

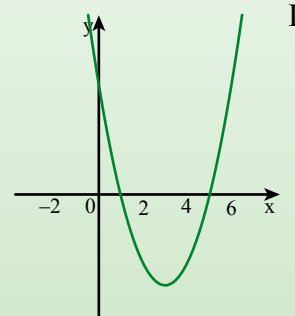
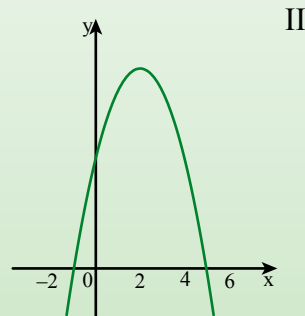
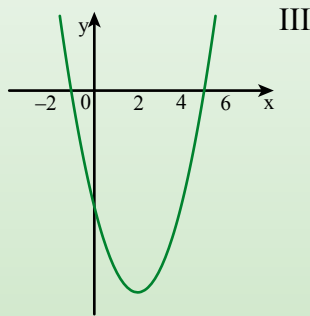
# יחידה 21: פותרים משוואות ריבועיות

## שיעור 1. פותרים משוואות ריבועיות בעזרת גרף



נתונה הפונקציה  $y = x^2 - 6x + 5$

איזה מהגרפים הבאים יכול להיות גרף הפונקציה? הסבירו.

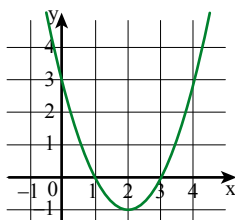


נפתור באמצעות הגרף משוואות ריבועיות מהצורה  $y = ax^2 + bx + c$  ( $a \neq 0$ ).

1. נתייחס לפונקציה ממשימת הפתיחה.

א. מהן נקודות האפס של הפונקציה?

ב. מהם פתרונות המשוואה  $x^2 - 6x + 5 = 0$ ? הסבירו.

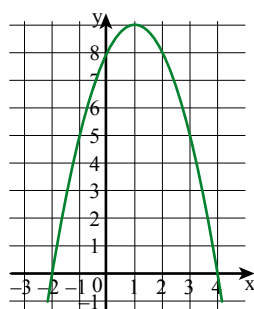


2. לפניכם גרף הפונקציה  $y = x^2 - 4x + 3$

א. מה שיעורי נקודות האפס של הפונקציה?

ב. מהם פתרונות המשוואה  $x^2 - 4x + 3 = 0$ ?

ג. בדקו על-ידי הצבה.

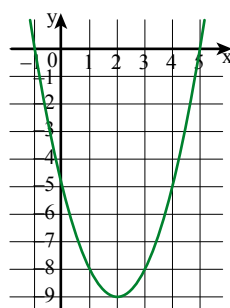


3. לפניכם גרף הפונקציה  $y = -x^2 + 2x + 8$

א. מה שיעורי נקודות האפס של הפונקציה?

ב. מהם פתרונות המשוואה  $-x^2 + 2x + 8 = 0$ ?

ג. בדקו על-ידי הצבה.

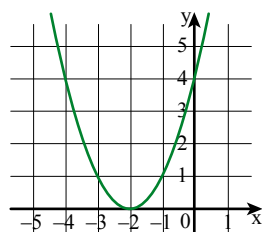


במשימות 1 – 3 פתרנו משוואות ריבועיות בעזרת הגרף.  
 ראינו כי שיעורי  $x$  של נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם ציר  $x$  (נקודות  
 האפס של הפונקציה)  $y = ax^2 + bx + c$  ( $a \neq 0$ ), הם פתרונות המשוואה  
 הריבועית  $ax^2 + bx + c = 0$  ( $a \neq 0$ ).

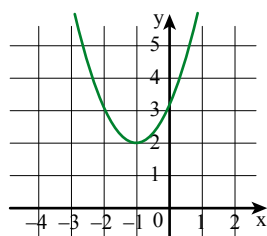
זלזל: בשרטוט גרף הפונקציה  $y = x^2 - 4x - 5$

נקודות האפס של פונקציה זו הן:  $(-1, 0)$ ,  $(5, 0)$

לכן פתרונות המשוואה  $x^2 - 4x - 5 = 0$  הם  $x = -1$  או  $x = 5$ .



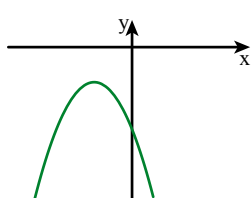
4. א. לפניכם גרף הפונקציה  $y = x^2 + 4x + 4$   
 האם יש פתרון למשוואה  $x^2 + 4x + 4 = 0$ ?  
 הסבירו.



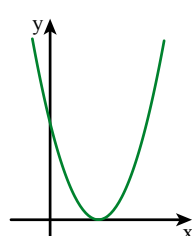
ב. לפניכם גרף הפונקציה  $y = x^2 + 2x + 3$   
 האם יש פתרון למשוואה  $x^2 + 2x + 3 = 0$ ?  
 הסבירו.



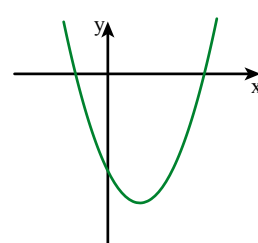
5. לפניכם גרפים של פונקציות מהצורה  $y = ax^2 + bx + c$  ( $a \neq 0$ ).  
 קבעו לכל גרף כמה פתרונות יש למשוואה  $ax^2 + bx + c = 0$ . הסבירו.



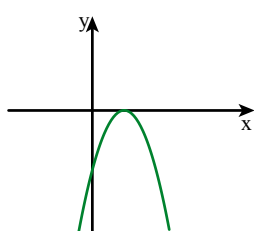
ה.



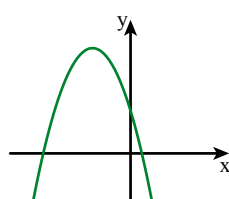
ג.



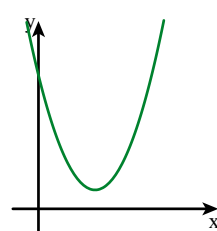
א.



ו.



ד.



ב.



למשוואה ריבועית מהצורה  $ax^2 + bx + c = 0$  ( $a \neq 0$ ) יכולים להיות:

- **שני פתרונות** - כאשר לגרף הפונקציה המתאימה **שתי נקודות חיתוך** עם ציר  $x$  (ראו משימות 3 - 1).
- **פתרון אחד** - כאשר לגרף הפונקציה המתאימה **נקודת חיתוך אחת** עם ציר  $x$  (ראו משימה 4 א הגרף משיק לציר  $x$ ).
- **אין פתרון** - כאשר לגרף הפונקציה המתאימה **אין נקודות חיתוך** עם ציר  $x$  (ראו משימה 4 ב).



