x) \quad \text{ה.} \quad g(x) < h(x)$$

$$\text{ב.} \quad h(x) \text{ שלילית} \quad \text{ד.} \quad h(x) < f(x) \quad \text{ו.} \quad f(x) < -8$$



1. פתרו את האי-שוויונות.

א. $2x + 3 > 5$	ג. $4x - 3 < 5$	ה. $3x < -15$
ב. $-3x > 15$	ד. $-2x - 3 < -5$	ו. $3 - 2x > -5$



2. פתרו את האי-שוויונות.

א. $2x + 1 > x + 10$	ג. $2x - 2 < 5x + 10$	ה. $3x - 2 < 5x + 6$
ב. $3x - 7 > 5 - x$	ד. $1 - 2x > 3 + 2x$	ו. $-2x > 10 + 3x$



3. פתרו את האי-שוויונות.

א. $-\frac{1}{2}x - 4 > 4$	ג. $6 - 2x - 3(7 + x) > 0$	ה. $0.2 - 0.03x < -0.01$
ב. $3(5 - x) > 1 + x$	ד. $15 - (7x - 5) < -2(x + 15)$	ו. $5(x - 3) < 5(3 - x)$



4. נתון האי-שוויון $3x > 18$

א. מצאו את פתרון האי-שוויון.

ב. היעזרו בפתרון שמצאתם ופתרו את האי-שוויונות הבאים.

$3(x + 2) > 18$	$3(x - 2) > 18$	$3(2x) > 18$	$3(x - 5) > 18$
-----------------	-----------------	--------------	-----------------



5. נתון האי-שוויון $6x > 3$

א. מצאו את פתרון האי-שוויון.

ב. היעזרו בפתרון שמצאתם ופתרו את האי-שוויונות הבאים.

$6(x + 1) > 3$	$6(x - 1) > 3$	$6(2x) > 3$	$6(2x - 4) > 3$
----------------	----------------	-------------	-----------------



6. נתון האי-שוויון $-2x > 16$

א. מצאו את פתרון האי-שוויון.

ב. היעזרו בפתרון שמצאתם ופתרו את האי-שוויונות הבאים.

$$-2(x - 1) < 16 \quad -2(3x - 5) > 16 \quad -2(x - 3) > 16 \quad -2(x + 1) > 16$$



7. בכל סעיף, בדקו אם פתרון האי-שוויון נכון.

אם הפתרון שגוי, ציינו מהי השגיאה.

א. $5 + 3x < 7 - 4x$ / -5	ב. $6(x - 3) > 24$ / $:6$	ג. $5(x + 3) < x + 7$
$3x < 2 - 4x$ / $+4x$	$x - 3 > 4$ / $+3$	$5x + 15 < x + 7$ / $-x$
$7x < 2$ / $:2$	$x > 7$	$4x + 15 < 7$ / -15
$x < 3.5$		$4x < 8$ / $:4$
		$x < 2$



8. ציינו סעיפים שבהם רשום אי-שוויון שהפתרון שלו זהה לפתרון האי-שוויון $5x < 7$. הסבירו כיצד מצאתם.

א. $5x - 3 < 4$	ג. $5x - 7 < 0$	ה. $10x < 5x + 7$
ב. $5x + 1 < 6$	ד. $3x < -2x + 7$	ו. $x < 7$



9. ציינו סעיפים שבהם רשום אי-שוויון שהפתרון שלו זהה לפתרון האי-שוויון $5x + 3 < 2x - 7$. הסבירו כיצד מצאתם.

א. $5x < 2x - 4$	ג. $5x + 5 < 2x - 5$	ה. $3x < -10$
ב. $5x < 2x - 10$	ד. $4x + 3 < x - 7$	ו. $3x + 2 < 2x - 8$



10. פתרו את האי-שוויונות הבאים. מיינו אותם לארבע קבוצות לפי הפתרונות.

א. $-\frac{1}{2}x > 4$	ג. $-\frac{1}{2}x < -4$	ה. $2x < -4$	ז. $-2x > 4$
ב. $\frac{1}{2}x > 4$	ד. $-\frac{1}{2}x < 4$	ו. $-x > 8$	ח. $-x < -8$



11. נתונות שלוש פונקציות:

$$h(x) = 4 - x \quad g(x) = 3x - 6 \quad f(x) = 0.5(x - 2)$$

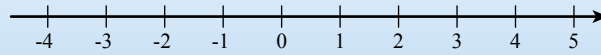
בכל סעיף, מצאו תחום מתאים.

