

יחידה 19: מקבילית

שיעור 1. הגדרת המקבילית

במקביליות שלפניכם משתמשים בסביבה ובחיי היום-יום.

- בדרגות בצה"ל:



- בדגלים:



של איזו מדינה דגל זה?



של איזו מדינה דגל זה?

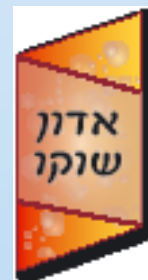
- בתמרורים וסימני תנועה:



איזה תחבול זה?



איזה תחבול זה?



- באריזות אוכל:

חפשו בבית ובאינטרנט מקביליות נוספות הנמצאות בסביבה.

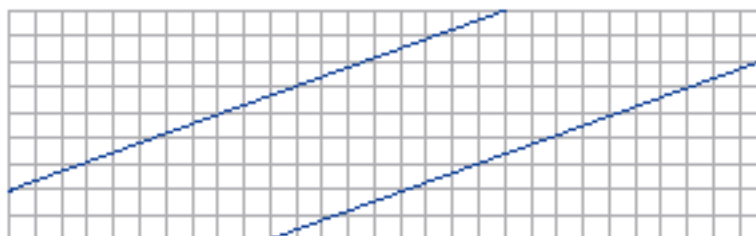
נגדיר מקביליות ונלמד לזהותן.



1. באתר "מתמטיקה משולבת" במדור "פעילויות באמצעות מחשב" תמצאו את הפעילות "זוגות של מקבילים".
באמצעות פעילות זו תוכלו להגדיר מקבילית.
בצעו את הפעילות בהתאם להוראות.



2. א. בשרטוט זוג ישרים מקבילים. העתיקו את השרטוט על דף משובץ.
 שרטטו זוג נוסף של ישרים מקבילים החותכים את הזוג הראשון.

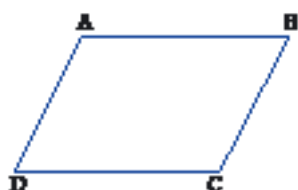


איזה מרובע התקבל?

ב. שרטטו שני מרובעים נוספים, שונים מהקודם.

ג. אילו מרובעים התקבלו?

במה הם דומים ובמה הם שונים זה מזה: בגודל הזוויות? באורכי הצלעות? בהקבלה של הצלעות?



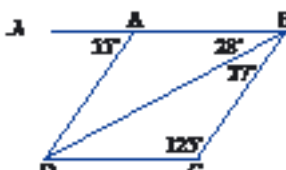
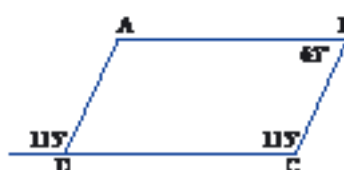
הגדרה: מרובע בעל שני זוגות של צלעות נגדיות מקבילות נקרא **מקבילית**
 בשרטוט ABCD מקבילית.

$AB \parallel DC$

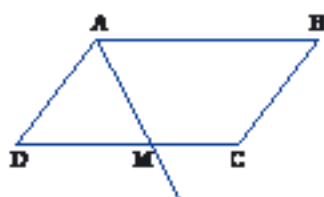
$AD \parallel BC$

3. המרובעים שלפניכם הם מקביליות.

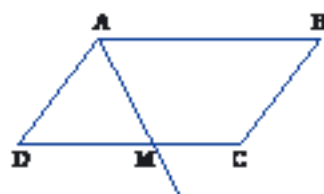
בכל סעיף חשבו על-פי הנתונים שבשרטוט, את הגדלים של זוויות המקבילית.



4. על מה הסתמכנו במשימה 3 כדי למצוא את הגדלים של הזוויות?



5. נ/נ/ן המרובע ABCD הוא מקבילית
 AM חוצה את $\angle DAB$
 $\angle DMA = 65^\circ$
 חשבו את הגדלים של זוויות משולש $\triangle ADM$.



