

יחידה 26: משוואות ריבועיות ובעיות

שיעור 1. משוואות ריבועיות עם מכנים



$$\frac{x^2 + 5x + 6}{x + 3} = 3 \quad \text{נתונה המשוואה}$$

מצאו את תחום ההצבה של המשוואה ופתרו אותה.

שי אמר: למשוואה יש שני פתרונות $x = 1$, $x = -3$.

גל אמר: למשוואה יש פתרון יחיד $x = 1$.

מי צודק? הסבירו.

נפתור משוואות ריבועיות עם מכנים.

1. פתרו את המשוואות הבאות. שימו לב לתחום ההצבה.

$$\frac{x^2 - 15x + 26}{x - 2} = -11 \quad \text{נתונה המשוואה} \quad \text{תחום ההצבה } x \neq 2$$

דרך א - כופלים במכנה ומקבלים:

$$x^2 - 15x + 26 = -11(x - 2)$$

$$x^2 - 15x + 26 = -11x + 22 \quad / +11x - 22$$

$$x^2 - 4x + 4 = 0$$

$$(x - 2)^2 = 0$$

$$x = 2$$

דרך ב - מפרקים לגורמים ומקבלים:

$$\frac{(x - 13)(\cancel{x - 2})}{(\cancel{x - 2})} = -11$$

$$x - 13 = -11 \quad / + 13$$

$$x = 2$$

בשתי הדרכים קיבלנו $x = 2$, אך $x = 2$ אינו בתחום ההצבה ולכן למשוואה אין פתרון.

$$\frac{x^2 + 4x}{x + 4} = -2 \quad \text{ז.}$$

$$\frac{(x + 4)(x + 1)}{x + 5} = 0 \quad \text{ד.}$$

$$\frac{2x^2 - 5x + 3}{x - 1} = 0 \quad \text{א.}$$

$$\frac{x^2 + 16x}{x + 1} = 12 \quad \text{ח.}$$

$$\frac{x^2 - 3x + 10}{x - 4} = 0 \quad \text{ה.}$$

$$\frac{(x - 3)^2 - 4}{x + 1} = 0 \quad \text{ב.}$$

$$\frac{x(x - 3) - 1}{x - 2} = 3 \quad \text{ט.}$$

$$\frac{x^2 - 3x}{x - 3} = 2 \quad \text{ו.}$$

$$\frac{x^2 + 5x - 36}{x + 9} = 0 \quad \text{ג.}$$

2. חנות רהיטים הזמינה כיסאות בבית-חרושת במחיר כולל של 9,000 שקלים.

- א. האם ייתכן שמחיר כיסא הוא 150 שקלים? אם כן, כמה כיסאות הוזמנו? אם לא, הסבירו מדוע.
 ב. האם ייתכן שמחיר כיסא הוא 144 שקלים? אם כן, כמה כיסאות הוזמנו? אם לא, הסבירו מדוע.
 ג. אילו ערכים מתאימים למספר הכיסאות? אילו ערכים מתאימים למחיר הכיסא? הסבירו.
 ד. מכיוון שמחיר כל כיסא התייקר ב- 5 שקלים, שלח בית החרושת, תמורת אותו מחיר כולל, 3 כיסאות פחות ממספר הכיסאות שהוזמנו.
 כמה כיסאות הוזמנו לפני עליית המחירים?
 מהו מחיר הכיסא לאחר ההתייקרות?

3. בכל סעיף קצמו את תחום ההצבה של המשוואה ופתרו.

א. $\frac{x+3}{x-3} + \frac{x-3}{x+3} = \frac{10}{3}$

ב. $\frac{3x}{x+2} - \frac{x-1}{x-2} = 1$

ג. $\frac{x-6}{3x-10} = \frac{x-1}{2x-11}$



1. בכל סעיף קצמו את תחום ההצבה ופתרו.

א. $\frac{x^2+6x}{2x} = 0$

ב. $\frac{x^2-5x}{x-5} = 5$

ג. $\frac{x^2-5x}{x-5} = 0$

ד. $\frac{x^2+6x}{2x} = 3$

ה. $\frac{x^2+6x}{2x} = 8$

ו. $\frac{x^2-5x}{x-5} = 3$



2. בכל סעיף קצמו את תחום ההצבה ופתרו.

א. $\frac{x^2-3x+10}{2x-4} = \frac{1}{2}$

ב. $\frac{x(x+2)-3}{x-1} = 5$

ג. $\frac{2x^2-7x}{x} = 1$

ד. $\frac{x^2+9x+8}{x} = 3$

ה. $\frac{x(x-9)+20}{x-4} = 1$

ו. $\frac{3x^2-6x}{x-2} = 12$



3. בכל סעיף קצמו את תחום ההצבה ופתרו.

א. $\frac{2x^2-5x-3}{2x-6} = \frac{1}{2}$

ב. $\frac{x(x+1)-12}{x-2} = 0$

ג. $\frac{2x^2-4x-3}{x} = 1$

ד. $\frac{(x-5)^2-4}{x-3} = 2$

ה. $\frac{(x-4)^2-x+4}{x-4} = 0$

ו. $\frac{x(2x-1)-10}{x+2} = 0$



4. קבוצת נערים התארגנה לקנייה משותפת של כדורגל. מחיר הכדורגל 120 שקלים, והתשלום מתחלק שווה בשווה בין כל השותפים לקנייה. ברגע האחרון הצטרפו לקבוצה 5 נערים נוספים, ולכן שילם כל אחד מהנערים 2 שקלים פחות מהסכום המתוכנן. כמה נערים היו בקבוצה בהתחלה?



5. לקראת החג קנתה גברת כרמלי 12 בקבוקי יין משני סוגים: יין לבן ויין אדום. מחירו של בקבוק יין לבן נמוך ב- 2 שקלים ממחירו של בקבוק יין אדום. עבור היין האדום שילמה גברת כרמלי 60 שקלים, ועבור היין הלבן שילמה 70 שקלים. א. כמה בקבוקים קנתה גברת כרמלי מכל סוג? ב. מה מחירו של בקבוק יין אדום? מה מחירו של בקבוק יין לבן?

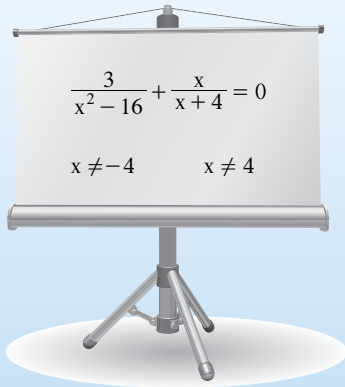


6. סוחר קנה בד במחיר 1,500 שקלים. 4 מטרים הוא לקח לעצמו, ואת היתר הוא מכר. הסוחר מכר כל מטר במחיר הגבוה ב- 10 שקלים מהמחיר ששילם. הוא קיבל בעסקה 1,560 שקלים. א. כמה מטרים בד קנה? ב. באיזה מחיר מכר מטר אחד?



