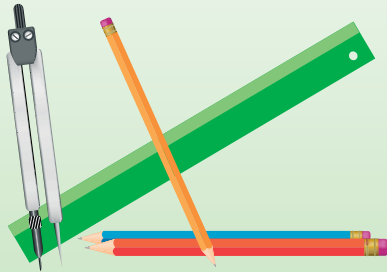


יחידה 15: בניות

שיעור 1. קטעים שווים באורכם



אוקלידס, שחי כמשוער בין השנים 330-275 לפנה"ס, פיתח את יסודות הגאומטרייה.

בגאומטרייה של אוקלידס, הנקראת גאומטרייה אוקלידית, משרטטים ישרים בעזרת סרגל (ללא יחידות מידה) ומעגלים בעזרת מחוגה בלבד. המחוגה מאפשרת גם השוואה של אורכי קטעים.

הבניות מבוססות על משפטים שהוכחו.

נלמד לבצע בניות גאומטריות בסרגל ובמחוגה.

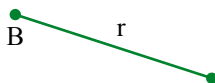
שרטוט מעגלים



1. א. שרטטו במחוגה מעגל שמרכזו בנקודה A.

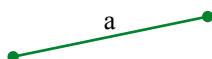
A

ב. שרטטו מעגל שמרכזו בנקודה B ואורך הרדיוס שלו הוא r .



ג. פתחו את המחוגה באורך הקטע a .

שרטטו מעגל שמרכזו בנקודה C ואורך הרדיוס שלו הוא a .

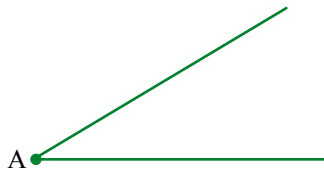


C

ד. בחרו נקודה D על המעגל ששרטטתם.

שרטטו קטע CD. מה אורכו?

שרטוט קטעים שווים באורכם



2. א. שרטטו בעזרת מחוגה מעגל שמרכזו בנקודה A והוא חותך את שוקי הזווית A.
 סמנו את נקודות החיתוך באותיות B ו- C.
 ב. הסבירו מדוע $AB = AC$.



M

3. שרטטו קשת (חלק של מעגל) שמרכזו בנקודה M.
 סמנו על הקשת שתי נקודות K ו- P.
 שרטטו את הקטעים MK ו- MP.
 הסבירו מדוע $MK = MP$.



משתמשים **במחוגה** לשרטוט מעגלים ולמציאת נקודות במרחק שווה מנקודה נתונה.
 משתמשים **בסרגל** לשרטוט קטעים בין נקודות נתונות.
 אין משתמשים בשנתות שעל הסרגל למדידת אורכי הקטעים.



4. - שרטטו שתי קשתות באותו רדיוס, המרכז של קשת אחת בנקודה A והמרכז של הקשת השנייה בנקודה B.
 - סמנו את נקודת החיתוך של הקשתות באות C.
 - שרטטו את הקטעים BC ו- AC.
 - הסבירו מדוע $AC = BC$.

A

B

5. בכל סעיף היעזרו במחוגה ובסרגל (ללא שימוש בשנתות), כדי להשלים את הקטע AB למשולש שווה-שוקיים, לפי התנאי הנתון.

- א. הקטע AB הוא בסיס של משולש שווה-שוקיים.
 ב. הקטע AB הוא בסיס של משולש שווה-שוקיים שונה מהקודם.
 ג. הקטע AB הוא צלע של משולש שווה-צלעות.



כמה משולשים שווי-שוקיים אפשר לשרטט אם ידוע שהקטע AB הוא בסיס של המשולש? הסבירו.



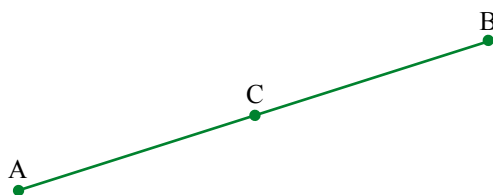
אוסף משימות



1. א. הקטע AB הוא רדיוס של מעגל. מרכז המעגל בנקודה A. שרטטו את המעגל.