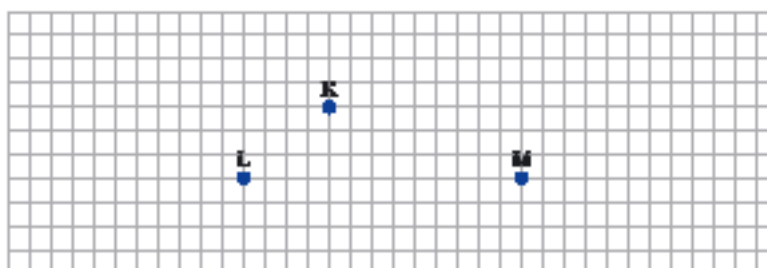
6. נ/נ/ן המרובע ABCD הוא מקבילית
 AM חוצה את $\angle DAB$
 משולש $\triangle ADM$ שווה-שוקיים נ/3



1. נ/נ/ן א. מצאו מקביליות בתמונה.
 ב. תנו דוגמאות למקביליות בסביבה שלכם.



2. הנקודות K, L ו-M הן שלושה קדקודים של מקבילית. העתיקו אותן על דף משובץ.
 א. שרטטו מקבילית היעזרו בהגדרה.



- ב. שרטטו עוד שתי מקביליות נוספות שהנקודות K, L ו-M הן שלושה מקדקודיה.



3. בנו בעזרת סרגל ומחוגה מקבילית לפי הגדרתה.
 תארו את הבנייה.



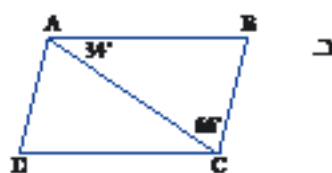
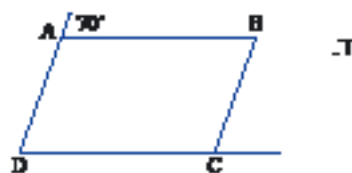
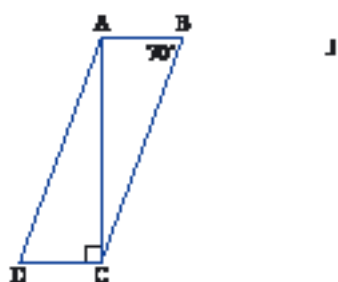
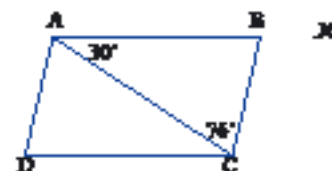
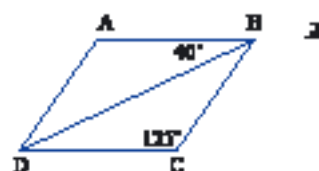
4. בכל סעיף שרטטו מרובע שאינו מקבילית.

- למרובע זוג צלעות מקבילות.
- למרובע זוג צלעות נגדיות שוות באורכן.
- למרובע זוג זוויות נגדיות שוות בגודלן.



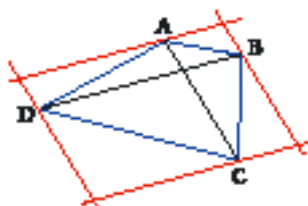
5. המרובעים שלפניכם הם מקביליות.

בכל סעיף חשבו את הגדלים של זוויות המקבילית לפי הנתונים.



6. בשרטוט מרובע ABCD.

שרטטו ישרים מקבילים לאלכסונים דרך קדקודי המרובע.
הסבירו מדוע המרובע שהתקבל הוא מקבילית.

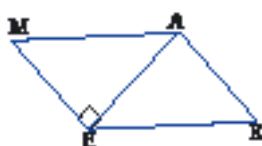


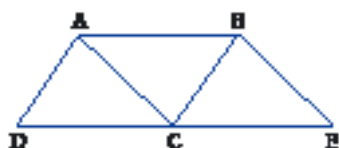
7. המרובע MARE הוא מקבילית

האלכסון AE מאונך לצלע

$$\angle R = 45^\circ$$

חשבו את הגדלים של הזוויות בשרטוט, ומצאו משולשים שווים-שוקיים.





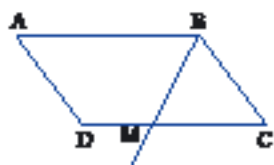
8. נ/נ/נ ABCD מקבילית

ABEC מקבילית

$$\angle E = 45^\circ$$

$$\angle ABC = 55^\circ$$

חשבו את הגדלים של זוויות שלושת המשולשים.

