

יחידה 25: משוואות ואי-שוויונות ריבועיים

שיעור 1. מערכת משוואות



לפניכם מערכות משוואות. הציעו דרכי פתרון.

$$\begin{cases} y = x^2 - 5x + 4 \\ y = \frac{1}{2}x - 6 \end{cases}$$

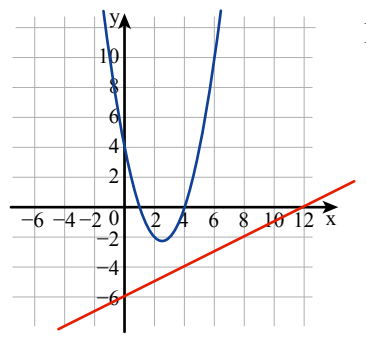
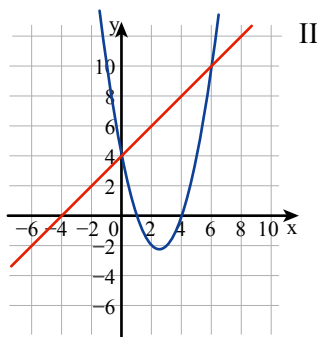
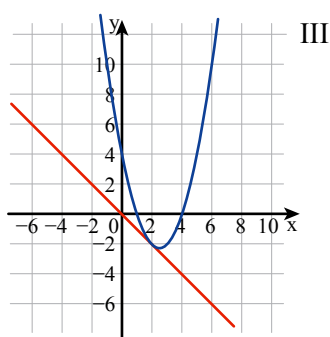
$$\begin{cases} y = x^2 - 5x + 4 \\ y = -x \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = x^2 - 5x + 4 \\ y = x + 4 \end{cases}$$

נפתור מערכות משוואות הכוללות משוואות ריבועיות.

1. נתייחס למערכות המשוואות במשימת הפתיחה.

א. בכל סעיף **צורית** שרטטה במערכת צירים אחת את הגרפים המתאימים לשתי המשוואות.



התאימו שרטוט לכל מערכת משוואות.

מצאו את הפתרון של כל מערכת משוואות מתוך הגרף.

ב. **שפרה** התחילה לפתור את מערכת המשוואות $\begin{cases} y = x^2 - 5x + 4 \\ y = x + 4 \end{cases}$ כך:

$$x + 4 = x^2 - 5x + 4$$

פשטו את המשוואה של **שפרה**, ופתרו אותה. מהו פתרון מערכת המשוואות?

ג. פתרו בדרך של **שפרה** גם את מערכות המשוואות האחרות.

בדקו את פתרונותיכם בעזרת הגרפים של **צורית**.



תזכורת

- הפתרון **האלגברי** של מערכת משוואות הוא זוג סדור (או זוגות סדורים) של מספרים המקיימים את שתי המשוואות.
- אם אין זוגות סדורים המקיימים את שתי המשוואות, אין פתרון למערכת המשוואות.

2. פתרו.

ה. $\begin{cases} y = x^2 + 6x + 8 \\ y = 2x + 4 \end{cases}$	ג. $\begin{cases} y = x^2 + 6x + 8 \\ y = x + 2 \end{cases}$	א. $\begin{cases} y = x^2 + 6x + 8 \\ y = 6x + 8 \end{cases}$
ו. $\begin{cases} y = x^2 + 6x + 8 \\ y = 8 \end{cases}$	ד. $\begin{cases} y = x^2 + 6x + 8 \\ y = -x \end{cases}$	ב. $\begin{cases} y = x^2 + 6x + 8 \\ y = x - 3 \end{cases}$

3. בכל סעיף שרטטו באותה מערכת צירים את שתי הפרבולות המתאימות ומצאו את פתרון המערכת. אם אין פתרון, הסבירו. בדקו את תשובותיכם בדרך אלגברית.

א. $\begin{cases} y = x^2 - 1 \\ y = -(x - 1)^2 + 4 \end{cases}$	ב. $\begin{cases} y = x^2 - 1 \\ y = -(x - 1)^2 - 1 \end{cases}$	ג. $\begin{cases} y = x^2 - 1 \\ y = 2x^2 \end{cases}$
--	--	--



4. א. רשמו משוואה של פרבולה ומשוואה של ישר, כך שלפרבולה ולישר:
 * אין נקודות חיתוך * יש נקודת חיתוך אחת בלבד * יש שתי נקודות חיתוך
- ב. רשמו משוואות של שתי פרבולות, כך שלשתי הפרבולות:
 * אין נקודות חיתוך * יש נקודת חיתוך אחת בלבד * יש שתי נקודות חיתוך

אוסף משימות



1. בכל סעיף שרטטו במערכת צירים את הגרפים המתאימים, ומצאו את שיעורי נקודות החיתוך.

א. $y = 2x$, $y = x^2$ ב. $y = -x^2 + 4x$, $y = x^2 + 2$



2. בכל סעיף שרטטו במערכת צירים את הגרפים המתאימים, ומצאו את שיעורי נקודות החיתוך.

א. $y = x^2 - 6x + 8$, $y = x - 2$ ב. $y = -x^2 + 6x - 5$, $y = x^2 - 1$

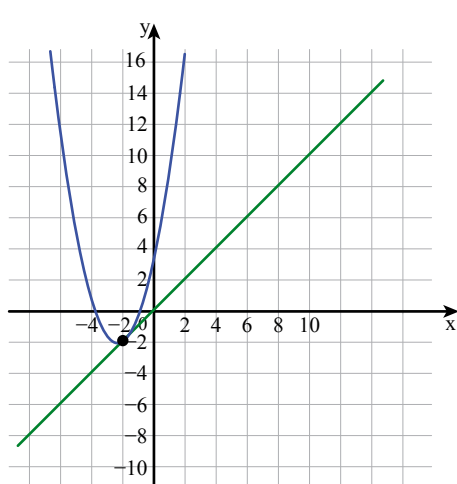


3. בכל סעיף שרטטו סקיצות מתאימות, וקבעו כמה פתרונות יש לכל מערכת משוואות.

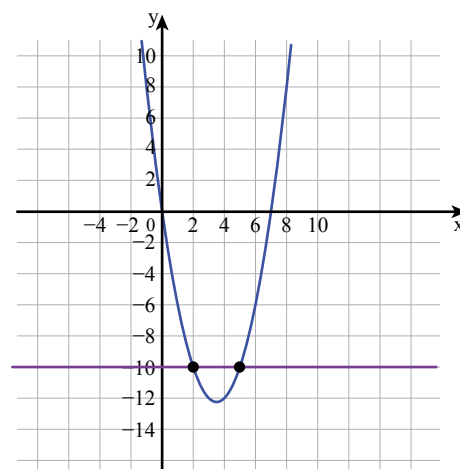
א. $y = x^2 + 5x - 8$, $x - y - 3 = 0$ ב. $y = x^2 + 2x - 3$, $y = -x^2 + x + 12$



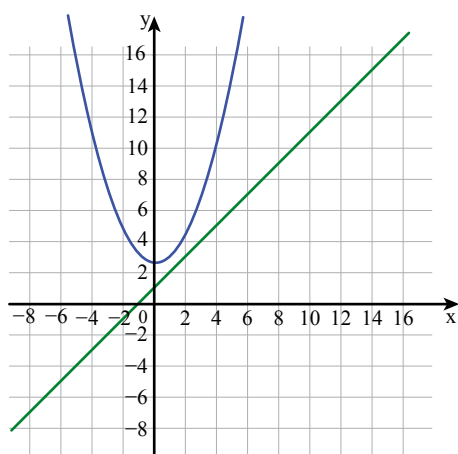
4. התאימו גרף לכל מערכת משוואות. בדקו את תשובותיכם בדרך אלגברית.



