

יחידה 28: בעיות מילוליות

שיעור 1. פותרים בעיות מילוליות בעזרת משתנים

לקראת הטיול השנתי קנו קבוצות תלמידים קופסאות שימורי תירס וקופסאות שימורי טונה בחנויות מכולת שונות.

במשימות הבאות נאסוף נתונים על הקניות האלה.

נפתור בעיות מילוליות בדרך חשבונית ובעזרת מערכת משוואות.



1. השלימו פרטים חסרים.

הקבוצה של מאיה			
המוצר	מספר הקופסאות	מחיר קופסה (בשקלים)	מחיר כולל בשקלים
שימורי תירס	4	5	
שימורי טונה	6	4	
סך-הכול			

הקבוצה של מיכל			
המוצר	מספר הקופסאות	מחיר קופסה (בשקלים)	מחיר כולל בשקלים
שימורי תירס		5	30
שימורי טונה		4	28
סך-הכול			

הקבוצה של חנה			
המוצר	מספר הקופסאות	מחיר קופסה (בשקלים)	מחיר כולל (בשקלים)
שימורי תירס	3		12
שימורי טונה	5		30
סך-הכול			



2. הקבוצה של **גלעד** קנתה קופסאות שימורי תירס וקופסאות שימורי טונה בסכום כולל של 90 שקלים. מחיר קופסת שימורי תירס 4 שקלים, ומחיר קופסת שימורי טונה 6 שקלים.

א. אם הקבוצה קנתה 6 קופסאות שימורי תירס, כמה קופסאות שימורי טונה היא קנתה?

ב. אם הקבוצה קנתה 5 קופסאות שימורי טונה, כמה קופסאות שימורי תירס היא קנתה?

ג. האם ייתכן שהקבוצה קנתה 10 קופסאות שימורי תירס? הסבירו.

ד. האם ייתכן שהקבוצה קנתה 24 קופסאות שימורי תירס? הסבירו.

ה. האם ייתכן שהקבוצה קנתה מספר שווה של קופסאות תירס ושל קופסאות טונה? הסבירו.

3. הקבוצה של **אלכס** והקבוצה של **יוסי** ערכו את קניותיהן באותה מכולת.

הקבוצה של אלכס			
המוצר	מספר הקופסאות	מחיר קופסה (בשקלים)	מחיר כולל (בשקלים)
שימורי תירס	8		
שימורי טונה	6		
סך-הכול			50

הקבוצה של יוסי			
המוצר	מספר הקופסאות	מחיר קופסה (בשקלים)	מחיר כולל (בשקלים)
שימורי תירס	4		
שימורי טונה	8		
סך-הכול			40

א. האם אפשר לקבוע, על-סמך נתונים אלה, מה מחירה של קופסת תירס ומה מחירה של קופסת טונה במכולת? הסבירו.

ב. סמנו ב- x את המחיר (בשקלים) של קופסת תירס במכולת ($x \geq 0$).

סמנו ב- y את המחיר (בשקלים) של קופסת טונה ($y \geq 0$).

השלימו פרטים חסרים בטבלאות בעזרת המשתנים x ו- y .

ג. רשמו מערכת משוואות, על-סמך שתי הטבלאות, ופתרו אותה.

ד. מה מחיר קופסת תירס?

מה מחיר קופסת טונה?



תזכורת

שלבי הפתרון של בעיה מילולית בעזרת משוואות הם:

- קובעים מה מייצג המשתנה (או מה מייצגים המשתנים).
 - בונים ביטויים אלגבריים מתאימים ורושמים תנאים מגבילים לבעיה.
 - רושמים משוואה (או מערכת משוואות) מתאימה.
 - פותרים את המשוואה (או את מערכת המשוואות).
 - בודקים אם פתרון המשוואה (או מערכת המשוואות) יכול להיות פתרון הבעיה, ורושמים תשובה מילולית.
- נמצא: במשימה 3,
- x מייצג את המחיר בשקלים של קופסת תירס ($x \geq 0$).
- y מייצג את המחיר בשקלים של קופסת טונה ($y \geq 0$).
- מערכת משוואות מתאימה:
- $$\begin{cases} 8x + 6y = 50 \\ 4x + 8y = 40 \end{cases}$$
- פתרון מערכת המשוואות:
- $$y = 3, x = 4$$
- תשובה:
- מחיר קופסת תירס 4 שקלים, ומחיר קופסת טונה 3 שקלים.

4. לפניכם נתונים על הקנייה שערכה הקבוצה של גיא.

הקבוצה של גיא			
המוצר	מספר הקופסאות	מחיר קופסה (בשקלים)	מחיר כולל (בשקלים)
שימורי תירס		7	
שימורי טונה		6	
סך-הכול	17		108

- א. האם אפשר לדעת, על-סמך נתונים אלה, כמה קופסאות מכל סוג קנתה הקבוצה של גיא? הסבירו.
- ב. סמנו ב- x את מספר קופסאות שימורי תירס ($x \geq 0$, x שלם).
- סמנו ב- y את מספר קופסאות שימורי טונה ($y \geq 0$, y שלם).
- השלימו פרטים חסרים בטבלה.
- ג. רשמו מערכת משוואות מתאימה, ופתרו אותה.
- ד. כמה קופסאות שימורי תירס קנו? כמה קופסאות שימורי טונה קנו?

5. בכל סעיף, פתרו את מערכת המשוואות, ובדקו את תשובותיכם.