צילום: עמית פרידלנדר

שיעור 2. משוואות ריבועיות עם מכנים (המשך)



נתונה המשוואה $\frac{3}{x^2-16} + \frac{x}{x+4} = 0$ תחום ההצבה $x \neq 4, x \neq -4$

נועם כפל את שני האגפים במכנה המשותף $(x+4) \cdot (x^2-16)$.
נסו לפתור בדרך של **נועם**. האם הגעתם לפתרון?

גיא פירק את המכנה לגורמים, בעזרת נוסחת הכפל המקוצר.

הוא כתב את המשוואה כך: $\frac{3}{(x-4)(x+4)} + \frac{x}{x+4} = 0$

ואז כפל את אגפי המשוואה במכנה המשותף $(x-4) \cdot (x+4)$.
המשיכו את הפתרון של **גיא**.

כמה פתרונות למשוואה הנתונה? בדקו אם הפתרונות נמצאים בתחום ההצבה.

ניעזר בפירוק לגורמים כדי לבחור מכנה משותף.

1. בכל סעיף רשמו את תחום ההצבה של המשוואה ופתרו.

זמנה:

נתונה המשוואה $\frac{x-1}{x^2+2x-3} = \frac{x}{2x+6}$

נפרק לגורמים כל אחד מהמכנים $\frac{x-1}{(x-1)(x+3)} = \frac{x}{2(x+3)}$

תחום ההצבה של המשוואה הוא $x \neq 1, x \neq -3$

נצמצם $\frac{\cancel{x}-1}{(\cancel{x}-1)(x+3)} = \frac{x}{2(x+3)}$

נקבל $\frac{1}{x+3} = \frac{x}{2(x+3)}$

נכפול במכנה משותף $\frac{1}{x+3} = \frac{x}{2(x+3)} / 2 \cdot (x+3)$

ונקבל שפתרון המשוואה $x = 2$. הפתרון נמצא בתחום ההצבה.

$$\frac{5}{4x^2-9} - \frac{1}{2x-3} = 0 \quad \text{ה.}$$

$$\frac{14}{x^2-9} - \frac{1}{x-3} = 1 \quad \text{א.}$$

$$\frac{2}{x^2-6x+9} = 3 - \frac{x}{x-3} \quad \text{ו.}$$

$$\frac{1}{x-3} + \frac{2}{(x-2)(x-3)} = \frac{x}{x-2} \quad \text{ב.}$$

$$\frac{1}{x-5} - \frac{5}{3(x+5)} = \frac{8}{x^2-25} \quad \text{ז.}$$

$$\frac{5}{x^2-2x+1} - \frac{3}{x-1} = 2 \quad \text{ג.}$$

$$\frac{x^2-4}{x+2} + 3x = x^2-14 \quad \text{ח.}$$

$$\frac{2x+1}{x} - \frac{x}{x+1} = \frac{1}{x^2+x} \quad \text{ד.}$$

2. נתונה המשוואה $\frac{5}{x} + \frac{3}{x-2} = \frac{1}{2-x}$ ($x \neq 0, x \neq 2$).

א. פתרו את המשוואה. שימו לב לתחום ההצבה.

ב. **ציפי** כתבה את המשוואה כך: $\frac{5}{x} - \frac{3}{2-x} = \frac{1}{2-x}$

הסבירו מדוע הביטויים $-\frac{3}{2-x}$ ו- $\frac{3}{x-2}$ הם ביטויים זהים.

המשיכו את הפתרון של **ציפי**. השוו עם הפתרון שקיבלתם בסעיף א.

ראייה תבניתית



3. פתרו את המשוואה $x^2 - 2x - 8 = 0$

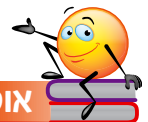
היעזרו בפתרון המשוואה, ומצאו את הפתרונות של המשוואות הבאות:

רמז: מצאו קשר בין כל אחת מהמשוואות ובין המשוואה $x^2 - 2x - 8 = 0$

א. $5x^2 - 10x - 40 = 0$ ג. $(x+1)^2 - 2(x+1) - 8 = 0$

ב. $\left(\frac{x}{2}\right)^2 - 2\left(\frac{x}{2}\right) - 8 = 0$ ד. $x^4 - 2x^2 - 8 = 0$

החליפו את x במשוואה המקורית במשתנה אחר (בסעיפים ב-ד) ורשמו משוואה נוספת בעלת אותו מבנה. פתרו את המשוואה שרשמתם.



אוסף משימות



1. רשמו את תחום ההצבה ופתרו.

א. $\frac{5}{x} + \frac{25}{x^2} = 2$ ג. $\frac{1}{x} + \frac{1}{2x} = \frac{x+1}{2(x+1)}$

ב. $\frac{1}{(x-6)^2} = \frac{5}{x^2-36}$ ד. $\frac{x}{2(x-5)} + \frac{1}{x+5} = \frac{2x}{x^2-25}$



2. רשמו את תחום ההצבה ופתרו.

א. $\frac{2}{(x+3)^2} = \frac{3}{x^2-9}$ ג. $\frac{x-2}{x+1} + \frac{2}{x-1} = \frac{6}{x^2-1}$

ב. $\frac{x-1}{2x-1} - \frac{x-1}{2x+1} = 2$ ד. $\frac{1}{x-5} - \frac{5}{3(x+5)} = \frac{8}{x^2-25}$



3. רשמו את תחום ההצבה ופתרו.

א. $\frac{5x-10}{x+2} - \frac{1}{2x-4} = \frac{5}{2x+4}$ ג. $\frac{1}{(x-2)^2} + \frac{7}{x^2-4} = \frac{3}{x-2}$

ב. $\frac{1}{(x+3)^2} + \frac{5}{x-3} = \frac{x+2}{x^2-9}$ ד. $\frac{1}{x^2-25} - \frac{2x+1}{5-x} = 1 + \frac{x-2}{x+5}$



4. רשמו את תחום ההצבה ופתרו.

א. $\frac{3x^3}{x+4} = 6x$ ב. $\frac{2x^3-32x}{x-4} = 64$



5. א. רשמו את תחום ההצבה ופתרו.

(i) $\frac{7}{x-1} - \frac{3}{x+1} = \frac{14}{x^2-1}$ (ii) $\frac{7}{x-1} - \frac{3}{x+1} = \frac{6}{x^2-1}$ (iii) $\frac{7}{x-1} - \frac{3}{x+1} = \frac{18}{x^2-1}$

ב. כל המשוואות מהסעיף הקודם הן מהצורה: $\frac{7}{x-1} - \frac{3}{x+1} = \frac{m}{x^2-1}$

לאילו ערכים של m יש למשוואות אלה פתרון?