6. א. נקודות החיתוך עם הצירים של גרף הפונקציה  $y = x^2 - x - 12$  הן:  $(-3, 0)$   $(4, 0)$   $(0, -12)$ . כמה פתרונות למשוואה  $x^2 - x - 12 = 0$ ? מה הם?
- ב. נקודות החיתוך עם הצירים של גרף הפונקציה  $y = 2x^2 - 6x$  הן:  $(3, 0)$   $(0, 0)$ . כמה פתרונות למשוואה  $2x^2 - 6x = 0$ ? מה הם?
- ג. נקודות החיתוך עם הצירים של גרף הפונקציה  $y = -2x^2 + 8$  הן:  $(-2, 0)$   $(2, 0)$   $(0, 8)$ . כמה פתרונות למשוואה  $-2x^2 + 8 = 0$ ? מה הם?
- ד. נקודות החיתוך עם הצירים של גרף הפונקציה  $y = 2x^2 + 4x + 2$  הן:  $(-1, 0)$   $(0, 2)$ . כמה פתרונות למשוואה  $2x^2 + 4x + 2 = 0$ ? מה הם?
- ה. לגרף הפונקציה  $y = x^2 + 4x + 6$  נקודת חיתוך אחת עם הצירים שהיא  $(0, 6)$ . כמה פתרונות למשוואה  $x^2 + 4x + 6 = 0$ ? הסבירו.

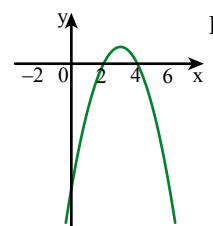
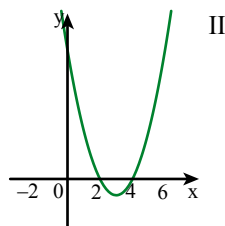
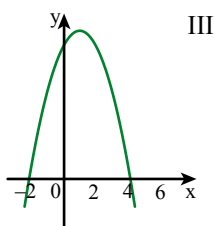


## אוסף משימות



1. נתונה הפונקציה  $y = -x^2 + 2x + 8$

א. איזה מהגרפים הבאים יכול להיות גרף הפונקציה? הסבירו.



- ב. מהם פתרונות המשוואה  $-x^2 + 2x + 8 = 0$

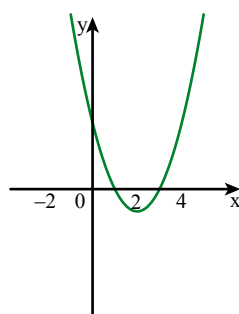


2. בכל סעיף השלימו את פתרונות המשוואה הריבועית הנתונה מתוך הגרף המפורט.

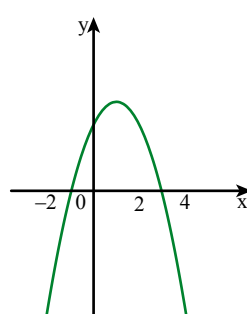
| הפונקציה               | הפונקציה | המשוואה             | הפתרון |
|------------------------|----------|---------------------|--------|
| א. $y = 2x^2 - 8x + 6$ |          | $2x^2 - 8x + 6 = 0$ |        |
| ב. $y = x^2 + x - 6$   |          | $x^2 + x - 6 = 0$   |        |
| ג. $y = -x^2 + 5x$     |          | $-x^2 + 5x = 0$     |        |
| ד. $y = x^2 - 6x + 9$  |          | $x^2 - 6x + 9 = 0$  |        |



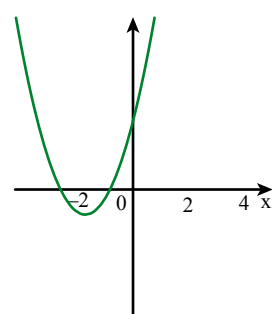
3. נתונות שלוש פונקציות  $y = -x^2 + 2x + 3$   $y = x^2 + 4x + 3$   $y = x^2 - 4x + 3$  לפניהם הגרפים של הפונקציות:



III



II



I

א. התאימו גרף לכל פונקציה.

ב. פתרו באמצעות הגרפים את המשוואות הבאות:

$$-x^2 + 2x + 3 = 0$$

$$x^2 + 4x + 3 = 0$$

$$x^2 - 4x + 3 = 0$$



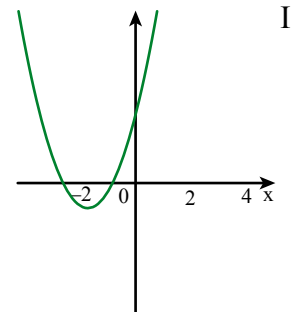
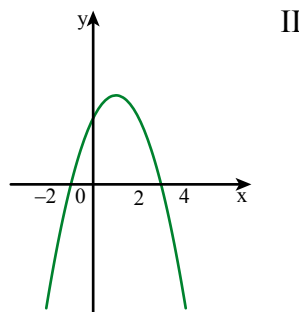
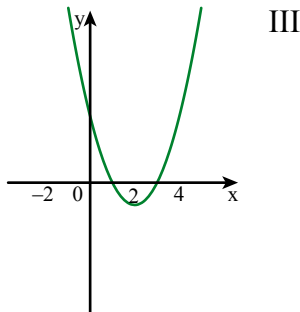
#### 4. נתונות שלוש פונקציות.

$$y = x^2 - 2x - 8$$

$$y = -x^2 + 2x + 8$$

$$y = -x^2 - 2x + 8$$

לפניכם הגרפים של הפונקציות:



א. התאימו גרף לכל פונקציה.

ב. פתרו באמצעות הגרפים את המשוואות הבאות:

$$-x^2 - 2x + 8 = 0$$

$$-x^2 + 2x + 8 = 0$$

$$x^2 - 2x - 8 = 0$$



5. א. נקודות החיתוך עם הצירים של גרף הפונקציה  $y = x^2 - 3x - 4$  הן:  $(-1, 0)$   $(4, 0)$   $(0, -4)$ .

כמה פתרונות למשוואה  $x^2 - 3x - 4 = 0$ ? מה הם?

ב. נקודות החיתוך עם הצירים של גרף הפונקציה  $y = -x^2 + 2x + 3$  הן:  $(-1, 0)$   $(3, 0)$   $(0, 3)$ .

כמה פתרונות למשוואה  $-x^2 + 2x + 3 = 0$ ? מה הם?

ג. נקודות החיתוך עם הצירים של גרף הפונקציה  $y = 2x^2 + 12x + 18$  הן:  $(-3, 0)$   $(0, 18)$ .

כמה פתרונות למשוואה  $2x^2 + 12x + 18 = 0$ ? מה הם?

ד. לגרף הפונקציה  $y = 2x^2 + 3x + 5$  נקודת חיתוך אחת עם הצירים שהיא  $(0, 5)$ .

כמה פתרונות למשוואה  $2x^2 + 3x + 5 = 0$ ? הסבירו.



6. לכל סעיף כשמו דוגמה של פונקציה ריבועית מתאימה.

א. לפונקציה קדקוד מינימום ויש לה שתי נקודות חיתוך עם ציר  $x$ .

ב. לפונקציה קדקוד מקסימום ויש לה שתי נקודות חיתוך עם ציר  $x$ .

ג. לפונקציה קדקוד מינימום ויש לה נקודת חיתוך אחת עם ציר  $x$ .

ד. לפונקציה אין נקודות חיתוך עם ציר  $x$ .

ה. לפונקציה קדקוד מינימום בנקודה  $(0, -3)$ .

## שיעור 2. פותרים משוואות ריבועיות באמצעות פירוק טרינום



$$x^2 + 8x + 15 = 0 \quad (x + 3)(x + 5) = 0$$

ננתונת המשוואות: לאיזו משוואה קל יותר למצוא את הפתרון? הסבירו.