- ב. הקטע AB הוא קוטר של מעגל. הנקודה C היא אמצע הקטע. שרטטו את המעגל.



2. שרטטו שלושה מעגלים שונים שיש להם אותו מרכז (בנקודה M).





3. בְּנוּ משולש שווה-שוקיים כך שהקטע BC יהיה בסיס המשולש.



4. בְּנוּ משולש שווה-צלעות כך שהקטע BC יהיה צלע של המשולש.

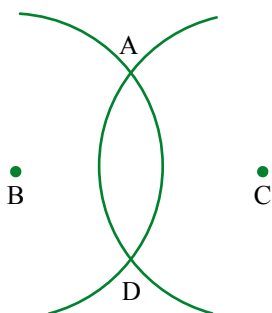


5. יַעֲלֵי שרטטה מהנקודות B ו- C שתי קשתות בעלות אותו רדיוס.

היא סִמְנָה את נקודות החיתוך ב- A ו- D.

חֲבְרוּ את המרובע ABDC.

איזה מרובע התקבל? הסבירו.



6. BC הוא אלכסון משני של דלתון.

השלימו לדלתון.

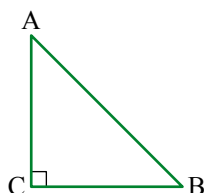


7. משולש ACB הוא משולש ישר-זווית שווה-שוקיים, $\angle C = 90^\circ$.

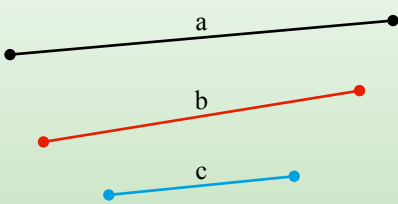
בְּנוּ משולש ADB חופף למשולש ACB, כך ש- AB יהיה היתר גם של

המשולש החדש.

איזה מרובע נוצר? הסבירו.



שיעור 2. שרטוט קטעים ובניית משולש



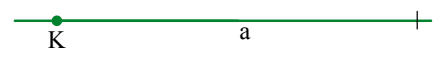
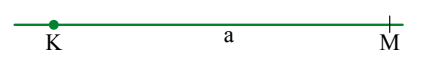
נתונים שלושה קטעים a, b, c
האם אפשר לבנות משולש שאורכי צלעותיו
הם כאורכי הקטעים הנתונים?

נלמד להעתיק קטעים ולבנות משולשים.

שרטוט קטעים

1. נתון קטע שאורכו a (ממשימת הפתיחה).

א. קבעו נקודה K על ישר ושרטטו קטע שאורכו a .

בנייה	תיאור בנייה
	משרטטים ישר ומסמנים עליו נקודה K .
	פותחים את המחוגה באורך הקטע a , ומשרטטים קשת ברדיוס a שמרכזה בנקודה K .
	מסמנים את נקודת החיתוך של הקשת והישר בנקודה M .

ב. הסבירו כיצד יודעים ש- $KM = a$.



2. בשרטוט ישר שעליו מסומנת נקודה A .



א. שרטטו על הישר קטע שאורכו b (ממשימה הפתיחה) ואחד מקצותיו בנקודה A .

ב. שרטטו על אותו ישר קטע נוסף באורך b , בהמשך לקטע ששרטטתם.

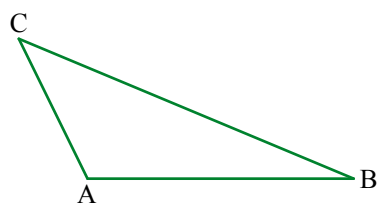
ג. מהו האורך הכולל של שני הקטעים?



