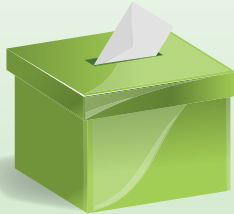


יחידה 25: משוואות עם שברים אלגבריים

שיעור 1. משוואות עם מכנה מספרי



בבחירות למועצת תלמידים שהתקיימו בכיתה ט התקבלו התוצאות הבאות:

$\frac{1}{2}$ מתלמידי הכיתה הצביעו לעמית,

$\frac{1}{3}$ מתלמידי הכיתה הצביעו לגיא,

והשאר, 5 תלמידים, הצביעו למור.

כמה תלמידים בכיתה?

נפתור משוואות שבהן שברים עם מכנה מספרי.

במשימות 1 ו-2 נתייחס לנתונים ממשימת הפתיחה.

1. א. השלימו: בכיתה x תלמידים.

לעמית הצביעו _____ תלמידים.

לגיא הצביעו _____ תלמידים.

למור הצביעו _____ תלמידים.

ב. אילו ערכים מתאימים ל- x לפי תנאי הבעיה? הסבירו.

ג. איזו מבין המשוואות הבאות מתארת קשר בין מספרי התלמידים שהשתתפו בבחירות? הסבירו.

$$x + \frac{x}{2} + \frac{x}{3} = 5$$

$$\frac{x}{2} + \frac{x}{3} + 5 = x$$

$$\frac{x}{2} + \frac{x}{3} = 5$$

2. נתונה המשוואה $\frac{x}{2} + \frac{x}{3} + 5 = x$

א. באיזה מהמספרים הבאים כדאי לכפול את המשוואה, כדי לקבל משוואה ללא מכנה?

12 6 5 3 2

ב. כפלו במספר שבחרתם ופתרו את המשוואה.

ג. כמה תלמידים בכיתה?

ד. כמה תלמידים הצביעו לכל אחד מהמתמודדים?





בפתרון משוואה עם **מכנה מספרי** כופלים את שני האגפים של המשוואה **במכנה משותף**.

מכנה משותף הוא מספר המתחלק ללא שארית בכל אחד מהמכנים.

דוגמה: במשוואה $\frac{x}{2} + \frac{x}{3} + 5 = x$ המספרים 6 ו-12 יכולים להיות מכנה משותף,

אך 6 הוא המכנה המשותף הקטן ביותר.

כדי לפתור את המשוואה $\frac{x}{2} + \frac{x}{3} + 5 = x$

כופלים ב-6 (המכנה המשותף הקטן ביותר) ומקבלים $3x + 2x + 30 = 6x$

פתרון המשוואה הוא $x = 30$

3. לכל משוואה שבמסגרת סמנו מספרים שיכולים להיות מכנה משותף.

איזה מבין המספרים שסמנתם הוא המכנה המשותף הקטן ביותר של המשוואה?

פתרו את המשוואות. כפלו במכנה המשותף הקטן ביותר.

א. $\frac{x}{6} + \frac{x}{3} = 12$

18	9	6	3
----	---	---	---

ב. $\frac{x}{2} + \frac{3x}{4} = 5$

8	6	4	2
---	---	---	---

ג. $\frac{5x}{8} = \frac{x}{8} + 3$

64	16	8	4
----	----	---	---

4. פתרו את המשוואות.

דוגמאות

$$\frac{x-2}{8} = \frac{x}{12} \quad / \cdot 24$$

$$3(x-2) = 2x$$

$$3x - 6 = 2x$$

$$x = 6$$

✓ $\frac{6-2}{8} = \frac{6}{12}$ בדיקה:

$$\frac{2x-1}{3} = \frac{x+2}{3} + 5 \quad / \cdot 3$$

$$2x - 1 = x + 2 + 15$$

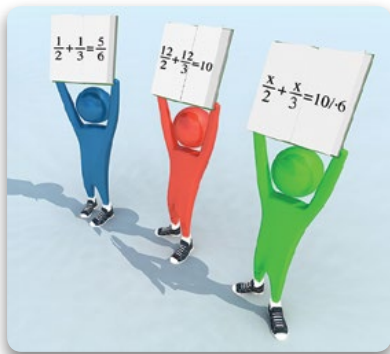
$$x = 18$$

✓ $\frac{2 \cdot 18 - 1}{3} = \frac{18 + 2}{3} + 5$ בדיקה:

ג. $\frac{x-7}{5} = \frac{x-5}{7}$

ב. $\frac{x-1}{3} + \frac{x}{2} = 8$

א. $\frac{x+1}{4} + \frac{x-3}{4} = 1$



5. תלמידי כיתה ט פתרו את המשוואה $\frac{x}{2} + \frac{x}{3} = 10$

ניר אמר: ניסיתי להציב מספרים שונים.

הצבתי 6 וקיבלתי $\frac{6}{2} + \frac{6}{3} = 5$

הצבתי 12 וקיבלתי $\frac{12}{2} + \frac{12}{3} = 10$

מצאתי כי הפתרון הוא $x = 12$

שחר אמר: אם מציבים 6 מקבלים 5 כמו שעשה **ניר** בהתחלה.

כלומר כדי לקבל 10 צריך להציב מספר גדול יותר. לכן להציב 12 הגיוני יותר.

זיו אמר: כפלתי במכנה המשותף $\cdot 6$ $\frac{x}{2} + \frac{x}{3} = 10$

קיבלתי $3x + 2x = 60$

מצאתי כי הפתרון הוא $x = 12$

איזו דרך פתרון אתם מעדיפים? הסבירו.



במשימה 5 ראינו כי בפתרון משוואות עם שברים אפשר לפעול במספר דרכים.

- ניסוי של דוגמאות מספריות (כמו הדרך של **ניר**).
- שיקולים (כמו הדרך של **שחר**).
- פעולות על אגפי המשוואה (כמו הדרך של **זיו**).



אוסף משימות



1. פתרו את המשוואות.

א. $\frac{x}{7} + \frac{2x}{7} = 3$

ג.

$\frac{x}{2} - \frac{x}{3} = 1$

ה.

$\frac{x-4}{2} + \frac{5x}{4} = 5$

ב. $\frac{x-4}{3} + \frac{x}{3} = 1$

ד.

$\frac{x}{2} + \frac{2x}{3} = \frac{7}{6}$

ו.

$\frac{x+3}{4} = \frac{x+2}{3}$



2. פתרו את המשוואות.