נפתור משוואות ריבועיות באמצעות פירוק טרינום.

1. נתונה המשוואה  $x^2 + 3x - 10 = 0$

**חגי** אמר: כדי לפתור את המשוואה כדאי להפוך את הסכום למכפלה כך:  $(x + 5)(x - 2) = 0$

האם **חגי** צודק? בדקו. מה פתרון המשוואה?



לפעמים אפשר למצוא את הפתרונות של משוואה ריבועית באמצעות פירוק לגורמים (טרינום).

**חגי**: המשוואה  $x^2 - 6x - 16 = 0$

מחפשים שני מספרים שמכפלתם  $(-16)$  וסכומם  $(-6)$ ; המספרים הם:  $2$  ו- $(-8)$

$$(x + 2)(x - 8) = 0$$

רושמים את המשוואה כמכפלה:

$$x + 2 = 0 \quad \text{או} \quad x - 8 = 0$$

לכן:

$$x = -2 \quad \text{או} \quad x = 8$$

פתרונות המשוואה הם:

$$\checkmark 8^2 - 6 \cdot 8 - 16 = 0$$

בודקים את הפתרונות:

$$\checkmark (-2)^2 - 6 \cdot (-2) - 16 = 0$$

2. פתרו את המשוואות הבאות באמצעות פירוק לגורמים.

א.  $x^2 + 8x + 12 = 0$       ג.  $x^2 + 8x - 20 = 0$       ה.  $x^2 + 4x - 12 = 0$

ב.  $x^2 - 8x - 20 = 0$       ד.  $x^2 - 4x + 3 = 0$       ו.  $x^2 - 4x - 12 = 0$



3. **רוני ומיקי** רוצים לפתור את המשוואה  $x^2 + 8x + 16 = 36$ . איזו דרך אתם מעדיפים? נמקו.

$$x^2 + 8x + 16 = 36 \quad / -36$$

**רוני** פתרה את המשוואה כך:

$$x^2 + 8x - 20 = 0$$

$$(x + 10)(x - 2) = 0$$

$$x = -10 \quad \text{או} \quad x = 2$$

$$x^2 + 8x + 16 = 36$$

**מיקי** פתר את המשוואה כך:

$$(x + 4)^2 = 36$$

$$x + 4 = -6 \quad \text{או} \quad x + 4 = 6$$

$$x = -10 \quad \text{או} \quad x = 2$$

4. פתרו את המשוואות הבאות.

|                          |                           |                         |
|--------------------------|---------------------------|-------------------------|
| א. $x^2 - 12x + 36 = 25$ | ג. $x^2 - 12x + 36 = 81$  | ה. $x^2 - 12x + 36 = 1$ |
| ב. $x^2 - 12x + 36 = 36$ | ד. $x^2 - 12x + 36 = 100$ | ו. $x^2 - 12x + 36 = 0$ |

### בעיות מילוליות

5. בחרתי מספר שלם.

כפלתי את המספר שבחרתי במספר העוקב לו וקיבלתי 20.

מהו המספר שבחרתי?

כמה פתרונות לבעיה? הסבירו.



6. **הדר** בחרה מספר שלילי, כפלה אותו במספר הגדול ממנו ב-5 וקיבלה 36.

**רוני** בחרה מספר חיובי, גם היא כפלה אותו במספר הגדול ממנו ב-5 וקיבלה 36.

איזה מספר בחרה **הדר**?

איזה מספר בחרה **רוני**?



### אוסף משימות



1. בחרתי מספר, הוספתי לו 2, כפלתי את הסכום במספר שבחרתי.

בכל סעיף מצאו את המספר שבחרתי (אם יש יותר ממספר אחד ציינו זאת).

א. קיבלתי 63. איזה מספר בחרתי?

ב. קיבלתי 255. איזה מספר בחרתי?

ג. קיבלתי 168. איזה מספר בחרתי אם ידוע שהוא מספר חיובי?

ד. קיבלתי (-1). איזה מספר בחרתי?



2. פתרו את המשוואות.

|                         |                          |                        |
|-------------------------|--------------------------|------------------------|
| א. $x^2 - 8x + 16 = 0$  | ד. $x^2 - 8x + 16 = 100$ | ז. $x^2 + 2x - 15 = 0$ |
| ב. $x^2 - 8x + 16 = 4$  | ה. $x^2 + 8x + 15 = 0$   | ח. $x^2 - 2x - 15 = 0$ |
| ג. $x^2 - 8x + 16 = 25$ | ו. $x^2 - 8x + 15 = 0$   | ט. $x^2 - 5x + 1 = 7$  |



3. פתרו את המשוואות.

- |                           |                               |
|---------------------------|-------------------------------|
| א. $x^2 + 10x + 25 = 0$   | ו. $x^2 - 8x - 9 = 0$         |
| ב. $x^2 + 10x + 25 = 25$  | ז. $x^2 + 3x - 6 = 4$         |
| ג. $x^2 + 10x + 25 = 49$  | ח. $x^2 - 3x - 6 = 4$         |
| ד. $x^2 + 10x + 25 = 100$ | ט. $2x^2 - 6x + 6 = x^2 + 1$  |
| ה. $x^2 + 8x - 9 = 0$     | י. $x^2 - 6x + 15 = 3(x - 1)$ |



4. בחרים שני מספרים שלמים עוקבים.

- סמנו את אחד המספרים ב-  $x$  וְרשמו ביטוי אלגברי למספר האחר.
- אילו ערכים מתאימים ל-  $x$  לפי נתוני הבעיה?
- סכום הריבועים של שני המספרים הוא 145. רשמו משוואה מתאימה ופתרו אותה.
- כמה פתרונות לבעיה? הסבירו.
- מהם המספרים?



5. בחרים שלושה מספרים שלמים עוקבים.

- סמנו את אחד המספרים ב-  $x$  וְרשמו ביטויים אלגבריים למספרים האחרים.
- אילו ערכים מתאימים ל-  $x$  לפי נתוני הבעיה?
- סכום הריבועים של שני המספרים הראשונים שווה לריבוע המספר השלישי. רשמו משוואה מתאימה ופתרו אותה.
- מהם שלושת המספרים?

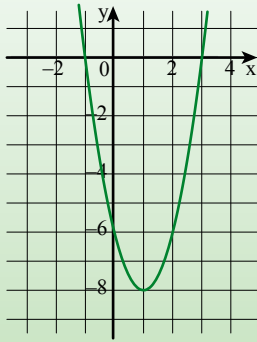


6. נתונים חמישה מספרים שלמים עוקבים. סכום הריבועים של שלושת המספרים הראשונים שווה לסכום הריבועים של שני המספרים האחרונים. מהם המספרים? הסבירו.



- מצאו שני מספרים זוגיים עוקבים שסכום ריבועיהם 100.
- מצאו שני מספרים אי-זוגיים עוקבים שסכום ריבועיהם 130.

### שיעור 3. פותרים משוואות ריבועיות באמצעות נוסחה



מה פתרון המשוואה  $2x^2 - 4x - 6 = 0$ ?