א. $f(x)$ חיובית ב. $g(x) > f(x)$ ג. $g(x) < h(x)$ ד. $h(x) < f(x)$ ה. $h(x) < 0$

שיעור 4. ערך מוחלט



עדי ושחר יצאו מהנקודה 0 על ציר המספרים והלכו מרחק של 4 יחידות, אך לא הגיעו לאותו מקום. הייתכן?



נניח מרחק של מספר מ-0 ומרחק בין מספרים בסימון מתמטי.

- א. **דן ורונן** קבעו להיפגש בנקודה על ציר המספרים הנמצאת במרחק 3 יחידות מ-0, אולם לא נפגשו. **דן** הגיע ל-(-3), להיכן הגיע **רונן**? הסבירו.
- ב. **צליל ואור** קבעו להיפגש בנקודה על ציר המספרים הנמצאת במרחק 10 יחידות מהנקודה 0, אולם לא נפגשו. לאן הגיעה כל אחת? הסבירו.



תזכורת

המרחק של מספר מנקודת האפס נקרא **הערך המוחלט** של המספר. מסמנים את הערך המוחלט של a כך: $|a|$

דוגמאות: את הערך המוחלט של (-5) נסמן $|-5|$

הערך המוחלט של 5 הוא 5 **יחידות**.

הערך המוחלט של (-5) גם הוא 5 **יחידות**.

רשמים: $|5| = |-5|$

- א. רשמו שני מספרים שערכם המוחלט שווה ל-7.
- ב. רשמו שני מספרים שערכם המוחלט שווה ל- $4\frac{1}{2}$.

- בכל סעיף, מצאו, אם אפשר, שני מספרים מתאימים.

א. $|x| = 1$ ב. $|x| = 8$ ג. $|x| = -9$ ד. $|x| = 0$



הביטוי האלגברי $|x|$ מייצג את המרחק של x מ-0.

דוגמה: כדי לפתור את המשוואה $|x| = 15$ מחפשים את המספרים שמרחקם מ-0 שווה ל-15 יחידות.

המספרים הם 15 ו-(-15) כלומר, פתרונות המשוואה הם $x = 15$ או $x = -15$

למשוואה $|x| = -15$ אין פתרון כי מרחק הוא מספר חיובי או אפס.



4. בכל סעיף, מצאו מספרים מתאימים.

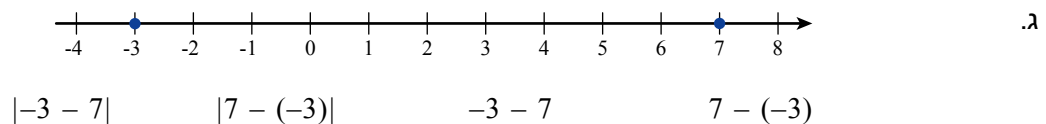
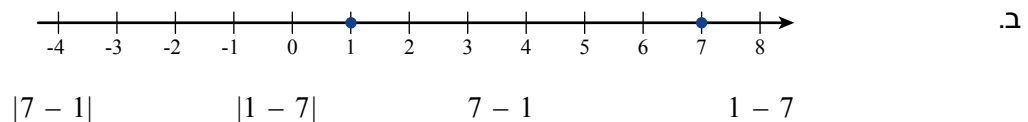
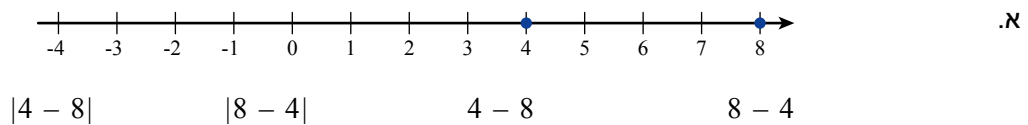
א. מספרים המקיימים $|x| = 5$

ב. שלושה מספרים חיוביים המקיימים $|x| > 5$

ג. שלושה מספרים שליליים המקיימים $|x| > 5$

מרחק בין מספרים

5. בכל סעיף, מצאו את המרחק בין זוג המספרים המסומנים על ציר המספרים, ובחרו תרגילים המבטאים מרחק זה.



