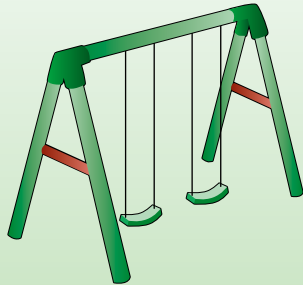


יחידה 33: אמצעי צלעות

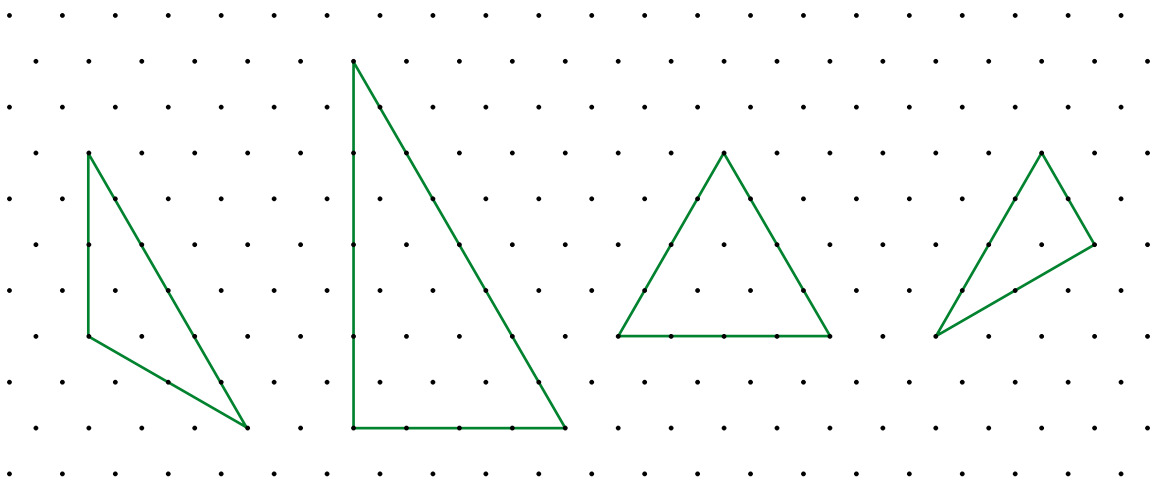
שיעור 1. קטע אמצעים במשולש



מוטי בונה נדנדת גן.
הוא מציב בכל צד מוט **אדום** אופקי לתמיכה במסגרת, כמו בתמונה.
המוט מחבר את אמצעי העמודים.
מה אורך המוט?

נכיר תכונות של קטע המחבר אמצעי צלעות של משולש.

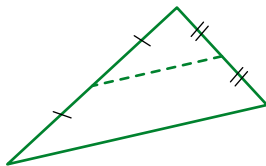
1. א. בכל משולש סמנו נקודות אמצע של שתי צלעות וחברו אותן.



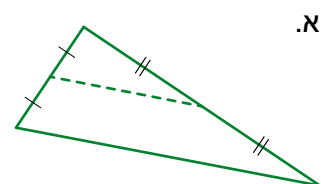
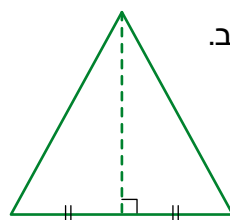
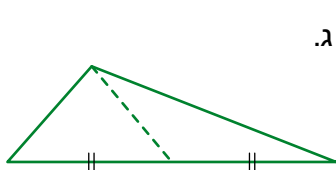
ב. האם הקטע המחבר אמצעים של שתי צלעות במשולש מקביל לאחת הצלעות?



הגדרה: קטע המחבר אמצעי שתי צלעות במשולש נקרא **קטע אמצעים**.

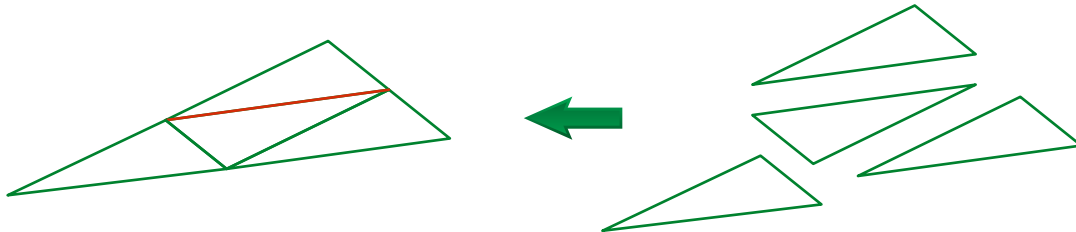


2. באיזה משולש הקטע המשורטט הוא קטע אמצעים?

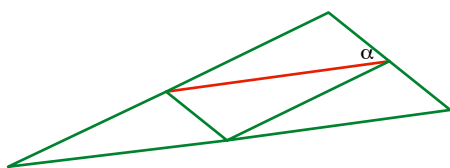




3. א. גזרו 4 משולשים חופפים. (הצמידו 4 פיסות נייר או קפלו דף אחד לארבע וגזרו משולש).
הצמידו את ארבעת המשולשים שגזרתם ובנו משולש אחד כמו בשרטוט.



הסבירו מדוע הקטע הצבוע **אדום** הוא קטע אמצעים במשולש הגדול שנוצר.



ב. סמנו זוויות השוות בגודלן לזווית α , ונמקו.

ג. הסבירו מדוע קטע האמצעים (**אדום**) מקביל לצלע השלישית.