3. באתר "מתמטיקה משולבת" במדור "פעילויות מחשב" תמצאו את הקובץ "בניית משולש חופף לפי

צ.צ.צ.", בו תדמו בעזרת התוכנה שרטוט בעזרת סרגל (ללא שנתות) ומחוגה.

בצעו את הפעילות לפי ההוראות.

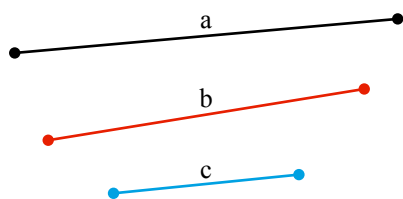


4. נתון $\triangle ABC$.

א. בנו משולש חופף למשולש ABC לפי השלבים הבאים:

בנייה	תיאור בנייה
	משרטטים קטע באורך הצלע AB. משרטטים קשת שמרכזת בנקודה A והרדיוס שלה שווה באורכו ל- AC.
	משרטטים קשת שמרכזת בנקודה B והרדיוס שלה שווה באורכו ל- BC.
	מסמנים את נקודת המפגש של שתי הקשתות ב- C.
	מחברים את AC ואת BC.

ב. על-סמך איזה משפט המשולש ששרטטתם חופף למשולש הנתון?



5. נחזור למשימת הפתיחה.

בנו משולש שאורכי צלעותיו a , b ו- c .
(על-פי שלבי הבנייה שבמשימה הקודמת.)



6. האם מכל שלושה קטעים אפשר ליצור משולש?

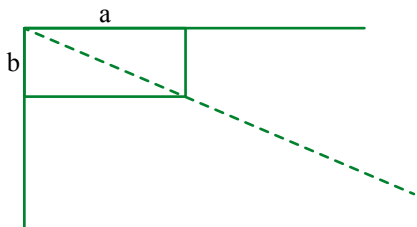
אם לא, שרטטו שלושה קטעים שאי-אפשר לבנות מהם משולש והסבירו.



תזכורת

במשולש, **סכום האורכים של כל שתי צלעות חייב להיות גדול מאורך הצלע השלישית.**

7. נתון מלבן.



א. האריכו פי 2 כל אחת מהצלעות a ו- b של המלבן.

ב. האם התקבל מלבן? שרטטו אותו.

ג. האם אורך האלכסון במלבן שהתקבל הוא פי 2 מאורך האלכסון במלבן הנתון?

ד. פי כמה גדול שטח המלבן המוגדל משטח המלבן הנתון? הסבירו.



אוסף משימות

בבניות השתמשו במחוגה ובסרגל (ללא שימוש שנתות).

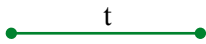
באתר "מתמטיקה משולבת" במדור "פעילויות מחשב" תמצאו משימות חלופיות לחלק מהמשימות שבאוסף זה. המשימות מסומנת ב-*, מתחתן רשום שם המשימה החלופית באתר.



1. נתון קטע שאורכו a .

שרטטו על ישר קטע שאורכו $2a$.



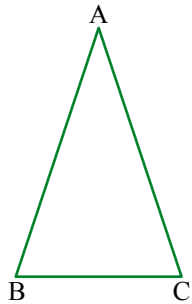


2. נתון קטע שאורכו t . שרטטו קטע שאורכו $3t$.



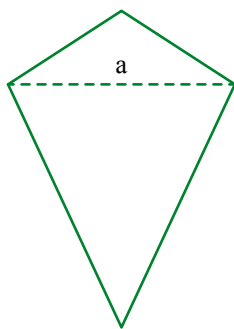
3*. בְּנוּ משולש חופף למשולש שווה-השוקיים המשרטט.

שם המשימה החלופית באתר: "משולש שווה-שוקיים חופף למשולש נתון".



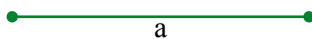
4. בְּנוּ דלתון חופף לדלתון שבשרטט.