לאילו ערכים של m אין למשוואות אלה פתרון?



6. פתרו את המשוואה הריבועית $x^2 + 2x - 3 = 0$.

היעזרו בפתרון למציאת הפתרונות של המשוואות הבאות.

א. $(x-2)^2 + 2(x-2) - 3 = 0$ ב. $(5x)^2 + 2(5x) - 3 = 0$ ג. $x^4 + 2x^2 - 3 = 0$



7. פתרו את המשוואה הריבועית $x^2 - 4x - 21 = 0$.

היעזרו בפתרון למציאת הפתרונות של המשוואות הבאות.

א. $(2x+1)^2 - 4(2x+1) - 21 = 0$ ב. $\left(\frac{x}{3}\right)^2 - 4\left(\frac{x}{3}\right) - 21 = 0$ ג. $x^3 - 4x^2 - 21x = 0$



8. בכל סעיף מצאו משוואות שיש להן אותו פתרון כמו למשוואה שבמסגרת.

א.

$$\frac{x+1}{2} + \frac{x-1}{4} = 5$$

$$\frac{x+1}{2} = 5 + \frac{1-x}{4}$$

$$\frac{x+1}{2} = 5 - \frac{x-1}{4}$$

$$\frac{x+1}{2} - 5 = \frac{x-1}{4}$$

ב.

$$(x \neq 2, x \neq -2) \quad \frac{3x+1}{x+2} - \frac{x-1}{x-2} = 1$$

$$\frac{3x+1}{x+2} + 1 = \frac{x-1}{x-2}$$

$$\frac{3x+1}{x+2} = \frac{x-1}{x-2} + 1$$

$$\frac{3x+1}{x+2} - 1 = \frac{x-1}{x-2}$$

ג.

$$(x \neq 2, x \neq 5) \quad \frac{3}{x-2} - \frac{2}{x-5} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{3}{x-2} - \frac{1}{2} = \frac{2}{x-5}$$

$$\frac{3}{x-2} = \frac{1}{2} + \frac{2}{x-5}$$

$$\frac{3}{x-2} + \frac{1}{2} = \frac{2}{x-5}$$

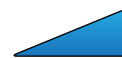
ד.

$$(x \neq 2) \quad \frac{1}{2x-4} - \frac{1}{2-x} = \frac{3}{2}$$

$$\frac{1}{2x-4} = \frac{3}{2} - \frac{1}{x-2}$$

$$\frac{1}{2x-4} = \frac{1}{2-x} + \frac{3}{2}$$

$$\frac{1}{2x-4} + \frac{1}{x-2} = \frac{3}{2}$$



9. פתרו כל משוואה בשתי דרכים שונות.

א.

$$\left(\frac{x}{x+1}\right)^2 - \frac{6x}{x+1} + 8 = 0$$

ב.

$$\frac{1}{x^2} - \frac{6}{x} + 8 = 0$$

שיעור 3. בעיות תנועה



משה רוכב על אופנוע.

ביום רביעי בבוקר יצא **משה** מתל-אביב ונסע לצפון הארץ, למרחק של 175 ק"מ, במהירות קבועה.

בדרך חזרה הוא נסע במהירות גבוהה ב- 20 קמ"ש, ולכן זמן הנסיעה של **משה** בדרך חזר היה קצר בשעה אחת מזמן הנסיעה שלו בדרך הלך.

מצאו את מהירות הנסיעה של **משה** בבוקר יום רביעי.

נפתור בעיות תנועה בעזרת משוואות ריבועיות עם מכנים.



תזכורת

- בתנועה במהירות קבועה, המהירות היא היחס בין הדרך ובין הזמן.
 - נוהגים לסמן את המהירות באות v , את הזמן באות t ואת הדרך באות s .
- רושמים את הקשרים בין מהירות, זמן ודרך בעזרת המשוואה $s = v \cdot t$

במשימות 1 - 3 נתייחס לנתונים במשימת הפתיחה.

1. פתרון בעזרת משתנה אחד

א. סמנו: x - מהירות הנסיעה של **משה** בדרך הלך (בקמ"ש).

אילו ערכים מתאימים ל- x לפי תנאי הבעיה? הסבירו.

ב. הציעו דרכים שונות למציאת המהירות של **משה** בבוקר יום רביעי.

תוכלו להיעזר בטבלה ובתרשים של המשוואה.

	מהירות (קמ"ש)	זמן נסיעה (שעות)	דרך (ק"מ)
הלך			
חזר			

$$\frac{\text{זמן נסיעה חזר}}{\text{זמן נסיעה הלך}} = \frac{\text{זמן נסיעה חזר}}{\text{זמן נסיעה הלך}} + 1$$

ג. מצאו את מהירות הנסיעה של **משה** בבוקר יום רביעי.

בדקו כי המהירות שמצאתם מתאימה לתשובתכם בסעיף א.

2. פתרון בעזרת שני משתנים

א. סמנו: t - זמן הנסיעה של **משה** בדרך הלוך (בשעות).

v - מהירות הנסיעה של **משה** בדרך הלוך (בקמ"ש)

אילו ערכים מתאימים ל- t ואילו ערכים מתאים ל- v לפי תנאי הבעיה? הסבירו.

ב. העתיקו את הטבלה והשלימו.

	מהירות (קמ"ש)	זמן נסיעה (שעות)	דרך (ק"מ)
הלוך			
חזור			

ג. רשמו מערכת משוואות מתאימה לפי הטבלה ופתרו אותה.

ד. מצאו את מהירות הנסיעה של **משה** בבוקר יום רביעי.

בדקו כי תשובתכם מתאימה לתנאי הבעיה.



3. א. האם במשימות 1 ו- 2 קיבלתם אותה תשובה לבעיה שבמשימת הפתיחה? הסבירו.

ב. דונו ביתרונות ובחסרונות של כל דרך פתרון. איזו דרך פתרון אתם מעדיפים? הסבירו.



פעמים רבות מוצאים תשובה לבעיה מילולית בעזרת פתרון משוואה (או מערכת משוואות). בדרך כלל אפשר לפתור בעיה באמצעות משוואות שונות. במשוואות שונות המשתנים עשויים לייצג גדלים שונים. לכן, בפתרון בעיות בדרך אלגברית חשוב לציין מה מייצג כל משתנה.



