

יחידה 18: מקבילית

שיעור 1. הגדרת מקבילית



מקביליות בסביבה:

- בדרגות בצה"ל



- בדגלים



של איזו מדינה דגל זה?



של איזו מדינה דגל זה?

- בתמרורים



מה משמעות הסימון הזה?

מה משמעות הסימון הזה?

- באריזות



חפשו בבית ובאינטרנט מקביליות נוספות הנמצאות בסביבה.

נגדיר מקבילית ונלמד לזהותה.



1. באתר "מתמטיקה משולבת" במדור "פעילויות באמצעות מחשב" תמצאו את הפעילות "זוגות של מקבילים".

באמצעות הפעילות תוכלו להגדיר **מקבילית**.

בצעו את הפעילות לפי ההוראות.



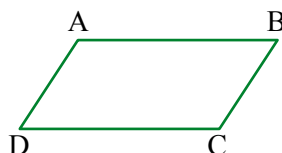
2. א. בשרטוט זוג ישרים מקבילים.
שרטטו זוג נוסף של ישרים מקבילים החותכים את הזוג הראשון.
איזה מרובע התקבל?



- ב. שרטטו זוג נוסף של מקבילים החותכים את הזוג המשורטט.
איזה מרובע התקבל?
במה דומים שני המרובעים ובמה הם שונים זה מזה:
בגדלי הזוויות? באורכי הצלעות? בהקבלה של הצלעות?



הגדרה: מרובע שבו שני זוגות של צלעות נגדיות מקבילות, נקרא **מקבילית**.



בכתיב מתמטי: $CD \parallel AB$

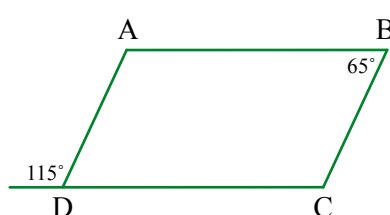
$BC \parallel AD$

המרובעים במשימות 1 או 2 הם מקביליות.

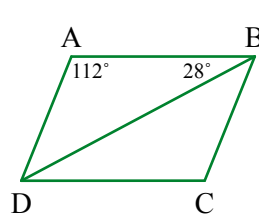


3. בכל סעיף משורטטת מקבילית ורשומים נתונים.
חשבו את הגדלים של זוויות המקבילית והסבירו על מה הסתמכתם.

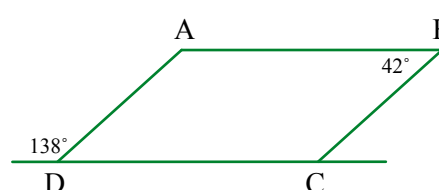
ג.



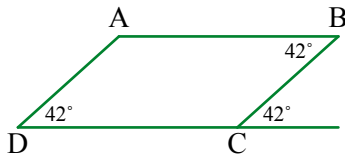
ב.



א.



זיהוי מקבילית על-פי ההגדרה

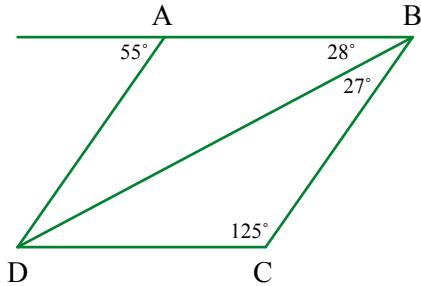


4. בשרטוט מרובע ABCD וגדלים של זוויות.

א. האם $DC \parallel AB$? נמקו.

ב. האם $BC \parallel AD$? נמקו.

ג. האם המרובע ABCD הוא מקבילית? נמקו.



5. א. חשבו את הגדלים של כל הזוויות שבשרטוט.

ב. האם $AB \parallel DC$? נמקו.

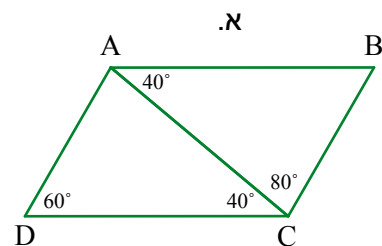
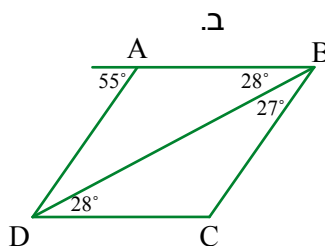
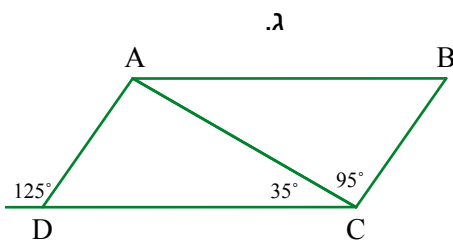
ג. האם $AD \parallel BC$? נמקו.

ד. האם המרובע ABCD הוא מקבילית? נמקו.



6. בכל סעיף משורטט מרובע ורשומים גדלים של זוויות.

קבעו על-סמך הנתונים אם אפשר להסיק שהמרובע הוא מקבילית, והסבירו.



אוסף משימות



1. חפשו מקביליות בבית והביאו דוגמאות לכיתה.



2. ABCD מרובע.

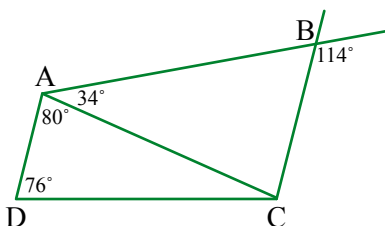
א. חשבו את הגדלים של הזוויות שבשרטוט.

(היעזרו בסכום זוויות במשולש.)

ב. האם $AB \parallel CD$?