התחילו מהעתקת האלכסון המשני (שאורכו a).

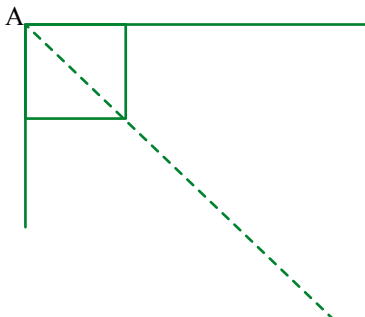


5. נתונה צלע באורך a של משולש שווה-צלעות.

השלימו את בניית המשולש שווה-הצלעות.



6. נתון ריבוע.



א. האריכו פי 3 כל אחת מהצלעות, שהקצה שלהן בנקודה A.

ב. האם התקבל ריבוע? שרטטו אותו.

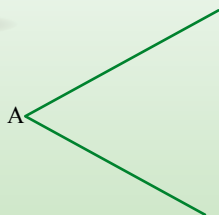
ג. האם אורך האלכסון בריבוע שהתקבל הוא פי 3 מאורך האלכסון בריבוע הנתון?

ד. פי כמה גדול שטח הריבוע שהתקבל משטח הריבוע הנתון? הסבירו.

שיעור 3. חציית זוויות וקטעים



נתונה זווית A.



יערה שאלה: האם אפשר לחלק זווית לשתי זוויות שוות בגודלן, בעזרת מחוגה וסרגל?

נלמד לחצות זווית ולחצות קטע בעזרת מחוגה וסרגל.

חציית זווית

- לפניכם תיאור של בניית חוצה-זווית לזווית A נתונה.
א. בצעו את שלבי הבנייה לפי התיאור.

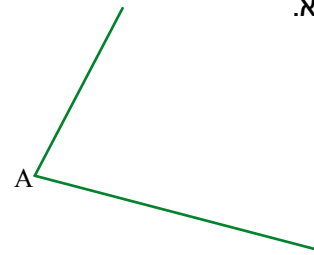
בנייה	תיאור בנייה
	משרטטים קשת (חלק ממעגל שמרכזו A).
	מסמנים ב-B וב-C את נקודות החיתוך של הקשת עם שוקי הזווית.
	משרטטים שתי קשתות בעלות אותו רדיוס, קשת שמרכזה ב-B וקשת שמרכזה ב-C. מסמנים את נקודת החיתוך של הקשתות ב-D.
	מחברים את AD.
	מחברים את BD ואת CD.

ב. איזה מרובע התקבל?

ג. הסבירו מדוע AD הוא חוצה זווית.

2. לכל זווית שרטטו חוצה זווית.

א.



ב.

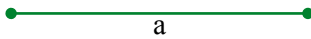


3. נתון קטע באורך a.

א. השלימו למשולש שווה-צלעות שהקטע a הוא אחת מצלעותיו.

ב. חצו אחת מזוויות המשולש. בניתם זווית שגודלה 30° .

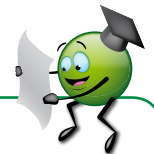
ג. הסבירו מדוע הזווית שבניתם היא בת 30° .



4. נתונה זווית שטוחה A.

א. חצו את הזווית A.

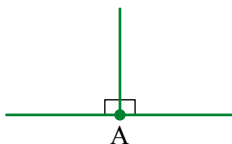
ב. הסבירו מדוע הזווית שבניתם היא בת 90° .



במשימה 4 חצינו זווית שטוחה A.

בנקודה A נוצרו שתי זוויות ישרות.

כלומר שרטטנו אנך לישר בנקודה A.



חציית קטע

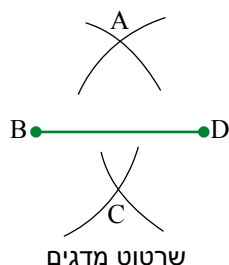


5. נחלק קטע לשני קטעים שווים.