א. $\begin{cases} 2x + y = 9 \\ x - y = 3 \end{cases}$ ב. $\begin{cases} x + 5y = 15 \\ x - 2y = 1 \end{cases}$ ג. $\begin{cases} 2x + 5y = -4 \\ 2x - 5y = 16 \end{cases}$ ד. $\begin{cases} 3x = 18 \\ 2x + 3y = 18 \end{cases}$

קופסאות שימורים



בשנת 1800 הציעה ממשלת נפוליאון פרס כספי גבוה למי שימצא שיטה זולה ויעילה לשימור כמויות גדולות של מזון שישמשו את הצבא הצרפתי במסעותיו.



הזוכה היה קונדיטור צרפתי שהמציא בשנת 1809 שיטה לשימור מזון בצנצנות זכוכית.

בהמשך פותחה קופסת השימורים, שהיא פחית אטומה שהמזון שבה עבר תהליך עיקור להשמדת מיקרואורגניזמים מזיקים. פותחן קופסאות השימורים הומצא רק 30 שנה מאוחר יותר. עד אז פתחו החיילים את קופסאות השימורים בעזרת כידון או אבן חדה. בניגוד לאמונה המקובלת, לא תמיד מכילים השימורים חומרים משמרים. אין לשמור מזון בקופסת השימורים לאחר פתיחתה.



אוסף משימות



1. מחיר בול אחד 3 שקלים ומחיר מעטפה אחת 2 שקלים.
רוני קנתה בסך-הכול 30 בולים ומעטפות, ושילמה 84 שקלים.
 א. נסמן ב- x את מספר הבולים ($x \geq 0$, x שלם) שקנתה **רוני**.
 נסמן ב- y את מספר המעטפות ($y \geq 0$, y שלם), שקנתה **רוני**.

השלימו טבלה.

מספר בולים / מעטפות	מחיר (בשקלים) של בול אחד או של מעטפה אחת	מחיר כולל (בשקלים)
x		
y		
30		84

ב. כתבו מערכת משוואות מתאימה, ופתרו אותה.

ג. כמה בולים וכמה מעטפות קנתה **רוני**?



2. מחיר כדור טניס 5 שקלים ומחיר כדור פינג-פונג 2 שקל.

עמית קנה 15 כדורים בסך-הכול, ושילם 48 שקלים.

א. השלימו את הטבלה.

מספר הכדורים	מחיר (בשקלים) של כדור אחד	מחיר כולל (בשקלים)
כדורי טניס		
כדורי פינג-פונג		
סך-הכול		

ב. כתבו מערכת משוואות מתאימה, ופתרו אותה.

ג. כמה כדורי טניס קנה **עמית**?

כמה כדורי פינג-פונג קנה **עמית**?



3. **מר ישראלי** קונה בכל חודש בולי דואר ומעטפות, בסכום כולל של 55 שקלים.

מחיר בול אחד 3 שקלים ומחיר מעטפה אחת 2 שקלים.

א. בחודש תשרי קנה מר ישראלי 15 בולים. כמה מעטפות הוא קנה?

ב. בחודש חשוון קנה מר ישראלי 8 מעטפות. כמה בולים הוא קנה?

ג. האם ייתכן שמר ישראלי קנה בחודש אחד 9 בולים? הסבירו.

ד. האם ייתכן שמר ישראלי קנה בחודש אחד 20 בולים? הסבירו.

ה. האם ייתכן שמר ישראלי קנה בחודש אחד מספר שווה של בולים ומעטפות? הסבירו.



4. מחיר כרטיס כניסה למוזיאון: למבוגרים x שקלים ($x \geq 0$), ולילדים y שקלים ($y \geq 0$).

א. במשפחת **גולן** 2 מבוגרים ו-7 ילדים. המשפחה שילמה עבור הכניסה למוזיאון 275 שקלים.

קשמו משוואה מתאימה.

ב. במשפחת **לוי** 2 מבוגרים ו-5 ילדים. המשפחה שילמה עבור הכניסה למוזיאון 225 שקלים.

קשמו משוואה מתאימה.

ג. פתרו את מערכת המשוואות.

ד. מה מחיר כרטיס למבוגרים?

ה. מה מחיר כרטיס לילדים?

ו. כמה תשלם עבור כניסה למוזיאון, קבוצה שבה 5 מבוגרים ו-3 ילדים?



5. **יערית וגלעד** קנו מחקים ועפרונות בחנות למכשירי כתיבה.

יערית קנתה 4 מחקים ו- 5 עפרונות, ושילמה 23 שקלים.

גלעד קנה 8 מחקים ו- 6 עפרונות, ושילם 34 שקלים.

א. כתבו מערכת משוואות מתאימה, ופתרו אותה.

ב. מה מחיר מחק?

מה מחיר עפרון?



6. **לילך** קנתה 3 שקיות שוקו ו- 4 קרטוני חלב, ושילמה 34 שקלים.

תומר קנה 4 שקיות שוקו ו- 3 קרטוני חלב, ושילם 32.5 שקלים.

מה מחיר שקית שוקו אחת?

מה מחיר קרטון חלב אחד?



7. לפניכם המשוואה $2x + 3y = 18$

מצאו את כל הפתרונות של המשוואה, שהם זוגות של מספרים טבעיים.



8. בכל סעיף, פתרו את מערכת המשוואות ובדקו את תשובותיכם.