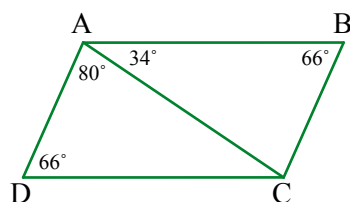
ג. האם $AD \parallel BC$?

ד. האם המרובע ABCD הוא מקבילית? נמקו.





3. ABCD מרובע.



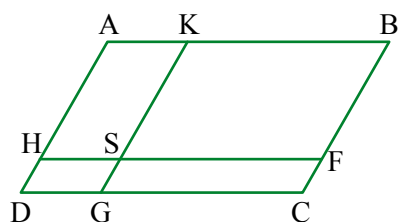
- חשבו את הגדלים של הזוויות שבשרטוט.
- האם $DC \parallel AB$?
- האם $AD \parallel BC$?
- האם המרובע ABCD הוא מקבילית? נמקו.



4. $AB \parallel HF \parallel DC$ נכון

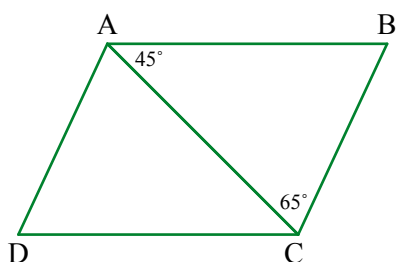
$AD \parallel KG \parallel BC$

כמה מקביליות בשרטוט?
רשמו אותן.



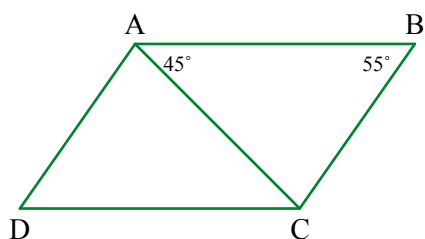
5. ABCD מקבילית נכון

חשבו את הגדלים של זוויות המקבילית.
תארו את שלבי החישוב.

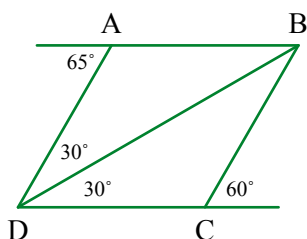


6. ABCD מקבילית נכון

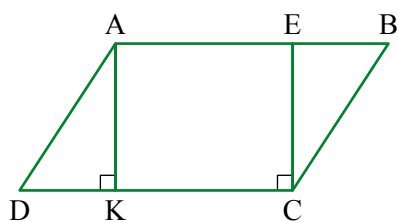
חשבו את הגדלים של זוויות המקבילית.
תארו את שלבי החישוב.



7. ABCD מרובע.



- חשבו את הגדלים של כל הזוויות שבשרטוט.
(היעזרו בסכום זוויות במשולש).
- האם $DC \parallel AB$?
- האם $AD \parallel BC$?
- האם המרובע ABCD הוא מקבילית? נמקו.

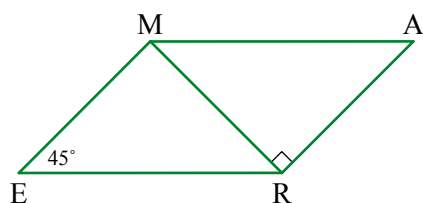


8. נ/א ABCD מקבילית

$AK \perp DC$, $EC \perp DC$

א. האם $AK \parallel EC$? הסבירו.

ב. האם המרובע AKCE הוא מקבילית? הסבירו.



9. נ/א המרובע EMAR הוא מקבילית

$\angle MRA = 90^\circ$

א. מהו הגודל של $\angle EMR$? נמקו.

ב. חשבו את הגדלים של כל הזוויות בשרטוט.

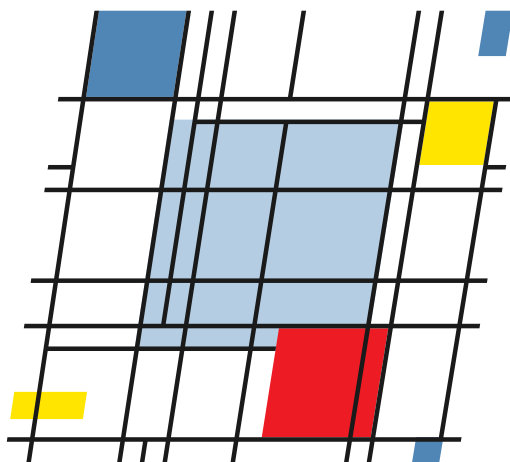
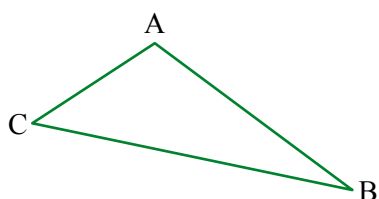
ג. מצאו בשרטוט משולשים שווים-שוקיים ונמקו.



10. שרטטו מקבילים לצלעות משולש ABC דרך הקדקודים A, B ו-C.

סמנו באותיות G, H, K את קדקודי המשולש החדש שהתקבל.

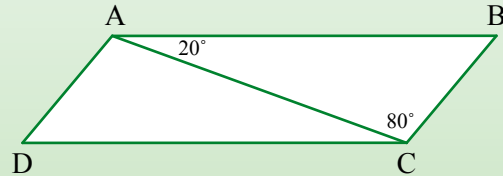
כמה מקביליות התקבלו? רשמו אותן.



שיעור 2. זוויות במקבילית

בכל סעיף משורטטת מקבילית ורשומים גדלים של זוויות.
חשבו את הגדלים של זוויות המקבילית.

א.



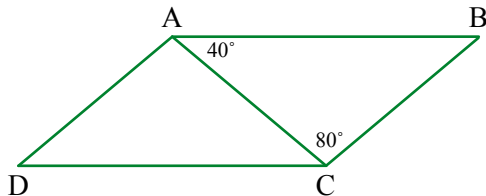
ב.