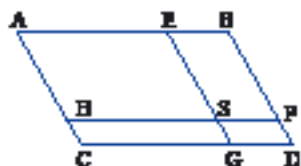


9. נ/נ/נ המרובע ABCD הוא מקבילית

BM חוצה את $\angle ABC$

$$\angle BMC = 50^\circ$$

חשבו את הגדלים של זוויות המקבילית.



10. נ/נ/נ $AB \parallel HP \parallel CD$

$AC \parallel EG \parallel BD$

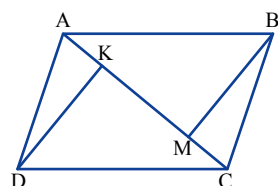
כמה מקבילות בשרטוט?
רשמו אותן.



11. נ/נ/נ $AB \parallel MK \parallel HP \parallel DC$

$AD \parallel EG \parallel RS \parallel BC$

כמה מקבילות בשרטוט?



12. נ/נ/נ ABCD מקבילית

$DK \perp AC$

$BM \perp AC$

$$DK = BM \quad \text{צ"ל}$$

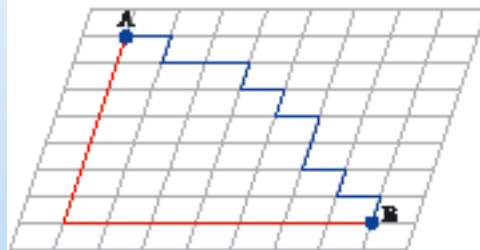
שיעור 2. תכונות הצלעות במקבילית



בעיר מֶק במדינת בִּילית הרחובות יוצרים רשת של מקביליות כמו בשרטוט שלמטה.

דן הלך מנקודה A לנקודה B במסלול הכחול.

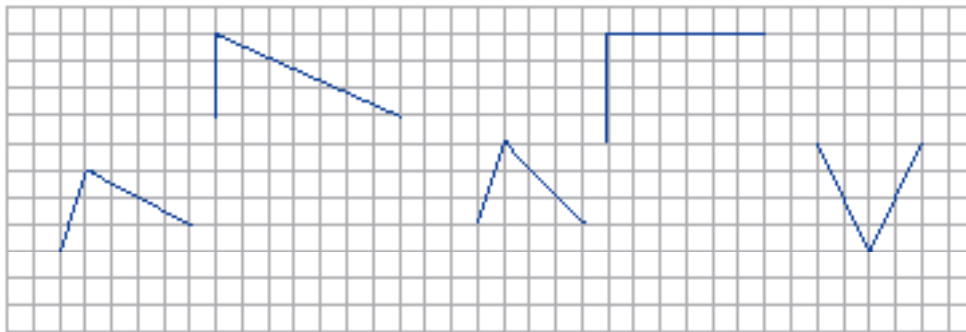
גד אמר שהוא יכול לקצר את הדרך. הוא הלך במסלול האדום. האם **גד** צודק?



נכיר תכונות של צלעות במקבילית.

1. בשרטוטים שלפניכם זוגות של צלעות סמוכות של מקבילית.

א. העתיקו לדף משובץ והשלימו את שרטוט המקביליות בעזרת מקבילים לצלעות המשורטטות.

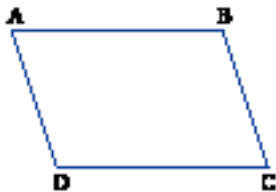


ב. מצאו תכונה נוספת של צלעות נגדיות במקבילית ונסחו את התכונה שמצאתם כמשפט.

ג. רשמו מה נתון ומה צריך להוכיח במשפט שניסחתם.

ד. **הוכיחו:** האלכסון BD מחלק את המקבילית לשני משולשים חופפים.

ה. השלימו את הוכחת המשפט שניסחתם בסעיף ב.

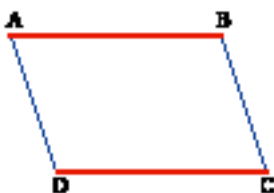


במקבילית הצלעות הנגדיות שוות באורכן.