א. $\begin{cases} 2x + y = 4 \\ 3x - y = 21 \end{cases}$ ג. $\begin{cases} x + 3y = 9 \\ 2x + 3y = 15 \end{cases}$ ה. $\begin{cases} 2x - y = 7 \\ 3x + 2y = 28 \end{cases}$

ב. $\begin{cases} x + 2y = 4 \\ x - y = 1 \end{cases}$ ד. $\begin{cases} 2x - y = 7 \\ x + 2y = 1 \end{cases}$ ו. $\begin{cases} 3x - 2y = 1 \\ 7x + 2y = 9 \end{cases}$



9. בכל סעיף, פתרו את מערכת המשוואות ובדקו את תשובותיכם.

א. $\begin{cases} 3x + 2y = 7 \\ 6x + 5y = 16 \end{cases}$ ג. $\begin{cases} 3x - y = 5 \\ x + y + 3 = 0 \end{cases}$ ה. $\begin{cases} 3x + 5y = 10 \\ 2x + 3y = 11 \end{cases}$

ב. $\begin{cases} x + y = 8 \\ x - 2y = 5 \end{cases}$ ד. $\begin{cases} 2x + 5y = 8 \\ 3x + 2y = 12 \end{cases}$ ו. $\begin{cases} 6x + 5y = 7 \\ 4x + 3y = 5 \end{cases}$



שיעור 2. משתנה אחד או שני משתנים?

פתרון בעיות בעזרת משתנה אחד או בעזרת שני משתנים

מחיר כרטיס להצגת תיאטרון 60 שקלים, ומחיר כרטיס לסרט קולנוע 30 שקלים.
התלמידים קנו 24 כרטיסים (חלקם לתיאטרון וחלקם לקולנוע) ושילמו 960 שקלים.
כמה כרטיסים מכל סוג קנו התלמידים?

נפתור בעיות בדרכים שונות.

במשימות 1 – 4 נתייחס לנתונים במשימת הפתיחה.

1. פתרון בעזרת שני משתנים

עומר סימן ב- x את מספר הכרטיסים לתיאטרון (x מספר טבעי), וב- y את מספר הכרטיסים לקולנוע (y מספר טבעי).

א. השלימו טבלה.

כמות	מחיר כרטיס (בשקלים)	מחיר כולל (בשקלים)
x		
y		
24		960

ב. **עומר** רשם מערכת משוואות

$$\begin{cases} x + y = 24 \\ 60x + 30y = 960 \end{cases}$$

האם המשוואות מתארות את סיפור הבעיה? הסבירו.

ג. פתרו את מערכת המשוואות, ומצאו כמה כרטיסים מכל סוג קנו התלמידים.

2. פתרון בעזרת משתנה אחד

שירלי סימנה ב- x את מספר הכרטיסים לתיאטרון שקנו התלמידים ($x < 24$, x מספר טבעי).

א. השלימו טבלה.

כמות	מחיר כרטיס (בשקלים)	מחיר כולל (בשקלים)
x		
$24 - x$		
24		960

ב. הסבירו מדוע x צריך להיות מספר טבעי, ומדוע הוא צריך להיות קטן מ-24.

ג. **שירלי** רשמה את המשוואה $60x + 30(24 - x) = 960$

האם המשוואה מתארת את סיפור הבעיה? הסבירו.

ד. פתרו את המשוואה, ומצאו כמה כרטיסים מכל סוג קנו התלמידים.



תזכורת

בפתרון בעיות בעזרת משוואות, מסמנים גדלים שאינם ידועים בעזרת משתנים. לבחירות שונות של המשתנים, מתאימים ביטויים שונים ומשוואות שונות. הפתרונות של המשוואות שונים, אך התשובה לבעיה זהה.

מל/כ:

במשימה 2	במשימה 1	
x	x	מספר כרטיסים לתיאטרון
$24 - x$	y	מספר כרטיסים לקולנוע
$x < 24$, x מספר טבעי	x מספר טבעי, y מספר טבעי	תנאים על המשתנים
$60x + 30(24 - x) = 960$	$\begin{cases} x + y = 24 \\ 60x + 30y = 960 \end{cases}$	משוואה/משוואות
$x = 8$	$x = 8, y = 16$	פתרון
8 כרטיסים לתיאטרון	8 כרטיסים לתיאטרון	תשובה לבעיה
16 כרטיסים לקולנוע	16 כרטיסים לקולנוע	

3. פתרון מספרי

הדר אמרה: אני מחשבת את המחיר במקרים השונים ומשלימה בטבלה, עד שאני מגיעה לתשובה. השלימו טבלה לפי ההצעה של **הדר**, ופתרו את הבעיה.

מספר כרטיסים לתיאטרון	23	22	...
מספר כרטיסים לקולנוע	1	2	...
מחיר כולל (בשקלים)	750	780	...



4. דונו ביתרונות ובחסרונות של כל דרך פתרון.

5. פתרו את הבעיה הבאה בדרך הנוחה לכם.
 בחווה של דוד משה יש בסך-הכול 50 פרות ותרנגולות.
 מספר הרגליים של הפרות ושל התרנגולות ביחד הוא 128.
 כמה פרות וכמה תרנגולות בחווה של דוד משה?

6. בכל סעיף, פתרו את מערכת המשוואות.

ג.
$$\begin{cases} 2x - 3y = 5 \\ 4x + 3y = 19 \end{cases}$$

ב.
$$\begin{cases} -3x + 2y = 18 \\ 3x + 5y = 3 \end{cases}$$

א.
$$\begin{cases} x + y = 15 \\ 2x - 3y = 0 \end{cases}$$



1. סכום שני מספרים הוא 16.