נכיר תכונות של זוויות במקבילית.

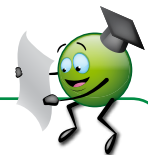
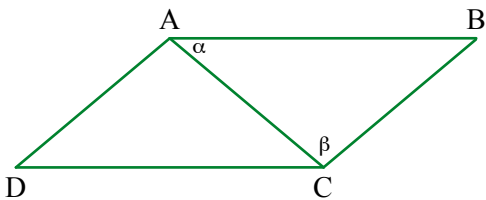
1. א. המרובע ABCD הוא מקבילית.

חשבו את הגדלים של זוויות המקבילית על-פי הנתונים שבשרטוט.
האם הזוויות הנגדיות במקבילית זו שוות בגודלן?



ב. בחרו ערכים קטנים מ- 90° לזוויות המסומנות ב- α וב- β .

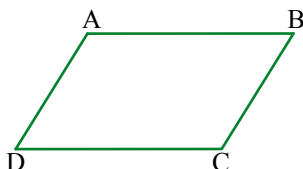
חשבו את הגדלים של זוויות המקבילית על-פי הנתונים שבשרטוט.
האם הזוויות הנגדיות שוות בגודלן?



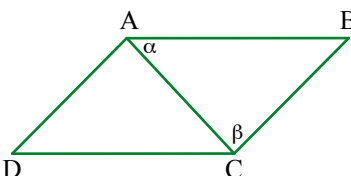
אם המרובע הוא מקבילית, אז הזוויות הנגדיות שלו שוות בגודלן.



2. א. רשמו מה נתון ומה צריך להוכיח ב **Given** שבמסגרת.

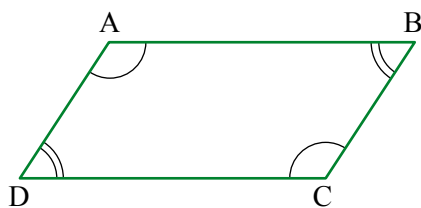
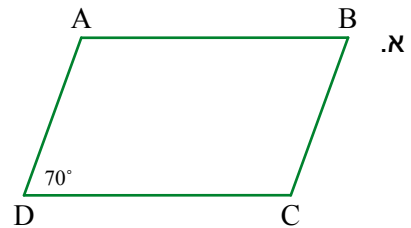
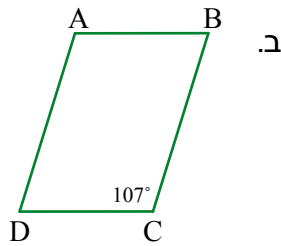
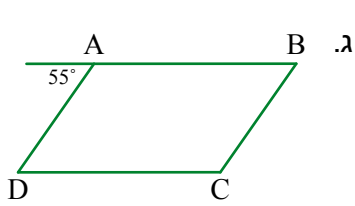


ב. מצאו במשולש ADC זוויות שגודלן זהה לגדלים של α ושל β ורשמו בשרטוט.



הסבירו מדוע $\angle B = \angle D$
הסבירו מדוע $\angle BAD = \angle BCD$

3. בכל סעיף משורטטת מקבילית. חשבו את הגדלים של זוויות המקבילית ורשמו בשרטוטים. (היעזרו בסכום הגדלים של הזוויות במרובע.)

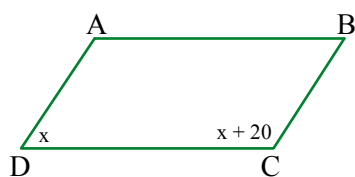


4. א. בדקו מה סכום הגדלים של כל זוג זוויות סמוכות במקביליות שבמשימה 3. מה מצאתם?
ב. היעזרו בשרטוט והסבירו מדוע סכום הגדלים של כל זוג זוויות סמוכות הוא 180° .

5. מרובע ABCD הוא מקבילית
 $\angle A = 90^\circ$

שרטטו את המקבילית וחשבו את הגדלים של זוויות המקבילית.
איזה שם נוסף יש למקבילית כזו?

6. א. גודל אחת הזוויות במקבילית 80° .
חשבו את הגדלים של הזוויות האחרות במקבילית.
ב. גודל אחת הזוויות במקבילית 112° .
חשבו את הגדלים של הזוויות האחרות במקבילית.



7. חשבו את הגדלים של זוויות המקבילית שבשרטוט.
($x > 0$, x במעלות.)



אוסף משימות

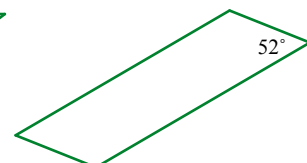
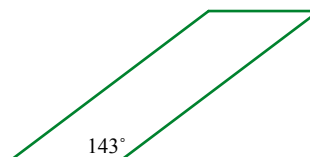


1. בכל סעיף נתונה מקבילית. חשבו את הגדלים של זוויות המקבילית.

א.

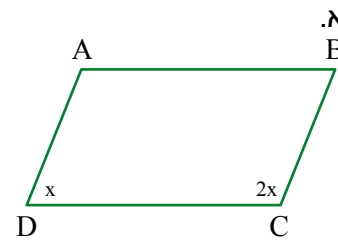
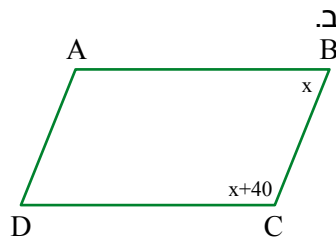
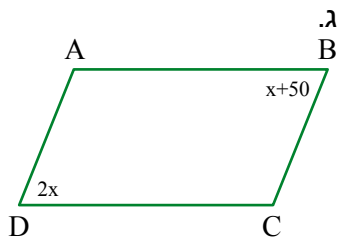
ב.