א. בְּנו דלתון שהקטע BD הוא האלכסון המשני שלו (ראו שרטוט מדגים).

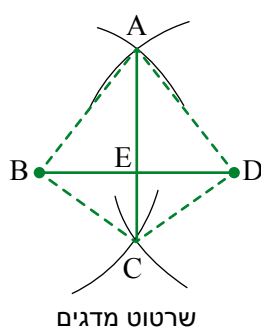
חברו את קדקודי המרובע ABCD והסבירו מדוע הוא דלתון.



ב. חברו את AC.

סמנו את נקודת החיתוך של AC ושל BD באות E.

הסבירו מדוע $BE = ED$.



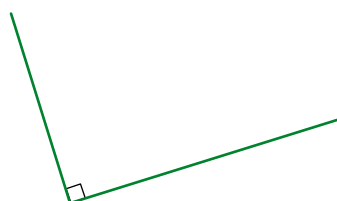
אוסף משימות

בבניות השתמשו במחוגה ובסרגל (ללא שימוש בשנתות).



1. שרטטו את חוצה הזווית הישרה.

מה גודלן של הזוויות שהתקבלו?



2. בְּנו את אמצע הקטע AB.



3. קוטר של מעגל. בְּנו את המעגל.

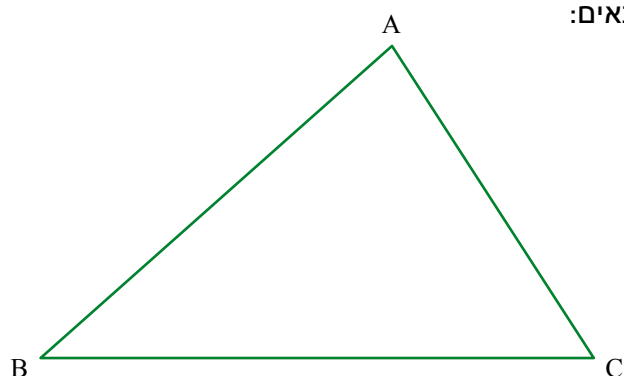
(חצו תחילה את הקטע AB).



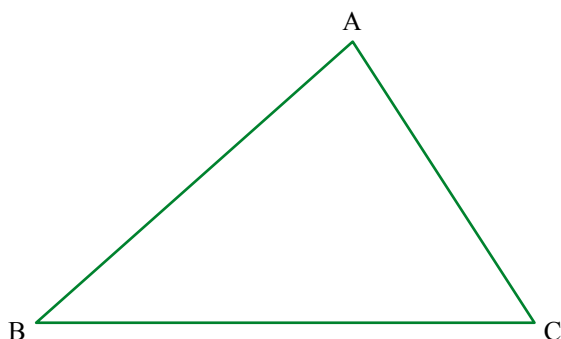


4. שרטטו תיכון במשולש ABC לפי השלבים הבאים:

- מצאו את אמצע הצלע BC.
- חברו את אמצע הצלע עם הקדקוד A.

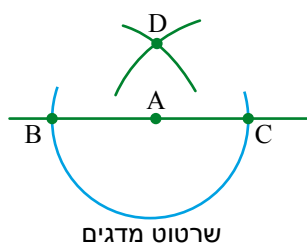


5. שרטטו את חוצה-הזווית A במשולש ABC.



6. זווית A היא זווית שטוחה.

א. שרטטו את חוצה-הזווית השטוחה.



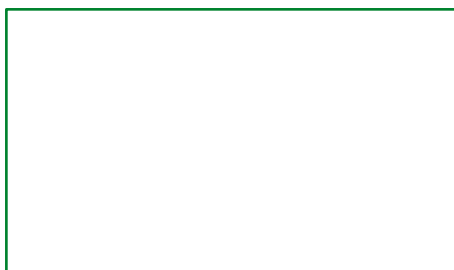
ב. שרטטתם אנך לישר בנקודה A על הישר. הסבירו.