א. $\frac{x-1}{2} + \frac{x+1}{4} = 5$ ג. $\frac{2x+1}{3} - 1 = x$ ה. $\frac{x-1}{2} = \frac{x}{5} + 1$

ב. $\frac{x-3}{5} + 6 = 2$ ד. $\frac{x}{2} + \frac{2x}{3} = -\frac{7}{6}$ ו. $\frac{5x-3}{3} - 2x = \frac{2x}{3} - 1$



3. תלמידי הכיתה של הילה עבדו בחופשת פסח בעבודות שונות.

$\frac{1}{2}$ מתלמידי הכיתה עבדו במקום העבודה של ההורים,

$\frac{1}{5}$ מתלמידי הכיתה עבדו בפיצריות,

והשאר, 6 תלמידים, עבדו בחנות ספרים.

כמה תלמידים בכיתה?

א. סמנו ב- x את מספר התלמידים בכיתה.

אילו ערכים מתאימים ל- x לפי תנאי הבעיה? הסבירו.

ב. קשמו משוואה מתאימה לסיפור ופתרו אותה.

ג. כמה תלמידים בכיתה?

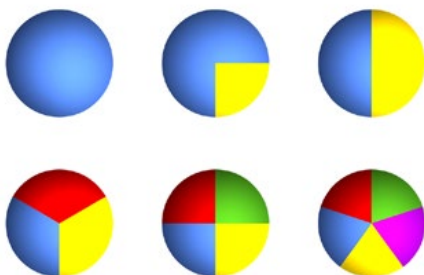


4. נתון הביטוי $\frac{2x-3}{5}$

א. איזה מספר נציב בביטוי במקום x כדי לקבל 1?

ב. איזה מספר נציב בביטוי במקום x כדי לקבל 0?

ג. איזה מספר נציב בביטוי במקום x כדי לקבל -1 ?



5. נתון הביטוי $\frac{x}{3} + 1$

א. אילו מספרים נציב בביטוי במקום x כדי לקבל מספרים שלמים?

ב. אילו מספרים נציב בביטוי במקום x כדי לקבל מספרים זוגיים?

ג. אילו מספרים נציב בביטוי במקום x כדי לקבל מספרים אי-זוגיים?



שיעור 2. משוואות עם משתנה במכנה

מה דומה ומה שונה בין המשוואות הבאות?

$$x \neq 0 \quad \frac{7}{x} + \frac{3}{x} = 1 \quad \frac{x-4}{6} + \frac{x-4}{6} = 2$$

נפתור משוואות עם משתנה במכנה.

1. פתרו את המשוואות שבמשימת הפתיחה.

2. נתונה המשוואה $x \neq 0 \quad \frac{3}{2x} + \frac{4}{x} = 1$

תומר אמר: המכנה המשותף הוא x

אסף אמר: המכנה המשותף הוא $2x$

מי צודק? פתרו ובדקו.



בפתרון **משוואות עם משתנה במכנה** אפשר לכפול את אגפי המשוואה במכנה המשותף בדרכים שונות:

- אפשר לכפול **במכפלת המכנים**,
- אפשר לכפול **במכנה המשותף הפשוט ביותר** כלומר, בביטוי הפשוט ביותר המתחלק בכל אחד מהמכנים.

דוגמה: במשוואה $x \neq 0 \quad \frac{x+4}{2x} - \frac{1}{3x} = \frac{5}{6}$

הביטויים $6x$ ו- $6x^2$ יכולים להיות מכנה משותף, אך המכנה המשותף הפשוט ביותר הוא $6x$.

הערה: במשוואות עם מכנה מספרי מחפשים את המכנה המשותף **הקטן ביותר**.

3. בכל סעיף סמנו ביטויים שיכולים להיות מכנה משותף של המשוואה.

איזה מבין הביטויים שסימנתם הוא המכנה המשותף הפשוט ביותר?

28x	14x	98x	7x	$(x \neq 0)$	$\frac{1}{7x} - \frac{1}{14} = 1$	א.
$2x^3$	x^2	$2x^2$	2x	$(x \neq 0)$	$\frac{1}{2x} + \frac{3-x}{x^2} = 1$	ב.
$16(x-2)$	$4(x-2)$	$x-2$	16	$(x \neq 2)$	$\frac{3}{4} + \frac{1}{x-2} = 1$	ג.
$18x^4$	$6x^3$	$6x^2$	6x	$(x \neq 0)$	$\frac{1}{3x} + \frac{2}{6x^2} = \frac{1}{x}$	ד.



פותרים משוואה עם משתנה במכנה לפי השלבים הבאים:

- רושמים את תחום ההצבה
- כופלים את המשוואה במכנה המשותף ופותרים את המשוואה
- בודקים אם המספרים שהתקבלו נמצאים בתחום ההצבה ובודקים את הפתרון
- רושמים את פתרון המשוואה

דוגמה: נתונה המשוואה $\frac{x+3}{4(x-2)} + \frac{1}{x-2} = 1$

תחום ההצבה $x \neq 2$ המכנה המשותף $4(x-2)$

כופלים: $\frac{x+3}{4(x-2)} + \frac{1}{x-2} = 1 \quad / \cdot 4(x-2)$

$$x + 3 + 4 = 4(x - 2)$$

$$x + 7 = 4x - 8$$

$$15 = 3x$$

$$x = 5$$

5 נמצא בתחום ההצבה ומתקיים: $\frac{8}{12} + \frac{1}{3} = 1$ ✓

לכן פתרון המשוואה הוא $x = 5$

4. פתרו את המשוואות. רשמו תחילה את תחום ההצבה.

א. $\frac{3x-7}{4x} = \frac{1}{2x}$ ג. $\frac{x+4}{3x} + \frac{2}{x} = 1$ ה. $\frac{x+3}{2x^2} - \frac{1}{4x} = \frac{1}{x}$

ב. $\frac{1}{4} + \frac{3+x}{2x} = 1$ ד. $\frac{1}{2x} + \frac{1}{x^2} = \frac{1}{x}$ ו. $\frac{5}{x-1} + \frac{3}{2(x-1)} = 1$



אוסף משימות



1. בכל סעיף סמנו ביטויים שיכולים להיות מכנה משותף של המשוואה.