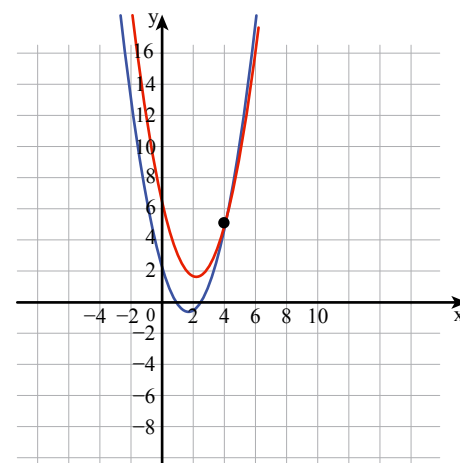
III



I



IV



II

$$\begin{cases} y = x^2 - 7x \\ y = -10 \end{cases} \quad \text{ד.}$$

$$\begin{cases} y = x^2 - 3x + 1 \\ y = x^2 - 4x + 5 \end{cases} \quad \text{ג.}$$

$$\begin{cases} y = \frac{1}{2}x^2 + 2\frac{1}{2} \\ y = x + 1 \end{cases} \quad \text{ב.}$$

$$\begin{cases} y = x^2 + 5x + 4 \\ y = x \end{cases} \quad \text{א.}$$



5. פתרו.

$$\begin{cases} y = (x - 2)^2 \\ y = -x^2 + 10 \end{cases} \quad \text{ה.}$$

$$\begin{cases} y = 2x + 3 \\ y = -2x^2 + 7 \end{cases} \quad \text{ג.}$$

$$\begin{cases} y = x \\ y = x^2 - 2x \end{cases} \quad \text{א.}$$

$$\begin{cases} y = x^2 - 4x \\ y = x^2 - 4x + 3 \end{cases} \quad \text{ו.}$$

$$\begin{cases} y = x^2 - 8 \\ y = x^2 + 4x \end{cases} \quad \text{ד.}$$

$$\begin{cases} y = x - 5 \\ y = x^2 - 3 \end{cases} \quad \text{ב.}$$



6. פתרו.

א. $\begin{cases} y = x - 1 \\ y = x^2 - 4x + 3 \end{cases}$	ג. $\begin{cases} y = 7 \\ y = x^2 - 2 \end{cases}$	ה. $\begin{cases} y = -x^2 + 4 \\ y = (x - 2)^2 + 2 \end{cases}$
ב. $\begin{cases} y = 2x + 1 \\ y = x^2 + 3 \end{cases}$	ד. $\begin{cases} y = x^2 - 1 \\ y = (x - 1)(x - 5) \end{cases}$	ו. $\begin{cases} y = x^2 + 4 \\ y = -x^2 + 2x + 3 \end{cases}$



7. פתרו.

א. $\begin{cases} x + y = 10 \\ y = (x - 4)^2 \end{cases}$	ג. $\begin{cases} y = x - 1 \\ y = -x^2 + 4x - 3 \end{cases}$	ה. $\begin{cases} y = (x - 2)^2 \\ y = (x - 5)^2 - 3 \end{cases}$
ב. $\begin{cases} y = x - 1 \\ y = x^2 - 2x + 3 \end{cases}$	ד. $\begin{cases} y = x^2 - 6x + 7 \\ y = -x^2 + 6x - 5 \end{cases}$	ו. $\begin{cases} y = x^2 - 4x + 3 \\ y = -x^2 + 4x - 3 \end{cases}$



8. נקודות החיתוך של הישר שמשוואתו $y = 2x - 4$ ושל פרבולה מהמשפחה $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$), נמצאות על הצירים.

א. מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של הישר ושל הפרבולה.

ב. מהו ערך הפרמטר c בפונקציה הריבועית?

ג. אילו מבין הפונקציות הריבועיות הבאות מקיימות את תנאי הבעיה? הסבירו.

I. $y = 2x^2 - 2x - 4$ II. $y = (x - 1)^2 - 5$ III. $y = -\frac{1}{3}(x - 2)(x - 6)$

ד. רשמו שלוש דוגמאות לפונקציות ריבועיות מתאימות.



9. הפרבולה $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$), חותכת את ציר x בשתי נקודות. הראו כי הישר $y = 2ax + b$ חותך את הפרבולה בשתי נקודות.

שיעור 2. בעיות ומשוואות



היקפו של מלבן 48 ס"מ ושטחו 80 סמ"ר.
מצאו את אורכי הצלעות של המלבן.

נפתור מערכת משוואות ריבועיות בעזרת אלגברה.

1. נתייחס לנתונים במשימת הפתיחה.

נסמן: x ו- y - אורכי הצלעות של המלבן בס"מ.

א. אילו ערכים מתאימים ל- x ואילו ערכים מתאימים ל- y לפי תנאי הבעיה? הסבירו.

ב. רשמו מערכת משוואות מתאימה.

ג. **אלה** כתבה מערכת משוואות:

$$\begin{cases} x + y = 24 \\ xy = 80 \end{cases} \quad x > 0, y > 0$$

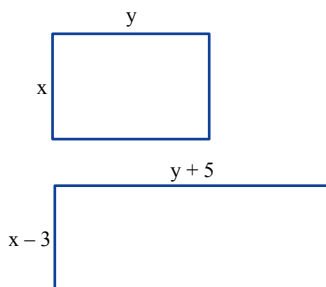
לפי המשוואה הראשונה, היא רשמה: $y = 24 - x$

והציבה במשוואה השנייה, כך: $x(24 - x) = 80$

המשיכו לפתור.

ד. כמה פתרונות למערכת המשוואות? כמה פתרונות לבעיית המלבן? הסבירו.

2. נתון מלבן. (השרטוטים הם להדגמה, ומידות האורך נתונות בס"מ.)



האריכו צלע אחת של המלבן וקיצרו את הצלע השנייה, כך:

א. אילו ערכים מתאימים ל- x ואילו ערכים מתאימים ל- y לפי תנאי הבעיה? הסבירו.

ב. היקפו של המלבן המקורי 56 ס"מ, ושטחו של המלבן שהתקבל הוא 200 סמ"ר.
מצאו את המידות של המלבן המקורי.

כמה אפשרויות יש? הסבירו.

ג. מצאו את מידות המלבן החדש.

3. שטחו של מלבן נתון 150 סמ"ר.

אם מאריכים צלע אחת של המלבן ב- 4 ס"מ ומקצרים את הצלע השנייה ב- 10 ס"מ, מתקבל מלבן חדש ששטחו שווה לשטח המלבן המקורי.

נסמן: x - אורך צלע אחת של המלבן הנתון בס"מ, y - אורך הצלע השנייה של המלבן בס"מ.

א. אילו ערכים מתאימים ל- x ואילו ערכים מתאימים ל- y לפי תנאי הבעיה? הסבירו.

ב. רשמו מערכת משוואות מתאימה ופתרו אותה.

ג. מהם אורכי צלעות המלבן המקורי? מהם אורכי צלעות המלבן החדש? כמה אפשרויות יש?



תזכורת

בפתרון בעיה יש לבדוק אם הפתרון מתאים לתנאי הבעיה.

מל/ז: במשימה 3 רשמנו מערכת משוואות

$$\begin{cases} xy = 150 \\ (x + 4)(y - 10) = 150 \end{cases}$$

מפשטים את המשוואה השניה, כך: $xy + 4y - 10x - 40 = 150$

מציבים את $xy = 150$ (משוואה ראשונה), ומקבלים: $xy + 4y - 10x - 40 = xy$

מחסרים xy משני האגפים ומקבלים: $4y - 10x = 40$

קיבלנו משוואה אחת שבה גם x וגם y

רושמים $y = \frac{150}{x}$ על-פי המשוואה הראשונה, ומציבים במשוואה שקיבלנו (במסגרת):

$$4 \cdot \frac{150}{x} - 10x = 40$$

$$\frac{600}{x} - 10x = 40$$

כופלים ב- x את המשוואה ומקבלים: $600 - 10x^2 - 40x = 0$

מחלקים את כל המשוואה ב- 10, ומקבלים משוואה שקולה: $x^2 + 4x - 60 = 0$

שני הפתרונות של מערכת המשוואות הם: $(-10, -15)$ ו- $(6, 25)$.