ABCD מקבילית

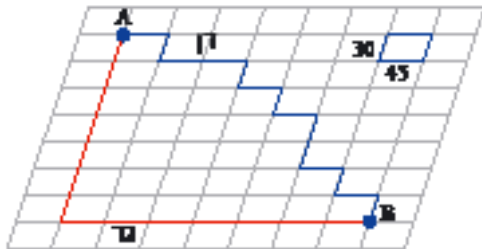
$AB = DC$

$AD = BC$

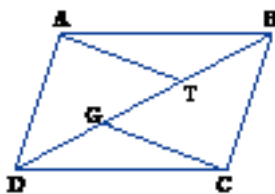




2. נחזור לרשת הרחובות בעיר מֶק ממשימת הפתיחה (המידות במטרים).

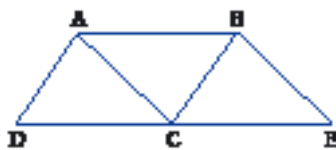


- מה המרחק שעבר **דן** מהנקודה A לנקודה B?
מה המרחק שעבר **גד** מהנקודה A לנקודה B?
על-סמך איזו תכונה של המקבילית מצאתם את המרחק?
- האם **גד** קיצר את הדרך?
על-סמך איזו תכונה של המקבילית תוכלו להסביר?
- מהו **המרחק** הקצר ביותר בין הנקודות A ו- B
על-פני רשת הרחובות הזו?



3. **נתון** מקבילית ABCD

T ו- G נקודות על האלכסון BD, כך ש- $BT = DG$
מצאו בשרטוט זוגות של משולשים חופפים.



4. **נתון** מקבילית ABCD

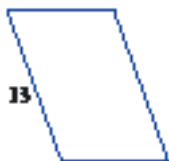
מקבילית ABEC

נתון $DC = CE$



אוסף משימות

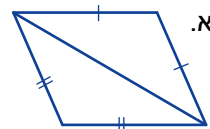
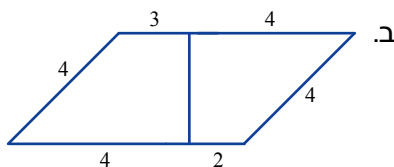
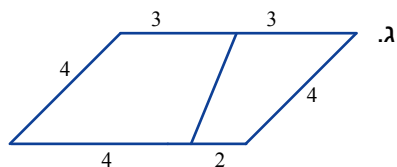
באוסף המשימות השרטוטים הם להדגמה, ומידות האורך נתונות בס"מ.



- א. **מיה** יצרה מקבילית בעזרת חוט שאורכו 36 ס"מ.
אורך אחת הצלעות של המקבילית 13 ס"מ.
מה אורך כל אחת משלוש הצלעות האחרות?
- ב. מחוטים אחרים שאורך כל אחד מהם 36 ס"מ, יצרו שתי מקביליות נוספות.
שרטטו שתי מקביליות כאלה ורשמו אורכי צלעות מתאימים לכל אחת מהמקביליות.



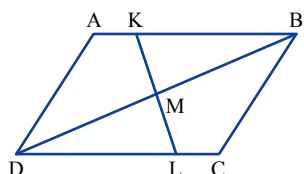
2. קבעו באילו מקביליות הנתונים שגויים. הסבירו.



3. $ABCD$ מקבילית

$$DM = MB$$

האם אפשר להסיק: $\triangle KMB \cong \triangle LMD$?
אם כן, הוכיחו. אם לא, שרטטו דוגמה נגדית.

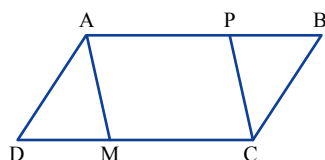


4. $ABCD$ מקבילית

P נקודה על AB

M נקודה על DC

האם אפשר להסיק: $\triangle ADM \cong \triangle BCP$?
אם כן, הוכיחו. אם לא, שרטטו דוגמה נגדית.

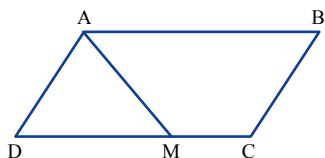


5. $ABCD$ מקבילית

AM חוצה את זווית A

$$BC = 7 \text{ ס"מ}, AB = 11 \text{ ס"מ}$$

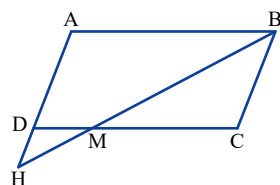
חשבו את אורך MC .