איזה מבין הביטויים שסימנתם הוא המכנה המשותף הפשוט ביותר? (בכל המשוואות $x \neq 0$)

$6x^2$	$6x$	$3x$	$18x^2$	א. $\frac{9}{x} + \frac{1}{3x} = \frac{1}{6}$
$12x$	$36x$	12	$3x + 12$	ב. $\frac{1}{3x} - \frac{1}{12} = 1$
$5x + x^2$	$5x^2$	$5x^3$	$5x$	ג. $\frac{1}{5x} + \frac{2-x}{x^2} = 4$



2. בכל סעיף סמנו ביטויים שיכולים להיות מכנה משותף של המשוואה.
איזה מבין הביטויים שסימנתם הוא המכנה המשותף הפשוט ביותר? (בכל המשוואות $x \neq 0$)

x^3	x^4	x^2	$2x$	א. $\frac{9}{x^2} - \frac{1}{x^2} = 2$
$50x$	$10x^2$	$10x$	$5x$	ב. $\frac{2}{5x} + \frac{x-1}{10} = \frac{1}{x}$
$24x^2$	$12x^2$	$10x^2$	$6x$	ג. $\frac{1}{4x} + \frac{5}{6x^2} = \frac{1}{x}$



3. בכל סעיף רשמו את תחום ההצבה ופתרו את המשוואה.

א. $\frac{18}{x} = 6$	ד. $\frac{1}{3x} + \frac{1}{3} = 0$	ז. $\frac{3}{x} + \frac{1}{2x} = 1$
ב. $\frac{x+6}{2x} = 2$	ה. $\frac{3}{4x} + \frac{1}{2} = 1$	ח. $\frac{5}{4x} - \frac{1}{x} = \frac{1}{2}$
ג. $\frac{x+5}{x-1} = 3$	ו. $\frac{1}{x} + \frac{1}{2x} = 3$	ט. $\frac{x+1}{3x} - \frac{1}{2x} = \frac{1}{6}$



4. בכל סעיף רשמו תחום הצבה ופתרו את המשוואה.

א. $\frac{x+1}{2x} + \frac{1}{x} = 1$	ד. $\frac{1}{3x} - \frac{2}{x^2} = 0$	ז. $\frac{9}{4} - \frac{1}{4(x-1)} = 2$
ב. $\frac{5}{8x} + \frac{1}{2x} = \frac{3}{4}$	ה. $\frac{3}{5x} + \frac{2}{x^2} = \frac{1}{5}$	ח. $\frac{5}{x-1} + \frac{3}{2(x-1)} = 1$
ג. $\frac{x-1}{8x} + \frac{3x-1}{2x} = 1$	ו. $\frac{x-3}{2x^2} - \frac{1}{4x} = \frac{1}{x}$	ט. $\frac{4}{x+1} - \frac{x}{3(x+1)} = 0$



5. לפניכם פתרונות שגויים של משוואות. מצאו את השגיאות והציעו כיצד לתקן אותן.

א. $(x \neq 0) \quad \frac{x+1}{2x} + \frac{1}{x} = 1 \quad / \cdot 2x$	ב. $(x \neq 0) \quad \frac{1}{3x} + \frac{5}{6} = 1 \quad / \cdot 6x$
$x + 1 + 2 = 1$	$1 + 5 = 6x$
$x + 3 = 1$	$6 = 6x$
$x = -2$	$1 = x$



שיעור 3. משוואות עם משתנה במכנה (המשך)

נתונות המשוואות: $\frac{x+1}{2} + \frac{x-3}{3} = 2$

$x \neq -2, x \neq 0, \frac{x}{x+2} + \frac{3}{x} = 1$

מה דומה ומה שונה בין המשוואות?

נפתור משוואות.

1. פתרו את המשוואות שבמשימת הפתיחה.

2. בכל סעיף הקיפו את הביטוי שהוא המכנה המשותף של המשוואה.

בכל המשוואות המכנים שונים מ-0.

x	$x-3$	$x(x-3)$	$2x-3$	א. $\frac{2}{x-3} + \frac{1}{x} = 1$
$3x+1$	$2x(x+1)$	$x+1$	$2x$	ב. $\frac{1}{2x} + \frac{x-5}{x+1} = 2$
$x-1$	$x-2$	$2x-3$	$(x-1)(x-2)$	ג. $\frac{x}{x-1} + \frac{1}{x-2} = 3$
$x+1$	$x-1$	x^2-1	$2x$	ד. $\frac{1}{x-1} + \frac{2}{x+1} = 5$

3. פתרו את המשוואות, תחילה רשמו את תחום ההצבה.

$\frac{3x}{x+2} = \frac{2x-3}{x-2}$ תחום ההצבה: $x \neq -2, x \neq 2$ $\frac{3x}{x+2} = \frac{2x-3}{x-2} \quad / \cdot (x+2)(x-2)$ $3x(x-2) = (2x-3)(x+2)$ $3x^2 - 6x = 2x^2 + x - 6$ $x^2 - 7x + 6 = 0$ $x = 6 \text{ או } x = 1$ שני הפתרונות נמצאים בתחום ההצבה נציב $x = 1$ ונקבל: $\checkmark \frac{3 \cdot 1}{1+2} = \frac{2 \cdot 1 - 3}{1-2}$ נציב $x = 6$ ונקבל: $\checkmark \frac{3 \cdot 6}{6+2} = \frac{2 \cdot 6 - 3}{6-2}$ לכן פתרון המשוואה $x = 6$ או $x = 1$.	$\frac{3}{x-2} = \frac{2}{x-3}$ תחום ההצבה: $x \neq 2, x \neq 3$ $\frac{3}{x-2} = \frac{2}{x-3} \quad / \cdot (x-2)(x-3)$ $3(x-3) = 2(x-2)$ $3x - 9 = 2x - 4$ $x = 5$ $x = 5$ נמצא בתחום ההצבה. נציב במשוואה ונבדוק: $\checkmark \frac{3}{5-2} = \frac{2}{5-3}$ לכן $x = 5$ הוא פתרון המשוואה.
--	---

ג. $\frac{x-2}{x-3} = \frac{2x+1}{x+5}$

ב. $\frac{4}{x-5} = \frac{x}{x-2}$

א. $\frac{x-1}{x} = \frac{x-6}{x-4}$



4. נתונות חמש משוואות שתחום ההצבה שלהן $x \neq 0$.

$$\frac{2}{x} = \frac{20}{30} \quad \frac{2}{x} = \frac{10}{15} \quad \frac{2}{x} = \frac{8}{12} \quad \frac{2}{x} = \frac{4}{6} \quad \frac{2}{x} = \frac{2}{3}$$

אסף אמר: בלי לפתור את המשוואות, אני יודע שהפתרון של כל אחת מהמשוואות הוא $x = 3$.
האם **אסף** צודק? הסבירו.