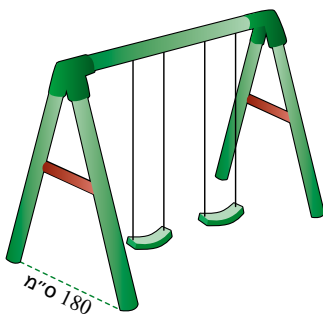
ד. סמנו קטעים שווים באורכם לקטע האמצעים הצבוע **אדום** ונמקו.

ה. הסבירו מדוע קטע האמצעים שווה למחצית אורך הצלע השלישית.



ראינו כי **קטע אמצעים במשולש** (שהוא קטע המחבר את האמצעים של שתי צלעות במשולש):

- מקביל לצלע השלישית
- אורכו שווה למחצית אורך הצלע השלישית



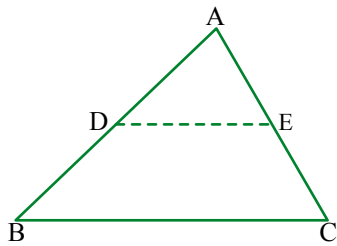
4. בנדנדת הגן שבנה **מוטי**, המוט ה**אדום** מחבר את אמצעי העמודים. (התמונה להדגמה.)

המרחק בין רגלי העמודים 180 ס"מ.

מה אורך המוט ה**אדום** התומך בעמודים? הסבירו.



תזכורת: אם בשני משולשים גדלי הזוויות שווים בהתאמה אז המשולשים **דומים**.



5. DE הוא קטע אמצעים במשולש ABC.

א. מצאו בשרטוט משולשים דומים והסבירו.

ב. מהו יחס הדמיון?



6. הנקודות D, E, ו-G הן אמצעי הצלעות של משולש ABC (ראו שרטוט).

א. סמנו בשרטוט קטעים שווים באורכם לקטע DE ונמקו.

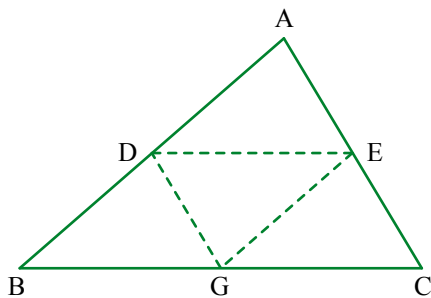
ב. סמנו קטעים שווים באורכם לקטע DG וקטעים שווים באורכם לקטע EG.

מצאו ארבעה משולשים חופפים בשרטוט. נמקו.

ג. הסבירו מדוע שטח המשולש הפנימי DEG הוא רבע

משטח המשולש ABC.

ד. פי כמה גדול היקף המשולש ABC מהיקף המשולש DEG?



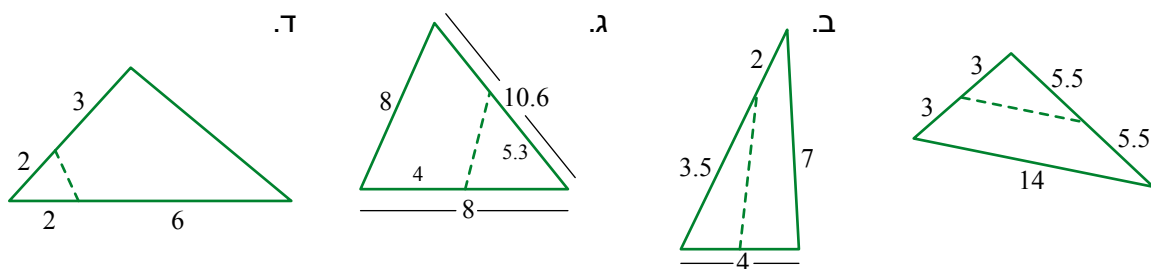
אוסף משימות

במשימות הבאות השרטוטים הם להדגמה, ומידות האורך נתונות בס"מ.

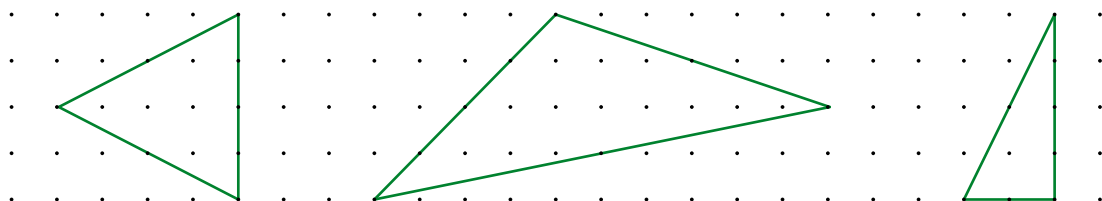


1. בכל משולש קבעו אם הקטע המקווקו הוא קטע אמצעים.

אם כן, מצאו את אורך הקטע. אם לא, הסבירו מדוע.



2. שרטטו קטע אמצעים בכל משולש.

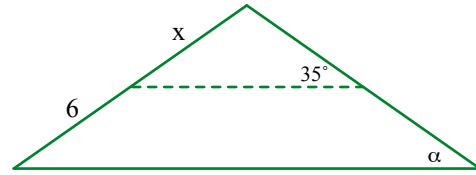




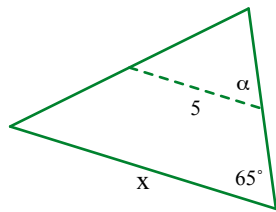
3. הקטע המקווקו בכל שרטוט הוא קטע אמצעים במשולש.

מצאו את אורך הקטע x , ואת גודל הזווית α .

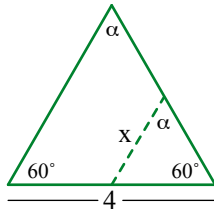
א.



ב.