ג.





2. בכל סעיף נתונה מקבילית. חשבו את הגדלים של זוויות המקבילית ($x, x > 0$ במעלות).

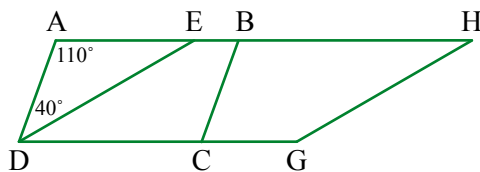


3. א. גודל אחת הזוויות במקבילית 55° .

חשבו את הגדלים של הזוויות האחרות במקבילית.

ב. גודל אחת הזוויות במקבילית 98° .

חשבו את הגדלים של הזוויות האחרות במקבילית.



4. ABCD מקבילית

DEHG מקבילית

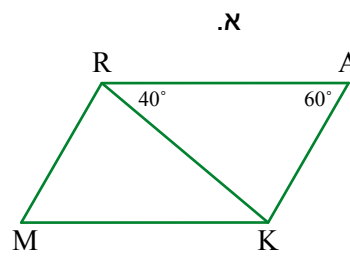
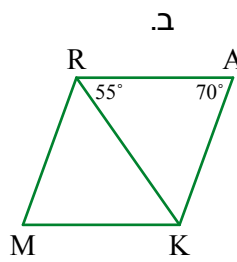
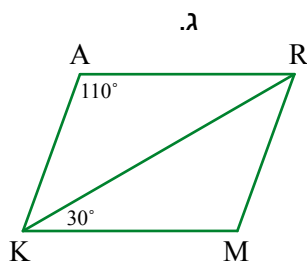
בשרטוט נתונים גדלים של זוויות.

חשבו את גודל $\angle H$



5. בכל סעיף משורטטת מקבילית ורשומים גדלים של זוויות.

חשבו את הגדלים של זוויות המקבילית וקבעו אם האלכסון RK חוצה את R ואת K



6. ABCD מקבילית

AE חוצה את זווית A

CP חוצה את זווית C

$\angle DAB = 124^\circ$

א. חשבו את הגדלים של כל הזוויות בשרטוט.

ב. הסבירו מדוע AECP מקבילית.

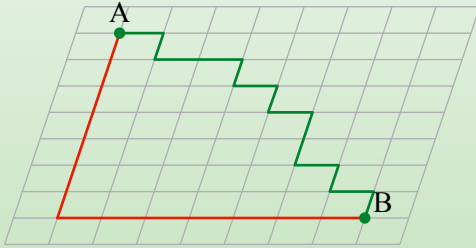
שיעור 3. צלעות במקבילית

בעיר מק במדינת בילית הרחובות יוצרים רשת של מקביליות זהות (ראו ציור).

דן צעד מנקודה A לנקודה B במסלול הירוק.

גד צעד במסלול האדום ואמר שהוא מקצר את הדרך.

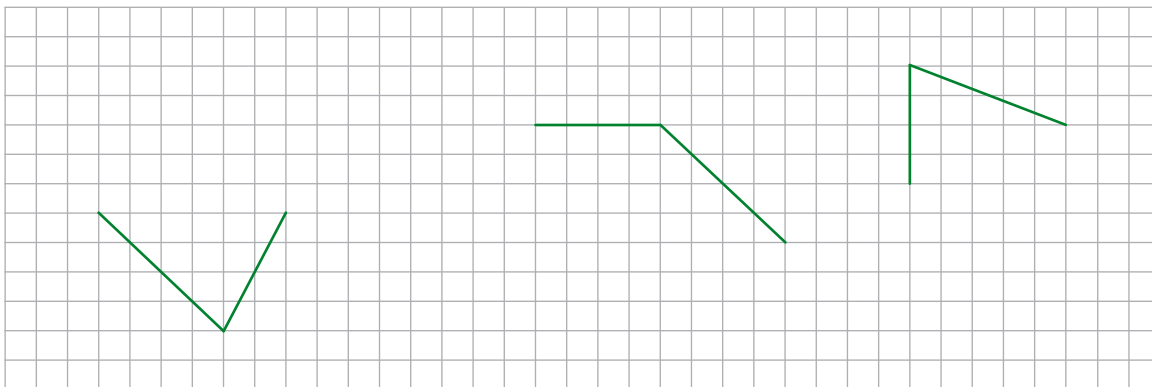
האם גד צודק?



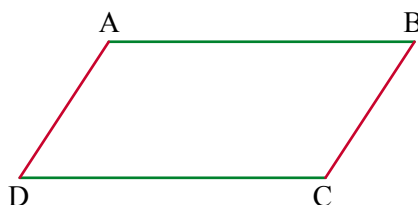
נכיר תכונות של צלעות במקבילית.

השרטוטים בשיעור זה ובאוסף המשימות הם להדגמה, ומידות האורך נתונות בס"מ.

1. א. השלימו למקביליות על-ידי שרטוט מקבילים לצלעות המשורטטות.



ב. בדקו אורכים של צלעות נגדיות בכל אחת מהמקביליות. מה מצאתם?



אם המרובע הוא מקבילית, אז הצלעות הנגדיות שלו שוות באורכן.

טפס



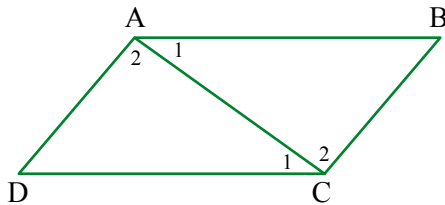


2. נתון $CD \parallel AB$

$CB \parallel AD$

א. רשמו מה צריך להוכיח לפי ה **נתון** שבמסגרת (בעמוד קודם).