6. $ABCD$ מקבילית

BM חוצה את זווית ABC

המשיכו את הצלע AD עד לנקודת החיתוך עם חוצה הזווית.
מצאו בשרטוט משולשים שווי-שוקיים והוכיחו.



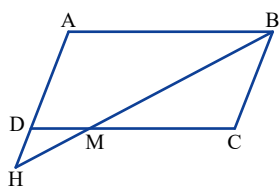
7. $ABCD$ מקבילית

BM חוצה את זווית ABC

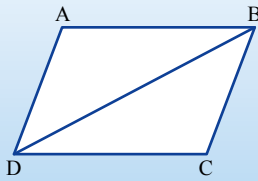
המשיכו את הצלע AD עד לנקודת החיתוך עם חוצה הזווית.
א. מצאו בשרטוט משולשים שווי-שוקיים והוכיחו.

$$BC = 4 \text{ ס"מ}, AB = 6 \text{ ס"מ}$$

ב. נתון $BC = 4 \text{ ס"מ}, AB = 6 \text{ ס"מ}$. חשבו את יחס הדמיון.



שיעור 3. תכונות הזוויות במקבילית



נתון: ABCD מקבילית. האלכסון BD מחלק את המקבילית לשני משולשים.
שערו: אילו מסקנות אפשר להסיק לגבי הגדלים של זוויות המקבילית?

נכיר תכונות של זוויות במקבילית.

1. התייחסו לנתונים במשימת הפתיחה.

א. $\angle A = \angle C$ **נכון**

$\angle B = \angle D$

ב. נסחו את המשפט שהוכחתם.

2. **טענה** במקבילית סכום הגדלים של כל שתי זוויות סמוכות שווה 180° .

א. שרטטו מקבילית וכתבו בכתב מתמטי מה נתון ומה צריך להוכיח.

ב. הוכיחו את המשפט.

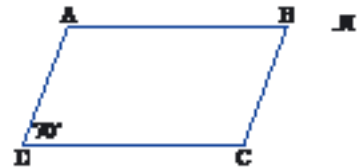
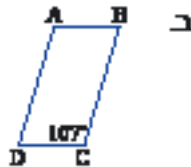
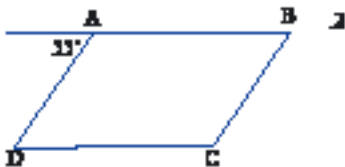


טענה במקבילית הזוויות הנגדיות שוות בגודלן.

טענה במקבילית סכום הגדלים של כל שתי זוויות סמוכות שווה 180° .

3. בכל סעיף נתונה מקבילית.

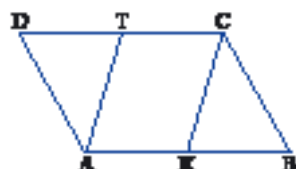
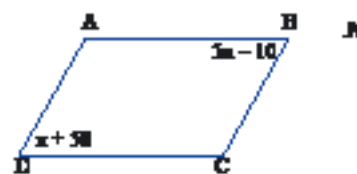
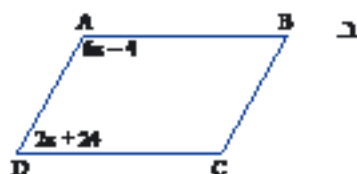
חשבו את הגדלים של זוויות המקבילית.



4. **אייל** אמר: בכל מקבילית יש שתי זוויות חדות ושתי זוויות קהות.

האם **אייל** צודק? הסבירו.

5. בכל סעיף נתונה מקבילית.
חשבו את הגדלים של זוויות המקבילית.



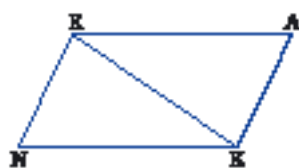
6. $ABCD$ מקבילית

$$DT = BK$$

$$AT = KC$$

7. **רוני** אמר: אני יכול להוכיח שהאלכסון במקבילית חוצה את הזוויות.

מצאו את הטעות בהוכחה של **רוני**.