לא לגמרי ברור מי היה הראשון שהוסיף את המנוע לאופניים ובכך המציא את האופנוע. כפי הנראה, האופנוע הראשון שפעל עם מנוע קיטור, פותח בשנת 1867 בארצות הברית, והאופנוע המוכר לנו היום, הומצא בשנת 1894 בגרמניה. מאז ועד היום מפתחים בכל העולם דגמים שונים של אופנועים. מי שנחשב על-ידי רבים כאבי האופנוע הוא גוטליב דיימלר (Gottlieb Daimler) שהקים את חברת דיימלר - החברה שהפכה בשלב מאוחר יותר למפעלי מרצדס. עם השנים התגלה האופנוע ככלי רכב נוח, אך גם כמסוכן ביותר. לפי נתוני עמותת אור ירוק, בשנת 2010 נהרגו בישראל 45 אנשים בתאונות אופנוע - גידול של למעלה מ- 30% לעומת שנת 2009. בכרבע מתאונות האופנוע היו מעורבים נהגים צעירים בני 19-24. במקרים רבים הפגיעות בעת רכיבה על אופנוע קשות ביותר, משום שרוכבי האופנועים אינם מוגנים על-ידי שלדה של רכב, כמו נהגי המכוניות.



4. **סבא יצחק** יצא ב- 8:00 בבוקר לבקר את נכדתו, הגרה במרחק 10 ק"מ מביתו.
 ב- 2.5 ק"מ הראשונים של הדרך צעד סבא לאט ובעלייה, ואילו ב- 7.5 ק"מ האחרונים הוא הלך בירידה, במהירות הגדולה ב- 2 קמ"ש ממהירותו בעלייה.
 בשעה 1:00 בצהריים הגיע **סבא יצחק** לבית נכדתו.
 א. אילו ערכים יכולים להתאים למהירות הליכתו של הסבא?
 ב. מצאו את מהירות הליכתו של הסבא בעלייה. הסבירו.



5. רכבת עוברת בכל יום מרחק של 600 ק"מ במהירות קבועה.
 ביום שלישי נסעה הרכבת 225 ק"מ במהירות נמוכה ב- 10 קמ"ש ממהירותה הרגילה, ואחר-כך המשיכה בנסיעתה במהירות הגבוהה ב- 8 קמ"ש ממהירותה הרגילה. כך הגיעה הרכבת ליעדה בזמן הנקוב.
 א. אילו ערכים יכולים להתאים למהירות הרכבת? הסבירו.
 ב. מצאו את מהירות הרכבת בכל אחד מקטעי הנסיעה. הסבירו.



1. רוכב אופנוע עובר דרך של 240 ק"מ במהירות של x קמ"ש.
 באחד הימים ירד גשם, ולכן הקטין הרוכב את מהירותו ב- 20 קמ"ש.
 כתוצאה מכך נמשכה הנסיעה **שעה אחת יותר** מהרגיל.
 א. אילו ערכים מתאימים ל- x לפי תנאי הבעיה? הסבירו.
 ב. מה מהירותו הקבועה של רוכב האופנוע? מה הייתה מהירותו ביום הגשום?



2. קבוצת מטיילים יצאה מהמחנה לטיול בשמורת טבע. המטיילים צעדו במהירות x קמ"ש.
 המרחק בין המחנה לשמורה הוא 15 ק"מ.
 בדרכם חזרה האטו את מהירותם ב- 2 קמ"ש, ולכן עברו את הדרך בזמן **ארוך בשעתיים** לעומת דרכם הלוך.
 א. אילו ערכים מתאימים ל- x לפי תנאי הבעיה? הסבירו.
 ב. באיזו מהירות הלכו המטיילים מהמחנה לשמורת הטבע? הסבירו.



3. המרחק בין A ל-B הוא 80 ק"מ.
 רוכב אופניים יצא מ-A לכיוון B ונסע במהירות x קמ"ש.
 לאחר שעבר מחצית מהדרך, התקלקלו האופניים, והוא המשיך בנסיעה באוטובוס.
 מהירות האוטובוס גבוהה ב- 60 קמ"ש ממהירות הרכיבה באופניים.
 לכן הוא הגיע ל-B $1\frac{1}{2}$ שעות לפני הזמן המתוכנן.
 א. אילו ערכים מתאימים ל- x לפי תנאי הבעיה? הסבירו.
 ב. מה מהירותו הקבועה של רוכב האופניים? הסבירו.



4. המרחק בין A ל-B הוא 450 ק"מ.
 משאית יצאה מ-A ונסעה לכיוון B.
 לאחר שנסעה שעתיים במהירות קבועה של x קמ"ש, התעכבה המשאית 15 דקות בשל תקלה.
 לאחר מכן המשיכה המשאית בדרכה במהירות הגבוהה ב- 5 קמ"ש ממהירותה הקודמת.
 המשאית הגיעה ל-B בדיוק בזמן שתוכנן מראש.
 א. אילו ערכים מתאימים ל- x לפי תנאי הבעיה? הסבירו.
 ב. מה הייתה מהירות המשאית לפני התקלה? הסבירו.



5. המרחק בין ירושלים לאילת הוא 360 ק"מ.
 מכונית יצאה מירושלים לאילת ונסעה במהירות קבועה.
 בדרכה חזרה נסעה המכונית 3 שעות באותה מהירות שבה נסעה בדרך הלוך.
 לאחר מכן הגדילה המכונית את מהירותה ב- 20%.
 בכך חסכה המכונית בדרכה חזרה לירושלים חצי שעה לעומת זמן נסיעתה לאילת.
 באיזו מהירות נסעה המכונית מירושלים לאילת? הסבירו.



6. **דרור וסמי** מתחרים בריצה לאורך מסלול הלוך וחזור.
דרור רץ במהירות מסוימת קבועה.
סמי רץ הלוך במהירות כפולה ממהירותו של **דרור**, וחזור במהירות שהיא חצי ממהירותו של **דרור**.
 מי ינצח בתחרות? הסבירו.



7. רשמו את תחום ההצבה ופתרו.

א. $\frac{x+4}{7} = \frac{2}{x-1}$ ג. $\frac{2x-1}{x-3} = \frac{x+3}{2x+1}$

ב. $\frac{x+1}{2} = \frac{x+7}{x-1}$ ד. $\frac{8}{x} + \frac{4}{x+2} = 5$



8. רשמו את תחום ההצבה ופתרו.

א. $\frac{x-2}{x-5} = \frac{x^2-3}{2(x-5)}$ ג. $\frac{x}{x-2} + \frac{7}{x+2} = \frac{4x}{x^2-4}$

ב. $\frac{x-2}{3} + \frac{2x-1}{x+2} = \frac{x+1}{4}$ ד. $\frac{1}{x+3} + \frac{x+1}{2x+6} = \frac{2x+1}{x^2+3x}$



9. רשמו את תחום ההצבה ופתרו.

א. $\frac{2x-1}{x^2-3x} + \frac{x+2}{6-2x} = \frac{1}{2}$ ג. $\frac{3}{x-1} - \frac{2}{x+3} = \frac{1}{x}$

ב. $\frac{2}{x} + \frac{x^2+1}{x+3} = x$ ד. $\frac{x+3}{x^2-2x} + \frac{3-2x}{4-2x} = 1$



10. א. לפניכם שלושה שברים אלגבריים ($x \neq 5$).

