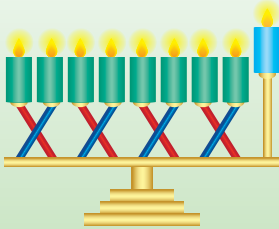


יחידה 16: ישרים מקבילים

שיעור 1. האם הישרים מקבילים?



דנה רוצה להכין תרשים לחנוכייה כמו בתמונה.
בחנוכייה שתי רביעיות של קנים מקבילים (כחולים ואדומים).
איך תוכל **דנה** לשרטט במדויק קנים מקבילים?

נלמד לזהות ישרים מקבילים.



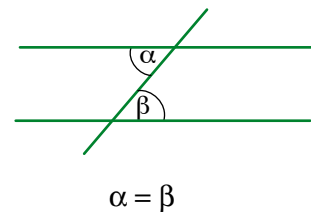
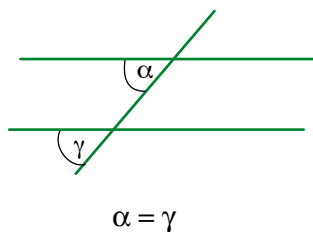
תזכורת

אם ישר חותך שני ישרים מקבילים אז:

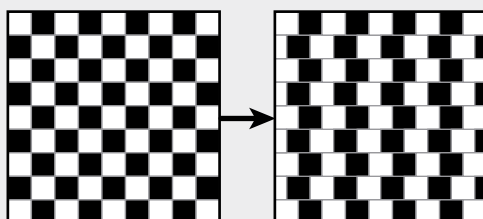
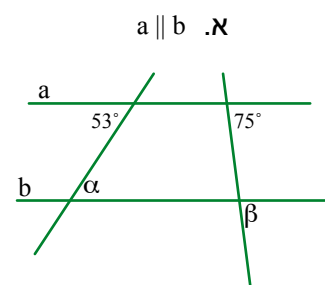
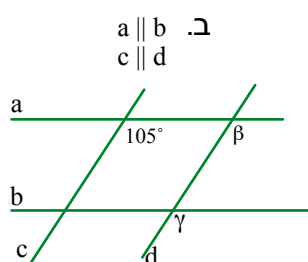
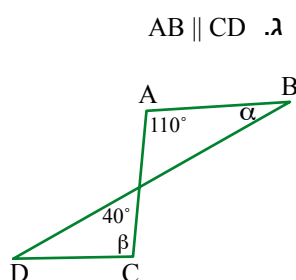
הזוויות המתאימות שוות בגודלן

וגם

הזוויות המתחלפות שוות בגודלן



1. בכל סעיף חשבו את הגדלים של הזוויות המסומנות באותיות α , β , ו- γ באמצעות הגדלים הנתונים, הסבירו את החישובים.



התעתוע שבשרטוט נוצר על-ידי הזזת השורות של רשת משבצות ריבועיות. כתוצאה מהזזה זאת, הישרים האופקיים



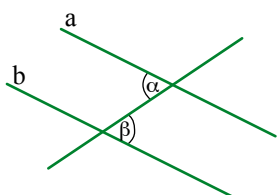
נראים לא מקבילים.

תוכלו להעתיק את הישרים לדף שקוף, וכך לוודא כי במציאות, הישרים נשארו מקבילים.



שפט

2. א. רשמו בכתב מתמטי את הנתונים והמסקנה ב **אם הישרים מקבילים, אז הזוויות המתחלפות שוות** בגודלן.



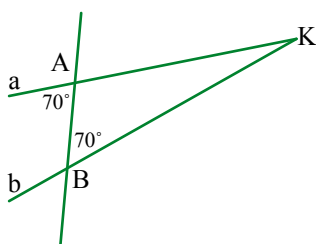
נניח
מסקנה

ב. נסחו במילים את **הטענה ההפוכה**.

ג. כתבו את **הטענה ההפוכה** שניסחתם בסעיף הקודם בכתב מתמטי.

נניח
מסקנה

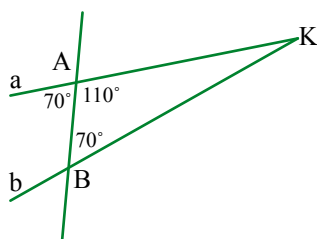
ד. שער: האם **הטענה ההפוכה** נכונה?