ג. הסבירו מדוע חוצה הזווית השטוחה הוא גם אנך לישר.



7. לפניכם מלבן.

- א. שרטטו מלבן שאורכי צלעותיו הם חצי מאורכי הצלעות של המלבן הנתון.
 ב. פי כמה גדול שטח המלבן הנתון משטח המלבן ששרטטתם?



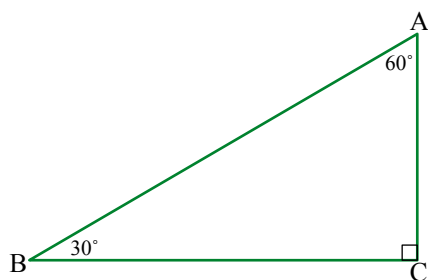
8. בשרטוט משולש ישר-זווית ABC ($\angle C = 90^\circ$).

הגדלים של הזוויות החדות 60° ו- 30° .

א. חצו את הזוויות החדות של המשולש.

ב. סמנו את מפגש חוצי-הזוויות באות M .

מהו הגודל של $\angle AMB$?



שיעור 4. בונים משולשים בעזרת מד-זווית

כמה משולשים שווי-שוקיים אפשר לבנות כך שהקטע AB יהיה שוק של משולש, וגודל זווית הבסיס של המשולש יהיה 50° ?

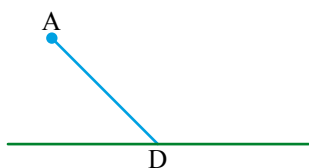


ניעזר במד-זווית כדי לבנות משולשים לפי קטעים וזוויות.

בשיעור זה ובאוסף המשימות ניעזר במחוגה, בסרגל (ללא שנתות) או במד-זווית.

1. בְּנו משולש כך שהקטע AD יהיה תיכון במשולש.

כמה אפשרויות יש?



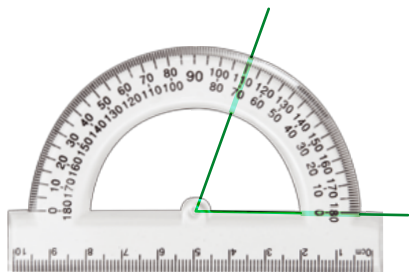
תזכורת

למידדת זוויות משתמשים במד-זווית.

מניחים את מד-הזווית על אחת משוקי הזווית, כך שהשוק מורה על 0° .

בודקים על כמה מעלות מורה השוק השנייה של הזווית.

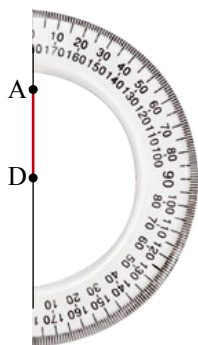
בשרטוט נמדדה זווית של 70° .

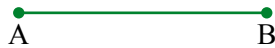


2. בְּנו משולש כך שהקטע AD יהיה גובה במשולש.

(תוכלו להשתמש במד-זווית או לחצות זווית שטוחה.)

כמה אפשרויות יש?

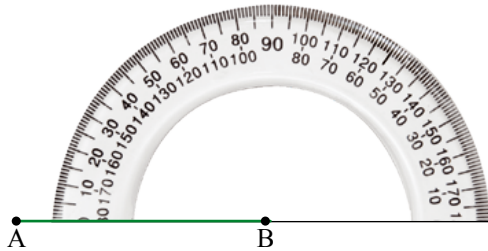




3. א. הקטע AB הוא בסיס של משולש שווה-שוקיים.

בנו את המשולש.

כמה אפשרויות יש?

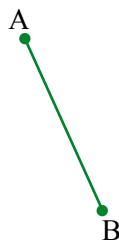


ב. הקטע AB הוא בסיס של משולש שווה-שוקיים.

גודל זווית הבסיס של המשולש 50° .