צמצמו אותם.

$\frac{(5-x)^4}{x-5}$ $\frac{(5-x)^3}{x-5}$ $\frac{(5-x)^2}{x-5}$

ב. נתונים ביטויים מן הצורה $\frac{(5-x)^n}{x-5}$ ($n \neq 5$, n מספר טבעי)

עבור אילו ערכים של n $\frac{(5-x)^n}{x-5} = x-5$? הסבירו.

עבור אילו ערכים של n $\frac{(5-x)^n}{x-5} = 5-x$? הסבירו.



שיעור 4. בעיות תנועה (המשך)

שתי רכבות יצאו בשעה 9:00 בבוקר ונסעו זו לקראת זו.
(המרחקים רשומים בשרטוט וכיווני הנסיעה מסומנים.)



הרכבת **מתל-קייץ** נוסעת במהירות נמוכה ב-20 קמ"ש ממהירות הרכבת **מעיר-שלום**.

הרכבת **מתל-קייץ** הגיעה לנקודת המפגש והמתינה $\frac{1}{4}$ שעה להגעתה של הרכבת **מעיר-שלום**.

באיזו מהירות נסעה כל רכבת?

נפתור משוואות ובעיות תנועה.

1. המרחק בין התחנות A ו-B הוא 160 ק"מ.

בשעה 7:00 יצאה **רכבת משא** מתחנה A לתחנה B.

בשעה 8:00 יצאה **רכבת נוסעים** מתחנה C לתחנה B.

תחנה C נמצאת במרחק 40 ק"מ מן התחנה A.

מהירותה של **רכבת הנוסעים** גבוהה ב-30 קמ"ש ממהירות **רכבת המשא**.

שתי הרכבות נסעו במהירויות קבועות.

רכבת הנוסעים הגיעה לתחנה B 20 דקות לפני **רכבת המשא**.

א. אילו ערכים מתאימים למהירויות הרכבות? הסבירו.

ב. מצאו את מהירות הנסיעה של **רכבת המשא**.



2. בשעה 8:00 יצא **שמוליק** מהקיבוץ, רכוב על אופניו, לכיוון חיפה.

המרחק בין הקיבוץ לחיפה הוא 35 ק"מ.

בשעה 9:00 יצא **עידו** מאותו קיבוץ, באותה דרך לחיפה.

מהירותו של **עידו** גבוהה ב-20% ממהירותו של **שמוליק**.

עידו פגש את **שמוליק** במרחק 5 ק"מ מחיפה.

א. אילו ערכים מתאימים למהירויות רוכבי האופניים? הסבירו.

ב. מצאו את מהירות הרכיבה של **שמוליק** ואת מהירות הרכיבה של **עידו**.

3. רוכב אופניים יצא ממקום מגוריו לפגישה בעיר המרוחקת מביתו ב-30 ק"מ.

לאחר שעה של נסיעה במהירות קבועה, התברר לו כי אם ימשיך לרכב באותה מהירות, יאחר ב- $\frac{1}{4}$ שעה.

לכן הגדיל הרוכב את מהירותו ב-5 קמ"ש, וכך הגיע לפגישה בדיוק בזמן.

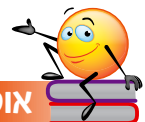
א. אילו ערכים מתאימים למהירות רוכב האופניים? הסבירו.

ב. מה הייתה מהירות הרוכב בשעה הראשונה?

4. המרחק בין שתי ערי חוף דרך הנהר הוא 80 ק"מ.
ביום ראשון היתה מהירות זרם המים בנהר 4 קמ"ש.
באותו יום אנייה עברה את המרחק הלך וחזור בין הערים ב- 8 שעות ו- 20 דקות.
א. אילו ערכים מתאימים למהירות האנייה? הסבירו.
ב. מצאו את מהירות האנייה במים עומדים.

5. פתרו.

$$\begin{array}{ll} \text{א.} & \frac{1+2x}{3} = \frac{3x-1}{4} + \frac{1}{x+6} \\ \text{ב.} & \frac{x^2+2x-3}{x-1} = 2x+12 \\ \text{ג.} & \frac{9}{(x-2)^2} - \frac{3}{(x-2)} = 2 \\ \text{ד.} & \frac{3}{x+1} + \frac{x+2}{x-1} + \frac{10}{x^2-1} = 0 \end{array}$$



אוסף משימות



1. רוכב אופניים יצא לדרך במהירות קבועה.
חצי שעה אחריו יצא מאותו מקום ובאותו כיוון רוכב אופניים שני ונסע במהירות הגדולה ב- 5 קמ"ש ממהירות הרוכב הראשון.
רוכב האופניים השני השיג את הראשון במרחק של 30 ק"מ מנקודת המוצא.
א. אילו ערכים יכולים להתאים למהירויות רוכבי האופניים? הסבירו.
ב. מצאו את מהירויות רוכבי האופניים.



2. המרחק בין שתי ערים A ו- B הוא 360 ק"מ.
בשעה 8:00 בבוקר יצאו מונית ומשאית מ- A ל- B. המונית נסעה במהירות הגדולה ב- 20 קמ"ש ממהירות המשאית, והיא הגיעה ל- B $1\frac{1}{2}$ שעות לפני המשאית.
א. אילו ערכים יכולים להתאים למהירויות כלי הרכב? הסבירו.
ב. מצאו את מהירות המונית ואת מהירות המשאית.



3. מהירות מונית גדולה ב- 15 קמ"ש ממהירות אוטובוס.
המונית עוברת מרחק של 300 ק"מ בזמן הארוך ב- $1\frac{1}{2}$ שעות מהזמן הדרוש לאוטובוס כדי לעבור 150 ק"מ.
א. אילו ערכים יכולים להתאים למהירויות כלי הרכב? הסבירו.
ב. מצאו את מהירות המונית ואת מהירות האוטובוס.



4. רכבת עוברת כל יום 240 ק"מ, במהירות קבועה.
יום אחד הקטינה את מהירותה ב- 40 קמ"ש, ולכן ארכה הנסיעה שעה אחת יותר מהזמן הרגיל.
א. אילו ערכים יכולים להתאים למהירות הרכבת? הסבירו.
ב. מצאו את המהירות הקבועה של הרכבת.



5. המרחק בין A ל- B הוא 60 ק"מ.
שני רוכבי אופניים יצאו באותה שעה מ- A ל- B.
הרוכב הראשון נסע במהירות הגדולה ב- 6 קמ"ש ממהירות הרוכב השני, והגיע ל- B חצי שעה לפניו.
א. אילו ערכים יכולים להתאים למהירות רוכבי האופניים? הסבירו.
ב. מצאו את המהירות של כל אחד מרוכבי האופניים.