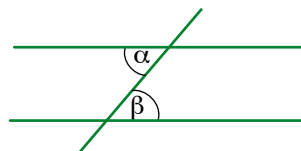
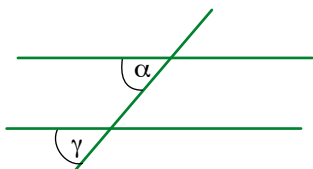
ה. **רוני** בדק בעזרת דוגמה $\alpha = \beta = 70^\circ$ כי לא שרטוט.

רוני אמר: אם a ו- b אינם מקבילים אז הם נחתכים ונוצר משולש $\triangle ABK$.

האם ייתכן ש- a ו- b אינם מקבילים?
בדקו סכום זוויות במשולש $\triangle ABK$.



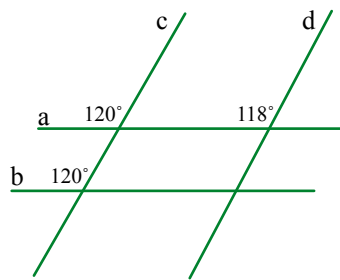
במשימה 2 ראינו שהמשפט **ההפוך** מתקיים. כלומר, אם נתונים שני ישרים וישר החותך אותם:
אם יש זוג זוויות מתחלפות שוות בגודלן, **או** אם יש זוג זוויות מתאימות שוות בגודלן,



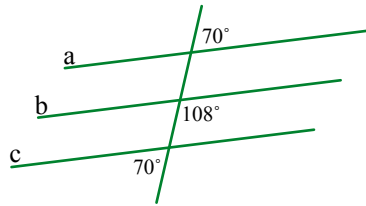
אז הישרים מקבילים.

מכאן אפשר להסיק כי אפשר לזהות ישרים מקבילים בעזרת שוויון זוויות.

3. בכל סעיף השלימו לפי הנתונים שבשרטוט || (מקבילים) או \ (לא מקבילים).



א. $a \bigcirc b$ $c \bigcirc d$



ב. $a \bigcirc b$ $b \bigcirc c$ $a \bigcirc c$

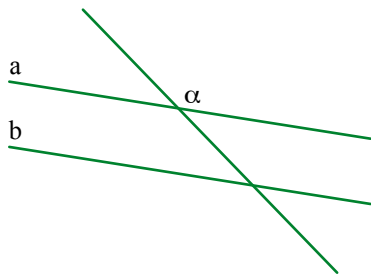


אוסף משימות



1. א. $a \parallel b$ נכון

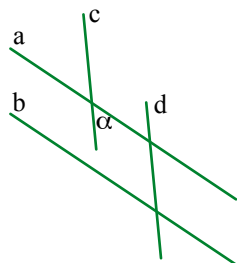
סמנו בשרטוט זווית β מתחלפת עם α .
סמנו בשרטוט זווית γ מתאימה ל- α .



ב. $a \parallel b$ נכון

$c \parallel d$

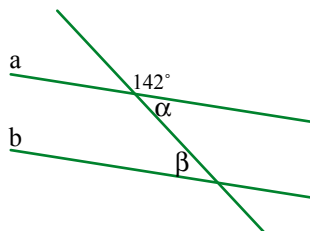
סמנו בשרטוט זווית β מתחלפת עם α .
סמנו בשרטוט זווית נוספת γ מתחלפת עם α .



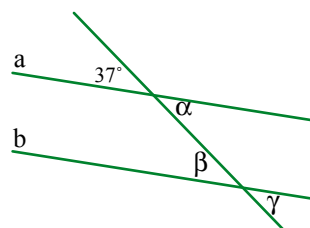
2. $a \parallel b$ נכון

חשבו ונמקו.

א. $\alpha =$ _____ נימוק: _____
 $\beta =$ _____ נימוק: _____

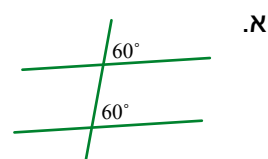
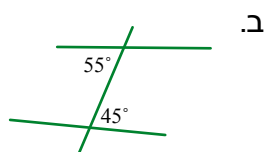
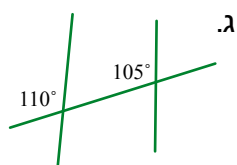
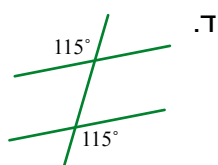


ב. $\alpha =$ _____ נימוק: _____
 $\beta =$ _____ נימוק: _____
 $\gamma =$ _____ נימוק: _____



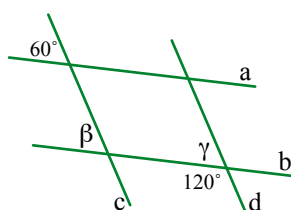


3. בכל סעיף קבעו אם הישרים מקבילים. רשמו את המשפט שבו השתמשתם.