אם נכפול את המספר האחד ב- 2 ואת המספר האחר ב- 3, ונחבר את המכפלות נקבל 28. מהם המספרים?



2. קבוצה של 20 מבוגרים וילדים יצאה לטיול.

מחיר כרטיס למבוגרים 150 שקלים, ומחיר כרטיס לילדים 90 שקלים.

מחיר הטיול לכל הקבוצה 2,280 שקלים.

כמה מבוגרים היו בקבוצה?

כמה ילדים היו בקבוצה?



3. קבוצה של 40 מבוגרים וילדים יצאה לטיול.

מחיר הטיול למבוגרים 150 שקלים, ומחיר הטיול לילדים 90 שקלים.

מחיר הטיול לכל המבוגרים היה שווה למחיר הטיול לכל הילדים.

כמה מבוגרים היו בקבוצה?

כמה ילדים היו בקבוצה?



4. מחיר עט 7 שקלים ומחיר עיפרון 4 שקלים.

ירון קנה 24 עטים ועפרונות, ושילם 126 שקלים.

כמה עטים קנה **ירון**?

כמה עפרונות קנה **ירון**?



5. מחיר חוברת למתמטיקה 25 שקלים, ומחיר חוברת ללשון 20 שקלים.

המורה קנתה 42 חוברות למתמטיקה וללשון, ושילמה 960 שקלים.

כמה חוברות למתמטיקה קנתה המורה?

כמה חוברות ללשון קנתה המורה?





6. חברו כל מערכת משוואות אל הפתרון שלה.
 קשמו בטבלה אותיות מתחת למספרים המתאימים.

ב	(3, -1)	•	$\begin{array}{l} 5x - y = 2 \\ x = 1 \end{array}$	(1)
ד	(1, 3)	•	$\begin{array}{l} x + y = 2 \\ 2x - y = -5 \end{array}$	(2)
כ	(3, 1)	•	$\begin{array}{l} 7x + y = 20 \\ 2x - y = 7 \end{array}$	(3)
י	(-1, 3)	•	$\begin{array}{l} x + y = 4 \\ x - 2y = 1 \end{array}$	(4)
ה	(-3, 1)	•	$\begin{array}{l} x + 4y = 1 \\ y = 1 \end{array}$	(5)
ל	(1, -3)	•	$\begin{array}{l} 4x + y = 1 \\ x - y = 4 \end{array}$	(6)
			$\begin{array}{l} x + y = 4 \\ x - y = 2 \end{array}$	(7)

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)

(6)	(7)



7. הפתרון של שתיים מהמערכות הבאות הוא (1, -2). מצאו אותן.
 מה הפתרונות של המערכות האחרות?

ה. $\begin{cases} x + y = 1 \\ y - x = 3 \end{cases}$	ג. $\begin{cases} x + y = 1 \\ x - y = 3 \end{cases}$	א. $\begin{cases} x + y = -1 \\ 4x - y = 6 \end{cases}$
ו. $\begin{cases} 3x = 3 \\ 3x + y = 1 \end{cases}$	ד. $\begin{cases} x + 2y = 0 \\ 2x + 3y = 1 \end{cases}$	ב. $\begin{cases} 2x + y = 0 \\ 2x + 3y = 4 \end{cases}$



8. הסכום של שלושה מספרים הוא 20.
 המספר הראשון מיוצג על-ידי x , המספר השני מיוצג על-ידי y , והמספר השלישי מיוצג על-ידי $2x$.
 סכום המספרים הראשון והשני גדול פי 4 מהמספר השלישי.
 מצאו את שלושת המספרים.

שיעור 3. מפשטים ופותרים



נתונה מערכת המשוואות:

$$\begin{cases} 3x + y + 4x - 5x = 13 \\ 8x - 2y + y - 6x = 7 \end{cases}$$

הדר הציעה לפשט ולסדר כל משוואה, ואחר-כך לפתור.

פשטו את המשוואות ורשמו את מערכת המשוואות שהתקבלה.

נפשט משוואות ונפתור מערכות של משוואות.

מסדרים ופותרים

1. פתרו את מערכת המשוואות שבמשימת הפתיחה.

2. פתרו את המערכות הבאות.

נתונה מערכת המשוואות:

$$\begin{cases} 3x + 2 + 4y = 6 - y \\ 9x - 10 - 3y = 5x + 5 \end{cases}$$

נפשט ונסדר כל משוואה, כך שתהיה מהצורה $\square \cdot x + \square \cdot y = \square$

$$\begin{cases} 3x + 2 + 4y = 6 - y / -2 + y \\ 9x - 10 - 3y = 5x + 5 / +10 - 5x \end{cases}$$

קיבלנו את מערכת המשוואות:

$$\begin{cases} 3x + 5y = 4 \\ 4x - 3y = 15 \end{cases}$$

נפתור את המערכת:

$$3x + 5y = 4 / \cdot 3$$

$$4x - 3y = 15 / \cdot 5$$

$$9x + 15y = 12$$

$$+ 20x - 15y = 75$$

$$29x = 87 / : 29$$

$$x = 3$$

נציב באחת המשוואות (נניח במשוואה הראשונה) ונחשב את y

$$3 \cdot 3 + 2 + 4y = 6 - y$$

$$11 + 4y = 6 - y / + y - 11$$

$$5y = -5 / : 5$$

$$y = -1$$

פתרון המערכת (3, -1)

א. $5x + 4y = 14$
 $3x - 1 = 3 + 2y$

ב. $2x + 3y - 2x = 9$
 $2y + 4x = 8 + 3x$

ג. $2x + 3 + y + 2 = 10$
 $3x + 2 + 4y = 2$

3. נתונות שתי מערכות של משוואות בשני משתנים.

$$\begin{cases} x - 2y = 8 & \text{(II)} \\ 2x - y = 1 \end{cases} \quad \begin{cases} 4x + 3y = 5y + 3x + 8 & \text{(I)} \\ 2x + 3y = 4y + 1 \end{cases}$$

יערית אמרה: לשתי המערכות אותו פתרון.