נימוק

צלעות נגדיות במקבילית

צלעות נגדיות במקבילית

לפי צלע, צלע, צלע

הוכחה

$$RA = NK$$

$$RN = AK$$

$$RK = RK$$

$\Downarrow$

$$\triangle NRK \cong \triangle AKR$$

$\Downarrow$

$$\angle RKN = \angle RKA$$

$\Downarrow$

$\angle NKA$ חוצה את RK

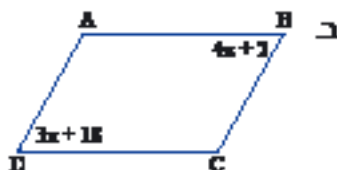
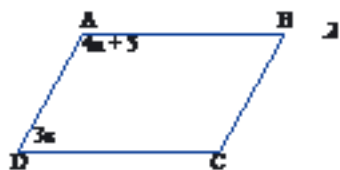
אוסף משימות



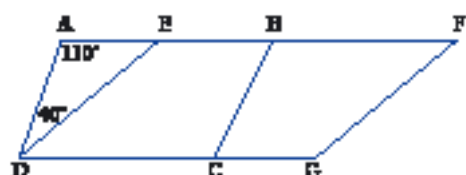
1. א. במקבילית גודל אחת הזוויות הוא 75° .
חשבו את הגדלים של הזוויות האחרות במקבילית.
ב. במקבילית גודל אחת הזוויות הוא 151° .
חשבו את הגדלים של הזוויות האחרות במקבילית.



2. בכל סעיף נתונה מקבילית. חשבו את הגדלים של זוויות המקבילית.

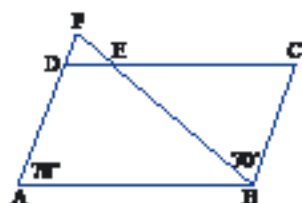


3. $\square ABCD$ מקבילית
 $\square DEFG$ מקבילית
 חשבו את גודל זווית $\angle F$



4. $\square ABCD$ מקבילית

חשבו גדלים של זוויות וקבעו אילו מהמסקנות הבאות נובעות מהנתונים.



א. $CE = CB$

ב. $FB = AB$

ג. $AF = BF$

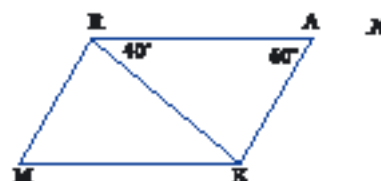
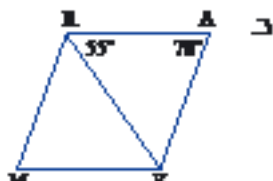
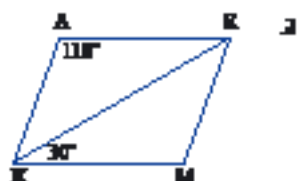
ד. $\triangle BEC$ שווה-שוקיים

ה. $\triangle DEF \sim \triangle CEB$

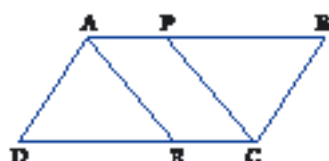


5. $\square RAKM$ מקבילית.

בכל סעיף חשבו גדלים של זוויות, וקבעו אם האלכסון RK חוצה את הזוויות $\angle R$ ו- $\angle K$



6. $\square ABCD$ מקבילית
 $\angle A$ חוצה את זווית $\angle A$
 $\angle C$ חוצה את זווית $\angle C$
 $\square AECP$ מקבילית





7. טענה: חוצי זוויות סמוכות במקבילית מאונכים זה לזה.

האם הטענה נכונה?
אם כן, הוכיחו. אם לא, הסבירו.



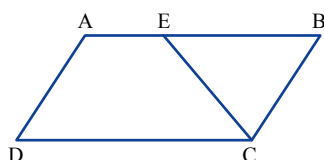
8. נכון

ABCD מקבילית

CE חוצה זווית C

$\triangle ECB$ שווה-שוקיים

3'



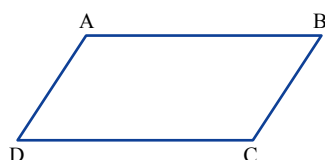
9. נכון

ABCD מקבילית

$AB = 2BC$

חוצי הזוויות D ו- C נפגשים על הצלע AB

3'



10. נכון

ABCD מקבילית

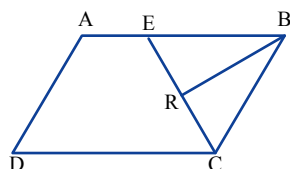
RB חוצה זווית B

EC חוצה זווית C

א. $\angle BRC = 90^\circ$

ב. $ER = RC$

3'



11. מרובע ABCD הוא מקבילית. דרך הקדקוד A שרטטו מקביל לאלכסון BD של המקבילית.