בבעיה הנתונה, x ו- y מייצגים אורכי צלעות של מלבן, ולכן הם יכולים לקבל רק ערכים חיוביים.

לבעיה פתרון יחיד. אורכי צלעות המלבן המקורי הם: 6 ס"מ, 25 ס"מ.

4. פתרו.

$$\begin{cases} x(x + 7) = y + 18 \\ x^2 - y = x + 2 \end{cases} \quad \text{מל/ז:}$$

מפשטים את המשוואה הראשונה ומקבלים: $x^2 + 7x = y + 18$

$$x^2 + 7x - 18 = y \quad \text{מכאן:}$$

מציבים במקום y במשוואה השניה ומקבלים:

$$x^2 - (x^2 + 7x - 18) = x + 2$$

$$x^2 - x^2 - 7x + 18 = x + 2$$

$$-8x = -16$$

מכאן:

$$x = 2$$

מציבים במשוואה שבמסגרת ומקבלים:

$$4 + 14 - 18 = 0$$

למערכת המשוואות פתרון יחיד: $(2, 0)$

$$\begin{cases} x(x - 3) = y + 7 \\ x^2 + y = x - 1 \end{cases} \quad \text{א.}$$

$$\begin{cases} 5x - y = 11 \\ y = (x - 1)(x - 3) \end{cases} \quad \text{ב.}$$

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 13 \\ 3x - 2y = 0 \end{cases} \quad \text{ג.}$$

$$\begin{cases} 2x - y = 5 \\ x(2x - 5) = y + 2 \end{cases} \quad \text{ד.}$$



1. נתון מלבן ששטחו 10 סמ"ר.

(השרטוטים הם להדגמה, ומידות האורך נתונות בס"מ.)

קיצרו צלע אחת של המלבן ב- 1 ס"מ.

האריכו את הצלע השנייה ב- 2 ס"מ.

התקבל מלבן חדש ששטחו 16 סמ"ר.

א. אילו ערכים מתאימים ל- x ואילו ערכים מתאימים ל- y לפי תנאי הבעיה? הסבירו.

ב. רשמו מערכת משוואות מתאימה ופתרו אותה.

ג. מהן מידות המלבן הנתון?



2. נתון מלבן ששטחו 48 סמ"ר.

אם נקצר צלע אחת ב- 3 ס"מ ונאריך את הצלע השנייה ב- 4 ס"מ, יתקבל מלבן ששטחו גדול ב- 2 סמ"ר משטח המלבן הנתון.

סמנו: x - האורך בס"מ של צלע אחת של המלבן הנתון, y - האורך בס"מ של הצלע השנייה.

א. אילו ערכים מתאימים ל- x ואילו ערכים מתאימים ל- y לפי תנאי הבעיה? הסבירו.

ב. רשמו מערכת משוואות מתאימה ופתרו אותה.

ג. מהן מידות המלבן המקורי?



3. קבוצת חניכים אספה כסף כדי לתרום מחשב חדש לבית אבות. מחיר המחשב 4,500 שקלים.

הם חילקו ביניהם את הסכום, כך שכל חניך יתרום סכום זהה.

לפני הרכישה הצטרפו 6 חניכים, כך יצא שהסכום שתרם כל משתתף היה נמוך ב- 25 שקלים מהתכנון.

כמה חניכים היו בקבוצה בהתחלה? הסבירו.



4. סכום אורכי הניצבים של משולש ישר-זווית הוא 14 ס"מ.

אורך היתר של המשולש 10 ס"מ.

נסמן: x - האורך בס"מ של אחד הניצבים, y - האורך בס"מ של הניצב השני.

א. אילו ערכים מתאימים ל- x ואילו ערכים מתאימים ל- y לפי תנאי הבעיה?

ב. היעזרו במשפט פיתגורס, רשמו מערכת משוואות מתאימה ופתרו אותה.

ג. מהם אורכי הניצבים של המשולש הנתון?



5. סכום אורכי הניצבים של משולש ישר-זווית הוא 21 ס"מ.

אורך היתר של המשולש 15 ס"מ.

נסמן: x - האורך בס"מ של אחד הניצבים, y - האורך בס"מ של הניצב השני.

א. אילו ערכים מתאימים ל- x ואילו ערכים מתאימים ל- y לפי תנאי הבעיה?

ב. רשמו מערכת משוואות מתאימה ופתרו אותה.

ג. מהם אורכי הניצבים של המשולש הנתון?



6. היקפו של משולש ישר-זווית הוא 90 ס"מ.

אורך היתר של המשולש 41 ס"מ.

מצאו את אורכי הניצבים ואת שטח המשולש.



7. פתרו את מערכות המשוואות.

$$\begin{array}{ll} \text{א.} \begin{cases} x + y = 10 \\ xy = 24 \end{cases} & \text{ב.} \begin{cases} x - y = 5 \\ xy = 24 \end{cases} \\ \text{ג.} \begin{cases} x + y = 7 \\ x^2 + y^2 = 25 \end{cases} & \text{ד.} \begin{cases} (x - 2)(y + 1) = xy \\ (x + 3)(y - 1) = xy \end{cases} \end{array}$$



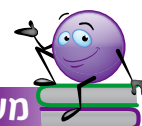
8. פתרו את מערכות המשוואות.

$$\begin{array}{ll} \text{א.} \begin{cases} 2x - y + 2 = 0 \\ x(1 + y) = 44 \end{cases} & \text{ב.} \begin{cases} 3x - 2y = 6 \\ xy = 12 \end{cases} \\ \text{ג.} \begin{cases} x + y = 42 \\ x^2 + y^2 = 900 \end{cases} & \text{ד.} \begin{cases} (x - 5)(y - 1) = xy - 10 \\ (x + 3)(y + 7) = xy + 62 \end{cases} \end{array}$$



9. פתרו את מערכות המשוואות.

$$\begin{array}{ll} \text{א.} \begin{cases} 2x + 3y = 11 \\ x^2 - 3xy = 4 \end{cases} & \text{ג.} \begin{cases} x - y + 1 = 0 \\ 3x + 2y - xy = 5 \end{cases} \\ \text{ה.} \begin{cases} (x + 3)(y + 2) = xy + 13 \\ (x + 2)(y + 1) = xy + 6 \end{cases} & \text{ב.} \begin{cases} xy = 15 \\ (x + 6)(y - 3) = 18 \end{cases} \\ \text{א.} \begin{cases} y = x^2 - 2x + 1 \\ (x + 1)(y + 1) = xy + 4 \end{cases} & \text{ד.} \begin{cases} (x + 2)(y - 1) = 2 \\ (x - 1)(y - 4) = 2 \end{cases} \end{array}$$



1. לפניכם מערכת משוואות:

$$\begin{cases} x^2 - 2y^2 = 18 \\ x - 2y = 0 \end{cases}$$

עמי, מיקי, טל ויוסי פתרו את מערכת המשוואות.
מי פתר נכון? מה השגיאות בפתרונות האחרים?