האם **יערית** צודקת? הסבירו.



כדי לפתור מערכת משוואות, כדאי **לסדר** כל משוואה שתהיה מהצורה $\square \cdot x + \square \cdot y = \square$

נזכר: במשימת הפתיחה, נתונה המערכת:

$$\begin{cases} 3x + y + 4x - 5x = 13 \\ 8x - 2y + y - 6x = 7 \end{cases}$$

לאחר פישוט וסידור המשוואות, נקבל את המערכת:

$$\begin{cases} 2x + y = 13 \\ 2x - y = 7 \end{cases}$$

מפשטים, מסדרים ופותרים

4. בכל סעיף, פשטו ומצאו את הפתרון של מערכת המשוואות.

נזכר:

$$\begin{cases} 4(x + 3) + 5(y - 4) = 5 \\ 6(x + 1) = 21 - 3y \end{cases}$$

נפשט ונסדר את המשוואה הראשונה: נפשט ונסדר את המשוואה השנייה:

$$6(x + 1) = 21 - 3y$$

$$6x + 6 = 21 - 3y \quad / -6$$

$$6x = 15 - 3y \quad / +3y$$

$$6x + 3y = 15 \quad \text{נקבל:}$$

$$4x + 5y = 13 \quad / \cdot (-3) \quad \text{נרשום כמערכת משוואות מסודרת ונפתור}$$

$$6x + 3y = 15 \quad / \cdot 5$$

$$-12x - 15y = -39$$

$$+ \quad 30x + 15y = 75$$

$$18x = 36 \quad / : 18$$

$$y = 1, x = 2$$

פתרון המערכת (2, 1)

א. $2x + 3(y - 2) = 6$
 $4(x - 1) + 3y = 14$

ב. $5(x - 1) + y = 10$
 $2x + 3 = 3y - 8$

ג. $2(x + 3) + 5y = 11$
 $3y + 2 = 5 - 4x$



5. על שני מדפים מונחים ספרים.



נסמן ב- x את מספר הספרים במדף העליון ($x \geq 0$, מספר שלם).

נסמן ב- y את מספר הספרים במדף התחתון ($y \geq 0$, מספר שלם).

• אם מוסיפים למדף העליון 2 ספרים, ולמדף התחתון 17 ספרים, יהיה בשני המדפים מספר שווה של ספרים.

• אם מוסיפים למדף העליון 16 ספרים, ולמדף התחתון 3 ספרים, יהיה מספר הספרים במדף העליון פי 2 ממספר הספרים במדף התחתון.

א. בחרו מהרשימה שתי משוואות המתאימות לתוכן הבעיה.

$$x + y = 17 + 2 \quad x + 17 = y + 2 \quad x + 2 = y + 17$$

$$2(x + 3) = y + 16 \quad x + 16 = 2(y + 3) \quad 2(x + 16) = y + 3$$

ב. פתרו את מערכת המשוואות שקיבלתם.

כמה ספרים על כל מדף?



אוסף משימות



1. בכל סעיף, פתרו את מערכת המשוואות.

$$\begin{array}{lll} \text{א.} & x + y = 5 & \text{ג.} & 2x + 3y - 6 = 0 \\ & 2x - y + 1 = 8 & & y - x - 1 = 6 \end{array}$$

$$\begin{array}{lll} \text{ב.} & x + 2y = 3 & \text{ד.} & x - 1 = 3y \\ & 2x + y = x + 4 & & x + 4y = 8 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{ה.} & x + 2y = 9 - x \\ & 2x - 7 = 2y \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{ו.} & 5x + 3y = x + 11 \\ & 5x - 7 = y + 2 \end{array}$$



2. בכל סעיף, פתרו את מערכת המשוואות.

$$\begin{array}{ll} \text{א.} & 4x - 1 = 2y + 3 \\ & x + 4 = 5 - 3y \end{array}$$

$$\begin{array}{ll} \text{ב.} & 2x + y = x + 10 \\ & x + y = 3y - x + 4 \end{array}$$

$$\begin{array}{ll} \text{ג.} & 3x + 2y = x + y + 7 \\ & x + y = 4y - 4x + 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{ד.} & 2y + 4x = 72 \\ & y + 2x - 25 = 55 - 2y \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{ה.} & 2x + 2y - 5 = 5 + 2y \\ & 7x - 2y + y = 6x + 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{ו.} & 2y + 8 = 4x - 3y \\ & 6x - y = 2x + 2y \end{array}$$



3. בכל סעיף, פתרו את מערכת המשוואות.