**עמית** שרטט את גרף הפונקציה  $y = 2x^2 - 4x - 6$

מה פתרון המשוואה  $2x^2 - 4x - 6 = 0$  הסבירו.

**נכיר נוסחה לפתרון משוואות ריבועיות.**

1. נתייחס למשוואה ממשימת הפתיחה.

**יואב** ניסה לפתור את המשוואה בדרך אלגברית כך:  $2x^2 - 4x - 6 = 0 \quad / + 6$

$$2x^2 - 4x = 6$$

$$2x(x - 2) = 6 \quad / : 2$$

$$x(x - 2) = 3$$

א. האם **יואב** יצליח לפתור את המשוואה? הסבירו.

ב. **עמית** אמר: רק אם מכפלה שווה ל-0 יודעים שלפחות אחד הגורמים הוא 0.

לכן אי-אפשר לפתור כמו **יואב**.

האם **עמית** צודק? הסבירו.



כדי לפתור משוואה ריבועית מהצורה  $ax^2 + bx + c = 0$  ( $a \neq 0$ ), משתמשים בנוסחאות הבאות:

$$x = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad x = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

שימו לב, הסימן  $\sqrt{\quad}$  מסמן שורש ריבועי (**צל/3**):  $\sqrt{16} = 4$ .

**צל/3**: נתונה המשוואה:  $x^2 + 2x - 8 = 0$

● מזהים את הפרמטרים  $a, b, c$ :  $a = 1, b = 2, c = -8$

● מציבים בנוסחאות  $x = \frac{-2 - \sqrt{2^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-8)}}{2 \cdot 1}$   $x = \frac{-2 + \sqrt{2^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-8)}}{2 \cdot 1}$

● מחשבים  $x = \frac{-2 - \sqrt{36}}{2 \cdot 1}$   $x = \frac{-2 + \sqrt{36}}{2 \cdot 1}$

$x = \frac{-2 - 6}{2} = \frac{-8}{2} = -4$   $x = \frac{-2 + 6}{2} = \frac{4}{2} = 2$

● פתרונות המשוואה הם:  $x = -4$  או  $x = 2$

● בודקים על-ידי הצבה במשוואה הנתונה:

$(-4)^2 + 2 \cdot (-4) - 8 = 0$   $2^2 + 2 \cdot 2 - 8 = 0$

$16 - 8 - 8 = 0$  ✓  $4 + 4 - 8 = 0$  ✓

2. היעזרו בנוסחאות ופתרו את המשוואות. בדקו את הפתרונות על ידי הצבה.

א.  $x^2 - 4x - 21 = 0$       ג.  $x^2 - 6x + 5 = 0$       ה.  $-x^2 + 4x - 3 = 0$   
 ב.  $x^2 - 9x + 8 = 0$       ד.  $-2x^2 - 11x + 5 = 0$       ו.  $-2x^2 + 5x + 3 = 0$

3. בכל סעיף רשמו אילו מבין המספרים: 3, 1, 0, (-1), (-3), הם הפתרונות של המשוואה הנתונה.

א.  $x^2 - 4x + 3 = 0$       ד.  $x^2 + 2x - 3 = 0$       ז.  $x^2 - 3x = 0$   
 ב.  $x^2 + 4x + 3 = 0$       ה.  $x^2 - 2x - 3 = 0$       ח.  $x^2 + 3x = 0$   
 ג.  $x^2 - 6x + 9 = 0$       ו.  $x^2 + 2x + 1 = 0$       ט.  $x^2 - 9 = 0$



1. נתונה המשוואה  $x^2 + 3x - 18 = 0$

א. השלימו:  $a = \underline{\hspace{2cm}}$ ,  $b = \underline{\hspace{2cm}}$ ,  $c = \underline{\hspace{2cm}}$

ב. הציבו בנוסחאות:  $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$  וחישובו.

ג. מהם פתרונות המשוואה?



2. בכל סעיף הקיפו את המספרים שהם פתרונות המשוואה שבמסגרת.

|    |    |    |    |    |                        |
|----|----|----|----|----|------------------------|
| -2 | 0  | 2  | -1 | 1  | א. $x^2 - 3x + 2 = 0$  |
| 5  | 4  | 1  | 0  | -5 | ב. $x^2 + 5x = 0$      |
| -1 | -4 | 0  | 1  | 4  | ג. $x^2 - 3x - 4 = 0$  |
| -3 | 0  | 3  | 2  | -2 | ד. $x^2 - 5x + 6 = 0$  |
| -3 | 3  | 0  | -9 | 9  | ה. $x^2 - 9 = 0$       |
| -5 | 0  | -2 | 5  | 2  | ו. $x^2 + 3x - 10 = 0$ |



### 3. פתרו את המשוואות.

|                        |                        |                        |
|------------------------|------------------------|------------------------|
| א. $x^2 - 6x + 5 = 0$  | ד. $x^2 + 2x - 8 = 0$  | ז. $x^2 - 8x + 15 = 0$ |
| ב. $x^2 - 2x - 15 = 0$ | ה. $2x^2 + 6x - 8 = 0$ | ח. $x^2 + x - 6 = 0$   |
| ג. $x^2 - 7x + 12 = 0$ | ו. $2x^2 - 7x + 3 = 0$ | ט. $2x^2 + 9x + 9 = 0$ |



### 4. פתרו את המשוואות.

|                        |                                  |                          |
|------------------------|----------------------------------|--------------------------|
| א. $x^2 - 9x + 14 = 0$ | ד. $2x^2 - 9x + 4 = 0$           | ז. $x^2 - 22x + 120 = 0$ |
| ב. $x^2 + 2x - 15 = 0$ | ה. $-2x^2 + x + 15 = 0$          | ח. $x^2 + 3x - 54 = 0$   |
| ג. $x^2 - 2x + 1 = 0$  | ו. $\frac{1}{2}x^2 - 3x + 4 = 0$ | ט. $-x^2 - 6x + 16 = 0$  |

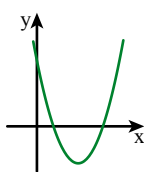


### 5. נתונה המשוואה $x^2 - 5x + 4 = 0$

א. השלימו:  $a = \underline{\hspace{2cm}}$ ,  $b = \underline{\hspace{2cm}}$ ,  $c = \underline{\hspace{2cm}}$

ב. הציבו בנוסחאות:

$$x = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad \text{ו} \quad x = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$



ג. בשרטוט סקיצה של הפונקציה  $y = x^2 - 5x + 4$  מהן נקודות האפס של הפונקציה? הוסיפו אותן בשרטוט.



### 6. נתונה המשוואה $x^2 + 5x - 6 = 0$

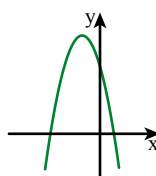
א. השלימו:  $a = \underline{\hspace{2cm}}$ ,  $b = \underline{\hspace{2cm}}$ ,  $c = \underline{\hspace{2cm}}$

ב. הציבו בנוסחאות:  $x = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$  ו  $x = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

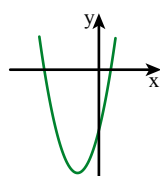
ג. נתונה הפונקציה:  $y = x^2 + 5x - 6$

איזה מהגרפים הבאים יכול להיות גרף הפונקציה?