עמי פתר כך: $\begin{cases} x^2 - 2y^2 = 18 \\ x - 2y = 0 \end{cases}$ $y = \frac{x}{2}$ $x^2 - 2 \cdot \frac{x^2}{2} = 18$ $x^2 - x^2 = 18$ $0 = 18$ אין פתרון למערכת	מיקי פתר כך: $\begin{cases} x^2 - 2y^2 = 18 \\ x - 2y = 0 \end{cases}$ $x = 2y$ $2y^2 - 2y^2 = 18$ $0 = 18$ אין פתרון למערכת
יוסי פתר כך: $\begin{cases} x^2 - 2y^2 = 18 \\ x - 2y = 0 \end{cases}$ $y = \frac{x}{2}$ $x^2 - 2 \cdot \frac{x^2}{4} = 18$ $x^2 - \frac{x^2}{2} = 18$ $\frac{x^2}{2} = 18$ $x^2 = 36$ $x_1 = 6 \quad x_2 = -6$ $6 - 2y = 0 \quad -6 - 2y = 0$ $y_1 = 3 \quad y_2 = -3$ הפתרונות הם: (6, 3) או (-6, -3)	טל פתר כך: $\begin{cases} x^2 - 2y^2 = 18 \\ x - 2y = 0 \end{cases}$ $x = 2y$ $4y^2 - 2y^2 = 18$ $2y^2 = 18$ $y^2 = 9$ $y_1 = 3 \quad y_2 = -3$ $x = 2 \cdot 3 \quad x = 2 \cdot (-3)$ $x_1 = 6 \quad x_2 = -6$ הפתרונות הם: (6, 3) או (-6, -3)

2. א. פתרו את מערכת המשוואות:

$$\begin{cases} y^2 - 3x = 40 \\ y = x + 4 \end{cases}$$

ב. מצאו את הפתרונות של מערכות המשוואות הבאות על-סמך פתרון המערכת בסעיף א.

$\begin{cases} x^2 - 3y = 40 \\ x = y + 4 \end{cases} \quad \text{III}$	$\begin{cases} 2y^2 - 6x = 80 \\ y = x + 4 \end{cases} \quad \text{I}$
$\begin{cases} y^2 - 6x = 40 \\ y = 2x + 4 \end{cases} \quad \text{VI}$	$\begin{cases} 3x - y^2 = -40 \\ y - x = 4 \end{cases} \quad \text{II}$

3. לפניהם מערכת משוואות:

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 26 \\ x = \frac{y-3}{2} \end{cases}$$

גלעד, עמית ורון פתרו את מערכת המשוואות כל אחד בדרך שלו.

רון התחיל לפתור כך:	עמית התחיל לפתור כך:	גלעד התחיל לפתור כך:
$\begin{cases} x^2 + y^2 = 26 \\ x = \frac{y-3}{2} \end{cases}$	$\begin{cases} x^2 + y^2 = 26 \\ x = \frac{y-3}{2} \end{cases}$	$\begin{cases} x^2 + y^2 = 26 \\ x = \frac{y-3}{2} \end{cases}$
מציבים במקום x במשוואה הראשונה	על-סמך המשוואה השנייה	על-סמך המשוואה הראשונה
$\left(\frac{y-3}{2}\right)^2 + y^2 = 26$	$y = 2x + 3$	$y^2 = 26 - x^2$
	מציבים במקום y במשוואה הראשונה	על-סמך המשוואה השנייה
		$2x = y - 3$
		$2x + 3 = y$
		ולכן $y^2 = (2x + 3)^2$

א. השלימו את פתרון מערכת המשוואות בכל אחת מן הדרכים שהציעו **גלעד, עמית ורון**.

ב. פתרו בשלוש דרכי הפתרון את מערכת המשוואות:

$$\begin{cases} x^2 - y = 18 \\ x + 2y = 0 \end{cases}$$

ג. בחרו באחת מבין שלוש דרכי הפתרון, ופתרו את המערכת המשוואות:

$$\begin{cases} x - 2y^2 = 1 \\ x - 8y = 1 \end{cases}$$

4. פתרו את מערכות המשוואות הבאות.

א.
$$\begin{cases} x^2 + 2y = 10 \\ x - 4y = 1 \end{cases}$$

ד.
$$\begin{cases} x^2 + 3xy + y^2 = 31 \\ x + y = 5 \end{cases}$$

ב.
$$\begin{cases} x^2 - y^2 = 3 \\ 3x + y = 5 \end{cases}$$

ה.
$$\begin{cases} 3x^2 - 5x + 2y = 20 \\ x + y = 11 \end{cases}$$

ג.
$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 50 \\ x - 3y = 4 \end{cases}$$

ו.
$$\begin{cases} x^2 - 3xy + y^2 = 11 \\ 3x - 2y = 8 \end{cases}$$

5. פתרו את מערכות המשוואות הבאות.

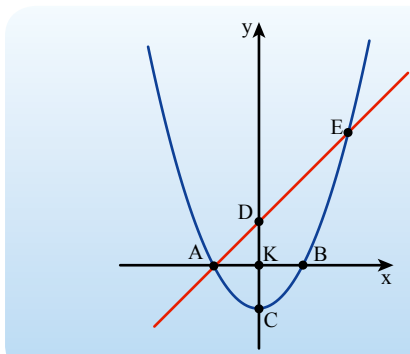
א.
$$\begin{cases} xy = 24 \\ 4x + y = 20 \end{cases}$$

ג.
$$\begin{cases} (x-1)^2 + y^2 = 25 \\ 7y - x = 24 \end{cases}$$

ב.
$$\begin{cases} (x-4)(y+2) = 12 \\ y - 2x = -8 \end{cases}$$

ד.
$$\begin{cases} x(x-y) = 6 \\ 2x + y = 3 \end{cases}$$

שיעור 3. נקודות חיתוך של גרפים



לפניכם הגרפים של הפונקציות:

$$f(x) = x^2 - 1$$

$$g(x) = x + 1$$

מצאו את שיעורי הנקודות A, B, C, D, E. הסבירו.

נמצא שיעורי נקודות על הגרפים ונחשב שטחים.

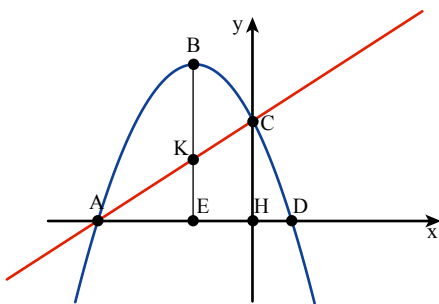


1. נתייחס לפונקציות ממשימת הפתיחה.

א. עבור אילו ערכים של x מתקיים $f(x) = g(x)$?

ב. מה משותף לנקודות C ו-D?

ג. חשבו את שטח המשולש ΔAKD .



2. נתון גרף הפונקציה $f(x) = -x^2 - 3x + 4$.

א. חשבו את שיעורי הנקודות A, B, C.

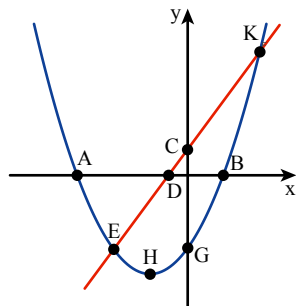
ב. חשבו את שטח ΔACH . הסבירו.

ג. מצאו את הייצוג האלגברי של הישר העובר דרך נקודות A ו-C.

ד. הישר BE מאונך לציר ה- x . מצאו את שיעורי הנקודה K.

ה. חשבו את שטח המרובע EKCH. הסבירו.

ו. חשבו את שטח ΔACD . הסבירו.



3. נתונים הגרפים של הפונקציות:

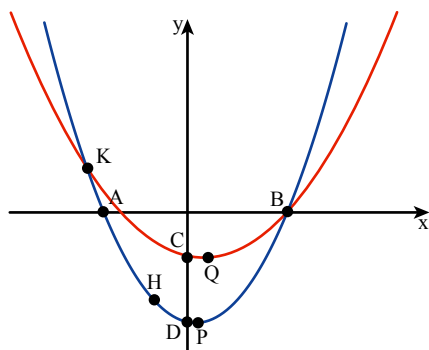
$$f(x) = 2x^2 + 4x - 6$$

$$g(x) = 4x + 2$$

א. מצאו את שיעורי הנקודות A, B, C, D, E, G, K, H.