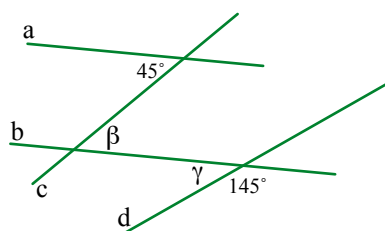
4. $a \parallel b$

חשבו את הגדלים של הזוויות β ו- γ .
האם $d \parallel c$? נמקו.

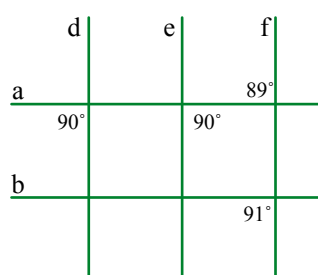


5. $a \parallel b$

חשבו את הגדלים של הזוויות β ו- γ .
האם $d \parallel c$? נמקו.



6. לפי הנתונים שבשרטוט, רשמו בין כל זוג ישרים: $\parallel$ (מקבילים) או $\nparallel$ (לא מקבילים).



$e \bigcirc d$ $a \bigcirc b$



7. המצולע ABCDEK הוא משושה משוכלל.

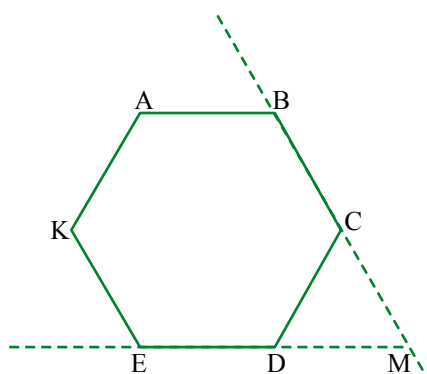
המשכו של BC חותך את המשך ED בנקודה M.

א. חשבו את הגדלים של זוויות משולש DCM.

תזכורת: גודל כל זווית במשושה משוכלל 120° .

ב. הסבירו מדוע $ED \parallel AB$.

ג. רשמו עוד שני זוגות של צלעות מקבילות במשושה המשוכלל.

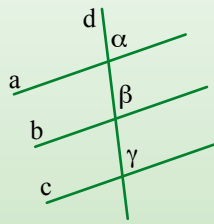




שיעור 2. האם הישרים מקבילים? (המשך)

נניח $b \parallel c$, $a \parallel b$

האם $a \parallel c$? הסבירו.



נבדוק הקבלה של ישרים ונחשב גדלים של זוויות בין ישרים מקבילים וישר החותך אותם.

1. א. בשרטוט $b \parallel c$, $a \parallel b$

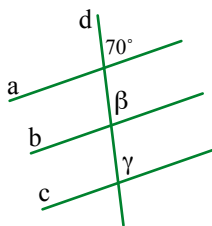
d ישר החותך את הישרים a, b ו-c.

השלימו:

_____ נימוק: $\beta =$ _____

_____ נימוק: $\gamma =$ _____

_____ נימוק: $a \parallel c$

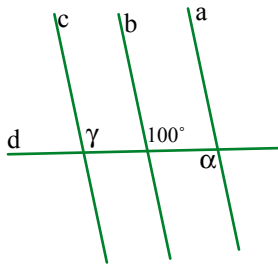


ב. בשרטוט $b \parallel c$, $a \parallel b$

d ישר החותך את הישרים a, b ו-c.

חשבו את הגדלים של הזוויות α ו- γ ונמקו.

_____ נימוק: $a \parallel c$



2. נחזור למשימת הפתיחה:

בשרטוט $b \parallel c$, $a \parallel b$

d ישר החותך את הישרים a, b ו-c.