א. $x + 2(y - 2) = 0$
 $2(x - 1) + y = 3$

ב. $2(x + 3) + 5y = 11$
 $5 - 4x = 3y + 2$

א. $x + y = 9$
 $5(x + 1) - 4y = 5$



4. בכל סעיף, פתרו את מערכת המשוואות.

א. $2x + 7 = 10 + y$
 $3x - 2(x + y) = 3$

ב. $x + 2(y - 2) = 1$
 $3y + 2(x - y) = 4$

א. $3(x + y) + y = 8$
 $2(x - y) + 3y = 7$



5. א. בשני חדרים ביחד 32 ילדים.

נסמן ב- x את מספר הילדים בחדר א (x מספר טבעי).

נסמן ב- y את מספר הילדים בחדר ב (y מספר טבעי).

כתבו משוואה מתאימה.

ב. לחדר א נוספו 8 ילדים.

לחדר ב נוספו 2 ילדים.

לאחר התוספת היה מספר הילדים בחדר א שווה למספר הילדים בחדר ב.

כתבו משוואה מתאימה.

ג. כתבו מערכת משוואות על-סמך הסעיפים הקודמים, ופתרו אותה.

כמה ילדים היו בחדר א בהתחלה?

כמה ילדים היו בחדר ב בהתחלה?



6. **לרועי ולנטע** שתי קופסאות בהן אותו מספר של חרוזים ירוקים וחרוזים אדומים.

נסמן ב- x את מספר החרוזים הירוקים בכל קופסה (x מספר טבעי, $x > 6$).

נסמן ב- y את מספר החרוזים האדומים בכל קופסה (x מספר טבעי, $y > 8$).

א. **רועי** הוציא מהקופסה שלו 6 חרוזים ירוקים, והוסיף לקופסה 8 חרוזים אדומים,

כתוצאה מכך מספר החרוזים הירוקים בקופסה של **רועי** שווה למספר החרוזים האדומים.

כתבו משוואה מתאימה.

ב. **נטע** הוסיפה לקופסה שלה 8 חרוזים ירוקים, והוציאה מהקופסה 2 חרוזים אדומים.

כתוצאה מכך היו 50 חרוזים בקופסה של **נטע** (ירוקים ואדומים ביחד).

כתבו משוואה מתאימה.

ג. כתבו מערכת משוואות על-סמך הסעיפים הקודמים, ופתרו אותה.

כמה חרוזים ירוקים היו בהתחלה בכל קופסה?

כמה חרוזים אדומים היו בהתחלה בכל קופסה?

שיעור 4. פותרים בעיות מילוליות בעזרת איזון

קבוצות של תלמידים קיבלו שני כלים המכילים נוזלים, בכלי אחד **מים** ובכלי האחר **מיץ**.

x מייצג את נפח **המים** בסמ"ק בכלי האחד ($x > 0$).

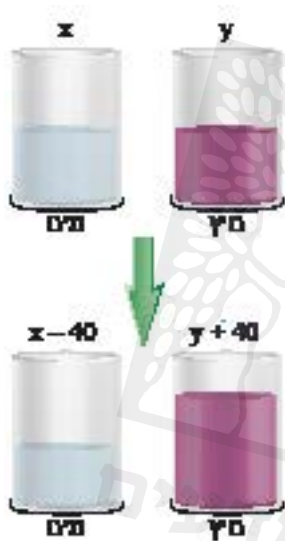
y מייצג את נפח **המיץ** בסמ"ק בכלי האחר ($y > 0$).

ננסה למצוא אם אפשר, את נפח המים ואת נפח המיץ, שהיו בכל כלי בהתחלה במקרים שונים.

נפתור בעיות מילוליות בעזרת איזון.

במשימות 1 – 4 נתייחס לנתונים במשימת הפתיחה.

1. בקבוצה של **אמיר**



א. **בהתחלה** היה נפח המים **שווה** לנפח המיץ.

רשמו משוואה למצב בהתחלה.

ב. העבירו 40 סמ"ק מן הכלי של המים אל הכלי של המיץ.

השלימו ביטויים אלגבריים מתאימים.

לאחר ההעברה: נפח **המים** בכלי _____ סמ"ק,

נפח **המיץ** בכלי _____ סמ"ק.

אילו ערכים מתאימים ל- x לפי תנאי הבעיה?

אילו ערכים מתאימים ל- y לפי תנאי הבעיה?

לאחר ההעברה נפח המיץ היה פי 2 מנפח המים.

איזו מהמשוואות הבאות מתארת את הקשר בין נפח המים לנפח המיץ לאחר ההעברה?

$$2(x - 40) = y + 40 \quad x - 40 = 2(y + 40)$$

ג. כתבו מערכת משוואות על-סמך הסעיפים הקודמים, ופתרו אותה.

מה נפח המים ומה נפח המיץ שהיו בכלים **בהתחלה**?



תזכורת

אם רוצים לרשום משוואה על כמויות שאינן שוות, יוצרים **איזון** בין האגפים כך:

מקטינים את הכמות הגדולה יותר, או **מגדילים** את הכמות הקטנה יותר.