ראינו כי אפשר למצוא מרחק בין שני מספרים בעזרת ערך מוחלט.
א- b הם שני מספרים. את המרחק בין a ל- b אפשר למצוא בעזרת הביטוי $|a - b|$

דוגמאות: את המרחק של 2 מ-5 מחשבים כך: $|2 - 5|$
את המרחק של 2 מ-(-5) מחשבים כך: $|2 - (-5)|$ כלומר, $|2 + 5|$

6. בכל סעיף, רשמו בעזרת ערך מוחלט וחשבו.

א. המרחק בין 6 ל-1 ג. המרחק בין (-6) ל-1

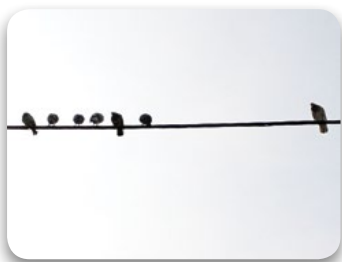
ב. המרחק בין 6 ל-(-1) ד. המרחק בין (-6) ל-(-1)



7. **טל** אמר: $|x + 1|$ מייצג את המרחק של x מ-1.
שי אמר: $|x + 1|$ מייצג את המרחק של x מ-(-1).
מי צודק? הסבירו.

8. בכל סעיף, רשמו ביטוי אלגברי מתאים בעזרת ערך מוחלט.

- א. המרחק בין x ל-3 ג. המרחק בין 2 ל- x
ב. המרחק בין x ל-(-3) ד. המרחק בין (-2) ל- x



9. הסבירו מדוע $|x - 3| = |3 - x|$



אוסף משימות



1. בכל סעיף, רשמו סימן סדר ($>$, $<$, או $=$) מתאים.

- א. $|7|$ ☐ $|-7|$ ד. $|-6|$ ☐ $|-9|$ ז. -4 ☐ -3
ב. $|-2|$ ☐ $|-3|$ ה. $|-5|$ ☐ 0 ח. -4 ☐ $|-3|$
ג. $|-8|$ ☐ $|7|$ ו. $|6|$ ☐ 10 ט. $|-4|$ ☐ $|-3|$



2. פתרו את המשוואות.

- א. $|x| = 0$ ב. $|x| = 3$ ג. $|x| = \frac{1}{2}$ ד. $|x| = 4$



3. בכל סעיף, מצאו מספר מתאים.

- א. מספר חיובי המקיים $|x| = 6$ ג. מספר שלילי המקיים $|x| > 2$
ב. מספר שלילי המקיים $|x| = 6$ ד. מספר חיובי המקיים $|x| < 2$



4. נתון $|\square| < |\bigcirc|$

בכל סעיף, רשמו מספרים מתאימים בעיגול ובריבוע.

- א. שני מספרים שליליים ב. מספר חיובי ומספר שלילי ג. מספר שלילי ואפס



5. בכל סעיף, מצאו זוג מספרים מתאים.

- א. $|a| = |b|$ וגם $a < b$
 ב. $|a| > |b|$ וגם $a > b$
 ג. $|a| > |b|$ וגם $a < b$



6. a ו-b שני מספרים.

- א. עבור אילו ערכים של $\square$ ושל $\square$ מתקיים $|a| = |b|$?
 ב. רשמו דוגמה לשני מספרים חיוביים המקיימים $|a| < |b|$
 ג. רשמו דוגמה לשני מספרים שליליים המקיימים $|a| < |b|$
 ד. רשמו שתי דוגמאות לשני מספרים שהאחד חיובי והאחר שלילי, המקיימים $|a| < |b|$



7. מצאו שני מספרים שהערך המוחלט שלהם שווה, והמרחק ביניהם על ציר המספרים הוא 10 יחידות. הסבירו.



8. א. מצאו שני מספרים שהמרחק ביניהם על ציר המספרים הוא 8 יחידות.
 ב. כמה פתרונות לבעיה? הדגימו.



9. א. מצאו שני מספרים שמכפלתם חיובית והמרחק ביניהם על ציר המספרים הוא 10 יחידות.
 ב. כמה פתרונות לבעיה? הדגימו.