רשמו נימוקים:

_____ נימוק: $\beta = \alpha$

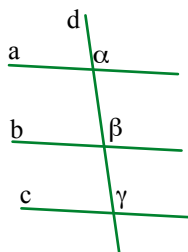
_____ נימוק: $\beta = \gamma$

$\Downarrow$

_____ נימוק: $\alpha = \gamma$

$\Downarrow$

_____ נימוק: $a \parallel c$





במשימה 2 הוכחנו כי אם שני ישרים **מקבילים** לישר שלישי אז הם מקבילים אחד לשני.

3. א. שרטטו לפי הנתונים.

a _____

$c \perp a$ $b \perp a$ נתון

ב. מצאו בשרטוט זוג של ישרים מקבילים ונמקו.

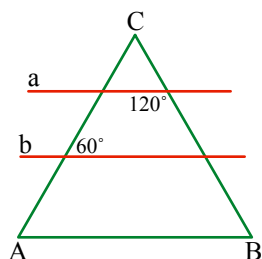


במשימה 3 ראינו כי אם שני ישרים **מאונכים** לישר שלישי אז הם מקבילים אחד לשני.

4. המשולש ABC הוא משולש שווה-צלעות.

א. חשבו גדלים חסרים של זוויות לפי הנתונים.

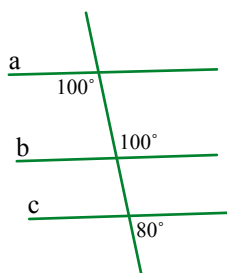
ב. מצאו בשרטוט זוגות של ישרים מקבילים ונמקו.



אוסף משימות



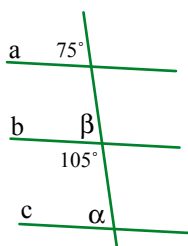
1. מצאו בשרטוט את כל זוגות הישרים המקבילים. נמקו.

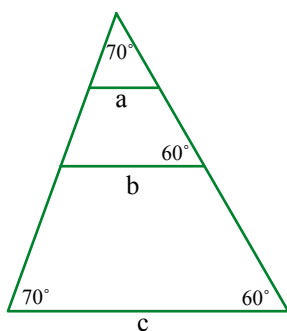


2. $a \parallel c$ נתון

א. חשבו את הגדלים של הזוויות β ו- α לפי הנתונים ונמקו.

ב. נמקו מדוע $b \parallel c$.





3. נמקו לפי הנתונים בשרטוט.

- מדוע $c \parallel b$?

- מדוע $c \parallel a$?

- מדוע $b \parallel a$?



4. א. שרטטו לפי הנתונים.

$c \perp b$ $b \perp a$ נכון

מצאו זוג של ישרים מקבילים ונמקו.

ב. שרטטו לפי הנתונים.

$d \perp c$ $c \perp b$ $b \perp a$ נכון

מצאו זוגות של ישרים מקבילים ונמקו.

a _____

a _____



5. שרטטו לפי הנתונים.

$d \perp c$ $c \perp b$ $b \perp a$ נכון

מצאו ישרים מקבילים ונמקו.

$e \perp d$

a _____

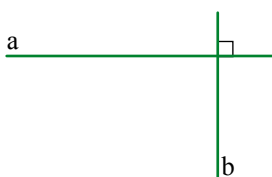
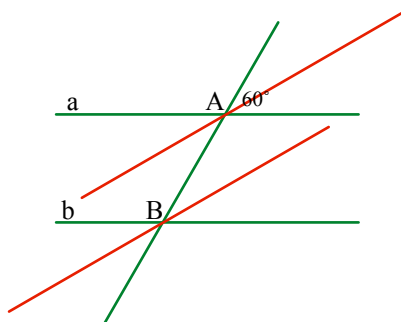


6. $a \parallel b$ נכון

הישרים הצבועים באדום חוצים את הזוויות A ו-B.

א. חשבו גדלים של זוויות לפי הנתונים.

ב. נמקו מדוע שני החוצים של הזוויות מקבילים.



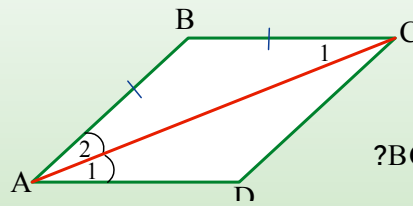
7. $b \perp a$ נכון

א. שרטטו ישר c מקביל ל- b .