ב. השלימו את הנימוקים:



נימוקים

טענה

$$\angle A_1 = \angle C_1$$

$$\angle A_2 = \angle C_2$$

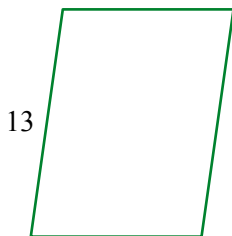
AC צלע משותפת



$$\triangle ABC \equiv \triangle CDA$$



$$AB = CD \quad AD = CB$$



3. א. **מיה** יצרה מקבילית בעזרת חוט שאורכו 36 ס"מ.

אורך אחת הצלעות של המקבילית 13 ס"מ.

מה אורך כל אחת משלוש הצלעות האחרות?

ב. שרטטו שתי מקביליות אחרות שאפשר ליצור מחוט שאורכו 36 ס"מ.

רשמו אורכי צלעות מתאימים לכל אחת מהן.

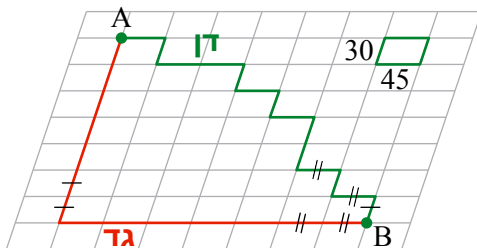


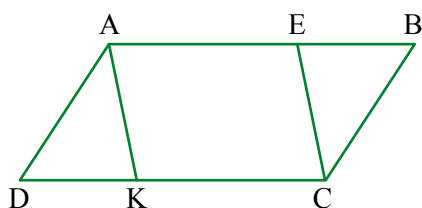
4. נחזור לרשת הרחובות בעיר מֶק (במשימת הפתיחה).

א. מה המרחק שעבר **דן** מהנקודה A לנקודה B?

מה המרחק שעבר **גד** מהנקודה A לנקודה B?

ב. האם **גד** קיצר את הדרך? הסבירו.





5.  המרובע ABCD הוא מקבילית

המרובע AECK הוא מקבילית

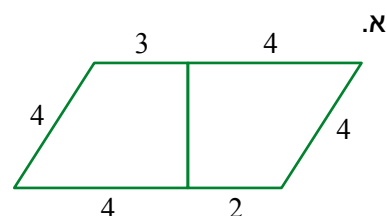
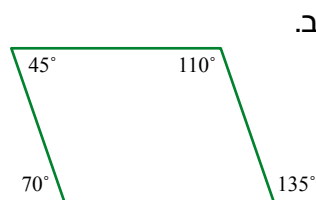
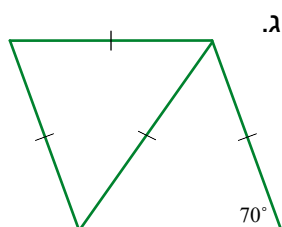
א. הסבירו מדוע $BE = DK$

ב. הוכיחו: $\triangle AKD \cong \triangle CEB$



1. בכל סעיף משורטטת מקבילית.

סמנו מקביליות שהנתונים הרשומים בהן שגויים. הסבירו.

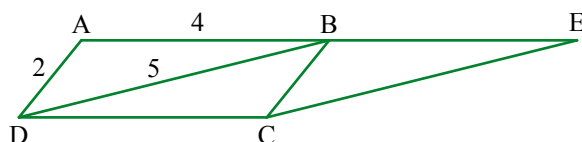


2. המרובעים ABCD ו- BECD הם מקביליות.

אורכי צלעות המשולש ABD רשומים

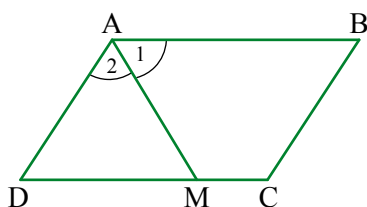
בשרטוט.

חשבו את ההיקפים של שתי המקביליות.



3. שרטטו שתי מקביליות שאפשר ליצור מחוט שאורכו 50 ס"מ.

חשמו אורכי צלעות מתאימים לכל מקבילית.



4.  ABCD מקבילית

AM חוצה את זווית A

$CB = 7$ ס"מ

$AB = 11$ ס"מ

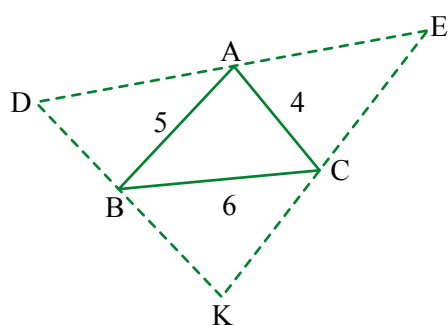
$\angle A_1 = \angle A_2$

א. הראו כי משולש ADM שווה-שוקיים.

ב. חשמו את הנתונים בשרטוט.

ג. חשבו את אורך הקטע MC.

ד. חשבו את היקף המקבילית.



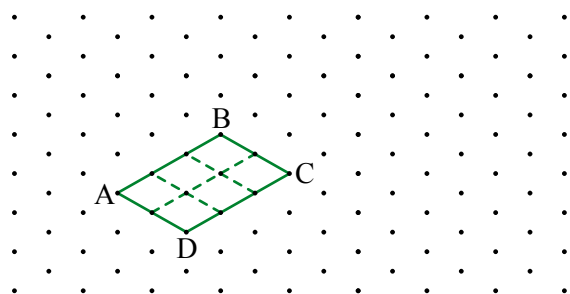
5. דרך קדקודי המשולש ABC שרטטו מקבילים לצלעות.

א. כמה מקבילות בשרטוט?

ב. מצאו ורשמו בשרטוט:

- צלעות נוספות שאורכן 4 ס"מ.
- צלעות נוספות שאורכן 5 ס"מ.
- צלעות נוספות שאורכן 6 ס"מ.