6. נהג משאית תכנן לעבור את המרחק של 180 ק"מ בין A ל- B במהירות של x קמ"ש.
לאחר שעבר $\frac{1}{3}$ מהדרך, הגביר את מהירותו ב- 20 קמ"ש והגיע ל- B חצי שעה לפני הזמן המתוכנן.
א. אילו ערכים מתאימים ל- x לפי תנאי הבעיה? הסבירו.
ב. חשבו את מהירות המשאית בתחילה.



7. מכונית נוסעת מדימונה לטבריה במהירות של 80 קמ"ש.
משאית נוסעת מטבריה לדימונה במהירות של 50 קמ"ש.
מהו המרחק בין המכונית למשאית שעה אחת לפני שהן נפגשות? הסבירו.

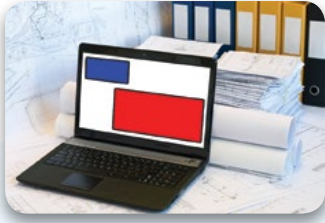


8. פתרו.

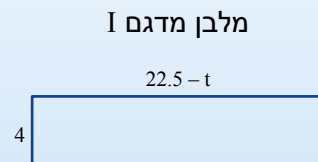
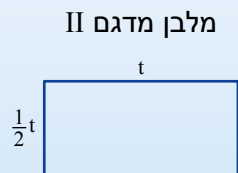
א. $\frac{6}{x-1} - \frac{3}{x+1} = 1$ ב. $\frac{x}{x+3} + \frac{x}{x-3} = \frac{18}{x^2-9}$ ג. $\frac{2x}{x^2-25} + \frac{x}{3x-15} = \frac{1}{x+5}$

שיעור 5. שומר מסך

משימה אוריינית



מתכנתת התבקשה לתכנן "שומר מסך" המורכב משני סוגי מלבנים, אשר גודלם משתנה כל הזמן. לפניכם שני דגמים של המלבנים שהיא תכננה. t מייצג את הזמן בשניות. (השרטוטים להדגמה, מידות האורך נתונות בס"מ).

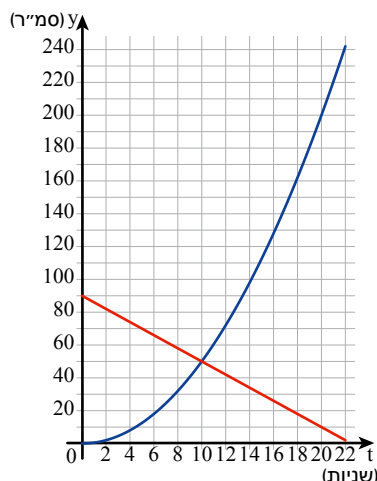


שינוי כל מלבן מתבצע באופן רציף, במחזוריות של 22 שניות. המתכנתת תכננה שינוי צבעי המלבנים באופן הבא: המלבן ששטחו גדול יותר צבוע באדום, והמלבן ששטחו קטן יותר צבוע בכחול. כאשר לשני המלבנים שטחים שווים, נשמע צמזום, והמלבנים מחליפים את צבעם זה עם זה. כעבור כמה זמן מתחילת המחזור יתחלפו צבעי המלבנים? הסבירו.

נחקרו את השינוי בשטחי המלבנים במהלך מחזור אחד.

במשימות 1 - 7 נתייחס לנתונים במשימת הפתיחה.

1. א. קשמו ביטוי אלגברי לשטח המלבנים מדגם I, וביטוי אלגברי לשטח המלבנים מדגם II.
ב. אילו ערכים מתאימים ל- t לפי תנאי הבעיה? הסבירו.



2. לפניכם גרפים המתארים את השינוי בשטחי המלבנים משני הדגמים.
א. התאימו דגם לכל גרף.
ב. מה השטח ומה הצבע של כל מלבן בסוף השנייה השישית?

3. א. כעבור כמה שניות המלבנים מדגם I מגיעים לשטח נמוך מ-40 סמ"ר? הסבירו.
ב. כעבור כמה שניות המלבנים מדגם II מגיעים לשטח 20 סמ"ר? הסבירו.

4. קבעו מהו ההיגד הנכון לגבי מהלך של מחזור אחד. הסבירו.

- א. שטחי המלבנים משני הדגמים גדלים תמיד.
- ב. שטחי המלבנים משני הדגמים קטנים תמיד.
- ג. שטח מלבן מדגם I גדל תמיד, ושטח מלבן מדגם II קטן תמיד.
- ד. שטח מלבן מדגם I קטן תמיד, ושטח מלבן מדגם II גדל תמיד.

5. קבעו "נכון" או "לא נכון" והסבירו.

- א. בתום 4 שניות מתחילת המחזור, צבעו של המלבן מדגם I הוא כחול.
- ב. לקראת סוף המחזור, צבע המלבן בדגם II הוא אדום.
- ג. שטחי המלבנים מדגם I קטנים ב- 4 סמ"ר בכל שנייה.
- ד. בשנייה ה- 22 המלבנים מחליפים צבעים.



6. יוסי אמר: המלבנים מחליפים צבעים פעמיים בכל מחזור. האם יוסי צודק? הסבירו.



7. כתבו ביטויים אלגבריים משלכם ל"שומר מסך". תארו את החלפת הצבעים במילים ובגרף.



אוסף משימות

במשימות הבאות השרטוטים הם להדגמה, ומידות האורך נתונות בס"מ.



1. נתון ריבוע שאורך צלעו x ס"מ ($x > 2$).

האריכו ב-6 ס"מ את אחת הצלעות של הריבוע וקיצרו ב-2 ס"מ את הצלע השנייה. התקבל מלבן.

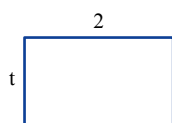
סכום השטחים של הריבוע המקורי ושל המלבן 58 סמ"ר.

א. קשמו ביטויים אלגבריים לשטח הריבוע ולשטח המלבן.

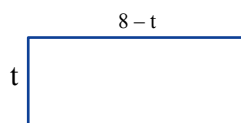
ב. כתבו משוואה, פתרו אותה ומצאו את אורך צלע הריבוע ואת אורכי צלעות המלבן.



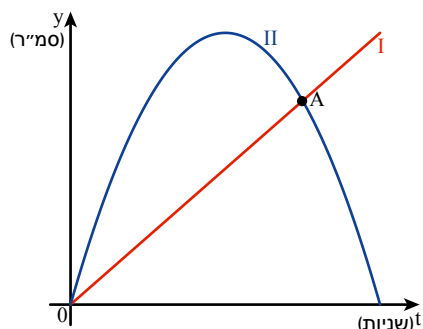
2. **רוני ושחר** שרטטו במחשב "שומרי מסך" בצורת מלבנים שגודלם משתנה באופן רצוף במחזוריות של 8 שניות. t מייצג את הזמן בשניות.