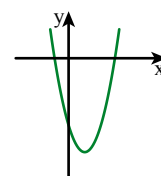
רשמו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם ציר  $x$ .



III



II



I



7. חברו בין משוואה לפתרונות שלה.

- |                          |                                |
|--------------------------|--------------------------------|
| ● $x^2 - 6x + 9 = 0$ א.  | ● $x = \frac{1}{4}$ או $x = 1$ |
| ● $x^2 - 4x - 32 = 0$ ב. | ● $x = -4$ או $x = 8$          |
| ● $x^2 + x - 2 = 0$ ג.   | ● $x = 3$                      |
| ● $4x^2 - 5x + 1 = 0$ ד. | ● $x = -4$ או $x = 3$          |
| ● $x^2 + x - 12 = 0$ ה.  | ● $x = -2$ או $x = 1$          |



8. בכל שורה הקיפו את האות בטור המתאים. מה קיבלתם?

- | לא נכון | נכון |                                                               |
|---------|------|---------------------------------------------------------------|
| י       | ר    | א. פתרונות המשוואה $x^2 - 8x + 15 = 0$ הם $x = 3$ או $x = 5$  |
| י       | פ    | ב. פתרונות המשוואה $x^2 + 9x + 20 = 0$ הם $x = 4$ או $x = 5$  |
| ב       | ה    | ג. פתרונות המשוואה $x^2 - 6x + 9 = 0$ הם $x = 3$ או $x = -3$  |
| מ       | ו    | ד. למשוואות $x^2 - 6x = 0$ ו- $-x^2 + 6x = 0$ יש אותם פתרונות |
| ע       | א    | ה. המספר 7 הוא אחד מפתרונות המשוואה $x^2 + 7x = 0$            |
| ד       | י    | ו. למשוואה $x^2 + 4 = 0$ אין פתרונות                          |
| !       | ת    | ז. פתרונות המשוואה $x^2 - 8x = 0$ הם $x = 8$ או $x = 0$       |



9. בכל סעיף המספרים שבמסגרת הם פתרונות של אחת המשוואות בשורה. סמנו אותה.

- |                     |                     |                    |                                                                                                 |
|---------------------|---------------------|--------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------|
| $x^2 + 7x + 12 = 0$ | $x^2 - 7x + 12 = 0$ | $x^2 - 4x + 3 = 0$ | א. <span style="border: 1px solid green; border-radius: 10px; padding: 2px 10px;">3 , 4</span>  |
| $x^2 - 4x = 0$      | $x^2 + 2x = 0$      | $x^2 - 2x = 0$     | ב. <span style="border: 1px solid green; border-radius: 10px; padding: 2px 10px;">0 , 2</span>  |
| $x^2 - 4x + 4 = 0$  | $x^2 + 16 = 0$      | $x^2 - 16 = 0$     | ג. <span style="border: 1px solid green; border-radius: 10px; padding: 2px 10px;">-4 , 4</span> |



10. בכל סעיף המספרים שבמסגרת הם פתרונות של אחת המשוואות בשורה. סמנו אותה.

|                    |                    |                    |                                                                                                 |
|--------------------|--------------------|--------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------|
| $x^2 - 4x - 5 = 0$ | $x^2 + 4x - 5 = 0$ | $x^2 - 6x - 5 = 0$ | א. <span style="border: 1px solid green; border-radius: 10px; padding: 2px 10px;">-1 , 5</span> |
|--------------------|--------------------|--------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------|

|                    |                    |                    |                                                                                                 |
|--------------------|--------------------|--------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------|
| $x^2 + 4x - 5 = 0$ | $x^2 - 4x - 5 = 0$ | $x^2 - 6x - 5 = 0$ | ב. <span style="border: 1px solid green; border-radius: 10px; padding: 2px 10px;">-5 , 1</span> |
|--------------------|--------------------|--------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------|

|                    |                    |                    |                                                                                                |
|--------------------|--------------------|--------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------|
| $x^2 + 6x + 5 = 0$ | $x^2 - 4x + 5 = 0$ | $x^2 - 6x + 5 = 0$ | ג. <span style="border: 1px solid green; border-radius: 10px; padding: 2px 10px;">1 , 5</span> |
|--------------------|--------------------|--------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------|

|                    |                    |                    |                                                                                                  |
|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------|
| $x^2 + 6x + 5 = 0$ | $x^2 - 4x + 5 = 0$ | $x^2 - 6x + 5 = 0$ | ד. <span style="border: 1px solid green; border-radius: 10px; padding: 2px 10px;">-1 , -5</span> |
|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------|



11. א. אחד מפתרונות המשוואה  $x^2 + \text{ } \cdot x + 10 = 0$  הוא (-2)

קשמו מספר מתאים במקום הריק.

מהו הפתרון השני של המשוואה?

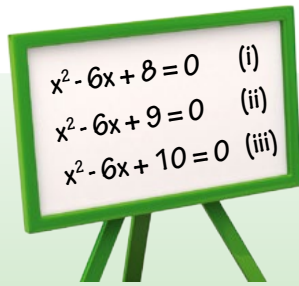
ב. אחד מפתרונות המשוואה  $x^2 - \text{ } \cdot x - 10 = 0$  הוא 5

קשמו מספר מתאים במקום הריק.

מהו הפתרון השני של המשוואה?



## שיעור 4. כמה פתרונות למשוואה?



על הלוח רשומות המשוואות הבאות:

$$x^2 - 6x + 8 = 0 \quad (i)$$

$$x^2 - 6x + 9 = 0 \quad (ii)$$

$$x^2 - 6x + 10 = 0 \quad (iii)$$

שערו: כמה פתרונות יש לכל משוואה?

**נפתור משוואות ריבועיות ונחקור את מספר הפתרונות של משוואה ריבועית.**

**1.** נתייחס לנתונים שבמשימת הפתיחה.

א. פתרו את המשוואות.

ב. כמה פתרונות לכל משוואה? נסו להסביר מדוע.



### תזכורת

- הריבוע של מספר חיובי או של מספר שלילי הוא תמיד מספר חיובי. הריבוע של אפס הוא אפס. לכן שורש ריבועי של מספר שלילי אינו מוגדר.

דוגמאות:

$$\sqrt{36} = 6 \quad \text{אך} \quad \sqrt{-36} \text{ אינו מוגדר, } \sqrt{0} = 0, \quad \sqrt{225} = 15 \quad \text{אך} \quad \sqrt{-225} \text{ אינו מוגדר.}$$

- פותרים משוואה ריבועית מהצורה  $ax^2 + bx + c = 0$  ( $a \neq 0$ ) בעזרת הנוסחאות:

$$x = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad x = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

הנוסחאות למציאת הפתרונות של משוואה ריבועית שונות זו מזו רק בסימן שלפני סימן השורש, (+ או -).