ג.

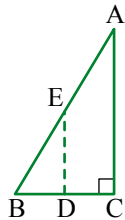


4. $\triangle ABC$ הוא משולש ישר-זווית

$$AB = 5 \text{ ס"מ}$$

$$AC = 3 \text{ ס"מ}$$

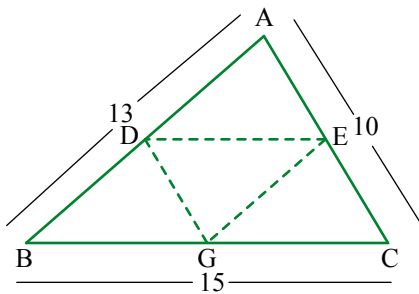
מצאו את אורך קטע האמצעים DE (היעזרו במשפט פיתגורס).



5. הנקודות D, E, G הן אמצעי הצלעות של משולש ABC

(ראו שרטוט).

חשבו את אורכי צלעות המשולש הפנימי DEG .



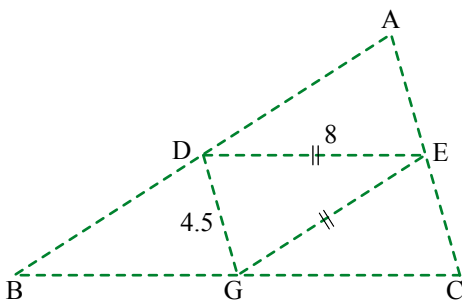
6. הנקודות D, E, G הן אמצעי הצלעות

של משולש ABC (ראו שרטוט).

א. מצאו לפי הנתונים בשרטוט מה היקף המשולש

DEG ?

ב. מה היקף המשולש ABC ?



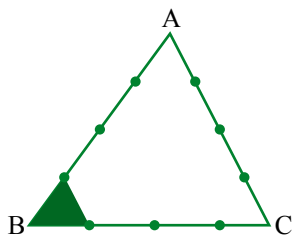
7. $\triangle ABC$ הוא משולש שווה-צלעות.

א. היעזרו בנקודות המסומנות וחלקו את $\triangle ABC$

למשולשים חופפים למשולש הירוק.

ב. שטח המשולש הירוק הוא 2 סמ"ר.

מהו שטח המשולש הגדול?



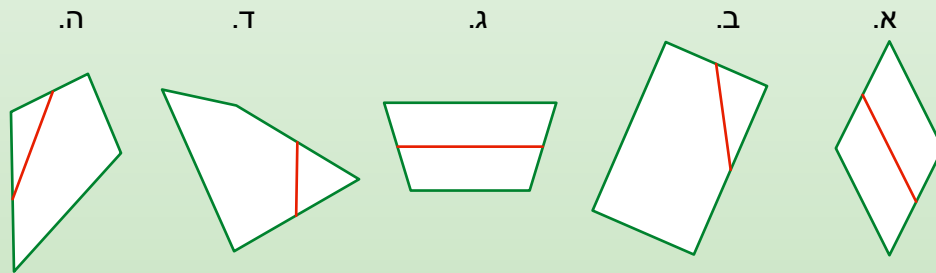
שיעור 2. אמצעי צלעות במרובע

בכל מרובע הקטע הצבוע באדום מחבר אמצעי צלעות של המרובע.

שימו לב!

במרובע יש שתי אפשרויות לחיבור אמצעי צלעות: אמצעי צלעות נגדיות או אמצעי צלעות סמוכות.

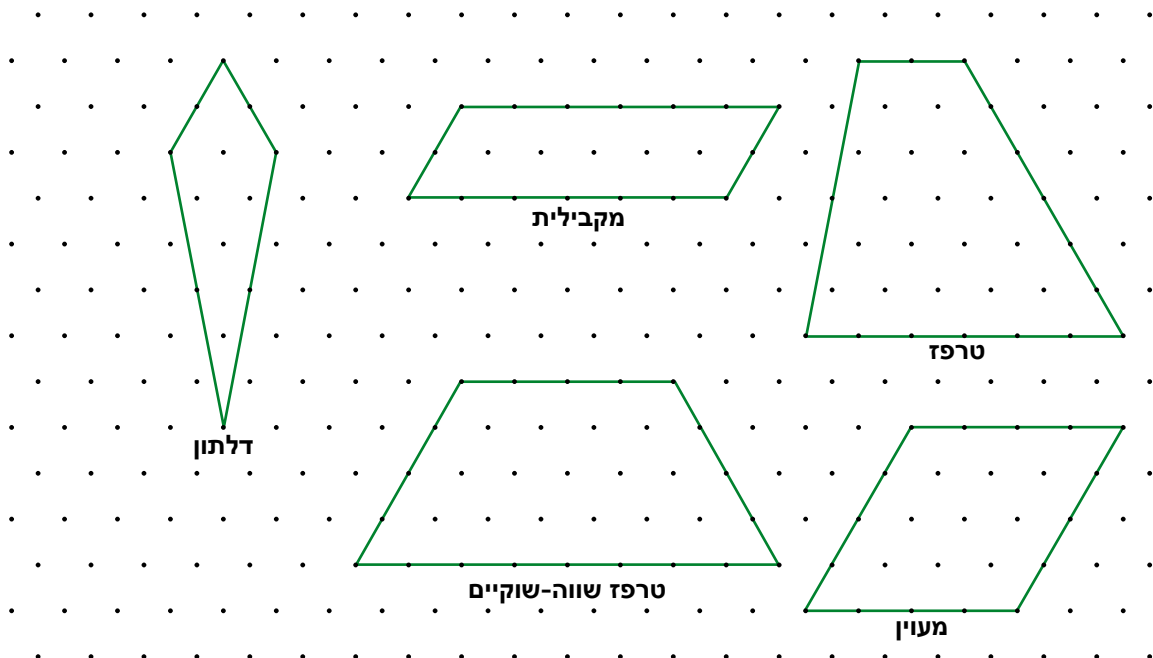
- ציינו לכל מרובע אם הקטע הצבוע באדום מחבר אמצעי צלעות סמוכות או אמצעי צלעות נגדיות.
- הדגישו בכל מרובע צלע או שרטטו אלכסון מקביל לקטע הצבוע באדום.