בעיות מילוליות

5. תלמידי החוג לדרמה ותלמידי החוג לצילום יוצאים לטיול.

תלמידי שני החוגים חולקים זה עם זה את עלות האוטובוס בסך 500 שקלים.

בחוג לדרמה יש 20 תלמידים. נמצא כמה תלמידים בחוג לצילום.

א. סמנו ב- x את מספר התלמידים בחוג לצילום.

אילו ערכים מתאימים ל- x לפי תנאי הבעיה? הסבירו.

ב. איזה מבין הביטויים הבאים מייצג את המחיר בשקלים לכל תלמיד/ה בעבור האוטובוס?

$$x + \frac{500}{20} \quad \frac{500}{x + 20} \quad \frac{x + 20}{500} \quad \frac{500}{x}$$

ג. המחיר לכל תלמיד/ה 10 שקלים.

כתבו משוואה מתאימה, פתרו ומצאו כמה תלמידים יש בחוג לצילום.

6. במתנ"ס השכונתי התארגנו שני חוגי נוער לקנייה משותפת של כדורי משחק.

מחיר כל הכדורים 840 שקלים. כל משתתף/ת שילם/ה 21 שקלים.

באחד החוגים 12 משתתפים. נמצא כמה משתתפים בחוג האחר.

א. סמנו ב- x את מספר המשתתפים בחוגים ששילמו עבור הקנייה.

אילו ערכים מתאימים ל- x לפי תנאי הבעיה? הסבירו.

ב. כתבו משוואה מתאימה, פתרו ומצאו כמה משתתפים בחוג האחר.



אוסף משימות



1. בכל סעיף רשמו את תחום הצבה ופתרו את המשוואה.

$$\text{א.} \quad \frac{x^2 - 7}{x + 1} = 3 \quad \text{ג.} \quad \frac{x^2 + 9x + 8}{x} = 3 \quad \text{ה.} \quad \frac{2x}{x - 4} = \frac{x + 4}{x - 5}$$

$$\text{ב.} \quad \frac{x^2 + 16x}{x + 1} = 12 \quad \text{ד.} \quad \frac{x(x + 2) - 3}{x - 1} = 5 \quad \text{ו.} \quad \frac{3}{x} = \frac{x - 5}{x - 4}$$



2. בכל סעיף רשמו תחום הצבה ופתרו את המשוואה.

א. $\frac{x+6}{x+2} = \frac{2x+3}{x+1}$ ג. $\frac{5}{x+1} + \frac{3}{x-1} = 2$ ה. $\frac{1}{2x+3} = \frac{x-1}{2x-3}$

ב. $\frac{x-2}{x+2} = \frac{2x-7}{x+4}$ ד. $\frac{2x+5}{x} = \frac{3x}{2x-5}$ ו. $\frac{x+3}{x-3} + \frac{x-3}{x+3} = \frac{10}{3}$



3. בכל סעיף סמנו את הביטוי שהוא המכנה המשותף של המשוואה.

בכל המשוואות המכנים שונים מ-0.

א. $\frac{1}{x+3} + \frac{1}{2} = 1$ $x+5$ $2x+3$ $2(x+3)$ 6

ב. $\frac{1}{x-2} = \frac{1}{x}$ x^2-2 $x-2$ $2x-2$ $x(x-2)$

ג. $\frac{6}{x} + \frac{5}{x-3} = 4$ $x(x-3)$ $2x-3$ $x-3$ x^2-3

ד. $\frac{5}{x-2} - \frac{4}{x+3} = 1$ $2x+1$ $x+3$ $x-2$ $(x-2)(x+3)$



4. שרטטו שביל אל המטמון. מותר לעבור רק דרך משבצות שבפתרון המשוואות שבהן $x = 2$.

כניסה	$2x - 2 = 2$	$\frac{8}{x+2} = 2$	$\frac{1}{2} - \frac{1}{x} = 0$	$\frac{x+4}{2} = 3$
$x + 2 = 0$	$\frac{6+x}{x-1} = 4$	$x + \frac{1}{x} = 2$	$3 - x = 2$	$\frac{5x-1}{3} = 3$
$\frac{x+1}{2} = 2$	$\frac{6}{x} = 2$		$\frac{1}{2(x-1)} = \frac{1}{4}$	$\frac{1}{2(x+1)} = \frac{1}{6}$
$\frac{6}{x-1} = 3$	$\frac{1}{3x-2} = \frac{1}{2}$	$\frac{2}{x+2} = \frac{1}{2}$	$\frac{1}{1-x} = -1$	$\frac{1}{2x} + \frac{3}{x+2} = 1$



5. תלמידי שתי כיתות ט רכשו כרטיסים להצגה בסכום כולל של 1,100 שקלים. בכיתה ט 1 יש 30 תלמידים.

נמצא כמה תלמידים בכיתה ט 2.

א. סמנו ב- x את מספר התלמידים בכיתה ט 2.

אילו ערכים מתאימים ל- x לפי תנאי הבעיה?

ב. איזה מבין הביטויים הבאים מייצג את המחיר בשקלים לכל תלמיד/ה בעבור כרטיס להצגה?

$$\frac{1100}{x+30} \quad \frac{1100}{30} \quad \frac{x+30}{1100} \quad \frac{1100}{x}$$

ג. מחיר הכרטיס לכל תלמיד/ה 20 שקלים.

כתבו משוואה מתאימה, פתרו ומצאו כמה תלמידים יש בכיתה ט 2.



6. בית-ספר רכש חוברות עבודה באנגלית עבור שתי קבוצות של תלמידים בסכום כולל של 750 שקלים. בקבוצה אחת יש 22 תלמידים.

נמצא כמה תלמידים בקבוצה האחרת.

א. סמנו ב- x את מספר התלמידים בקבוצה האחרת.

אילו ערכים מתאימים ל- x לפי תנאי הבעיה? הסבירו.

ב. איזה מבין הביטויים הבאים מייצג את המחיר בשקלים של חוברת עבודה אחת?

$$\frac{750}{x+22} \quad \frac{750}{22x} \quad \frac{x+22}{750} \quad \frac{750}{x}$$

ג. מחיר חוברת אחת 15 שקלים.

כתבו משוואה מתאימה, פתרו ומצאו כמה תלמידים בקבוצה האחרת.