משמעות הרישום המקוצר היא שיש למשוואה שני פתרונות:

פתרון אחד מתקבל כאשר מחברים את ה- $\sqrt{\quad}$

הפתרון השני מתקבל כאשר מחסרים את ה- $\sqrt{\quad}$

לכן כדי לרשום את שתי הנוסחאות בצורה מקוצרת נוהגים לרשום כך:  $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

**2.** בכל סעיף פתרו את המשוואה ורשמו את מספר הפתרונות שלה.

א.  $x^2 + 6x - 7 = 0$       ג.  $x^2 - 6x + 10 = 0$       ה.  $2x^2 + 3x + 5 = 0$

ב.  $x^2 + 9x + 18 = 0$       ד.  $x^2 - 8x + 16 = 0$       ו.  $2x^2 - 7x + 3 = 0$



למשוואה ריבועית יכולים להיות:

• **שני פתרונות** אם מתחת לסימן  $\sqrt{\quad}$  מתקבל מספר חיובי.

דוגמה: נתונה המשוואה  $x^2 - 8x + 7 = 0$

פותרים בעזרת הנוסחה:  $x = \frac{8 \pm \sqrt{8^2 - 4 \cdot 1 \cdot 7}}{2 \cdot 1} = \frac{8 \pm \sqrt{36}}{2} = \frac{8 \pm 6}{2}$

$\sqrt{36} = 6$ , לכן למשוואה שני פתרונות:  $x = 7$  או  $x = 1$ .

• **פתרון אחד** אם מתחת לסימן  $\sqrt{\quad}$  מתקבל אפס.

דוגמה: נתונה המשוואה  $x^2 - 8x + 16 = 0$

פותרים בעזרת הנוסחה:  $x = \frac{8 \pm \sqrt{8^2 - 4 \cdot 1 \cdot 16}}{2 \cdot 1} = \frac{8 \pm \sqrt{0}}{2} = \frac{8}{2}$

$\sqrt{0} = 0$ , לכן למשוואה פתרון אחד:  $x = 4$ .

• **אין פתרון** אם מתחת לסימן  $\sqrt{\quad}$  מתקבל מספר שלילי.

דוגמה: נתונה המשוואה  $x^2 - 8x + 20 = 0$

פותרים בעזרת הנוסחה:  $x = \frac{8 \pm \sqrt{8^2 - 4 \cdot 1 \cdot 20}}{2 \cdot 1} = \frac{8 \pm \sqrt{-16}}{2}$

$\sqrt{-16}$  לא מוגדר, לכן למשוואה אין פתרון.

3. כמה פתרונות יש לכל משוואה?

א.  $x^2 - 3x + 2 = 0$     ב.  $4x^2 + 3x + 2 = 0$     ג.  $-3x^2 + 6x - 3 = 0$



4. א. פתרו את המשוואה  $x^2 + 4x + 3 = 0$ . כמה פתרונות מצאתם?

כמה נקודות חיתוך יש לגרף הפונקציה  $y = x^2 + 4x + 3$  עם ציר x?

מה שיעורי נקודת החיתוך עם ציר y?

שרטטו סקיצה של גרף הפונקציה.

ב. פתרו את המשוואה  $x^2 + 4x + 4 = 0$ . כמה פתרונות מצאתם?

כמה נקודות חיתוך יש לגרף הפונקציה  $y = x^2 + 4x + 4$  עם ציר x?

מה שיעורי נקודת החיתוך של הגרף עם ציר y?

שרטטו סקיצה של גרף הפונקציה.

ג. פתרו את המשוואה  $x^2 + 4x + 5 = 0$ . כמה פתרונות מצאתם?

כמה נקודות חיתוך יש לגרף הפונקציה  $y = x^2 + 4x + 5$  עם ציר x?

מה שיעורי נקודת החיתוך עם ציר y?

שרטטו סקיצה של גרף הפונקציה.

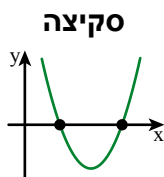


פתרונות המשוואה הריבועית  $ax^2 + bx + c = 0$  ( $a \neq 0$ ), הן נקודות החיתוך של גרף הפונקציה  $y = ax^2 + bx + c$  ( $a \neq 0$ ) עם ציר  $x$  (נקודות האפס של הפונקציה).

• אם למשוואה הריבועית יש **שני פתרונות**,

אז לפרבולה המתאימה יש **שתי נקודות חיתוך** עם ציר  $x$  (שתי נקודות אפס).

דוגמה:



למשוואה  $x^2 - 6x + 8 = 0$  יש **שני פתרונות**  $x = 2$  ו- $x = 4$

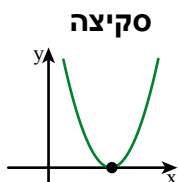
לכן לגרף הפונקציה  $y = x^2 - 6x + 8$  יש

**שתי נקודות חיתוך עם ציר  $x$**  (שתי נקודות אפס).

• אם למשוואה הריבועית יש **פתרון אחד**,

אז לפרבולה המתאימה יש **נקודת חיתוך אחת** עם ציר  $x$  (נקודת אפס אחת).

דוגמה:



למשוואה  $x^2 - 6x + 9 = 0$  יש **פתרון אחד**  $x = 3$

לכן לגרף הפונקציה  $y = x^2 - 6x + 9$  יש

**נקודת חיתוך אחת עם ציר  $x$**

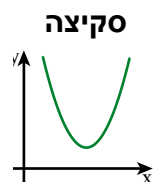
(נקודת אפס אחת כלומר הפרבולה משיקה לציר  $x$ ).

• אם למשוואה הריבועית **אין פתרון**,

אז לפרבולה המתאימה **אין נקודות חיתוך** עם ציר  $x$

(אין לפרבולה נקודות אפס. כלומר הפרבולה נמצאת כולה מעל או מתחת לציר  $x$ ).

דוגמה:



למשוואה  $x^2 - 6x + 10 = 0$  **אין פתרון**

לכן לגרף הפונקציה  $y = x^2 - 6x + 10$

**אין נקודות חיתוך עם ציר  $x$**

(לפרבולה אין נקודת אפס. הפרבולה נמצאת כולה מעל לציר  $x$ ).



## אוסף משימות



1. מיינו את המשוואות לפי מספר הפתרונות.

א.  $x^2 + 5x + 4 = 0$       ה.  $x^2 + 5x = 0$

ב.  $x^2 + 5x + 10 = 0$       ו.  $x^2 + 5 = 0$

ג.  $x^2 - 10x + 24 = 0$       ז.  $x^2 - 2x - 8 = 0$

ד.  $x^2 - 10x + 25 = 0$       ח.  $x^2 - 2x + 8 = 0$





2. פתרו את המשוואות וציינו כמה פתרונות לכל משוואה.

א.  $x(x - 4) = 32$       ג.  $x(x - 4) = -4$       ה.  $x(x + 4) = 3x - 12$   
 ב.  $x(x - 4) = -32$       ד.  $x(x + 4) = 3x + 12$       ו.  $x(x + 1) = 3x - 1$



3. פתרו את המשוואות וציינו כמה פתרונות לכל משוואה.

א.  $x(2x - 3) = 2(2x - 3)$       ד.  $(x + 2)^2 = 2x^2 + 8$   
 ב.  $x(x + 8) = 2x - 9$       ה.  $(3x + 4)(x - 1) = 2x^2 + 2$   
 ג.  $x(3 - x) = 6$       ו.  $(x - 2)^2 + (x + 1)(x - 6) + 2 = 0$



4. חברו כל משוואה למספר הפתרונות שלה.