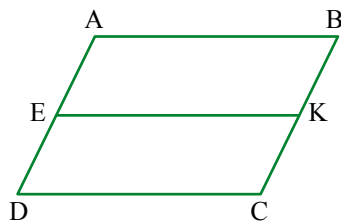
נבדוק תכונות של קטע המחבר אמצעי צלעות במרובעים.

אמצעי צלעות נגדיות

1. א. בכל מרובע סמנו נקודות אמצע של כל הצלעות וחברו אמצעים של צלעות נגדיות.



ב. באילו מהמרובעים הקטעים המחברים אמצעי צלעות נגדיות מקבילים לצלעות האחרות של המרובע?



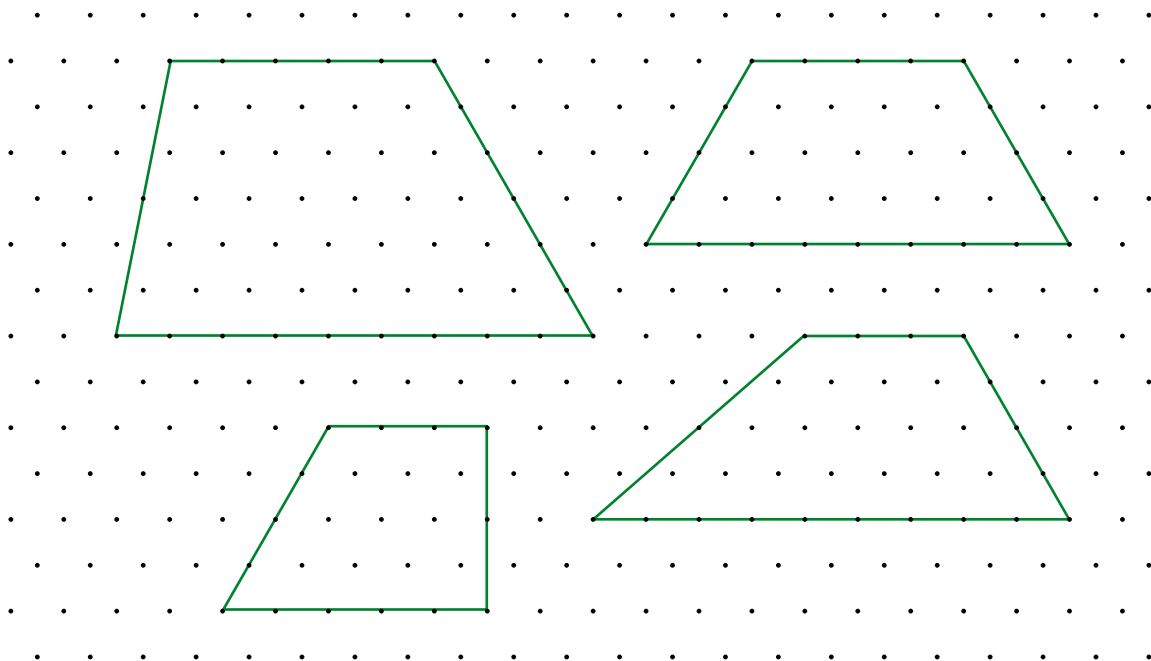
2. הקטע EK מחבר אמצעי צלעות נגדיות במקבילית.

א. על-סמך איזה משפט אפשר להסיק שהמרובע ABKE הוא מקבילית?

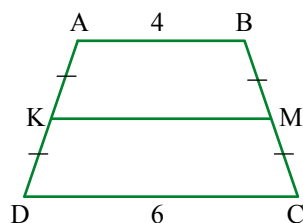
ב. **מסקנות:** $EK \parallel AB$ נמקו.

$EK = AB$ נמקו.

3. א. חִבְרוּ את אמצעי השוקיים של כל טרפז.



ב. לאילו צלעות מקביל הקטע המחבר אמצעי שוקיים של טרפז?



4. א. גִזְרוּ טרפז שווה-שוקיים ABCD.

שִׁרְטוּ את קטע KM המחבר את אמצעי השוקיים בטרפז. (השרטוט הוא להדגמה, ומידות האורך נתונות בס"מ.)

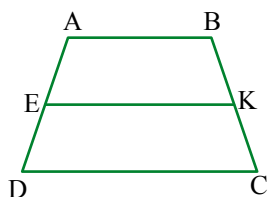


ב. קְפְלוּ את הטרפז שגזרתם, לאורך הקטע המחבר

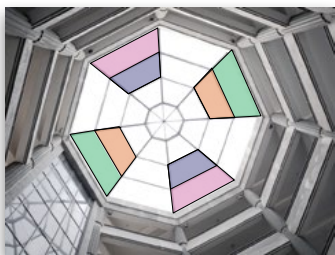
את אמצעי השוקיים (ראו שרטוט).

מהו סוג המרובע הצבוע?