ב. הסבירו מדוע $a \perp c$.



שיעור 3. מקבילים במשולשים ובמרובעים



$$AB = BC$$

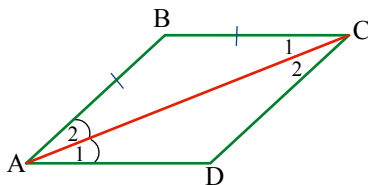
נניח

AC חוצה את $\angle BAD$

האם אפשר להוכיח כי $BC \parallel AD$?

נבדוק הקבלה של ישרים במשולשים ובמרובעים.

1. נתייחס לנתונים במשימת הפתיחה ונוכיח כי $BC \parallel AD$.



$$AB = BC$$

נניח

$$\angle A_2 = \angle A_1$$

$$\angle A_2 = \angle C_1 \text{ נימוק:}$$

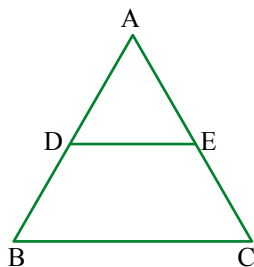
הוכחה



$$\angle A_1 = \angle C_1$$



$$BC \parallel AD \text{ נימוק:}$$

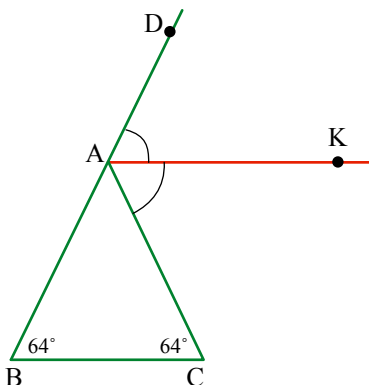


2. $\triangle ABC$ הוא משולש שווה-צלעות. נניח

$$\triangle ABC \sim \triangle ADE$$

א. חשבו את הגדלים של כל הזוויות בשרטוט.

ב. נמקו מדוע $BC \parallel DE$.



3. $\triangle ABC$ משולש שווה-שוקיים ($AB = AC$) נניח

גודל זווית בסיס של המשולש 64°

AK חוצה את $\angle DAC$

א. חשבו את הגדלים של כל הזוויות בשרטוט.

ב. $BC \parallel AK$ מסקנה

נמקו את המסקנה.



4. נתון $\triangle ABC$ משולש שווה-שוקיים ($AB = AC$)

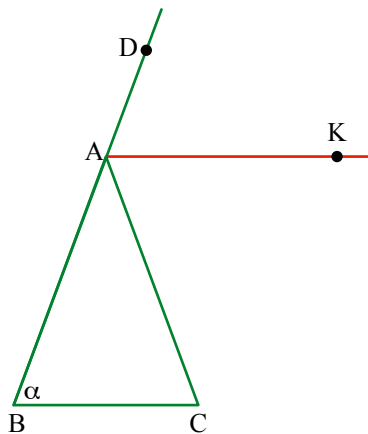
$\angle B = \alpha$

AK חוצה את $\angle DAC$

א. בטאו את הגדלים של כל הזוויות בשרטוט באמצעות α .

ב. מסקנה $BC \parallel AK$

נמקו את המסקנה.



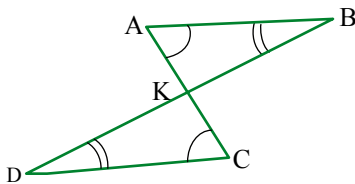
5. א. קשמו את הנתונים המסומנים בכתיב מתמטי.

ב. האם אפשר להסיק שהמשולשים חופפים?

אם כן, על-סמך איזה משפט? אם לא, שרטטו דוגמה נגדית.

ג. האם אפשר להסיק $AB \parallel CD$?

אם כן, נמקו. אם לא, שרטטו דוגמה נגדית.



אוסף משימות



1. נתון $\triangle ADE$ משולש שווה-שוקיים ($AD = AE$)

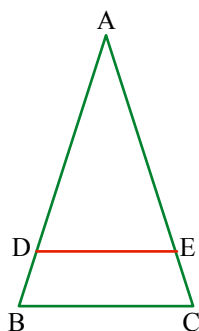
$\angle A = 44^\circ$ $\angle B = 68^\circ$

א. קשמו את הנתונים בשרטוט.