המקביל חותך את המשך הצלע CB בנקודה E ואת המשך הצלע CD בנקודה G.

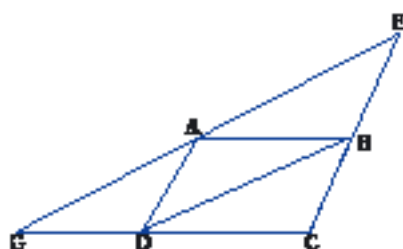
א. שרטטו ומצאו כמה מקביליות בשרטוט.

ב. הוכיחו כי הנקודות A, B ו- D

הן אמצעי צלעות המשולש CEG.

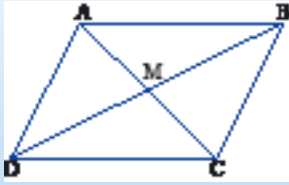
ג. חשבו את יחסי השטחים בין משולש $\triangle ECG$

ובין מקבילית ABCD.



שיעור 4. תכונות האלכסונים במקבילית

נתון: ABCD מקבילית.

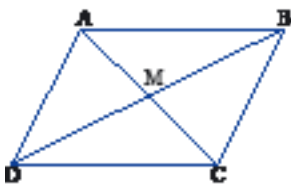


ארבע נמלים עומדות בנקודה M הנמלים הולכות באותה מהירות.
כל נמלה הולכת בקו ישר לאורך חלק מהאלכסון לעבר אחד הקדקודים
שערו: האם כל הנמלים תגענה באותו זמן אל הקדקודים?
האם חלק מהן תגענה באותו זמן?

נכיר תכונות של אלכסונים במקבילית.

1. שערו: איזו טענה נכונה?

אם הטענה נכונה, הוכיחו. אם לא, הסבירו או שרטטו דוגמה נגדית.



א. האלכסונים במקבילית שווים באורכם.

ב. האלכסונים במקבילית חוצים זה את זה.

ג. האלכסונים במקבילית חוצים את זוויות המקבילית.

ד. האלכסונים במקבילית מאונכים זה לזה.

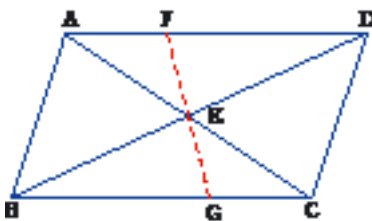
2. נחזור למשימת הפתיחה.

בדקו את השערתכם ותקנו.



מצאנו **תכונה** נוספת של מקבילית.

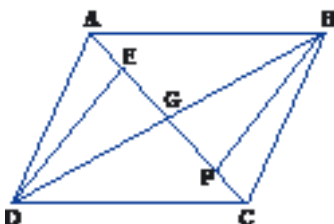
משפט אם מרובע הוא **מקבילית**, אז **האלכסונים חוצים זה את זה**.



3. ABCD מקבילית **ניתן**

הקטע FG עובר דרך נקודת מפגש של האלכסונים (K)

$$FK = KG \quad \text{צ"ל}$$



4. ABCD מקבילית **ניתן**

$$AE = CF$$

התלמידים התבקשו להוכיח כי $\angle EDG = \angle PBG$

אייל אמר: צריך לחפוף קודם את המשולשים $\triangle ADE$ ו- $\triangle CBP$ ורק לאחר

מכן לחפוף את המשולשים $\triangle EDG$ ו- $\triangle PBG$.

עידן אמר: יש מספיק נתונים כדי לחפוף רק את $\triangle EDG$ ו- $\triangle PBG$.

האם **עידן** צודק?

בחרו באחת האפשרויות והוכיחו.



5. נתונה מקבילית שאינה מלבן.