7. א. פתרו את המשוואה $\frac{20}{x} = \frac{5}{2}$, $x \neq 0$.

ב. היעזרו בפתרון המשוואה שבסעיף א ומצאו את הפתרון של כל אחת מהמשוואות הבאות. הסבירו. (בכל המשוואות, המכנים שונים מ-0.)

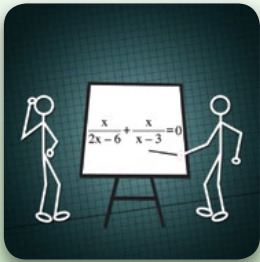
$$\frac{20}{x-2} = \frac{5}{2} \quad \frac{20}{x-1} = \frac{5}{2} \quad \frac{20}{x+2} = \frac{5}{2} \quad \frac{20}{x+1} = \frac{5}{2}$$



8. פתרו את המשוואות (רשמו תחילה את תחום ההצבה).

$$\text{א. } \frac{7}{x^2-9} = \frac{1}{x+3} \quad \text{ב. } \frac{2}{(x-3)^2} + \frac{1}{x-3} = 1 \quad \text{ג. } \frac{1}{(x-6)^2} = \frac{5}{x^2-36}$$

שיעור 4. פותרים משוואות באמצעות פירוק לגורמים



$$\frac{x}{2x-6} + \frac{1}{x-3} = 0$$

מה תחום ההצבה?

מהו המכנה המשותף הפשוט ביותר של המשוואה?

נפתור משוואות באמצעות פירוק לגורמים ונפתור בעיות מילוליות.

1. נתייחס לנתונים שבמשימת הפתיחה.

מתן אמר: כדי לפתור את המשוואה רושמים את המכנה כמכפלה (מפרקים לגורמים) כך:

$$\frac{x}{2(x-3)} + \frac{1}{x-3} = 0$$

המשיכו את הפתרון של **מתן** ומצאו את פתרון המשוואה.



בפתרון משוואות עם משתנה במכנה עובדים על-פי השלבים הבאים:

- מפרקים לגורמים את המכנים, אם אפשר
- רושמים את תחום ההצבה
- מוצאים מכנה משותף פשוט יותר
- כופלים את המשוואה במכנה המשותף ופותרים את המשוואה
- בודקים אם הפתרון שהתקבל נמצא בתחום ההצבה ובודקים את הפתרון
- רושמים את פתרון המשוואה

דוגמה:

$$1 + \frac{4}{2x-10} = \frac{1}{2}$$

נתונה המשוואה

$$1 + \frac{4}{2(x-5)} = \frac{1}{2}$$

מפרקים לגורמים את המכנה

תחום ההצבה $x \neq 5$ המכנה המשותף $2(x-5)$

$$1 + \frac{4}{2(x-5)} = \frac{1}{2} \quad / \cdot 2(x-5)$$

כופלים במכנה המשותף:

$$2(x-5) + 4 = x-5$$

$$2x - 10 + 4 = x - 5$$

$x = 1$ המספר נמצא בתחום ההצבה

נציב $x = 1$ ונקבל: $1 + \frac{4}{2(1-5)} = \frac{1}{2}$ ✓ פתרון המשוואה הוא $x = 1$

2. בכל סעיף פרקו לגורמים אם צריך, כתבו את תחום ההצבה, ופתרו את המשוואה.

א. $\frac{1}{3} - \frac{2}{3(x+1)} = 0$ ג. $\frac{x}{2x+2} = \frac{1}{x+1}$ ה. $\frac{1}{4} + \frac{x}{4x-8} = 1$

ב. $\frac{x}{x+1} = \frac{5}{2(x+1)}$ ד. $\frac{1}{3x+3} + \frac{1}{3} = 0$ ו. $\frac{6}{3x+6} + \frac{x+1}{x+2} = 2$



3. **אדיט** פתרה את המשוואה $\frac{2x+2}{x+1} = 1$, $(x \neq -1)$, כך:

כפלה במכנה המשותף $\frac{2x+2}{x+1} = 1 \quad / \cdot (x+1)$

$2x + 2 = x + 1$

$x = -1$ ורשמה כפתרון:

האם הפתרון של **אדיט** נכון? הציבו, בדקו והסבירו.



פתרון של **משוואה עם משתנה במכנה** כולל את השלבים הבאים:

- רישום תחום ההצבה
- פתרון המשוואה
- בדיקה אם הפתרון שהתקבל נמצא בתחום ההצבה ובדיקת הפתרון,
- קביעת פתרון המשוואה.

דוגמה: נתונה המשוואה $\frac{2x-6}{x-3} = 1$

תחום ההצבה: $x \neq 3$

פותרים את המשוואה: $2x - 6 = x - 3$

מקבלים: $x = 3$

$x = 3$ אינו נמצא בתחום ההצבה, לכן למשוואה אין פתרון.

4. בכל סעיף רשמו תחום הצבה ופתרו את המשוואה.

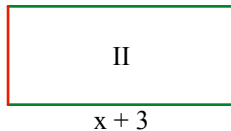
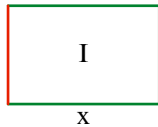
(שימו לב, בדקו אם המספרים שהתקבלו נמצאים בתחום ההצבה.)

א. $\frac{4x+20}{3x+15} = 5$ ג. $\frac{x^2-4}{x-2} = 0$ ה. $\frac{2x+6}{x^2-9} = \frac{2}{5}$

ב. $\frac{2x-8}{3x-12} = \frac{2}{3}$ ד. $\frac{x^2-25}{x+5} = 0$ ו. $\frac{x^2-25}{4x+20} = 0$

בעיות מילוליות

5. נתונים שני מלבנים.



(השרטוטים הם להדגמה, ומידות האורך נתונות בס"מ.)

א. אילו ערכים מתאימים ל- x לפי נתוני הבעיה? הסבירו.

ב. השטח של מלבן I: 36 סמ"ר.

קשמו ביטוי לאורך הצלע השנייה (הצלע הצבועה באדום).

ג. השטח של מלבן II: 48 סמ"ר.

קשמו ביטוי לאורך הצלע השנייה (הצלע הצבועה באדום).

ד. אורך הצלע השנייה במלבן I שווה לאורך הצלע השנייה במלבן II.

קשמו משוואה מתאימה ופתרו אותה.

ה. מצאו את אורכי הצלעות של כל מלבן.

6. נסתכל על מלבנים שהם צלע אחת של מלבן ארוכה ב- 5 ס"מ מהצלע השנייה.