10. בכל סעיף, רשמו תרגיל מתאים בעזרת ערך מוחלט וחשבו.
- א. המרחק בין 5 ל-9 ג. המרחק בין 3 ל-8
 ב. המרחק בין 5 ל-(-9) ד. המרחק בין 3 ל-(-8)



11. בכל סעיף, רשמו ביטוי אלגברי מתאים בעזרת ערך מוחלט.

- א. המרחק בין x ל- (-7) ג. המרחק בין x ל- 10
- ב. המרחק בין x ל- 7 ד. המרחק בין x ל- (-10)



12. בכל סעיף, רשמו ביטוי אלגברי מתאים בעזרת ערך מוחלט.

מצאו את ערכי x המתאימים.

- א. המרחק בין x ל- 3 הוא 7 ג. המרחק בין x ל- (-1) הוא 5
- ב. המרחק בין x ל- 3 הוא 4 ד. המרחק בין x ל- (-2) הוא 1



13. א. רשמו בעזרת ערך מוחלט, ביטוי אלגברי למרחק בין $2x$ ל- 1 .

- ב. עבור אילו ערכי x , המרחק שרשמתם הוא 1 ?
- ג. עבור אילו ערכי x , המרחק שרשמתם קטן מ- 1 ?
- ד. עבור אילו ערכי x , המרחק שרשמתם גדול מ- 1 ?



14. בכל סעיף, קבעו סימן סדר מתאים ($>$, $<$ או $=$) לטענות: a b $|a|$ $|b|$



- א.
- ב.
- ג.
- ד.
- ה.



15. a מייצג מספר ($a \neq 0$).

איזה מהביטויים האלגבריים: a , $-a$, ו- $|a|$ מייצג תמיד מספר חיובי? הסבירו.

שיעור 5. פותרים משוואות עם ערך מוחלט



מצאו על ציר המספרים, שני מספרים חיוביים, שהמרחק ביניהם 5 יחידות.
מצאו על ציר המספרים, שני מספרים שליליים, שהמרחק ביניהם 5 יחידות.
מצאו על ציר המספרים, מספר חיובי ומספר שלילי, שהמרחק ביניהם 5 יחידות.
בחרו משוואות שבעזרתן אפשר למצוא שני מספרים (a ו-b) שהמרחק ביניהם 5 יחידות.
 $|b - a| = 5$ $|a - b| = 5$ $a + b = 5$ $a - b = 5$

נפתור משוואות ונשרטט פונקציות עם ערך מוחלט.

פותרים משוואות

1. מהו פתרון המשוואה $|x - 3| = 5$?

א. **קרן** אמרה: פתרון המשוואה $|x - 3| = 5$ הוא כל המספרים שמרחקם מ-3 שווה ל-5 יחידות.
מצאו את המספרים.

ב. **אוהד** אמר: אני פותר שתי משוואות $x - 3 = 5$ ו- $x - 3 = -5$.
פתרו את שתי המשוואות שרשם **אוהד**.

ג. האם **קרן ואוהד** קיבלו אותם פתרונות למשוואה $|x - 3| = 5$?



2. א. פתרו את המשוואה $|x + 2| = 4$.

ב. **לילך** אמרה: מחפשים מספרים שמרחקם מ-(-2) הוא 4.
נטע אמרה: מחפשים מספרים שמרחק מ-2 הוא 4.
מי צודק? הסבירו.

3. פתרו את המשוואות.

א. $|x - 1| = 6$ ג. $|x - 5| = 2$ ה. $|x + 1| = 4$
ב. $|x - 6| = 1$ ד. $|x + 5| = 5$ ו. $|x - 1| = 4$

פונקצית ערך מוחלט

4. נשרטט את גרף הפונקציה $f(x) = |x|$.