ב. חשבו את הגדלים של כל הזוויות בשרטוט.

ג. האם משולש ABC הוא משולש שווה-שוקיים? נמקו.

ד. האם $BC \parallel DE$? נמקו.



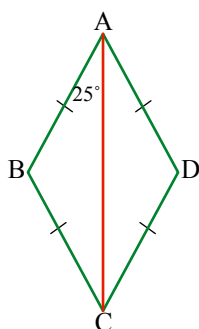
2. נתון AC אלכסון במעוין (מרובע שכל צלעותיו שוות באורכן).

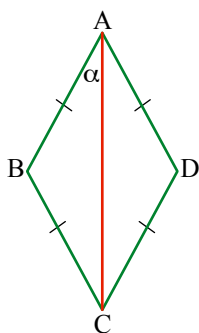
$\angle BAC = 25^\circ$

א. לפי איזה משפט חפיפה אפשר להסיק כי $\triangle ABC \cong \triangle ADC$?

ב. חשבו את הגדלים של כל הזוויות בשרטוט.

ג. נמקו מדוע שני זוגות הצלעות הנגדיות במרובע מקבילות.

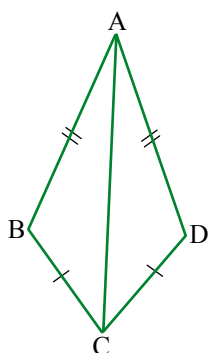




3. AC אלכסון במעוין (מרובע שכל צלעותיו שוות באורכן).

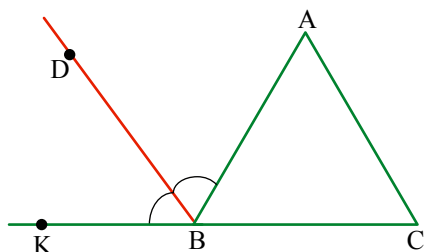
$$\angle BAC = \alpha$$

- לפי איזה משפט חפיפה אפשר להסיק כי $\triangle ABC \cong \triangle ADC$?
- בטאו גדלים של זוויות בשרטוט באמצעות α .
- נמקו מדוע שני זוגות הצלעות הנגדיות במרובע מקבילות.



4. AC אלכסון דלתון שאינו מעוין.

- לפי איזה משפט חפיפה אפשר להסיק כי $\triangle ABC \cong \triangle ADC$?
- האם אפשר להסיק שיש בדלתון צלעות מקבילות? נמקו.



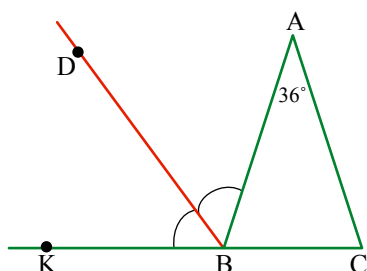
5. $\triangle ABC$ הוא משולש שווה-צלעות

BD חוצה את הזווית הצמודה ל- $\angle ABC$

- חשבו את הגדלים של כל הזוויות בשרטוט.

ב. $AC \parallel BD$

נמקו את המסקנה.



6. $\triangle ABC$ הוא משולש שווה-שוקיים

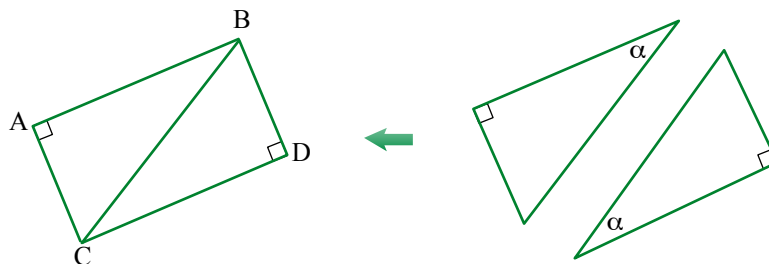
BD חוצה את הזווית הצמודה לזווית הבסיס $\angle ABC$

$$\angle BAC = 36^\circ$$

- חשבו את הגדלים של כל הזוויות בשרטוט.
- האם BD מקביל ל-AC? נמקו.



7. הצמידו יתר של שני משולשים ישרי-זווית, שוני-צלעות וחופפים כך שיתקבל מלבן.