המלבנים של **שחר**



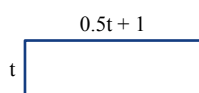
המלבנים של **רוני**



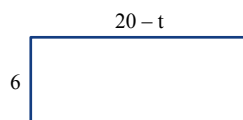
- אילו ערכים מתאימים ל- t לפי תנאי הבעיה? הסבירו.
- ב. רשמו ביטויים אלגבריים לשטחי המלבנים של **רוני** ושל **שחר**.
- ג. לפניכם הגרפים המתארים את השינוי בשטחי המלבנים של **רוני** ושל **שחר**.
איזה גרף מתאר את שטחי המלבנים של רוני?
איזה גרף מתאר את שטחי המלבנים של שחר?
- ד. למי מלבן ששטחו גדול יותר בזמן $t = 3$? בזמן $t = 7$?
- ה. מהם שיעורי הנקודה A?
תארו במילים את המשמעות של שיעורי הנקודה A.



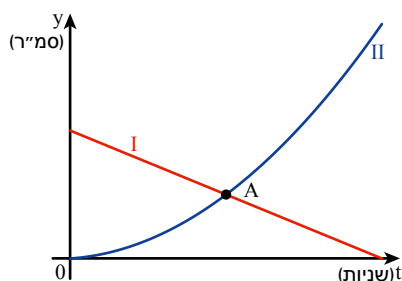
3. **אסף ועמית** שרטטו במחשב "שומרי מסך" בצורת מלבנים שגודלם משתנה באופן רצוף במחזוריות של 20 שניות. t מייצג את הזמן בשניות.



המלבנים של **עמית**



המלבנים של **אסף**



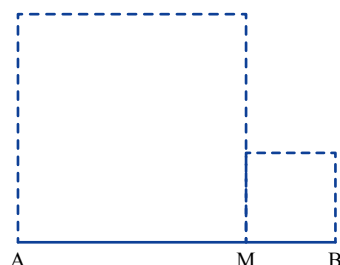
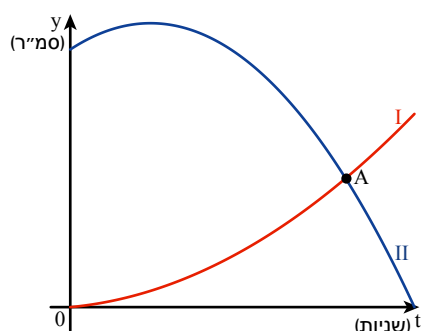
- א. אילו ערכים מתאימים ל- t לפי תנאי הבעיה? הסבירו.
- ב. רשמו ביטויים אלגבריים לשטחי המלבנים של **אסף** ושל **עמית**.
- ג. לפניכם הגרפים המתארים את השינוי בשטחי המלבנים של **אסף** ושל **עמית**.
איזה גרף מתאר את שטחי המלבנים של אסף?
איזה גרף מתאר את שטחי המלבנים של עמית?
- ד. למי מלבן ששטחו גדול יותר בזמן $t = 3$? בזמן $t = 4$?
- ה. כעבור כמה שניות יגיעו שטחי המלבנים של **אסף** ל- 30 סמ"ר?
- ו. כעבור כמה שניות יגיעו שטחי המלבנים של **עמית** ל- 40 סמ"ר?
- ז. מהם שיעורי הנקודה A?
תארו במילים את המשמעות של שיעורי הנקודה A.



4. **ניר ויואב** שרטטו במחשב "שומרי מסך" בצורת מלבנים שגודלם משתנה באופן רצוף במחזוריות של 20 שניות. t מייצג את הזמן בשניות.

$1.5t + 16$	$t + 4$
$20 - t$ המלבנים של יואב	$0.5t$ המלבנים של ניר

- א. אילו ערכים מתאימים ל- t לפי תנאי הבעיה? הסבירו.
 - ב. קשמו ביטויים אלגבריים לשטחי המלבנים של **ניר** ושל **יואב**.
 - ג. לפניכם הגרפים המתארים את השינוי בשטחי המלבנים של **ניר** ושל **יואב**.
איזה גרף מתאר את שטחי המלבנים של **ניר**?
איזה גרף מתאר את שטחי המלבנים של **יואב**? הסבירו.
 - ד. למי מלבן ששטחו גדול יותר בזמן $t = 10$? בזמן $t = 19$?
 - ה. כעבור כמה שניות יגדלו שטחי המלבנים של ניר ל- 198 סמ"ר?
 - ו. כעבור כמה שניות יהיה שטח המלבן של יואב 272 סמ"ר?
 - ז. מהם שיעורי הנקודה A?
- תארו במילים את המשמעות של שיעורי הנקודה A.



5. על קטע AB שאורכו 40 ס"מ נעה נקודה M מ-A ל-B. במשך כל התנועה, בונים ריבועים על הקטעים AM ו-MB. x מייצג את אורך הקטע AM בס"מ.
- א. אילו ערכים מתאימים ל- x לפי תנאי הבעיה? הסבירו.
 - ב. מה היה אורך הקטע AM כאשר סכום השטחים של שני הריבועים היה 1,000 סמ"ר?
 - ג. מה היה אורך הקטע AM כאשר סכום השטחים של שני הריבועים היה 800 סמ"ר?
 - ד. מה היה אורך קטע AM בזמן שבו הסכום של שטחי הריבועים הוא הקטן ביותר?





6. פתרו את מערכות המשוואות.

$$\begin{cases} x - 2y = 5 \\ y^2 - xy = 6 \end{cases} \quad \text{ה.}$$

$$\begin{cases} 2x + y = 11 \\ xy = 15 \end{cases} \quad \text{ג.}$$

$$\begin{cases} x + y = 9 \\ xy = 14 \end{cases} \quad \text{א.}$$

$$\begin{cases} x + y = 7 \\ x^2 + y^2 = 25 \end{cases} \quad \text{ו.}$$

$$\begin{cases} 2x - y = 11 \\ xy = 40 \end{cases} \quad \text{ד.}$$

$$\begin{cases} x - y = 5 \\ xy = 24 \end{cases} \quad \text{ב.}$$



7. פתרו את מערכות המשוואות.

$$\begin{cases} xy = 15 \\ (x + 7)(y + 4) = 2 \end{cases} \quad \text{ה.}$$

$$\begin{cases} x + 2y = 1 \\ x^2 - 4y^2 = 17 \end{cases} \quad \text{ג.}$$

$$\begin{cases} x - y = 3 \\ x^2 + y^2 = 29 \end{cases} \quad \text{א.}$$

$$\begin{cases} xy = 12 \\ (x - 1)(y - 2) = 4 \end{cases} \quad \text{ו.}$$

$$\begin{cases} xy = 24 \\ (x + 2)(y - 5) = 15 \end{cases} \quad \text{ד.}$$

$$\begin{cases} x + y = 1 \\ 2x^2 - 3y^2 = 6 \end{cases} \quad \text{ב.}$$



8. פתרו את מערכות המשוואות.