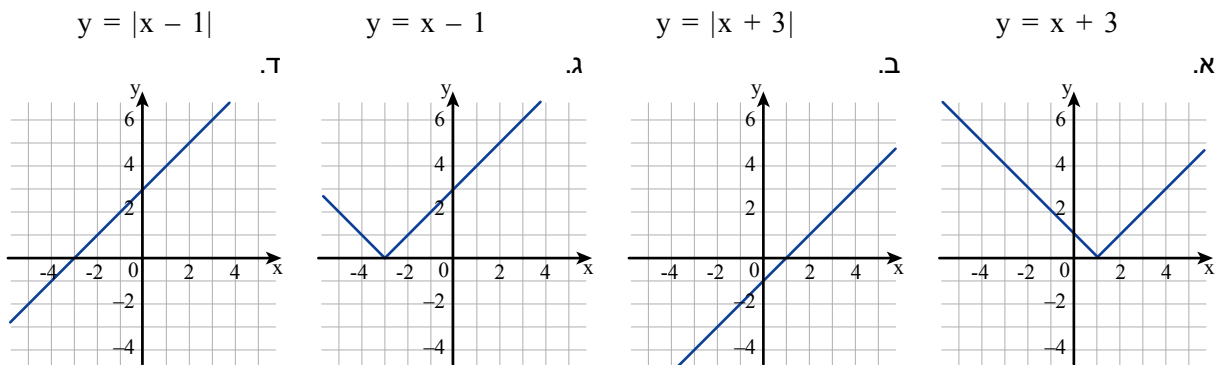
א. העתיקו את הטבלה והשלימו.

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
$f(x) = x $							

ב. שרטטו מערכת צירים, סמנו בה את הנקודות שמצאתם בטבלה, ושרטטו את גרף הפונקציה.

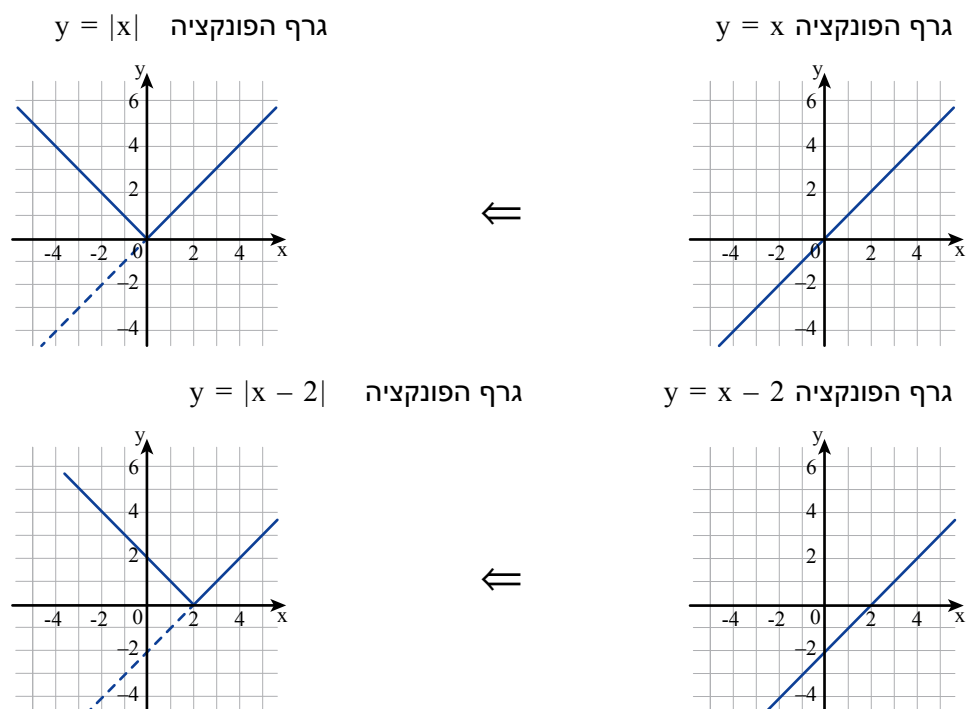


5. התאימו גרף לכל פונקציה. הסבירו.