ב. חשבו את שטח המשולש ΔABH . הסבירו.

ג. עבור אילו ערכים של x מתקיים $f(x) > g(x)$?



4. נתונים הגרפים של הפונקציות שקדקודיהן P ו-Q.

$$f(x) = 2x^2 - x - 15$$

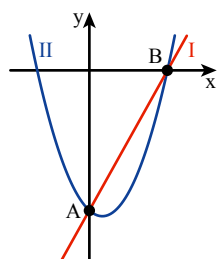
$$g(x) = x^2 - x - 6$$

א. זהו את הגרף המתאים לכל אחת מהפונקציות.

ב. מצאו את שיעורי הנקודות:

A, B, C, D, K, P, Q

ג. עבור אילו ערכים של x מתקיים $f(x) < g(x)$?



1. בשרטוט הגרפים של הפונקציות:

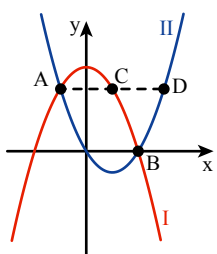
$$g(x) = x^2 - x - 6, \quad f(x) = 2x - 6$$

א. התאימו גרף לכל פונקציה.

ב. פתרו את מערכת המשוואות

$$\begin{cases} y = 2x - 6 \\ y = x^2 - x - 6 \end{cases}$$

ג. מצאו את שיעורי הנקודות A ו-B.



2. בשרטוט הגרפים של הפונקציות:

$$g(x) = 4 - x^2, \quad f(x) = x^2 - 2x$$

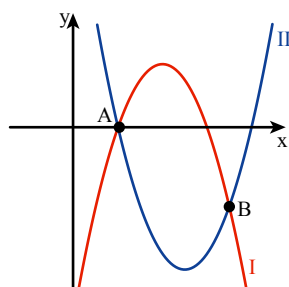
א. התאימו גרף לכל פונקציה.

ב. מצאו את שיעורי הנקודות A ו-B.

ג. עבור אילו ערכים של x מתקיים $f(x) < g(x)$?

ד. AD מקביל לציר x . מצאו את שיעורי הנקודות C ו-D.

ה. מצאו את אורך הקטע AD.



3. בשרטוט הגרפים של הפונקציות:

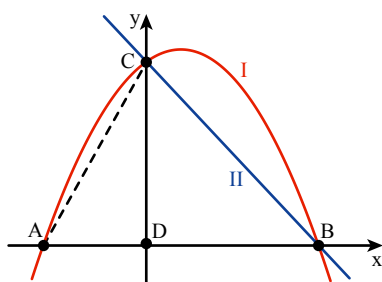
$$g(x) = -x^2 + 8x - 12, \quad f(x) = x^2 - 10x + 16$$

א. התאימו גרף לכל פונקציה.

ב. מצאו את שיעורי הנקודות A ו-B.

ג. מצאו את אורך הקטע AB (הדרכה: היעזרו במשולש ישר-זווית).

ד. באיזה תחום מתקיים $f(x) > g(x)$?



4. בשרטוט הגרפים של הפונקציות:

$$g(x) = -3x + 15, \quad f(x) = -x^2 + 2x + 15$$

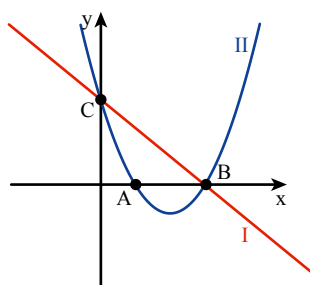
א. התאימו גרף לכל פונקציה.

ב. מצאו את שיעורי הנקודות A, B, C.

ג. חיברו את נקודה A עם נקודה C, והתקבל המשולש $\triangle ABC$. חשבו את שטחו.

ד. חשבו את אורכי הקטעים AC ו-CB (היעזרו במשפט פיתגורס).

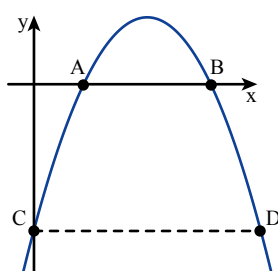
ה. חשבו בקירוב את היקף המשולש $\triangle ABC$.



5. בשרטוט הגרפים של הפונקציות:

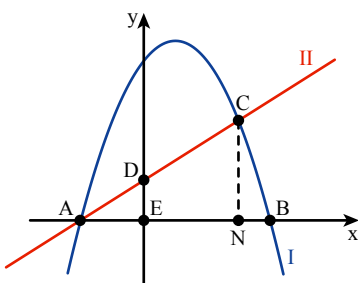
$$f(x) = x^2 - 4x + 3, \quad g(x) = -x + 3$$

- התאימו גרף לכל פונקציה.
- מצאו את שיעורי הנקודות A, B, C.
- חשבו את שטח המשולש $\triangle ABC$.
- חשבו את אורכי הקטעים AC ו-BC (היעזרו במשפט פיתגורס).
- חשבו בקירוב את היקף המשולש $\triangle ABC$.



6. בשרטוט גרף הפונקציה $f(x) = -x^2 + 8x - 12$

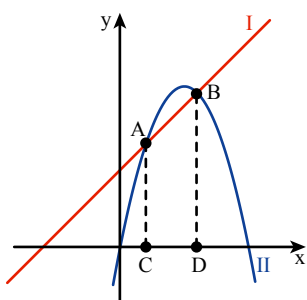
- מצאו את שיעורי הנקודות A, B, C.
- מצאו את הייצוג האלגברי של הישר העובר דרך נקודות B ו- C.
- CD מקביל לציר x וחותר את הפרבולה בנקודות C ו- D. חשבו את שיעורי הנקודה D.
- מהו סוג המרובע ABDC? הסבירו.
- חשבו את שטח המרובע ABDC.
- חשבו בקירוב את היקף המרובע ABDC.



7. בשרטוט הגרפים של הפונקציות:

$$f(x) = -x^2 + 2x + 8, \quad g(x) = x + 2$$

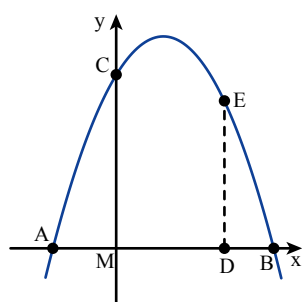
- התאימו גרף לכל פונקציה.
- מצאו את שיעורי הנקודות A, B, C.
- DEN הוא טרפז. אילו הם בסיסי הטרפז?
- מצאו את אורכו של כל בסיס ואת אורך הגובה של הטרפז.
- חשבו את שטח הטרפז.



8. בשרטוט הגרפים של הפונקציות:

$$g(x) = x + 3, \quad f(x) = -x^2 + 5x$$

- התאימו גרף לכל פונקציה.
- מצאו את שיעורי הנקודות A ו- B.
- ABDC הוא טרפז ישר-זווית. אילו הם בסיסי הטרפז?
- מצאו את אורכו של כל בסיס ואת אורך הגובה של הטרפז.
- חשבו את שטח הטרפז.



9. בשרטוט גרף הפונקציה $f(x) = -x^2 + 3x + 10$

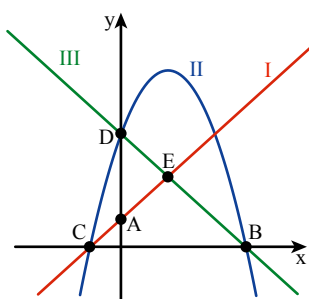
א. מצאו את שיעורי הנקודות A, B, C.

ב. ED מאונך לציר x ואורכו 6 יחידות.

מהו סוג המרובע MCED?

מצאו את שטחו.

ג. מצאו את היקף המרובע MCED.