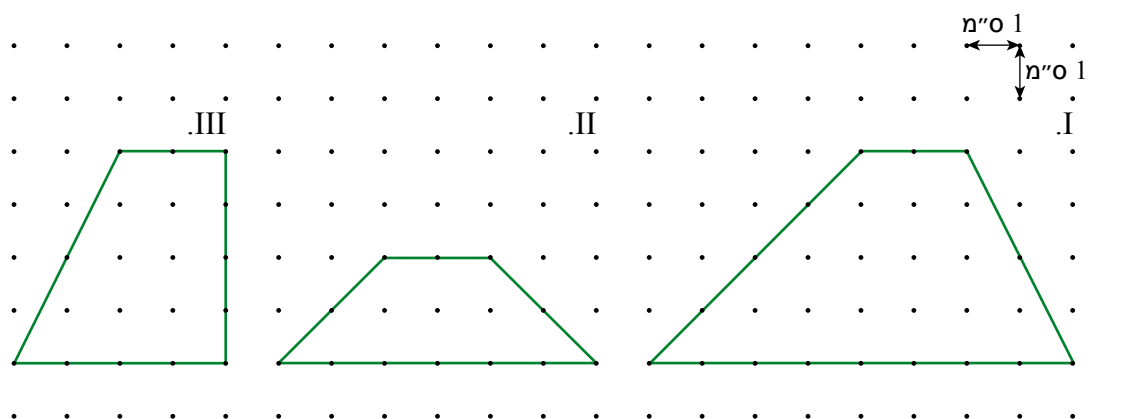
הסבירו מדוע הקטע KM מקביל לבסיסי הטרפז.



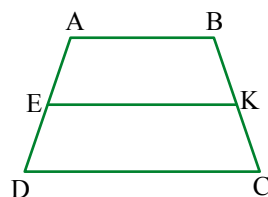
הגדרה: קטע המחבר את אמצעי השוקיים של טרפז, נקרא **קטע אמצעים** בטרפז.
למלה: בטרפז ABCD שבשרטוט EK הוא קטע האמצעים.



5. א. בכל טרפז שרטטו את קטע האמצעים של הטרפז.
 מצאו את אורכי הבסיסים ואת אורך הקטע ששרטטתם ורשמו אותם בשרטוט.
 (מרחק בין שתי נקודות סמוכות 1 ס"מ)



ב. מצאו את סכום אורכי הבסיסים.
 השווו עם אורך קטע האמצעים. מה מצאתם?



במשימות הקודמות: **קטע אמצעים** בטרפז מקביל לבסיסים ושווה באורכו למחצית סכום אורכי הבסיסים.

$$EK = \frac{AB + DC}{2} \quad EK \parallel DC \parallel AB \quad \text{למלה:}$$

אמצעי צלעות סמוכות

6.  מרובע ABCD

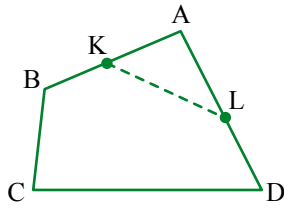
הנקודה K היא אמצע הצלע AB

הנקודה L היא אמצע הצלע AD

א. שרטטו את האלכסון BD.

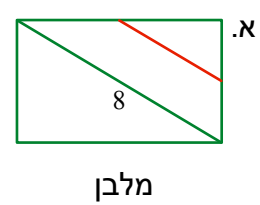
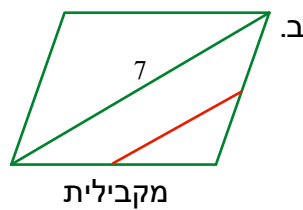
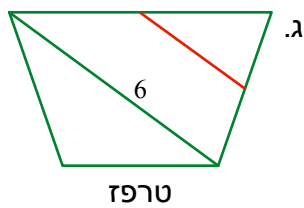
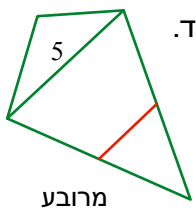
ב. הסבירו מדוע הקטע KL מקביל לאלכסון BD.

ג. מה הקשר בין אורך KL ובין אורך BD?



7. בכל מרובע הקטע הצבוע באדום מחבר אמצעי צלעות סמוכות.

מצאו את אורך הקטע הצבוע באדום.



8.  ABCD מעוין

אורך צלע המעוין 4 ס"מ.

גודל הזווית A 60° .

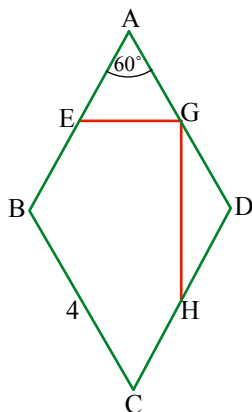
הנקודות E, G ו-H הן אמצעי צלעות במעוין (ראו שרטוט).

א. שרטטו את האלכסון BD. מה אורכו? נמקו.

ב. שרטטו את האלכסון AC וחשבו את אורכו. (היעזרו במשפט פיתגורס).

ג. מה אורך הקטע EG? נמקו.

ד. מה אורך הקטע GH? נמקו.