- א. האם אפשר לשרטט מעגל העובר דרך ארבעת קדקודי המקבילית? הסבירו.
 ב. האם אפשר לשרטט מעגל העובר דרך שני קדקודים סמוכים של המקבילית? אם כן, היכן יכול להיות מרכז המעגל? הסבירו.
 ג. האם אפשר לשרטט מעגל העובר דרך שני קדקודים נגדיים של המקבילית? אם כן, היכן יכול להיות מרכז המעגל? הסבירו.



הגדרה: מרובע בעל שני זוגות של צלעות נגדיות מקבילות נקרא **מקבילית**

תנאים מספיקים
לזיהוי מקבילית

נלמד ביחידה הבאה.

תכונות המקבילית

אם מרובע הוא מקבילית, אז הצלעות הנגדיות שלו שוות באורכן.

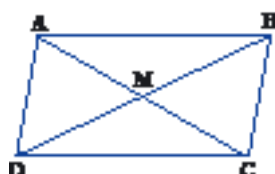
אם מרובע הוא מקבילית, אז הזוויות הנגדיות שלו שוות בגודלן.

אם מרובע הוא מקבילית, אז סכום הגדלים של כל שתי זוויות סמוכות שווה 180° .

אם מרובע הוא מקבילית, אז האלכסונים שלו חוצים זה את זה.



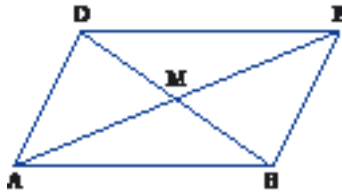
אוסף משימות



1. **נתון/** ABCD מקבילית

$$AB = 6 \text{ ס"מ}, AC = 8 \text{ ס"מ}, DB = 10 \text{ ס"מ}$$

מצאו את היקף המשולש $\triangle DMC$.

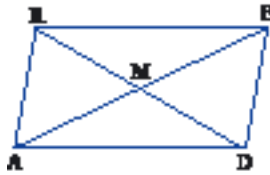


2. נתון מקבילית DEBA

$$AE = 8 \text{ ס"מ} \quad \angle DBE = 75^\circ \quad \angle DAE = 30^\circ$$

א. מצאו משולשים שווים-שוקיים. הסבירו את שלבי החישוב.

ב. מהו אורך הצלע AD? הסבירו.

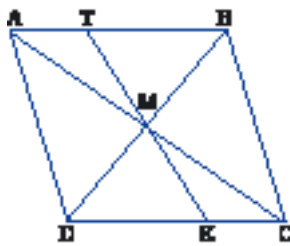


3. נתון מקבילית REDA

$$AR = 5 \text{ ס"מ} \quad \angle AED = 60^\circ \quad \angle DRA = 60^\circ$$

א. מצאו בשרטוט משולשים שווים-צלעות ונמקו.

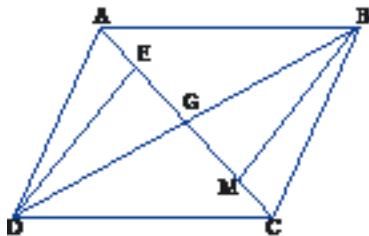
ב. חשבו את אורכי האלכסונים ואת הגדלים של זוויות המקבילית.



4. נתון מקבילית ABCD

הקטע KT עובר דרך נקודת מפגש האלכסונים (M)

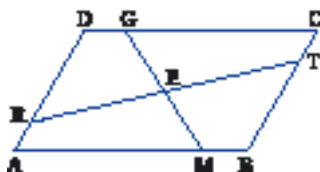
$$TM = MK \quad \text{פ'3}$$



5. נתון מקבילית ABCD

$$AE = CM$$

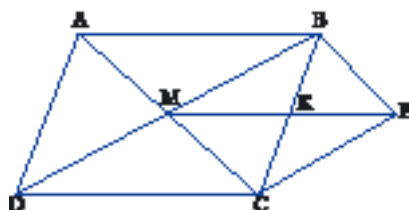
$$DE \parallel BM \quad \text{פ'3}$$



6. נתון מקבילית ABCD

הנקודה E היא מפגש אלכסוני המקבילית

$$MB = GD, DR = BT, MA = GC, CT = AR \quad \text{פ'3}$$



7. נתון מקבילית ABCD

$$AC \parallel BE$$

$$BD \parallel EC$$

$$CE = DM \quad \text{פ'3}$$