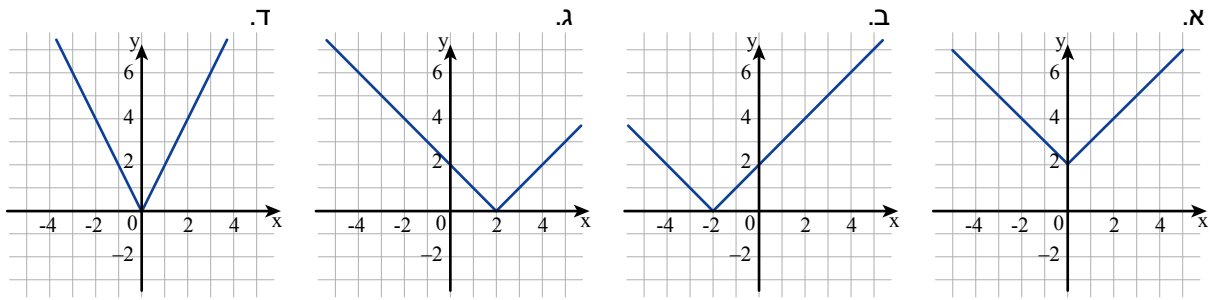
ערך מוחלט של מספר מייצג את מרחקו מאפס, ולכן הוא מספר חיובי או 0.
עבור כל ערכי x שבהם ערך הפונקציה חיובי או אפס מתקיים $|f(x)| = f(x)$
עבור כל ערכי x שבהם ערך הפונקציה שלילי מתקיים $|f(x)| = -f(x)$
לכן, בתחום שבו $f(x) \geq 0$ גרף הפונקציה $|f(x)|$ זהה לגרף הפונקציה $f(x)$
בתחום שבו $f(x) < 0$ גרף הפונקציה $|f(x)|$ הוא שיקוף בציר x של גרף הפונקציה $f(x)$

דוגמאות:



6. התאימו גרף לכל פונקציה. הסבירו.

$$p(x) = 2|x| \quad h(x) = |x| + 2 \quad g(x) = |x + 2| \quad f(x) = |x - 2|$$



7. בכל סעיף, שרטטו את גרף הפונקציה.

$$h(x) = |x| + 3 \quad \text{א.} \quad g(x) = |x + 1| \quad \text{ב.} \quad f(x) = |x - 3| \quad \text{ג.}$$



8. נתונה הפונקציה $f(x) = |x - 4|$. מהו התחום שבו הפונקציה:

א. חיובית? ב. עולה? ג. יורדת?

אי-שוויון עם ערך מוחלט



9. מה פתרון האי-שוויון $|x - 1| < 3$?

א. **נועה** אמרה: כל המספרים שמרחקם מ-1 קטן מ-3. מהם המספרים?

ב. **נורית** אמרה: צריך לשרטט את הגרפים של הפונקציות: $f(x) = |x - 1|$ ו- $g(x) = 3$, ולבדוק מה התחום שבו $f(x) < g(x)$.

שרטטו וּבדקו.

ג. האם **נועה** ו**נורית** קיבלו אותם פתרונות לאי-שוויון? הסבירו.



אוסף משימות



1. המספרים הבאים הם פתרונות של המשוואות הנתונות.

$$1 \quad (-1) \quad 7 \quad (-7)$$

התאימו לכל משוואה את הפתרונות שלה.

$$\text{א. } |x - 3| = 4 \quad \text{ב. } |x - 4| = 3 \quad \text{ג. } |x + 3| = 4 \quad \text{ד. } |x + 4| = 3$$



2. בכל סעיף, כתבו תיאור במילים ופתרו.

זלזלה: $|x + 2| = 5$ מספרים שמרחקם מ- (-2) שווה ל- 5 $x = -7$, $x = 3$

א. $|x - 2| = 6$ ב. $|x - 1| = 5$ ג. $|x - 4| = 4$ ד. $|x + 1| = 3$



3. פתרו.

א. $|x - 5| = 5$ ב. $|x + 5| = 5$ ג. $|2x + 5| = 5$ ד. $|2x - 5| = 5$



4. פתרו.

א. $|x + 3| = 7$ ב. $|2x + 3| = 7$ ג. $|2(x + 3)| = 7$ ד. $2|x + 3| = -7$



5. בכל סעיף, קבעו כמה פתרונות יש למשוואה. א. $|x| = |x - 3|$ ב. $2|x| = |x - 3|$



6. פתרו.

א. $|x - 5| < 2$ ב. $|x + 5| < 2$ ג. $|2x + 5| < 5$ ד. $|2x + 5| > 5$



7. בכל סעיף, שרטטו את גרף הפונקציה.

א. $y = |x - 4|$ ב. $y = |x + 4|$



8. בכל סעיף, שרטטו את גרף הפונקציה.

א. $y = -|x - 4|$ ב. $y = |x| - 4$



9. השוו בין הגרפים של הפונקציות הנתונות (מה דומה? ומה שונה?)

א. $y = x^2$ $y = |x^2|$

ב. $y = x^3$ $y = |x^3|$

ג. $y = x^n$ $y = |x^n|$ (n מספר טבעי)