10. בשרטוט הגרפים של שלוש הפונקציות:

$$f(x) = -x^2 + 3x + 4$$

$$g(x) = x + 1$$

$$m(x) = 4 - x$$

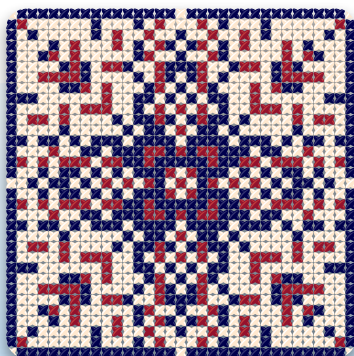
א. התאימו גרף לכל פונקציה.

ב. חשבו את שטח המשולש $\triangle AED$.

ג. חשבו בקירוב את היקף המשולש $\triangle AED$.



שיעור 4. אי-שוויונות ריבועיים



יוכבד רקמה מפת שולחן בעבודת יד.

כדי שהמפה תתאים לשולחן, שטחה צריך להיות גדול מ- 8 מ"ר.

יוכבד קנתה סרט באורך 12 מטרים לקישוט השוליים של המפה. היא רוצה להשתמש בכל הסרט שקנתה ולהצמיד אותו סביב המפה. בדקו אפשרויות שונות למידות המפה.

נפתור בעיות בעזרת אי-שוויונות.

1. נתייחס לנתונים במשימת הפתיחה.

x מייצג את רוחב המפה (במטרים).

א. אילו ערכים מתאימים ל- x לפי תנאי הבעיה? הסבירו.

ב. כתבו ביטויים אלגבריים לאורך המפה ולשטחה.

ג. **שחר** אמר: יודעים כי שטח המפה צריך להיות גדול מ- 8 מ"ר.

אני יכול למצוא את מידות המפה אם השטח שלה הוא 8 מ"ר בדיוק.

הוא פתר את המשוואה $x(6 - x) = 8$.

מהן מידות המפה שמצא **שחר**?

היעזרו בהצעה של **שחר** והציעו מידות אפשריות למפה של **יוכבד**.

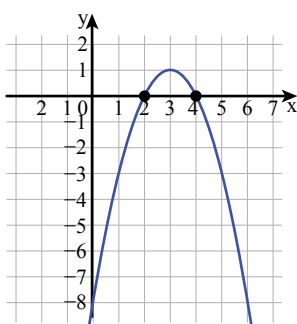
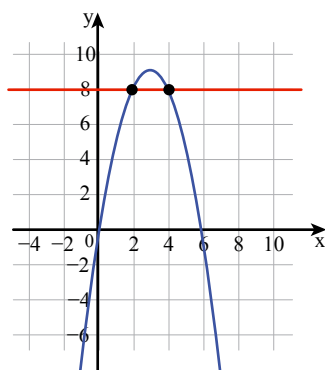
ד. **צביקה** שרטט את גרף הפונקציה $y = x(6 - x)$

ואת הישר שמשוואתו $y = 8$.

מהם שיעורי נקודות החיתוך של הישר ושל הפרבולה?

מה משמעותן בסיפור?

מהן מידות המפה האפשריות של **יוכבד**?



ה. **מיקי** כתב: $x(6 - x) > 8$

הוא קיבל: $-x^2 + 6x - 8 > 0$

ושרטט את גרף הפונקציה $y = -x^2 + 6x - 8$

איזה חלק של הגרף מתאר את האי-שוויון שכתב **מיקי**?

מהם שיעורי נקודות האפס של הפרבולה שהוא שרטט?

מהן המידות האפשריות של המפה?

2. נתונה הפונקציה $f(x) = 2x^2 - 4x - 6$

א. מצאו את נקודות האפס של הפונקציה.

ב. שרטטו סקיצה של הפרבולה המתאימה לפונקציה, וסמנו עליה את נקודות האפס שמצאתם.

ג. מהו פתרון האי-שוויון $2x^2 - 4x - 6 < 0$?



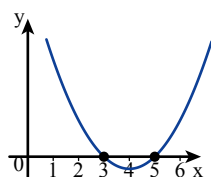
פותרים אי-שוויון ריבועי על-פי השלבים הבאים:

דוגמה:

מהו פתרון האי-שוויון $x^2 - 8x + 15 < 0$?

מהו פתרון האי-שוויון $x^2 - 8x + 15 > 0$?

נקודות האפס של הפונקציה $y = x^2 - 8x + 15$ הן $(5, 0)$ ו- $(3, 0)$.



פתרון האי-שוויון $x^2 - 8x + 15 < 0$ הוא התחום שבו ערכי הפונקציה שליליים: כל המספרים בין 3 ל-5 כלומר $3 < x < 5$

פתרון האי-שוויון $x^2 - 8x + 15 > 0$ הוא התחום שבו ערכי הפונקציה חיוביים: כל המספרים הקטנים מ-3 או המספרים הגדולים מ-5 כלומר $x < 3$ או $x > 5$

- מוצאים את נקודות האפס של הפונקציה הריבועית המתאימה.

- משרטטים סקיצה של הפרבולה המתאימה ומסמנים עליה את נקודות האפס.

- מוצאים את פתרון האי-שוויון מתוך השרטוט.

3. פתרו את האי-שוויונות.

א. $x^2 - 2x - 3 < 0$

ב. $x^2 - 7x + 12 < 0$

ג. $x^2 - 5x > 0$

ד. $-x^2 + 6x - 8 > 0$



4. עמית אמר: לאי-שוויון $x^2 + 9 > 0$ אין פתרון כי למשוואה $x^2 + 9 = 0$ אין פתרון.

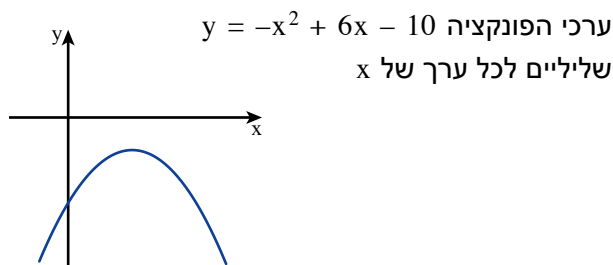
אסף אמר: הפונקציה $y = x^2 + 9$ חיובית תמיד, לכן פתרון האי-שוויון $x^2 + 9 > 0$ הוא **כל המספרים** הממשיים.

מי צודק? הסבירו.



אם לפונקציה ריבועית אין נקודות אפס, אז היא כולה חיובית או כולה שלילית. לכן הפתרונות של האי-שוויונות המתאימים הם **כל המספרים** או **אף מספר**.

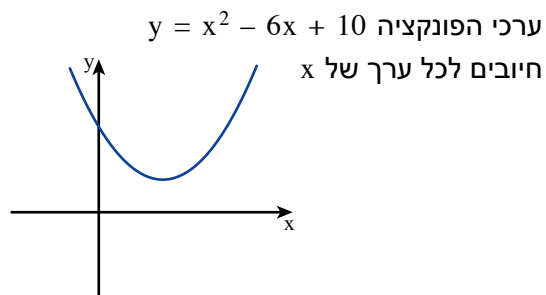
צמח/א/ת



לכן לאי-שוויון $-x^2 + 6x - 10 > 0$ אין פתרון.

לעומת זאת,

פתרון האי-שוויון $-x^2 + 6x - 10 < 0$ הוא **כל המספרים** הממשיים.



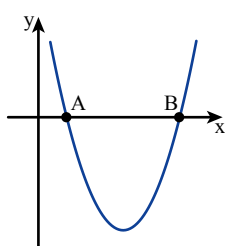
לכן פתרון האי-שוויון $x^2 - 6x + 10 > 0$ הוא **כל המספרים** הממשיים.

לעומת זאת,

לאי-שוויון $x^2 - 6x + 10 < 0$ אין פתרון.