- א.  $x^2 - 5x + 4 = 0$
- ב.  $x^2 - 10x + 25 = 0$
- ג.  $x^2 - 4x + 12 = 0$
- ד.  $x^2 - 4x + 4 = 0$
- ה.  $x^2 - 7x + 12 = 0$
- שני פתרונות
- פתרון אחד
- אין פתרון



5. חברו כל משוואה למספר הפתרונות שלה.

- א.  $x(x + 4) = 3x + 12$
- ב.  $(x + 5)(x + 2) + 2 = 0$
- ג.  $(2x - 4)(x + 4) = (x - 1)^2 - 8$
- ד.  $x(x - 1) = x - 4$
- ה.  $(x - 4)(2x - 3) = x - 6$
- שני פתרונות
- פתרון אחד
- אין פתרון



6. קבעו: אילו מהטענות הבאות נכונות?

א. למשוואה  $x^2 - 10x + 24 = 0$  יש שני פתרונות.

ב. למשוואה  $2x^2 - 50 = 0$  אין פתרון.

ג. לגרף הפונקציה  $y = x^2 - 6x + 9$  יש שתי נקודות אפס.



7. בכל סעיף קבעו "נכון" או "לא נכון", הסבירו.

א. למשוואה  $x^2 - 12x + 36 = 0$  יש שני פתרונות.

ב. למשוואה  $2x^2 + 50 = 0$  אין פתרון.

ג. למשוואה  $x^2 + 8x + 16 = 0$  יש פתרון אחד.

ד. לגרף הפונקציה  $y = -x^2 - 6x + 16$  יש שתי נקודות אפס.

ה. לגרף הפונקציה  $y = -x^2 + 7$  אין נקודות חיתוך עם ציר x.

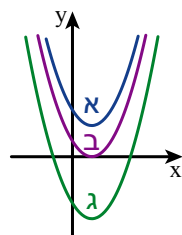


8. א. פתרו את המשוואות.

(i)  $x^2 - 2x + 3 = 0$

(ii)  $x^2 - 2x - 3 = 0$

(iii)  $x^2 - 2x + 1 = 0$



ב. התאימו גרף לכל פונקציה.

$y = x^2 - 2x + 3$

$y = x^2 - 2x - 3$

$y = x^2 - 2x + 1$

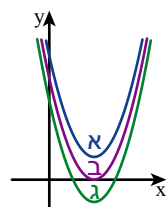


9. א. פתרו את המשוואות.

(i)  $4x^2 - 12x + 8 = 0$

(ii)  $4x^2 - 12x + 11 = 0$

(iii)  $4x^2 - 12x + 9 = 0$



ב. התאימו גרף לכל פונקציה.

$y = 4x^2 - 12x + 8$

$y = 4x^2 - 12x + 11$

$y = 4x^2 - 12x + 9$



10. נתונה המשוואה  $x^2 - 10x + 25 = 0$

א. כמה פתרונות למשוואה?

ב. שנו מספר אחד במשוואה הנתונה כך שתתקבל משוואה עם שני פתרונות.

ג. שנו מספר אחד במשוואה הנתונה כך שתתקבל משוואה שאין לה פתרון.



## שיעור 5. משימות נוספות

בחרים שני מספרים שלמים עוקבים.  
סמנו את אחד המספרים ב-  $x$  וקשמו ביטוי אלגברי למספר האחר.  
סכום הריבועים של שני המספרים הוא 25.  
מהם שני המספרים?

**נפשט, נפתור משוואות ריבועיות ונפתור בעיות.**

1. נתייחס לנתונים ממשימת הפתיחה.
  - א. אילו ערכים מתאימים ל-  $x$  לפי נתוני הבעיה?
  - ב. קשמו משוואה מתאימה ופתרו אותה.
  - ג. כמה פתרונות לבעיה?
  - ד. מהם המספרים?
2. הפרש הריבועים של שני מספרים שלמים עוקבים הוא 25.
  - א. אילו ערכים מתאימים ל-  $x$  לפי נתוני הבעיה?
  - ב. קשמו משוואה מתאימה ופתרו אותה.
  - ג. כמה פתרונות לבעיה? הסבירו.
  - ד. מהם המספרים?
3. מספר אחד גדול ב- 2 ממספר שני.
  - א. סכום הריבועים של שני המספרים הוא 8.
  - ב. אילו ערכים מתאימים ל-  $x$  לפי נתוני הבעיה?
  - ג. קשמו משוואה מתאימה ופתרו אותה.
  - ד. כמה פתרונות לבעיה?
  - ה. מהם המספרים?

### משוואות ריבועיות

4. בכל סעיף פשטו ופתרו את המשוואה.

|                                       |                                      |
|---------------------------------------|--------------------------------------|
| א. $3x^2 - 2x + 9 = 2x(x - 4)$        | ד. $(2x - 1)(x - 1) = 13 - 5x$       |
| ב. $(x + 5)^2 + (x - 5)^2 = 50$       | ה. $x(x + 2) + (x - 5)^2 = 25$       |
| ג. $(x + 5)(x - 5) + (x + 5)^2 = 10x$ | ו. $(x - 2)^2 + (x + 3)^2 = 2x + 13$ |

5. בכל סעיף קבעו עבור אילו ערכים של  $x$  מתקיים השוויון.

א.  $(x - 6)^2 = (6 - x)^2$       ג.  $(x - 6)^2 = x^2 + 36$       ה.  $(x - 6)^2 = x^2 - 36$

ב.  $(x + 6)^2 = (x - 6)^2$       ד.  $(x + 6)^2 = x^2 + 36$       ו.  $(x + 6)^2 = x^2 - 36$



6. נתונים הביטויים:  $x^2 - 4$        $x^2 + 4$        $x - 4$        $x + 4$

בכל סעיף הרכיבו משוואה מהביטויים ומהמספר 0, כך שיתקיים התנאי הרשום.

א. פתרון המשוואה  $x = 4$       ג. פתרון המשוואה  $x = 2$  או  $x = -2$

ב. פתרון המשוואה  $x = 0$       ד. למשוואה אין פתרון

## פרבולות ומשוואות

7. בכל סעיף מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם ציר  $x$ .

אם לפונקציה אין נקודות חיתוך עם ציר  $x$ , ציינו זאת.

א.  $y = 2x^2 - 3x - 5$       ד.  $y = -x^2 - 6x + 16$

ב.  $y = x^2 + 12x + 36$       ה.  $y = 2x(x - 3)$

ג.  $y = 12x^2 - 48$       ו.  $y = x^2 - 8x + 20$



## אוסף משימות



1. מספר אחד גדול ב-2 ממספר שני.

א. סמנו את אחד המספרים ב- $x$  ורשמו ביטוי אלגברי למספר השני.

ב. אילו ערכים מתאימים ל- $x$  לפי נתוני הבעיה?

ג. הפרש הריבועים של שני המספרים הוא 32.

רשמו משוואה מתאימה ופתרו אותה.

ד. מהם שני המספרים?





2. מספר אחד גדול ב- 3 ממספר שני.

א. סמנו את אחד המספרים ב-  $x$  וקשמו ביטוי אלגברי למספר השני.

ב. אילו ערכים מתאימים ל-  $x$  לפי נתוני הבעיה?

ג. סכום הריבועים של שני המספרים הוא 17.

קשמו משוואה מתאימה ופתרו אותה.