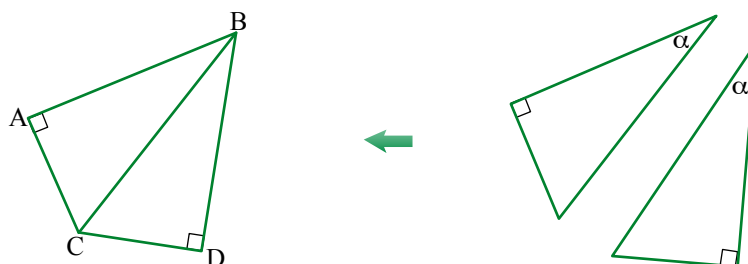
א. בשרטוט מסומנת זווית α .

היעזרו בחפיפה ובטאו את הגדלים של כל הזוויות במלבן שהתקבל באמצעות α .

ב. מצאו במלבן שני זוגות של צלעות מקבילות ונמקו.



8. הצמידו יתר של שני משולשים ישרי-זווית, שוני-צלעות וחופפים כך שיתקבל דלתון.



א. בשרטוט מסומנת זווית α .

היעזרו בחפיפה ובטאו את הגדלים של כל הזוויות בדלתון באמצעות α .

ב. האם יש בדלתון זוגות של צלעות מקבילות? נמקו.

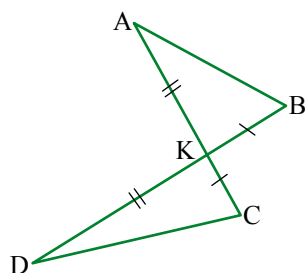


9. א. רשמו את הנתונים המסומנים בשרטוט בכתיב מתמטי.

ב. לפי איזה משפט אפשר להסיק שהמשולשים חופפים?

ג. לפי החפיפה, סמנו בשרטוט זוויות שוות בגודלן.

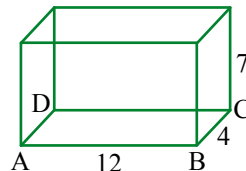
ד. האם אפשר להסיק $AB \parallel CD$? נמקו.



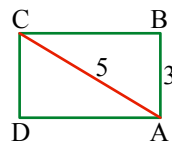
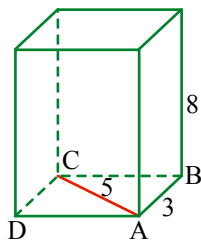


במשימות הבאות השרטוטים הם להדגמה, ומידות האורך נתונות בסנטימטרים.

1. לפניכם תיבה. מצאו את נפח התיבה.



2. לפניכם תיבה. אורך האלכסון AC של הפאה ABCD הוא 5 ס"מ, ואורך AB הוא 3 ס"מ.



א. לפניכם שרטוט של הפאה ABCD מחוץ לתיבה.

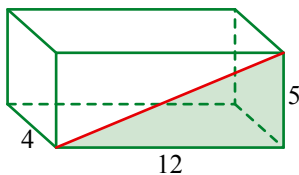
חשבו את אורך הצלע החסר של הפאה.

ב. חשבו את נפח התיבה.

3. לפניכם תיבה. אלכסון של אחת הפאות של התיבה (צבוע באדום).

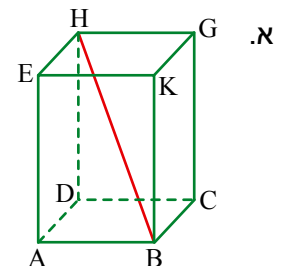
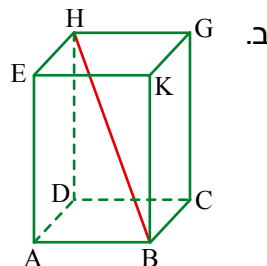
א. מצאו את אורך האלכסון הצבוע באדום.

ב. חשבו את נפח התיבה.



4. לפניכם שרטוטים של תיבה ואחד האלכסונים שלה.

בכל שרטוט השלימו משולש ישר-זווית אחר, שבו אלכסון התיבה הוא היתר.



5. לפניכם תיבה. אורך גובה התיבה CE 60 ס"מ, אורך אלכסון הפאה AC 80 ס"מ.

רשמו את הנתונים בשרטוט, ומצאו את אורך אלכסון התיבה (היעזרו במשולש ישר-זווית ACE).