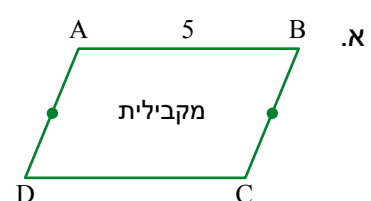
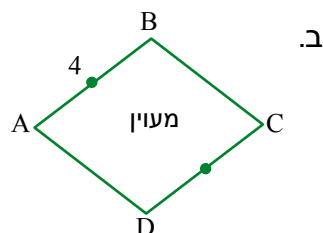
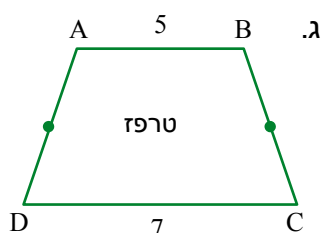


אוסף משימות



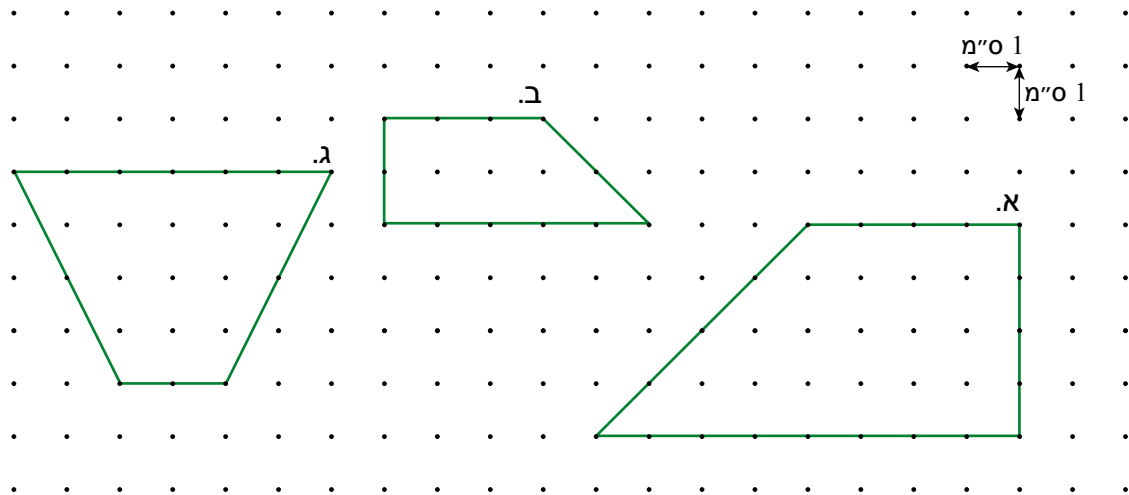
1. בכל אחד מהמרובעים שרטטו קטע המחבר אמצעי צלעות נגדיות (מסומנות).

ציינו לאיזה צלע הקטע מקביל, ומצאו את אורכו.





2. לכל טרפז שרטטו את קטע האמצעים של הטרפז.
מצאו את אורכי הבסיסים ואת אורך הקטע ששרטטתם ורשמו אותם בשרטוט.
(המרחק בין שתי נקודות סמוכות מייצג 1 ס"מ.)



3. בשרטוט ריבוע שאורך צלעו 4 ס"מ.



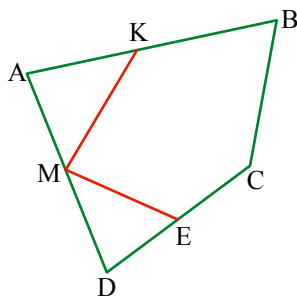
- א. חשבו את אורך אלכסון הריבוע.
ב. שרטטו וחשבו את אורך הקטע המחבר את אמצעי שתי צלעות סמוכות של הריבוע.



4. בכל סעיף הקטעים הצבועים באדום מחברים אמצעי צלעות במרובע.
שרטטו את אלכסוני המרובע, ומצאו את אורכי הקטעים הצבועים באדום.

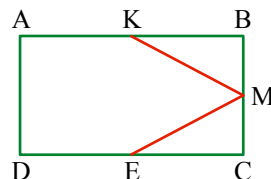
נתון:

ABCD מרובע
 $AC = 6$ ס"מ
 $BD = 8$ ס"מ



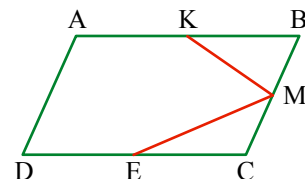
נתון:

ABCD מלבן
 $AC = 6$ ס"מ



נתון:

ABCD מקבילית
 $AC = 5$ ס"מ
 $BD = 6$ ס"מ

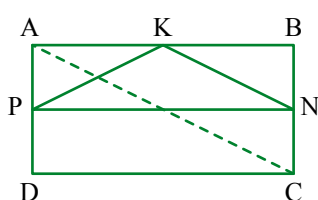




5. שרטטו שני מרובעים שונים כך שהקטע **האדום** יחבר אמצעי צלעות **נגדיות** במרובע.



6. שרטטו מרובעים שונים כך שהקטע **האדום** יחבר אמצעי צלעות **סמוכות** במרובע.

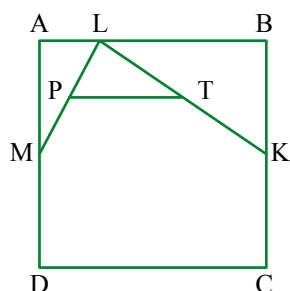


7. אורכי הצלעות של מלבן הם 9 ס"מ ו-12 ס"מ.

א. חשבו את אורך אלכסון המלבן.

ב. הנקודות K ו-P הם אמצעי צלעות במלבן. (ראו שרטוט).

חשבו את היקף המשולש PKN.



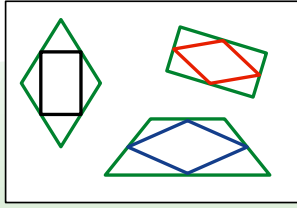
8. המרובע ABCD הוא ריבוע שאורך הצלע שלו 10 ס"מ.

הנקודות M ו-K הם אמצעי צלעות.

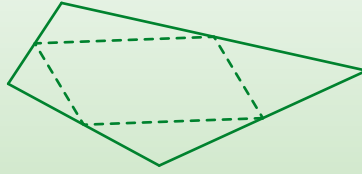
הנקודות P ו-T אמצעי הקטעים ML ו-KL. (ראו שרטוט).