דוגמה: בקבוצה של **אמיר**, לאחר ההעברה, אפשר:

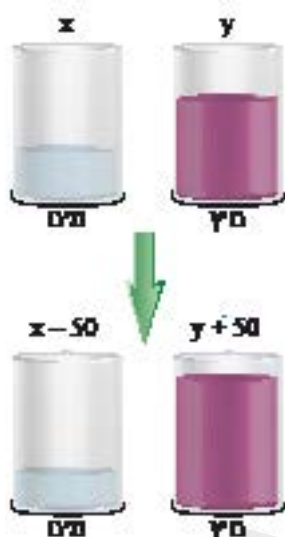
לכפול את נפח המים ב- 2 (הנפח הקטן יותר)

או

לחלק את נפח המיץ ב- 2 (הנפח הגדול יותר)

$$2 \cdot \underbrace{(x - 40)}_{\text{נפח המים}} = \underbrace{y + 40}_{\text{נפח המיץ}}$$

$$\underbrace{x - 40}_{\text{נפח המים}} = \underbrace{(y + 40) : 2}_{\text{נפח המיץ}}$$



2. בקבוצה של אורלי

א. **בהתחלה** היה נפח המיץ פי 2 מנפח המים.

רשמו משוואה למצב בהתחלה.

ב. העבירו 50 סמ"ק מן הכלי של המים אל הכלי של המיץ.

השלימו ביטויים אלגבריים מתאימים.

לאחר ההעברה: נפח **המים** בכלי _____ סמ"ק

נפח **המיץ** בכלי _____ סמ"ק.

אילו ערכים מתאימים ל- x לפי תנאי הבעיה?

אילו ערכים מתאימים ל- y לפי תנאי הבעיה?

לאחר ההעברה נפח המיץ הוא פי 4 מנפח המים.

רשמו משוואה המתארת את הקשר בין נפח המים

לנפח המיץ לאחר ההעברה.

ג. רשמו מערכת משוואות על-סמך הסעיפים הקודמים, ופתרו אותה.

מה נפח המים ומה נפח המיץ שהיו בכלים בהתחלה?



3. בקבוצה של הדר

בהתחלה היה נפח הנוזל בשני הכלים ביחד 160 סמ"ק.

לאחר-מכן, הוסיפו לכלי של המים 20 סמ"ק, ושפכו מהכלי של המיץ 30 סמ"ק.

ואז נפח המים היה פי 2 מנפח המיץ.

איזו מבין מערכות המשוואות מתאימה לסיפור? הסבירו.

$$\begin{cases} x + y = 160 \\ 2(x + 20) = y - 30 \end{cases} \quad \text{I.}$$

$$\begin{cases} x + y = 160 \\ 2(x + 20) = y - 30 \end{cases} \quad \text{II.}$$

4. בכל סעיף, מצאו את נפח המים ואת נפח המיץ שהיו בכלים בהתחלה.

המצב בהתחלה	הפעולה שבצעו	לאחר הפעולה	
א. נפח הנוזל בשני הכלים ביחד 120 סמ"ק	העבירו 30 סמ"ק מהכלי של המים אל הכלי של המיץ	נפח הנוזל בשני הכלים שווה	
ב. נפח הנוזל בשני הכלים שווה	הוסיפו 10 סמ"ק לכלי עם המים הוסיפו 60 סמ"ק לכלי עם המיץ	נפח המיץ הוא פי 2 מנפח המים	

5. בכל סעיף, פתרו את מערכת המשוואות, ובדקו את תשובותיכם.

$$\begin{cases} 2(x + y) = -6 \\ 3x + 4y - 12x = 40 \end{cases} \quad \text{א.}$$

$$\begin{cases} 2(x - 1) + 3y = 9 \\ 3(x + 2) + 4y = 21 \end{cases} \quad \text{ב.}$$

$$\begin{cases} 2x + 3y = 16 \\ 3x - 4y = 7 \end{cases} \quad \text{ג.}$$



6. נתונות ארבע משוואות.

$$3x + y = 11 \quad 4x - y = 3 \quad 2y = 3x + 4 \quad 2x + 3y = 19$$

- הזוג (2, 5) הוא אחד מהפתרונות של כל משוואה. בדקו.
- בחרו זוג משוואות ופתרו כמערכת. מה קיבלתם?
- בחרו זוג נוסף של משוואות ופתרו כמערכת. מה קיבלתם?
- האם צריך לפתור את המערכת כדי לדעת את הפתרון? הסבירו.



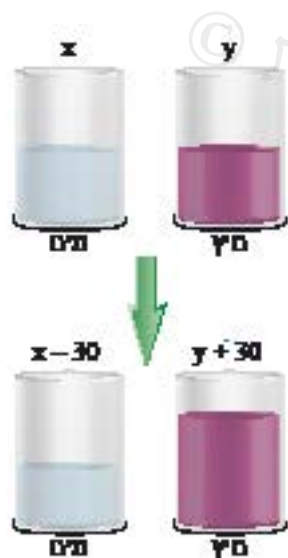
אוסף משימות



- רשמו משוואה שאחד מהפתרונות שלה הוא הזוג (3, 6).
 - רשמו משוואה אחרת שאחד מהפתרונות שלה הוא הזוג (3, 6).
 - רשמו מערכת משוואות המורכבת משתי המשוואות שרשמתם. מה פתרון המערכת?



2. להראל שני כלים.



בכלי האחד x סמ"ק מים ($x > 0$), ובכלי השני y סמ"ק מיץ ($y > 0$).