מצאו, אם אפשר, את אורכי צלעות המלבן בכל אחד מהמקרים הבאים:

- היחס בין אורך הצלע הארוכה לאורך הצלע הקצרה הוא 6
- היחס בין אורך הצלע הארוכה לאורך הצלע הקצרה הוא 2
- היחס בין אורך הצלע הארוכה לאורך הצלע הקצרה הוא $\frac{1}{2}$
- היחס בין אורך הצלע הארוכה לאורך הצלע הקצרה הוא 1



7. עמית אמר: במשימה הקודמת אפשר לדעת בלי לפתור משוואות, שאין פתרון בשני המקרים האחרונים.

כיצד ידע זאת עמית?



אוסף משימות



1. קשמו את תחום ההצבה ופתרו את המשוואות (שימו לב, יש לבדוק אם הפתרון שמצאתם נמצא בתחום ההצבה).

א. $\frac{1}{5} = \frac{2}{5(x+1)}$ ג. $\frac{1}{5(x+4)} + \frac{1}{5} = 0$

ב. $\frac{x}{x-1} + 2 = \frac{5}{2(x-1)}$ ד. $\frac{x}{x-2} - \frac{3}{3(x-2)} = 2$



2. פרקו לגורמים, כשמו את תחום ההצבה ופתרו את המשוואות (שימו לב, יש לבדוק אם הפתרון שמצאתם נמצא בתחום ההצבה).

א. $\frac{1}{x} + \frac{x}{2} = \frac{x^2 + 2x}{2x}$ ג. $\frac{4x-3}{x-1} = 2 + \frac{x+3}{x-1}$

ב. $\frac{2x-3}{5x+10} = \frac{x}{x+2}$ ד. $\frac{1}{x} + \frac{x}{4} = \frac{x^2+2}{2x}$



3. בכל סעיף פרקו לגורמים, כשמו את תחום ההצבה ופתרו את המשוואה (שימו לב, יש לבדוק אם הפתרון שמצאתם נמצא בתחום ההצבה).

א. $\frac{x^2-4x}{x-4} = 0$ ב. $\frac{x^2-4x}{x-4} = 1$ ג. $\frac{x^2-4x}{x-4} = 2$ ד. $\frac{x^2-4x}{x-4} = 3$



4. שרטטו שביל אל המטמון.

מותר לעבור רק דרך משבצות שבהן רשומה משוואה שתחום ההצבה שלה הוא $x \neq 4$.

כניסה	$\frac{2}{x-4} = \frac{1}{2}$	$\frac{1}{2} + \frac{2}{x} = 2$	$\frac{x}{4} - \frac{1}{x} = 0$	$\frac{x-4}{2} = 2$
$x-4=0$	$\frac{1}{2x-8} + \frac{x}{2} = 4$	$\frac{x}{3x-12} = \frac{1}{4}$	$\frac{x}{12-3x} = \frac{1}{2}$	$\frac{1}{2x-4} = 3$
$\frac{x-4}{2} = 2$	$\frac{3-x}{2x+8} = 1$	$\frac{1}{x} + x = 2$	$\frac{x}{6x-24} = \frac{1}{6}$	$\frac{1}{2(x+4)} = \frac{1}{2}$
$\frac{x-4}{x} = 6$	$\frac{1}{x+4} = 1$		$\frac{4+x}{4-x} = 2$	$\frac{x-4}{7} = 2$



5.

בחרתי מספר,
הוספתי לו 4,
חילקתי את הסכום במספר שבחרתי,
קיבלתי תוצאה

א. סמנו ב- x את המספר שבחרתי וציינו אילו ערכים מתאימים ל- x לפי תנאי הבעיה.

- ב. איזה מספר בחרתי אם קיבלתי 5? איזה מספר בחרתי אם קיבלתי $\frac{1}{2}$?
איזה מספר בחרתי אם קיבלתי 3? איזה מספר בחרתי אם קיבלתי (-1)?



6.

בחרתי מספר,
כפלתי אותו ב-2,
הוספתי למכפלה 4,
חילקתי את הסכום במספר שבחרתי,
קיבלתי תוצאה

א. סמנו ב- x את המספר שבחרתי וציינו אילו ערכים מתאימים ל- x לפי תנאי הבעיה.

- ב. איזה מספר בחרתי אם קיבלתי 6? איזה מספר בחרתי אם קיבלתי $2\frac{1}{2}$?
איזה מספר בחרתי אם קיבלתי 0? איזה מספר בחרתי אם קיבלתי (-2) ?



7. נתונים שני מלבנים.

(השרטוטים הם להדגמה, ומידות האורך נתונות בס"מ.)

א. אילו ערכים מתאימים ל- x לפי נתוני הבעיה? הסבירו.

ב. השטח של מלבן I: 30 סמ"ר.

קשמו ביטוי לאורך הצלע השנייה (הצלע הצבועה באדום).

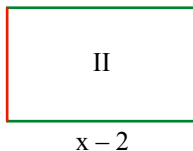
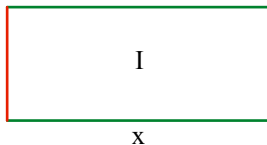
ג. השטח של מלבן II: 20 סמ"ר.

קשמו ביטוי לאורך הצלע השנייה (הצלע הצבועה באדום).

ד. אורך הצלע השנייה במלבן I שווה לאורך הצלע השנייה במלבן II.

קשמו משוואה מתאימה ופתרו אותה.

ה. מצאו את אורכי הצלעות של כל מלבן.



8. שטחו של מלבן 48 סמ"ר.

(השרטוטים הם להדגמה, ומידות האורך נתונות בס"מ.)

א. סמנו ב- x את אורך אחת הצלעות של המלבן.

קשמו ביטוי לאורך הצלע השנייה של המלבן.

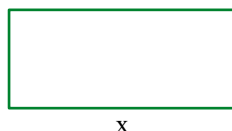
קשמו ביטוי להיקף המלבן.

ב. אילו ערכים מתאימים ל- x לפי נתוני הבעיה?

ג. היקף המלבן 32 ס"מ.

קשמו משוואה מתאימה ופתרו אותה.

ד. מה אורכי צלעות המלבן?



שיעור 5. משימות נוספות

לפניכם ארבע משוואות:

$$\frac{4x}{10} - \frac{x+5}{10} = 2$$

$$\frac{2x}{10} + \frac{x+5}{10} = 2$$

$$\frac{3x}{10} + \frac{1}{2} = 2$$

$$\frac{3x+5}{10} = 2$$

פתרו את המשוואות.