מה אורך הקטע PT? הסבירו.

שיעור 3. אמצע לאמצע נחבר

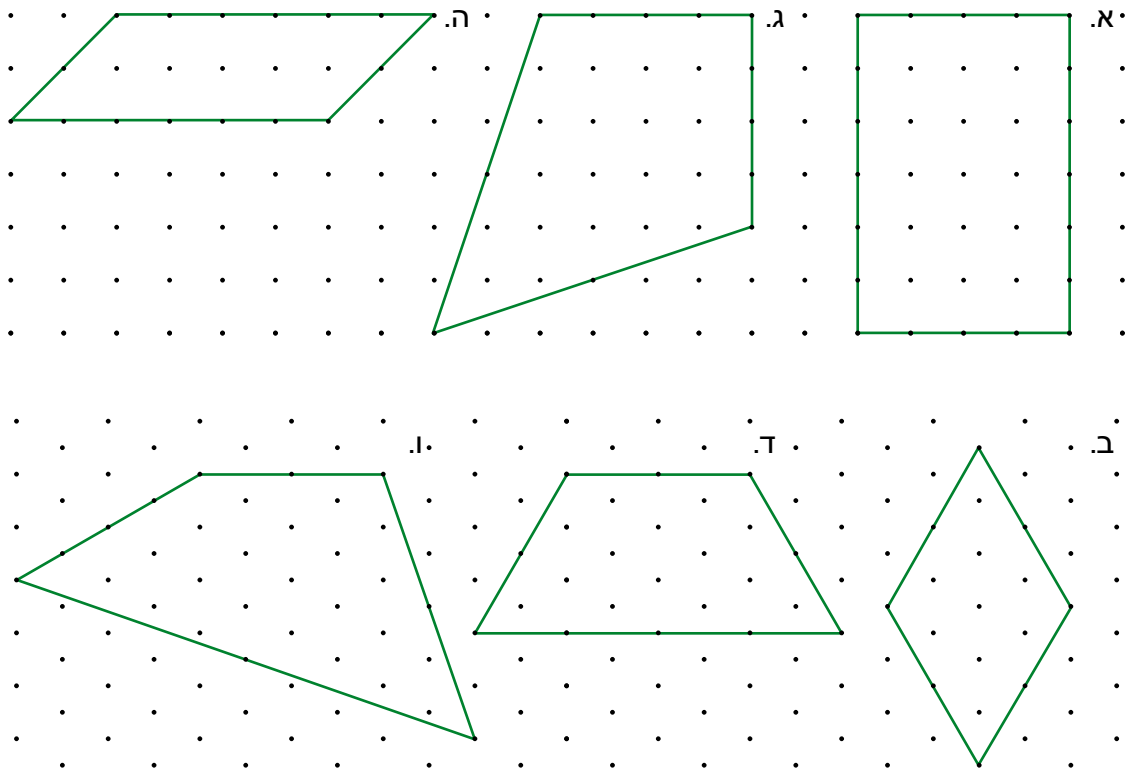


מחברים לפי הסדר את אמצעי הצלעות הסמוכות של מרובע.
איזה מרובע מתקבל?



נחקור אילו מרובעים מתקבלים כשמחברים אמצעי צלעות של מרובעים שונים.

1. בכל מרובע חברו אמצעי צלעות סמוכות, לפי הסדר, ורשמו איזה מרובע מתקבל.



2. מרובע ABCD נכון

הקטע KL מחבר את אמצעי הצלעות AB ו-AD

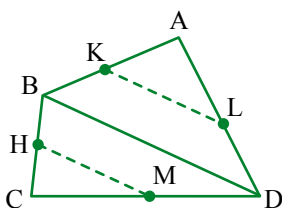
הקטע HM מחבר את אמצעי הצלעות BC ו-CD

א. מצאו קטעים מקבילים בשרטוט. הסבירו.

ב. מצאו קטעים שווים באורכם בשרטוט. נמקו.

ג. חברו את KH ואת LM.

מהו סוג המרובע KLMH? על איזה משפט הסתמכתם?





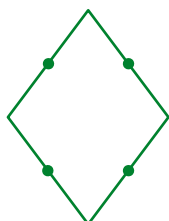
כשמחברים אמצעי **צלעות סמוכות** של מרובע לפי הסדר, מתקבלת **מקבילית**.



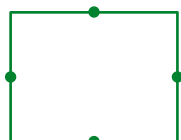
3. באתר "מתמטיקה משולבת", במדור "פעילויות באמצעות מחשב", תמצאו את הפעילות "אמצע לאמצע נחבר". בצעו את הפעילות לפי ההוראות.



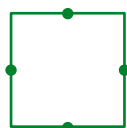
4. א. איזה סוג מרובע יתקבל אם נחבר לפי הסדר אמצעי צלעות של מעוין? הסבירו באמצעות תכונות האלכסונים במעוין.



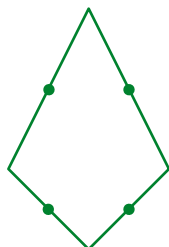
ב. איזה סוג מרובע יתקבל אם נחבר לפי הסדר אמצעי צלעות סמוכות של מלבן? הסבירו באמצעות תכונות האלכסונים במלבן.



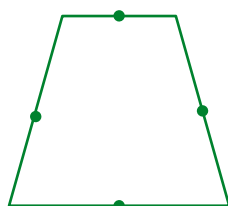
ג. איזה סוג מרובע יתקבל אם נחבר לפי הסדר אמצעי צלעות סמוכות של ריבוע? הסבירו באמצעות תכונות האלכסונים בריבוע.