ג. מצאו את אורכי הצלעות של משולש DEK.



6. א. בשרטוט מקבילית ABCD.

שרטטו מקבילית שאורכי צלעותיה הם פי 2 מאורכי צלעות המקבילית ABCD, וזוויותיה שוות בגודלן לזוויות המקבילית ABCD.

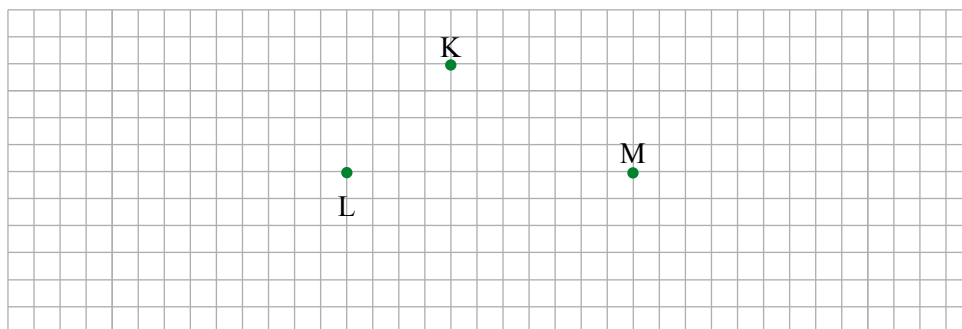
ב. פי כמה גדול היקף המקבילית ששרטטתם

מהיקף המקבילית ABCD?

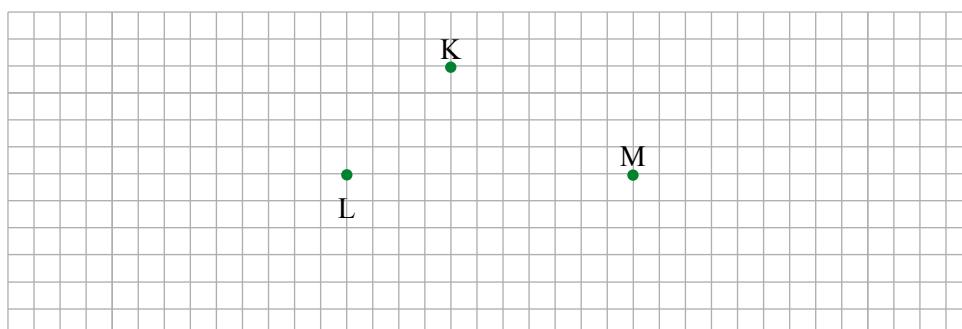
ג. פי כמה גדול שטח המקבילית ששרטטתם משטח המקבילית ABCD?



7. שרטטו מקבילית שהנקודות K, L ו-M הן קדקודים שלה.

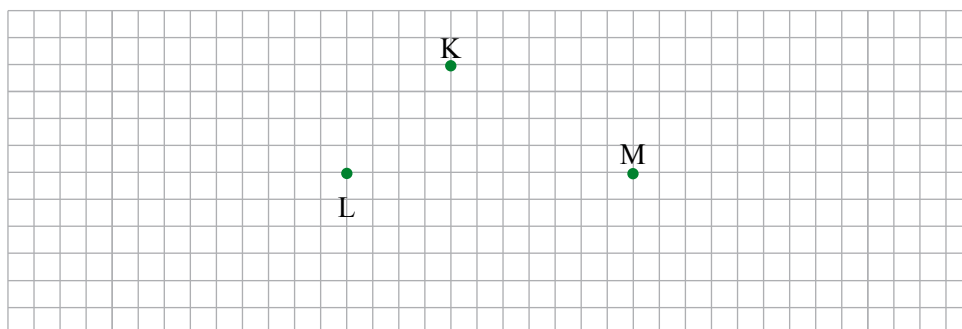


8. שרטטו מקבילית שונה מזו ששרטטתם במשימה 7, כך שהנקודות K, L ו-M הן קדקודים שלה.





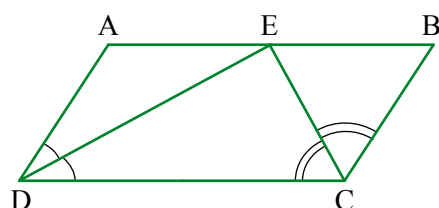
9. שרטטו מקבילית שונה מאלה ששרטטתם במשימות 7 ו-8, כך שהנקודות K, L ו-M הן קדקודים שלה.



10. ABCD מקבילית נתון

חוצי הזוויות D ו-C נפגשים על הצלע AB בנקודה E (ראו שרטוט).

$$BC = 4 \text{ ס"מ}$$



א. מצאו בשרטוט משולשים שווי-שוקיים והסבירו.

חשבו את אורך AB ואת אורך DC.

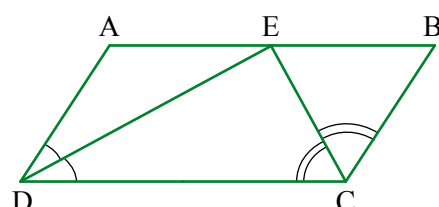
ב. פי כמה גדול אורך DC מאורך BC?



11. ABCD מקבילית נתון

חוצי -הזוויות D ו-C נפגשים על הצלע AB

בנקודה E (ראו שרטוט).



א. סמנו בשרטוט קטעים שווים באורכם והסבירו.

ב. הוכיחו: $DC = 2 \cdot BC$



12. א. שרטטו מרובע שיש בו זוג צלעות מקבילות, ואינו מקבילית.

ב. שרטטו מרובע שיש בו זוג צלעות נגדיות שוות באורכן,

ואינו מקבילית.