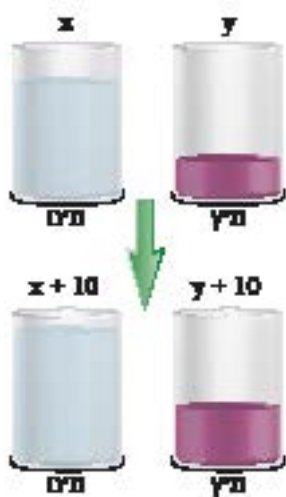
- בהתחלה** היה נפח המים שווה לנפח המיץ. רשמו משוואה למצב בהתחלה.
 - הראל** העביר 30 סמ"ק מן הכלי של המים אל הכלי של המיץ. השלימו ביטויים אלגבריים מתאימים.
- לאחר ההעברה:** נפח המים בכלי _____ סמ"ק,
נפח המיץ בכלי _____ סמ"ק.
- אילו ערכים מתאימים ל- x לפי תנאי הבעיה?
אילו ערכים מתאימים ל- y לפי תנאי הבעיה?
- לאחר ההעברה מדד **הראל** ומצא שנפח המיץ הוא פי 2 מנפח המים.

רשמו משוואה המתארת את הקשר בין נפח המים לנפח המיץ לאחר **ההעברה**.

ג. רשמו מערכת משוואות על-סמך הסעיפים הקודמים, ופתרו אותה.

ד. כמה סמ"ק מים היו בכלי בהתחלה?

כמה סמ"ק מיץ היו בכלי בהתחלה?



3. לרינה שני כלים.

בכלי האחד x סמ"ק מים ($x > 0$), ובכלי השני y סמ"ק מיץ ($y > 0$).

א. בהתחלה היה נפח המים פי 4 מנפח המיץ.

קרשמו משוואה מתאימה.

ב. רינה הוסיפה 10 סמ"ק מים לכל כלי.

השלימו ביטויים אלגבריים מתאימים.

לאחר ההוספה: נפח המים בכלי _____ סמ"ק,

נפח המיץ בכלי _____ סמ"ק.

לאחר ההוספה נפח המים הוא פי 3 מנפח המיץ.

קרשמו משוואה המתארת את הקשר בין נפח המים

לנפח המיץ לאחר **ההוספה**.

ג. קרשמו מערכת משוואות על-סמך הסעיפים הקודמים, ופתרו אותה.

כמה סמ"ק מים וכמה סמ"ק מיץ היו בכלים **בהתחלה**?

4. על שני מדפים יש ביחד 50 ספרים.

מעבירים 15 ספרים ממדף אחד למדף השני ואז היה מספר זהה של ספרים בשני המדפים.

נסמן ב- x את מספר הספרים על מדף אחד (x מספר טבעי קטן מ- 15).

נסמן ב- y את מספר הספרים על מדף שני (y מספר טבעי קטן מ- 50).

א. השלימו את הטבלה.

מספר הספרים על מדף שני	מספר הספרים על מדף אחד	
y	x	בהתחלה
	$x - 15$	לאחר ההעברה

ב. קתבו מערכת משוואות מתאימה, ופתרו אותה.

ג. כמה ספרים היו על מדף אחד בהתחלה?

כמה ספרים היו על מדף שני בהתחלה?



5. למיכל ולאייילת יש ביחד 120 בולים.

מיכל נתנה לאייילת 30 בולים, ואז היו למיכל פי 2 בולים מאשר לאייילת.

נסמן ב- x את מספר הבולים שהיו למיכל בהתחלה (x מספר טבעי, $120 > x > 30$)

נסמן ב- y את מספר הבולים שהיו לאייילת בהתחלה (y מספר טבעי, $y < 120$)

א. השלימו את הטבלה.

מספר הבולים של מיכל	מספר הבולים של איילת	
x	y	בהתחלה
		לאחר הנתינה

ב. כתבו מערכת משוואות מתאימה ופתרו אותה.

ג. כמה בולים היו למיכל בהתחלה?

ד. כמה בולים היו לאייילת בהתחלה?



6. בכל סעיף, פתרו את מערכת המשוואות.

א. $\begin{cases} x - y = 7 \\ 2x - 9y = 21 \end{cases}$	ג. $\begin{cases} x + y + 1 = 0 \\ 2x - y + 2 = 0 \end{cases}$	ה. $\begin{cases} 5(x - 4) - 2y = 0 \\ x + 4(y + 1) + 14 = 0 \end{cases}$
ב. $\begin{cases} x + y = 4 \\ 2x - 3y = 3 \end{cases}$	ד. $\begin{cases} 2x - y = 2 \\ 3x + 4y + 8 = 0 \end{cases}$	ו. $\begin{cases} 3x - 2(y + x) = 3 \\ 2x + 7 = 10 + y \end{cases}$



7. בכל סעיף, פתרו את מערכת המשוואות.

א. $\begin{cases} 2(x - 1) - 3y = 1 \\ 2x + 4y + 18 = 0 \end{cases}$	ג. $\begin{cases} 3x - 5y - 12 = 0 \\ 2x + 3y + 11 = 0 \end{cases}$
ב. $\begin{cases} 3x + 2(y - 5) = 4 \\ 4x + 3(y + 1) = 24 \end{cases}$	ד. $\begin{cases} 2x + y = 2 \\ 5(4x - 3) - 3(y + 1) = 15 \end{cases}$



8. בשני חדרים 30 שולחנות: בחדר א יושבים 4 אנשים סביב כל שולחן, ובחדר ב יושבים 5 אנשים

סביב כל שולחן. לא נותר מקום ריק ליד השולחנות.

אם יעברו 12 אנשים מחדר ב לחדר א, יהיה מספר האנשים בשני החדרים שווה.

כמה שולחנות בחדר א? כמה שולחנות בחדר ב?