ד. איזה סוג מרובע יתקבל אם נחבר לפי הסדר אמצעי צלעות סמוכות של דלתון? הסבירו באמצעות תכונות האלכסונים בדלתון.



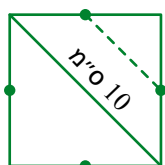
ה. איזה סוג מרובע יתקבל אם נחבר לפי הסדר אמצעי צלעות סמוכות של טרפז שווה-שוקיים? הסבירו באמצעות תכונות האלכסונים בטרפז שווה-שוקיים.



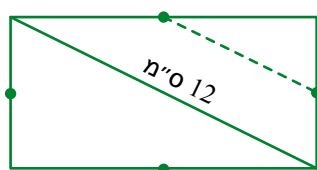


אוסף משימות

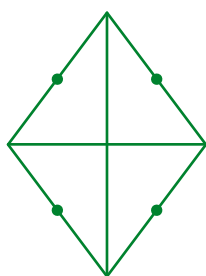
במשימות הבאות השרטוטים הם להדגמה, ומידות האורך נתונות בס"מ.



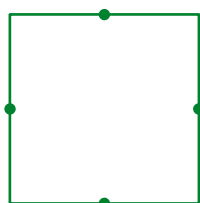
1.  אורך אלכסון הריבוע הוא 10 ס"מ
הנקודות המסומנות הן אמצעי צלעות הריבוע
- מהו סוג המרובע שהתקבל?
 - חברו אמצעי צלעות סמוכות לפי הסדר.
איזה סוג מרובע התקבל?
 - מה היקף המרובע שהתקבל?



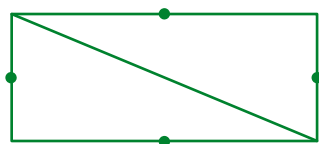
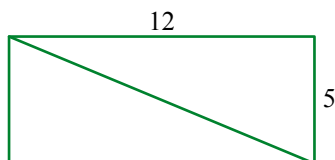
2.  אורך אלכסון המלבן הוא 12 ס"מ
הנקודות המסומנות הן אמצעי צלעות המלבן
- חברו אמצעי צלעות סמוכות לפי הסדר.
 - מהו סוג המרובע שהתקבל?
 - מה היקף המרובע שהתקבל?



3.  המרובע שבשרטוט הוא מעוין
הנקודות המסומנות הן אמצעי צלעות המעוין
אורכי האלכסונים במעוין 10 ס"מ, ו-6 ס"מ
- חברו אמצעי צלעות סמוכות לפי הסדר.
 - מהו סוג המרובע שהתקבל, הסבירו.
 - מה היקף המרובע שהתקבל?



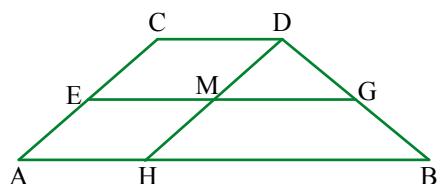
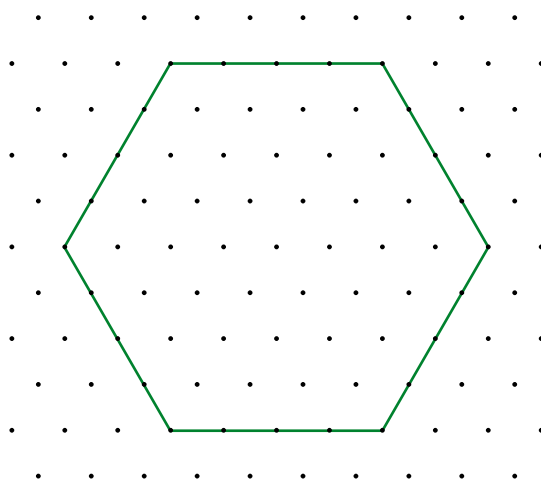
4.  אורך צלע הריבוע שבשרטוט הוא 6 ס"מ
הנקודות המסומנות הן אמצעי צלעות הריבוע
- חברו אמצעי צלעות סמוכות לפי הסדר.
 - איזה סוג מרובע התקבל?
 - מהם אורכי הצלעות של המרובע שהתקבל? הסבירו.



5. אורכי הצלעות של מלבן הם 12 ס"מ ו- 5 ס"מ.
א. חשבו את אורך אלכסון המלבן. (היעזרו במשפט פיתגורס).

- ב. הנקודות המסומנות הן אמצעי צלעות הריבוע.
חברו אמצעי צלעות סמוכות לפי הסדר.
ג. איזה סוג מרובע התקבל?
ד. מה היקף המרובע שהתקבל?

6. א. סמנו את אמצעי הצלעות של המשושה המשוכלל.
ב. חברו את האמצעים של צלעות סמוכות לפי הסדר.
ג. הסבירו מדוע כל הצלעות של המשושה שהתקבל שוות באורכן.
ד. חשבו גדלים של זוויות והסבירו מדוע כל הזוויות של המשושה שהתקבל שוות בגודלן.
ה. המשושה הפנימי הוא משושה משוכלל. הסבירו.



7. $ABDC$ טרפז שווה-שוקיים

$$CD = 2 \text{ ס"מ}$$

$$AB = 6 \text{ ס"מ}$$

DH מקביל לשוק AC

EG קטע אמצעים בטרפז $ABCD$

- א. חשבו את אורך קטע האמצעים בטרפז $ABCD$.
ב. הסבירו מדוע MG קטע אמצעים במשולש DBH .
ג. חשבו את אורך MG והסבירו.