אוסף משימות



1. בשרטוט גרף הפונקציה $f(x) = x^2 - 6x + 5$

א. מה פתרון האי-שוויון $x^2 - 6x + 5 > 0$?

ב. מה פתרון האי-שוויון $x^2 - 6x + 5 < 0$?



2. פתרו.

א. $-x^2 - 9 < 0$

א. $x^2 + 4 > 0$

ד. $x^2 - 2x - 8 > 0$

ב. $-x^2 + 4x > 0$



3. פתרו.

א. $x^2 - 8x + 12 < 0$ ג. $-x^2 + 6x - 9 < 0$

ב. $x^2 - 6x + 9 > 0$ ד. $x^2 + 4 < 0$



4. פתרו.

א. $2(x - 2)^2 + 8 < 0$ ג. $2(x - 2)(x + 2) < 0$

ב. $-2x^2 - 8 < 0$ ד. $x^2 - 8x + 16 < 0$



5. נתון מלבן שהיקפו 20 ס"מ.

x מייצג את אורך אחת הצלעות בס"מ.

א. רשמו ביטוי אלגברי לאורך הצלע השנייה של המלבן.

אילו ערכים מתאימים ל-x לפי תנאי הבעיה? הסבירו.

ב. נתון גם ששטח המלבן גדול מ-16 סמ"ר.

כתבו אי-שוויון מתאים, ומצאו את כל האפשרויות לאורך הצלע x.



6. היקפו של מגרש מלבני 100 מטר, ושטחו גדול מ-600 מ"ר.

מהם הערכים המתאימים למידות המגרש? הסבירו.



7. בשכונה מגרש משחקים מלבני המיועד להרחבה. מידות המגרש 30 מ' x 40 מ'.

העירייה הודיעה שהיא תאריך את צלעות המגרש באופן הבא:

התוספת לאורך הצלע הקצרה תהיה כפולה מהתוספת לאורך הצלע הארוכה.

גודל המגרש המוגדל צריך להיות קטן מ-1,800 מ"ר.

מהם הערכים המתאימים לתוספת באורך הצלע הקצרה של המגרש המקורי?

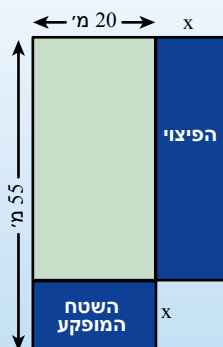


8. בחורש 5,000 עצים.

בכל שנה גדל מספר העצים ב-p אחוזים.

באיזה תחום צריך להימצא p על מנת שלאחר שנתיים יהיה מספר העצים גדול מ-7,200 עצים?

שיעור 5. אי-שוויונות ריבועיים (המשך)



למשפחת מזרחי חלקת אדמה שמידותיה 55 מ' x 20 מ'.
בעקבות סלילת כביש **מדרום** לחלקה, הופקע חלק משטח החלקה.
משפחת מזרחי קיבלה הצעה לקבל רצועת שטח שהיא באותו רוחב
כמו רוחב רצועת השטח המופקעת ונמצאת בשטח הגובל בחלקה שלה **ממזרח**.
x מייצג את האורך (במטרים) של צלע השטח המופקע
ואת אורך הצלע של שטח הפיצוי (ראו שרטוט).
איזה שינוי של החלקה יהיה הוגן?

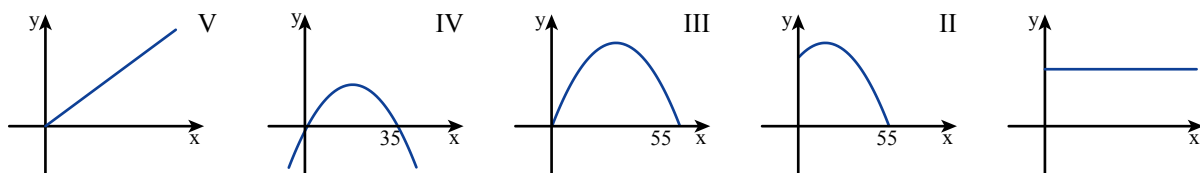
נפתור בעיה בעזרת משוואות ואי-שוויונות.

במשימות 1 - 4 נתייחס לבעיה במשימת הפתיחה.

1. א. כתבו ייצוגים אלגבריים לפונקציות הבאות:

$m(x)$ - השטח המופקע
 $p(x)$ - שטח הפיצוי
 $h(x)$ - שטח החלקה המקורית
 $k(x)$ - שטח החלקה החדשה
 $s(x)$ - ההפרש בין שטח החלקה החדש לשטחה המקורי

ב. התאימו גרף לכל פונקציה.



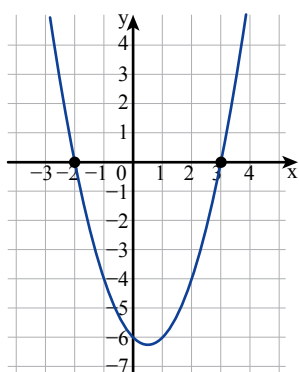
2. לפניכם משוואות ואי-שוויונות המורכבים מהביטויים שכתבתם במשימה 1.
בכל סעיף, כתבו משוואה או אי-שוויון והסבירו במילים מה הם מבטאים בהקשר של הבעיה.

מל/ז: $h(x) = k(x)$
שטח החלקה החדשה שווה לשטח החלקה המקורית.
 $1100 = (20 + x)(55 - x)$

א. $s(x) = 0$ ב. $p(x) > m(x)$ ג. $h(x) - k(x) > 0$

3. א. מה אורך צלע השטח המופקע, אם שטח הפיצוי הוא 250 מ"ר?
ב. מה אורך צלע השטח המופקע, אם שטח הפיצוי הוא 550 מ"ר?
דייקו עד שני מקומות מימין לנקודה העשרונית.
ג. האם ייתכן ששטח הפיצוי הוא 800 מ"ר?
אם כן, מה אורך צלע שטח הפיצוי במקרה זה? אם לא, הסבירו מדוע.

4. איזה שינוי של החלקה יהיה הוגן (שני הצדדים לא יפסידו)?
איזה שינוי יהיה לטובת משפחת מזרחי?
איזה שינוי יהיה הטוב ביותר עבור משפחת מזרחי?



5. בשרטוט גרף הפונקציה הריבועית $y = x^2 - x - 6$
- א. מהן נקודות האפס של הפונקציה?
מהם פתרונות המשוואה $x^2 - x - 6 = 0$?
- ב. התאימו פתרון לכל אי-שוויון.
- | | |
|----------------------------|----------------------|
| $-2 < x < 3$ | $x^2 - x - 6 \neq 0$ |
| $-2 \leq x \leq 3$ | $x^2 - x - 6 > 0$ |
| $x \neq -2$ וגם $x \neq 3$ | $x^2 - x - 6 < 0$ |
| $x < -2$ או $x > 3$ | $x^2 - x - 6 \geq 0$ |
| $x \leq -2$ או $x \geq 3$ | $x^2 - x - 6 \leq 0$ |



מציגים אי-שוויון בין האגפים בעזרת הסימנים $<$, $>$, $\leq$, $\geq$ או $\neq$.
הסימנים $<$, $>$ מציגים אי-שוויון חזק. הביטוי באגף אחד גדול ממש מהביטוי באגף האחר.
הסימנים $\leq$, $\geq$ מציגים אי-שוויון חלש. הביטוי באגף אחד גדול מהביטוי באגף האחר או שווה לו.
הסימן $\neq$ מורה שאין זהות בין האגפים, אך אינו מורה על יחס הסדר ביניהם.