$$\begin{cases} x + y = 7 \\ x(x + 2) = y + 33 \end{cases} \quad \text{ה.}$$

$$\begin{cases} 2x - y + 2 = 0 \\ x(1 + y) = 44 \end{cases} \quad \text{ג.}$$

$$\begin{cases} 3x + 2y = 8 \\ 3x^2 + 4y^2 = 16 \end{cases} \quad \text{א.}$$

$$\begin{cases} (x + 2)(y - 1) = 2 \\ (x - 1)(y - 4) = 2 \end{cases} \quad \text{ו.}$$

$$\begin{cases} xy = 20 \\ (x + 6)(y - 3) = 20 \end{cases} \quad \text{ד.}$$

$$\begin{cases} x - y + 1 = 0 \\ 3x + 2y - 5 = xy \end{cases} \quad \text{ב.}$$



9. פתרו את מערכות המשוואות.

$$\begin{cases} y = x + 1 \\ xy + x = 2 + 2y \end{cases} \quad \text{ה.}$$

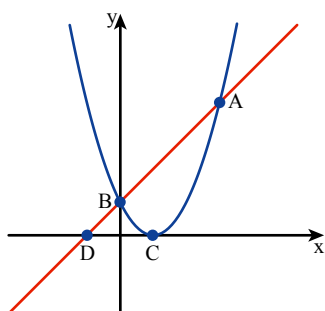
$$\begin{cases} xy = 35 \\ 3x - 2y = 11 \end{cases} \quad \text{ג.}$$

$$\begin{cases} 3x^2 + 2y = 6 \\ 2x^2 + 3y + 1 = 0 \end{cases} \quad \text{א.}$$

$$\begin{cases} x - y = 3 \\ 4x^2 + 5xy - 7y^2 = 77 \end{cases} \quad \text{ו.}$$

$$\begin{cases} xy = 8 \\ -25 + (x + 3)(y + 1) = 0 \end{cases} \quad \text{ד.}$$

$$\begin{cases} 4x^2 + 3y = 25 \\ 3x^2 - 4y = 0 \end{cases} \quad \text{ב.}$$



10. בשרטוט הגרפים של הפונקציות:

$$f(x) = (x - 1)^2$$

$$g(x) = x + 1$$

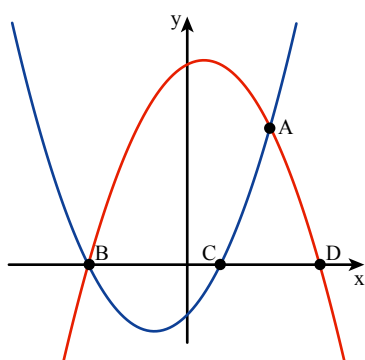
א. מצאו את שיעורי הנקודות A , B , C , D.

ב. עבור אילו ערכים של x מתקיים $f(x) > 0$?

ג. עבור אילו ערכים של x מתקיים $g(x) > 0$?

ד. עבור אילו ערכים של x מתקיים $f(x) > g(x)$?

ה. חשבו את שטח המשולש ABCD.



11. בשרטוט הגרפים של הפונקציות:

$$f(x) = x^2 + 2x - 3$$

$$g(x) = -x^2 + x + 12$$

א. מצאו את שיעורי הנקודות A , B , C , D.

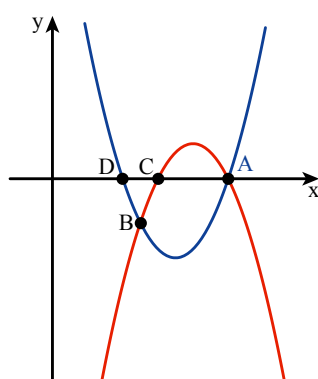
ב. עבור אילו ערכים של x מתקיים $f(x) > 0$?

ג. עבור אילו ערכים של x מתקיים $g(x) > 0$?

ד. עבור אילו ערכים של x מתקיים $f(x) < g(x)$?

ה. חשבו את שטח המשולש ABD.

ו. חשבו את שטח המשולש ABC.



12. בשרטוט הגרפים של הפונקציות:

$$f(x) = x^2 - 7x + 10$$

$$g(x) = -x^2 + 8x - 15$$

א. מצאו את שיעורי הנקודות A , B , C , D.

ב. עבור אילו ערכים של x מתקיים $f(x) > 0$?

ג. עבור אילו ערכים של x מתקיים $g(x) > 0$?

ד. עבור אילו ערכים של x מתקיים $f(x) < g(x)$?

ה. חשבו את שטח המשולש ABD.

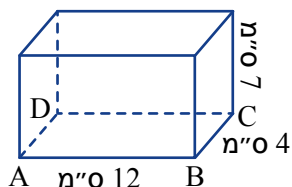
ו. חשבו את שטח המשולש ABC.



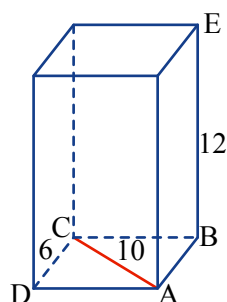
שומרים על כושר

במשימות הבאות השרטוטים הם להדגמה, ומידות האורך נתונות בס"מ.

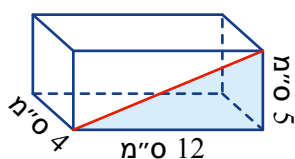
תיבות



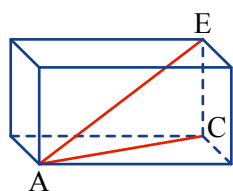
1. א. מצאו את נפח התיבה.
ב. מצאו את שטח הפנים של התיבה.



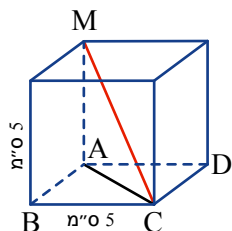
2. מצאו את נפח התיבה שבשרטוט.



3. בשרטוט אלכסון של אחת מפאות התיבה (צבוע באדום).
מצאו את אורכו.



4. בתיבה שבשרטוט:
אורך גובה התיבה $CE = 60$ ס"מ.
אורך אלכסון הפאה $AC = 80$ ס"מ.
מצאו את אורך אלכסון התיבה.



5. בשרטוט קובייה שאורך כל אחת מצלעותיה 5 ס"מ.
מצאו את אורך אלכסון הקובייה.

6. בכל סעיף משורטטת קובייה. זהו את סוג המשולש הצבוע.