ד. כמה פתרונות יש לבעיה? הסבירו.

ה. מהם המספרים?



3. פתרו את המשוואות.

ד.  $(x + 3)^2 = 2x^2 + 17$

א.  $x(x - 5) + 5 = x$

ה.  $(x - 5)(x + 3) + 18 = 0$

ב.  $-3x + x(x - 5) = -15$

ו.  $x(3x + 5) = 5x + 48$

ג.  $2x(x + 3) = (x + 2)^2 + 4$



4. בכל סעיף פשטו ופתרו את המשוואה.

ה.  $(x - 1)(3x + 1) = x^2 + 11$

א.  $(x - 3)^2 = x + 3$

ו.  $(x - 4)^2 + (x + 4)^2 = 82$

ב.  $(x + 3)(x + 4) = 72$

ז.  $8(1 + x) = x(6 + x) + 8$

ג.  $2(2x - 5) = x(x - 7)$

ח.  $(2x - 1)(x + 3) = 15$

ד.  $7(2 - x) + x(x - 3) = 5$



5. בכל סעיף פשטו ופתרו את המשוואה.

ה.  $(x + 5)^2 + (x - 3)^2 = 4x + 36$

א.  $(x - 1)^2 + (x - 2)^2 = x + 2$

ו.  $(3x + 4)(x + 1) = 2(x^2 + 5x)$

ב.  $x(6x - 13) + 2(5x - 1) = 1$

ז.  $(2x - 1)(x + 2) = x(x + 1) + 1$

ג.  $(3x + 4)(x - 1) = 2x^2 + 2$

ח.  $(x - 3)(x + 2) + (x - 4)^2 = 10$

ד.  $(x - 2)(x + 5) = (2x - 1)(x - 1)$



6. בכל סעיף ממצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם ציר x.  
אם לפונקציה אין נקודות חיתוך עם ציר x, ציינו זאת.

א.  $y = x^2 - 8x + 16$       ד.  $y = 2x^2 - 3x + 15$

ב.  $y = x^2 - 9x + 14$       ה.  $y = 3x^2 + 12x$

ג.  $y = 2x^2 - 32$       ו.  $y = 2x^2 - 12x + 18$



7. נתונה הפונקציה  $y = x^2 - 9x + 20$

א. מה שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם ציר x (נקודות האפס)?  
ב. שרטטו סקיצה של גרף הפונקציה.



8. נתונה הפונקציה  $y = -x^2 + 2x + 8$

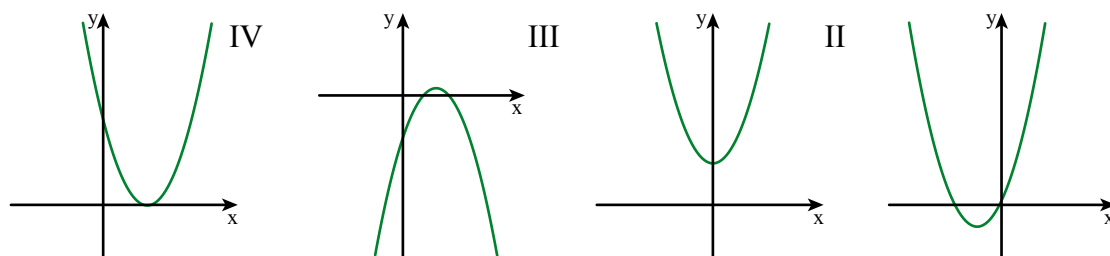
א. מה שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם ציר x (נקודות האפס)?  
ב. שרטטו סקיצה של גרף הפונקציה.



9. נתונות ארבע פונקציות.

$y = x^2 + 2$        $y = -x^2 + 3x - 2$        $y = x^2 + 2x$        $y = x^2 - 4x + 4$

א. ממצאו את שיעורי נקודות האפס של כל פונקציה (אם יש).  
ב. בשרטוט סקיצות של הפרבולות המתאימות לפונקציות.  
התאימו גרף לכל פונקציה.



10. לאיזו מבין המשוואות הבאות אין פתרון? הסבירו.

מצאו את הפתרונות של שתי המשוואות האחרות.

א.  $(x - 3)^2 + (3 - x)^2 = 0$       ב.  $(x + 3)^2 - (3 - x)^2 = 0$       ג.  $(x - 3)^2 + (3 - x)^2 = -1$



## שומרים על כושר

### שטחים והיקפים

1. שטחו של מלבן 48 סמ"ר.

א. אורך אחת הצלעות 24 ס"מ.

מה אורך הצלע השנייה? מה היקף המלבן?

ב. אורך אחת הצלעות הוא פי 3 מאורך הצלע הסמוכה.

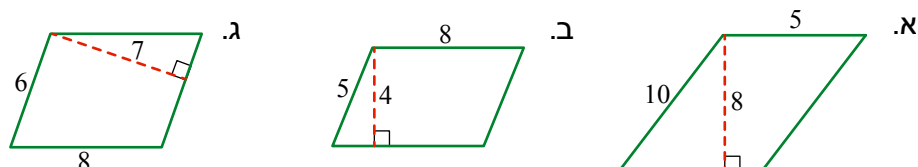
מה אורכי הצלעות? מה היקף המלבן?

ג. אורך אחת הצלעות גדול ב- 2 ס"מ מאורך הצלע הסמוכה.

מה אורכי הצלעות? מה היקף המלבן?

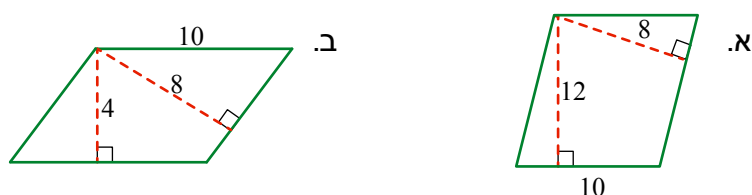
2. נתונות שלוש מקביליות (השרטוטים הם להדגמה, ומידות האורך נתונות בס"מ).

בכל סעיף חשבו את היקף המקבילית ואת שטח המקבילית.

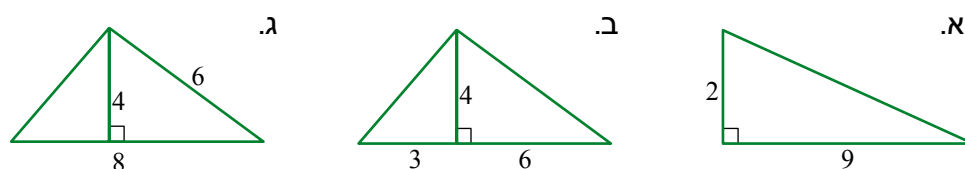


3. בכל סעיף חשבו את שטח המקבילית ואת אורך הצלע השנייה.

(השרטוטים הם להדגמה, ומידות האורך נתונות בס"מ).



4. בכל סעיף חשבו את שטח המשולש (השרטוטים הם להדגמה, ומידות האורך נתונות בס"מ).



5. שטחו של משולש 60 סמ"ר.

א. אורך אחד מהגבהים 12 ס"מ. מה אורך הצלע שגובה זה יורד אליה?

ב. אורך צלע אחרת של המשולש 15 ס"מ. מה אורך הגובה שיורד אליה?