הפתרון של איזו משוואה שונה מהפתרון של שלוש המשוואות האחרות? הסבירו.

נפתור משוואות עם משתנה במכנה.

1. מצאו זוגות של משוואות שיש להן אותו פתרון (תחום ההצבה $x \neq 0$).

הסבירו את שיקולים.

א. $\frac{2+3x}{x} = 1$ ג. $\frac{3+2x}{x} = 1$ ה. $\frac{3}{x} + 2 = 1$ ז. $2 - \frac{3}{x} = 1$

ב. $\frac{3x-2}{x} = 1$ ד. $\frac{2}{x} + 3 = 1$ ו. $\frac{2x-3}{x} = 1$ ח. $3 - \frac{2}{x} = 1$

2. בכל סעיף סמנו משוואות שעבורן אפשר לקבוע שאין להן פתרון (המכנים שונים מ-0) היעזרו בשיקולים.

א. $x^2 - 9 = 0$ $x^2 + 9 = 0$ $\frac{1}{x^2 - 9} = 0$ $\frac{1}{x^2 + 9} = 0$

ב. $\frac{1}{x-2} = 0$ $\frac{2-x}{x-2} = 0$ $\frac{2-x}{x-2} = 1$ $\frac{2-x}{x-2} = -1$

ג. $\frac{x+1}{x-1} = 0$ $\frac{x+1}{x-1} = 1$ $\frac{x+1}{x-1} = 2$ $\frac{x+1}{x-1} = 3$

3. בכל סעיף רשמו את תחום ההצבה ופתרו את המשוואה (בדקו אם הפתרון נמצא בתחום ההצבה).

א. $\frac{7}{(x+3)(x-3)} = \frac{1}{x+3}$ ז. $\frac{x^2}{4(x+1)} = \frac{2x-3}{x+1}$

ב. $\frac{3}{(x-2)(x-4)} = \frac{1}{x-4}$ ה. $\frac{x^2-5}{2(x-3)} = \frac{x-1}{x-3}$

ג. $\frac{2}{(x-3)^2} + \frac{1}{x-3} = 1$ ו. $\frac{x-1}{(x-3)(x-1)} = \frac{x}{2(x-3)}$



4. בכל סעיף מצאו את הביטוי שיש לרשום במונה כדי שפתרון המשוואה יהיה "כל המספרים".

א. $\frac{\boxed{}}{x^2+2} = 1$ ב. $\frac{\boxed{}}{x^2+2} = 2$ ג. $\frac{\boxed{}}{x^2+2} = 0$

5. נתונים הביטויים $\frac{10}{x-1}$ $\frac{5(x+3)}{2(x-1)} \cdot \frac{4}{x+3}$ $\frac{5x+15}{2(x-1)} \cdot \frac{4}{x+3}$

- א. מה תחום ההצבה של כל ביטוי?
 ב. מצאו את תוצאת ההצבה של $x = 2$ בכל ביטוי.
 ג. מצאו את תוצאת ההצבה של $x = -1$ בכל ביטוי.
 ד. מה מצאתם בסעיפים ב ו- ג? הסבירו.
 ה. איזה מספר נציב בביטוי $\frac{10}{x-1}$ (במקום x) כדי לקבל 1?
 ו. איזה מספר נציב בביטוי $\frac{10}{x-1}$ (במקום x) כדי לקבל -1 ?



במשימות קודמות ראינו כי לאחר רישום תחום ההצבה אפשר לצמצם את השברים שבתרגיל ואז רצוי לפתור את המשוואה הפשוטה ביותר.
 לאחר פתרון המשוואה חייבים לבדוק אם הפתרון שהתקבל הוא בתחום הצבה.

דוגמה: רוצים לפתור את המשוואה $\frac{5x+15}{2(x-1)} \cdot \frac{4}{x+3} = 2$
 קובעים את תחום ההצבה $x \neq 1$, $x \neq -3$
 פותרים את המשוואה המתקבלת לאחר צמצום $\frac{10}{x-1} = 2$
 $10 = 2x - 2$ כופלים ב- $x - 1$ ומקבלים
 $12 = 2x$
 $x = 6$
 נמצא בתחום ההצבה לכן $x = 6$ פתרון המשוואה.



אוסף משימות



1. בכל סעיף קבעו אם לזוג המשוואות יש אותו פתרון. הסבירו כיצד קבעתם.
 (בכל המשוואות המכנה שונה מ-0.)

א. $\frac{x+10}{3x} + \frac{10}{3x} = 2$ $\frac{x+10}{3x} = 2$
 ב. $\frac{3x}{x} + \frac{3x}{10} = 2$ $\frac{3x}{x+10} = 2$
 ג. $\frac{3x}{x+10} = 2$
 ד. $\frac{3}{x} + \frac{2}{x} = \frac{1}{10}$ $\frac{x}{3} + \frac{x}{2} = 10$



2. רשמו תחום הצבה ופתרו את המשוואות (בדקו אם הפתרון שמצאתם נמצא בתחום ההצבה).

א. $1 + \frac{10}{x} = 3$ ג. $\frac{x+1}{2x} + 3 = 4$ ה. $\frac{4x}{x+3} = 1$

ב. $\frac{3}{6} + \frac{1}{x} = 1$ ד. $\frac{2x-3}{9x} - \frac{1}{9} = 0$ ו. $\frac{1}{x-3} = \frac{2}{4}$



3. רשמו תחום הצבה ופתרו את המשוואות (בדקו אם הפתרון שמצאתם נמצא בתחום ההצבה).

א. $\frac{1}{2} + \frac{1}{4x} = 1$ ג. $\frac{4}{3} = \frac{5}{x} + \frac{1}{2}$ ה. $\frac{x^2-1}{x-1} = 2x+3$

ב. $3 + \frac{5}{2x} = 4$ ד. $\frac{3x}{x+2} + 4 = 1$ ו. $\frac{x^2+3x}{x+2} = x$



4. רשמו תחום הצבה ופתרו את המשוואות (בדקו אם הפתרון שמצאתם נמצא בתחום ההצבה).

א. $\frac{1}{4} - \frac{2}{4(x+3)} = 0$ ד. $\frac{2}{5x+10} + \frac{1}{5} = 1$

ב. $\frac{x}{x+2} = \frac{15}{3(x+2)}$ ה. $\frac{x}{6x+12} - \frac{1}{x+2} = 0$

ג. $\frac{x}{2(x-3)} + 1 = \frac{1}{2}$ ו. $2 + \frac{x}{3x-12} = 1$



5. הקיפו את האות בטור המתאים מה קיבלתם?