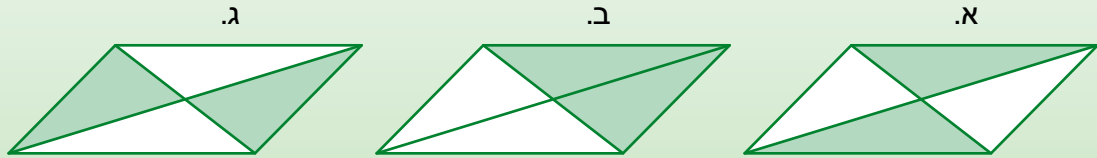
ג. שרטטו מרובע שיש בו שלוש צלעות שוות באורכן,

ואין בו צלעות מקבילות.

שיעור 4. אלכסונים במקבילית

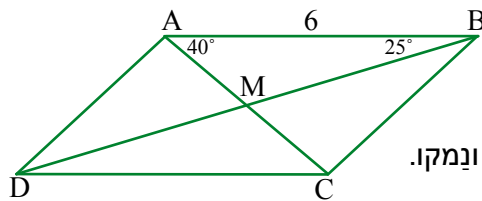
בכל סעיף משורטטת מקבילית.

בדקו אם המשולשים הצבועים בירוק בכל מקבילית חופפים והסבירו.



נכיר תכונות של אלכסונים במקבילית.

השרטוטים בשיעור זה ובאוסף המשימות הם להדגמה, ומידות האורך נתונות בס"מ.



1. נתון ABCD מקבילית

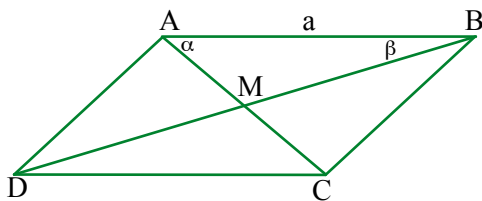
גדלים של זוויות ואורך צלע מסומנים בשרטוט.

א. מה אורך הצלע DC? רשמו בשרטוט ונמקו.

ב. מצאו גדלים של זוויות במשולש CMD, רשמו בשרטוט ונמקו.

ג. לפי איזה משפט $\triangle CMD \cong \triangle AMB$?

ד. סמנו בשרטוט צלעות שוות באורכן במשולשים AMD ו-CMD.



2. נתון ABCD מקבילית

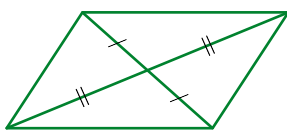
א. מהו אורך הצלע DC? סמנו בשרטוט ונמקו.

ב. רשמו במשולש CMD זוויות שגודלן α ו-β ונמקו.

ג. לפי איזה משפט $\triangle CMD \cong \triangle AMB$?

ד. סמנו בשרטוט צלעות שוות באורכן במשולשים AMD ו-CMD.

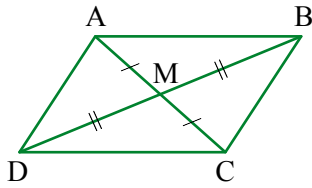
ה. רשמו שני נתונים של צלעות שוות באורכן הנובעים מחפיפת המשולשים $\triangle CMD \cong \triangle AMB$.



במשימה 2 הוכחנו

אם המרובע הוא מקבילית, אז האלכסונים חוצים זה את זה.





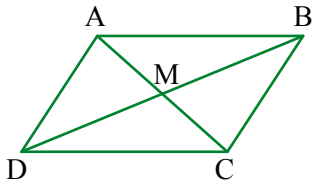
3. רשמו מה נתון ומה המסקנה ב **טענה** שהוכחנו במשימה 2.

4. **נתון** ABCD מקבילית

$$DB = 10 \text{ ס"מ}, AC = 4 \text{ ס"מ}, AB = 6 \text{ ס"מ}$$

א. מצאו את אורכי הצלעות של $\triangle DMC$ ורשמו בשרטוט.

ב. מצאו את היקף $\triangle DMC$.



תכונות המקבילית

אם מרובע הוא מקבילית,
אז הצלעות הנגדיות **מקבילות זו לזו**.

אם מרובע הוא מקבילית,
אז הצלעות הנגדיות **שוות באורכן**.

אם מרובע הוא מקבילית,
אז הזוויות הנגדיות **שוות בגודלן**.

אם מרובע הוא מקבילית,
אז האלכסונים **חוצים זה את זה**.



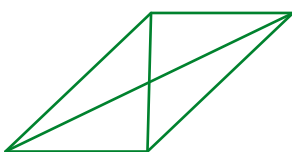
5. נתונה מקבילית שאינה מלבן.

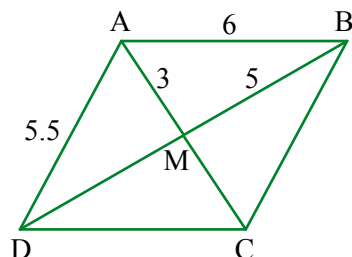
שרטטו מעגל העובר דרך שני קדקודים נגדיים של מקבילית.

א. היכן נמצא מרכז המעגל ששרטטתם? הסבירו.

ב. מהו אורך רדיוס המעגל הזה? הסבירו.

ג. האם יש עוד מעגל מתאים? בדקו והסבירו.

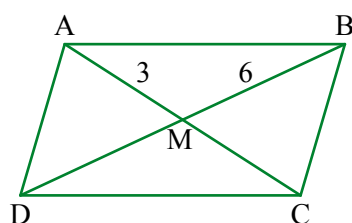




1. ABCD מקבילית.

מצאו לפי הנתונים הרשומים בשרטוט והסבירו:

- את ההיקף של משולש ABC.
- את ההיקף של המשולש BCD.
- את ההיקף של המשולש BMC.