אוסף משימות



1. כמה נקודות משותפות יש לכל זוג פונקציות? הסבירו.
- א. $f(x) = x^2 - 1$, $g(x) = -2x^2$ ג. $f(x) = 4x - x^2$, $g(x) = 4$
- ב. $f(x) = x + 3$, $g(x) = x^2 + 5x + 6$ ד. $f(x) = 2x^2 + 3x + 1$, $g(x) = -x^2 + x$



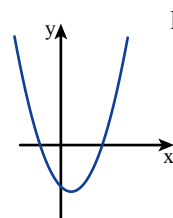
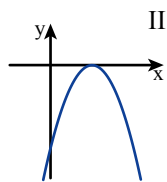
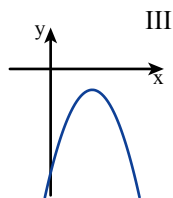
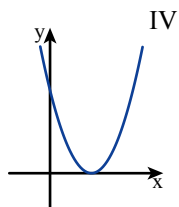
2. בשרטוט הגרפים של הפונקציות:

$$y = -x^2 - 4x - 6$$

$$y = -x^2 + 4x - 4$$

$$y = x^2 - x - 2$$

$$y = x^2 - 4x + 4$$



א. התאימו גרף לכל פונקציה.

ב. פתרו בעזרת הגרפים את האי-שוויונות.

$$x^2 - 4x + 4 \geq 0 \quad , \quad x^2 - 4x + 4 < 0$$

$$x^2 - x - 2 \neq 0 \quad , \quad x^2 - x - 2 \leq 0$$

$$-x^2 + 4x - 4 > 0 \quad , \quad -x^2 + 4x - 4 < 0$$

$$-x^2 - 4x - 6 > 0 \quad , \quad -x^2 - 4x - 6 < 0$$



3. פתרו.

א. $x^2 + 3x + 4 \geq 0$

א. $x^2 + 2(x - 5) = 5$

ב. $(x - 5)^2 + (x + 3)^2 \neq 16x + 2$

ד. $(x + 7)(x - 2) < 11 - (x - 4)^2$



4. בכל סעיף שרטטו סקיצות מתאימות וקבעו כמה פתרונות יש לכל מערכת משוואות.

ה. $\begin{cases} y = (x - 2)^2 \\ y = -x^2 + 6 \end{cases}$

ג. $\begin{cases} y = 2x + 3 \\ y = -2x^2 + 7 \end{cases}$

א. $\begin{cases} y = x \\ y = x^2 - 2x \end{cases}$

ו. $\begin{cases} y = x^2 - 4x \\ y = x^2 - 4x + 3 \end{cases}$

ד. $\begin{cases} y = x^2 - 8 \\ y = x^2 + 4x \end{cases}$

ב. $\begin{cases} y = x - 5 \\ y = x^2 - 3 \end{cases}$



5. פתרו.

ג. $\begin{cases} y = -2x^2 + 3x - 1 \\ y = x^2 - 5x + 4 \end{cases}$

ב. $\begin{cases} y = x^2 + 3x - 2 \\ y = -x^2 \end{cases}$

א. $\begin{cases} y = x^2 - 4x + 3 \\ y = 5x - 11 \end{cases}$



6. מספר אחד גדול ב- 3 ממספר שני, ומכפלתם גדולה מ- 40. מהם הערכים המתאימים למספר הקטן מבין שני המספרים?



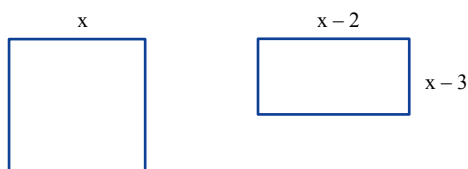
7. סכום הריבועים של שני מספרים עוקבים קטן מ- 145. מהם הערכים המתאימים למספר הקטן מבין שני המספרים? הסבירו.



8. סכום שני מספרים הוא 10, וסכום ריבועיהם קטן מ- 52. מהם הערכים המתאימים למספר הקטן מבין שני המספרים? הסבירו.



9. סכום השטחים של הריבוע ושל המלבן שבשרטוט הוא 156 סמ"ר.



(השרטוטים הם להדגמה, ומידות האורך נתונות בס"מ.)

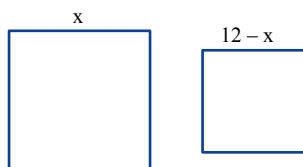
א. אילו מספרים מתאימים ל- x לפי תנאי הבעיה?

הסבירו.

ב. מה אורך צלע הריבוע?



10. סכום השטחים של שני הריבועים שבשרטוט הוא 80 סמ"ר.



(השרטוטים הם להדגמה, ומידות האורך נתונות בס"מ.)

א. אילו מספרים מתאימים ל- x לפי נתוני השאלה? הסבירו.

ב. מצאו את אורכי צלעות הריבועים.



11. אורכי צלעות של משולש 5 ס"מ, 12 ס"מ, 14 ס"מ.

האריכו כל אחת מצלעות המשולש באותו אורך. התקבל משולש ישר-זווית.

א. מצאו בכמה האריכו כל צלע.

ב. מצאו את ההיקף ואת השטח של המשולש ישר-הזווית שהתקבל.



12. השטח של תמונה מלבנית 720 סמ"ר.

רוחב המסגרת סביב התמונה הוא 3 ס"מ.

השטח הכולל של התמונה עם המסגרת הוא 1,080 סמ"ר.

מצאו את מידות התמונה.



שומרים על כושר

משוואות ובעיות מילוליות עם שברים

1. נתונים ארבעה ביטויים: $2x + 5$, $\frac{5x + 4}{3}$, $\frac{x}{3}$, $\frac{8x + 40}{x + 5}$.
הרכיבו משוואות מכל שני ביטויים, כך שהפתרון יהיה:
א. 4 ב. -1 ג. 24 ד. -11 ה. -3 ו. 1.5
2. אילו מספרים או ביטויים יש לרשום במקום הריק במשוואה $x - \frac{2}{7} = \frac{7x + \boxed{}}{7}$ כך שהפתרון יהיה:
א. כל המספרים ב. אף מספר ג. $x = 0$ ד. $x = 1$
3. רשמו את תחום ההצבה ופתרו את המשוואות.
א. $\frac{x - 2}{x - 4} = \frac{2}{x - 4}$ ב. $\frac{9}{x} - \frac{7 - x}{x - 1} = 1$ ג. $\frac{x + 1}{x - 1} - \frac{x - 5}{x - 3} = 0$
4. רשמו את תחום ההצבה ופתרו את המשוואות.
א. $\frac{2x + 18}{x} - \frac{2x + 3}{x - 3} = 0$ ב. $\frac{3x + 10}{2x - 5} + 1 = \frac{5x - 13}{2x - 8}$ ג. $1 - \frac{6}{x} - \frac{x - 3}{6x} = \frac{1 - x}{x - 1}$
5. דן בחר מספר (סמנו אותו ב- x).
הוא חילק את המספר שבחר ב- 2, הוסיף לתוצאה 8 וקיבל 11.
א. אילו ערכים מתאימים ל- x לפי תנאי הבעיה?
ב. מצאו את המספר שבחר דן. הסבירו כיצד מצאתם.
6. מירי בחרה מספר (סמנו אותו ב- x).
היא כפלה אותו ב- 3, החסירה 1 מהמכפלה, חילקה את התוצאה ב- 5 וקיבלה 7.
א. אילו ערכים מתאימים ל- x לפי תנאי הבעיה?
ב. מצאו את המספר שבחרה מירי. הסבירו.
7. רויטל בחרה מספר (סמנו אותו ב- x).
היא הוסיפה לו 3, את הסכום חילקה במכפלת המספר שבחרה ב- 7. למספר שהתקבל הוסיפה $\frac{1}{7}$
לאחר כל החישובים קיבלה רויטל $\frac{1}{2}$
א. אילו ערכים מתאימים ל- x לפי תנאי הבעיה?
ב. מצאו את המספר שרויטל בחרה. הסבירו.