לא נכון	נכון	
מ	ש	א. תוצאת ההצבה של (-3) בביטוי $\frac{x-1}{2(x+6)}$, $x \neq -6$ היא מספר שלילי
כ	ב	ב. תוצאת ההצבה של (-1) בביטוי $\frac{2x-3}{x}$, $x \neq 0$ היא מספר אי-זוגי
ר	נ	ג. תחום ההצבה של המשוואה $\frac{x-4}{x-3} = 2$ הוא $x \neq 4$, $x \neq 3$
ה	א	ד. תחום ההצבה של המשוואה $\frac{x-1}{x-2} = \frac{x+3}{2-x}$ הוא $x \neq 2$
ל	מ	ה. פתרון המשוואה $\frac{x+8}{2} + \frac{x}{3} = 4$ הוא $x \neq -4$
ש	ג	ו. המכנה המשותף של המשוואה $\frac{2x}{x+1} = \frac{x+3}{2(x+1)}$ הוא $2(x+1)$
ב	ו	ז. המכנה המשותף של המשוואה $\frac{2}{x+2} + \frac{x}{3} = 1$ הוא $x+5$
ר	ת	ח. פתרון המשוואה $\frac{x}{x+1} = \frac{3x+2}{2x+2}$ הוא 2
ף	י	ט. פתרון המשוואה $\frac{x}{x-2} - \frac{3}{x+2} = 1$ הוא 10



6. נתון הביטוי $\frac{x+5}{x-1}$ ($x \neq 1$)

- הציבו בביטוי (במקום x) את המספר 2 וחשבו.
- הציבו בביטוי (במקום x) את המספר 0 וחשבו.
- הציבו בביטוי (במקום x) את המספר 3 וחשבו.
- איזה מספר נציב בביטוי (במקום x) כדי לקבל 0?
- איזה מספר נציב בביטוי (במקום x) כדי לקבל 2?



7. נתון הביטוי $\frac{2x-2}{4} \cdot \frac{x}{x-1}$ ($x \neq 1$)

- הציבו בביטוי (במקום x) את המספר 2 וחשבו.
- הציבו בביטוי (במקום x) את המספר 0 וחשבו.
- הציבו בביטוי (במקום x) את המספר (-1) וחשבו.
- איזה מספר נציב בביטוי (במקום x) כדי לקבל (-1)?
- איזה מספר נציב בביטוי (במקום x) כדי לקבל (-2)?



8. בכיתה ט 1 יש x תלמידים, $\frac{1}{2}$ מהם נרשמו לחוג כדורסל.

בכיתה ט 2 יש 6 תלמידים יותר מאשר בכיתה ט 1.

$\frac{1}{3}$ מתלמידי כיתה ט 2 נרשמו לחוג כדורסל.

- רשמו ביטוי למספר הנרשמים לחוג כדורסל בכיתה ט 1.
- רשמו ביטוי למספר הנרשמים לחוג כדורסל בכיתה ט 2.
- אילו ערכים מתאימים ל- x לפי תנאי הבעיה? הסבירו.
- בשתי הכיתות יחד נרשמו 22 תלמידים לחוג כדורסל. רשמו משוואה מתאימה ופתרו אותה. כמה תלמידים יש בכל כיתה?



9. בכל סעיף רשמו במקום הריק פעולת חשבון כך שיתקבלו ביטויים זהים בשני האגפים. רשמו תחום הצבה.

א. $\frac{a}{2} \bigcirc \frac{a}{4} = \frac{a^2}{8}$ ג. $\frac{a}{2} \bigcirc \frac{a}{4} = \frac{3a}{4}$ ה. $\frac{3}{a} \bigcirc \frac{6}{a} = \frac{18}{a^2}$

ב. $\frac{a}{2} \bigcirc \frac{a}{4} = 2$ ד. $\frac{3}{a} \bigcirc \frac{6}{a} = \frac{1}{2}$ ו. $\frac{3}{a} \bigcirc \frac{6}{a} = -\frac{3}{a}$



שומרים על כושר

משוואות ריבועיות

1. פתרו את המשוואות.

א. $x^2 - 4x + 3 = 0$

ב. $2x^2 - 5x = 0$

ג. $-x^2 + 3x - 2 = 0$

ד. $(x + 2)(x - 5) = 0$

ה. $(x - 2)^2 - x(x + 1) = 0$

ו. $2x^2 + 5x - 3 = 0$

ז. $(x + 6)(2x - 1) = 0$

ח. $(x + 4)(x - 2) - x^2 = 0$

2. פתרו את המשוואות.

א. $x^2 + 4x - 5 = 0$

ב. $(x - 12)(x - 5) = 0$

ג. $x^2 + 28 = 11x$

ד. $\frac{x-9}{3} = 0$

ה. $x \neq 9, \frac{3}{x-9} = 0$

ו. $x^2 - 5x - 24 = 0$

ז. $(x + 2)(2x - 22) = 0$

ח. $x \neq -4, \frac{x^2+3x-18}{x+4} = 0$

3. פתרו את המשוואות.

א. $x^2 - 2x - 4 = x + 6$

ב. $(x + 2)^2 = 20 - x^2$

ג. $46 - 5(8 - x) = x^2$

ד. $x^2 - 2x = (x + 3)(x - 10)$

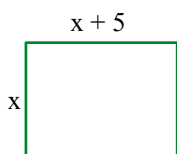
4. שטח המלבן שבשרטוט 84 סמ"ר.

(השרטוט הוא להדגמה, ומידות האורך נתונות בס"מ).

א. אילו ערכים מתאימים ל- x לפי תנאי הבעיה? הסבירו.

ב. חשבו את אורכי הצלעות המלבן.

ג. חשבו את היקף המלבן.



5. בשרטוט שני מלבנים (השרטוט הוא להדגמה, ומידות האורך נתונות בס"מ).

א. אילו ערכים מתאימים ל- x לפי תנאי הבעיה?

ב. חשמו ביטוי לשטח מלבן I.

חשמו ביטוי לשטח מלבן II.

ג. לאיזה מלבן היקף גדול יותר? בכמה?

ד. שטחי המלבנים שווים. חשמו משוואה מתאימה, פתרו ומצאו את אורכי הצלעות של כל מלבן.