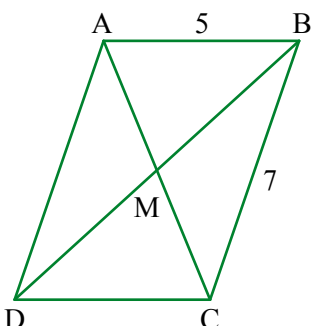


2. היקף משולש AMB 17 ס"מ

היקף משולש BMC 15 ס"מ

בשרטוט רשומים נתונים נוספים

מצאו את אורכי הצלעות של המקבילית.



3. בשרטוט רשומים אורכי הצלעות של המקבילית ABCD

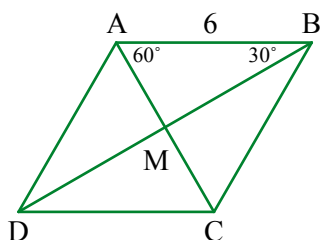
היקף משולש ABC 20 ס"מ

היקף משולש ADB 22 ס"מ

א. מצאו את אורכי האלכסונים.

ב. מצאו את ההיקף של משולש AMB.

ג. מצאו את ההיקף של משולש BMC.



4. ABCD מקבילית.

א. חשבו את הגדלים של הזוויות בין האלכסונים.

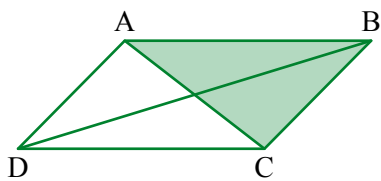
ב. מצאו את אורך AM.

ג. מצאו את אורך BM.

ד. מצאו את אורכי האלכסונים.

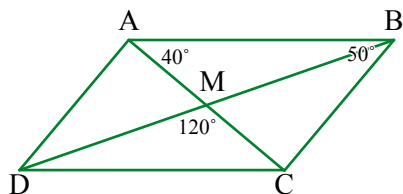
ה. מצאו את אורך BC.





5.   **נתון** מקבילית ABCD

רשמו נתון נוסף שיבטיח $\triangle AMB \cong \triangle CMB$.



6.  **נתון** מקבילית ABCD

א. חשבו את הגדלים של זוויות משולש DMC.

ב. מצאו את גודל $\angle ADB$.

ג. מצאו את גודל $\angle BCA$.



7.  **נתון** מקבילית DEBA

$$\angle DBE = 75^\circ$$

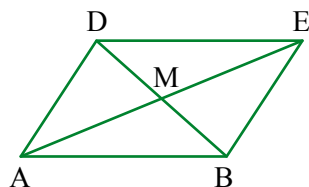
$$\angle DAE = 30^\circ$$

$$AE = 8 \text{ ס"מ}$$

א. רשמו את הנתונים בשרטוט.

ב. חשבו גדלים של זוויות ומצאו משולשים שווים-שוקיים.

ג. מהו אורך הצלע AD? הסבירו.



8.  **נתון** מקבילית REDA

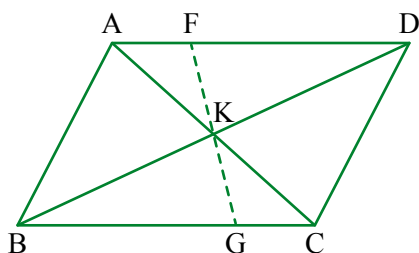
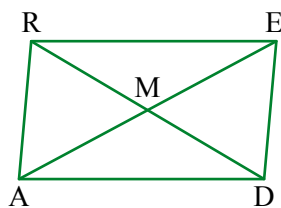
$$AR = 5 \text{ ס"מ}, \angle DRA = 60^\circ, \angle AED = 60^\circ$$

א. רשמו את הנתונים בשרטוט.

ב. מצאו בשרטוט משולשים שווים-צלעות ונמקו.

ג. חשבו את אורכי האלכסונים.

ד. חשבו את הגדלים של זוויות המקבילית.



9.  **נתון** מקבילית ABCD

שרטוט קטע FG העובר דרך נקודת מפגש של האלכסונים.

$$\text{הוכיחו: } FK = GK$$

(הוכיחו תחילה חפיפה של משולש AFK ומשולש CGK).



שומרים על כושר

כפל מקוצר

1. מצאו זוגות של ביטויים אלגבריים זהים.

• $(x + 5)^2$

• $x^2 + 2x + 1$

• $(x - 6)^2$

• $x^2 + 10x + 25$

• $(x + 1)^2$

• $x^2 - 9$

• $(x + 3)(x - 3)$

• $x^2 - 12x + 36$

2. מצאו את השגיאות ותקנו אותן.

א. $(x + 5)^2 = x^2 + 25$

ב. $(x - 3)(x + 3) = x^2 + 9$

ג. $(x - 6)^2 = x^2 + 12x + 36$

ד. $(x + 4)^2 = x^2 + 8x + 8$

ה. $(x - 3)(x + 3) = x^2 + 9$

3. פתרו.

א. $x^2 - 2x + 1 = 0$

ב. $4x^2 - 4x + 1 = 144$

ג. $x^2 + 6x + 9 = 0$

ד. $x^2 - 8x + 16 = 0$

ה. $4x^2 - 20x + 25 = 36$

ו. $x^2 + 18x + 81 = 16$

4. בכל סעיף קבעו אילו ערכים מתאימים ל- x לפי הנתונים ורשמו ביטוי לשטח הריבוע (x ביחידות אורך).

א. אורך צלע הריבוע $x - 8$ ב. אורך צלע הריבוע $x + 2$ ג. אורך צלע הריבוע $2(x - 3)$

5. בכל סעיף הביטוי האלגברי מייצג שטח של ריבוע בסמ"ר (x בס"מ). קבעו אילו ערכים מתאימים ל- x ורשמו ביטוי לאורך צלע הריבוע לפי שטחו.

א. $(2x - 5)^2$

ב. $x^2 + 10x + 25$