בנו את המשולש.

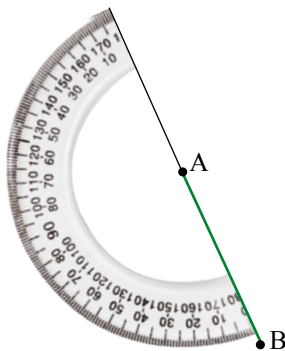
כמה אפשרויות יש?



4. א. הקטע AB הוא שוק של משולש שווה-שוקיים.

בנו את המשולש.

כמה אפשרויות יש?

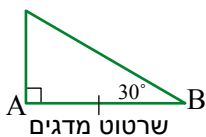


ב. הקטע AB הוא שוק של משולש שווה-שוקיים.

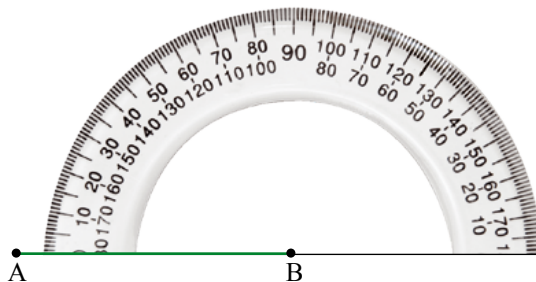
גודל זווית הבסיס של המשולש 50° .

בנו את המשולש. (חשבו תחילה את גודל זווית הראש של המשולש).

כמה אפשרויות יש? (השוו עם תשובתכם במשימת הפתיחה).



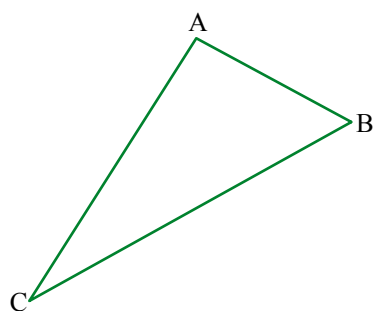
5. הקטע AB הוא ניצב של משולש ישר-זווית ($\angle B = 30^\circ$).



בנו את המשולש. (היעזרו במד-זווית).



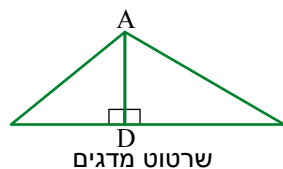
אוסף משימות



1. א. בְּנו את חוצה-הזווית A במשולש ABC.
ב. בְּנו את התיכון לצלע AB במשולש ABC.



2. בְּנו משולש כך שהקטע AD יהיה גובה במשולש.
(היעזרו במד-זווית).
כמה אפשרויות יש?



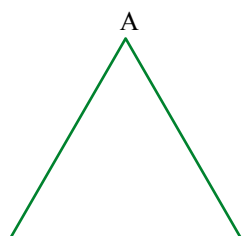
3. הקטע AB הוא **בסיס** של משולש שווה-שוקיים.
א. השלימו את המשולש.
ב. השלימו למשולש שווה-שוקיים שונה מהקודם.



4. הקטע AB הוא **שוק** של משולש שווה-שוקיים.
א. השלימו את המשולש.
ב. השלימו למשולש שווה-שוקיים שונה מהקודם.

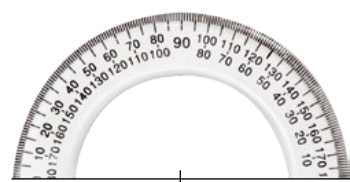


5. הזווית A היא זווית ראש של משולש שווה-שוקיים.
א. השלימו למשולש שווה-שוקיים.
ב. השלימו למשולש שווה-שוקיים שונה מהקודם.



6. שְׂרִטְטו זווית של 40° .

- א. השלימו למשולש שווה-שוקיים שגודל זווית הבסיס שלו 40° .
- ב. השלימו למשולש שווה-שוקיים שונה מהקודם.

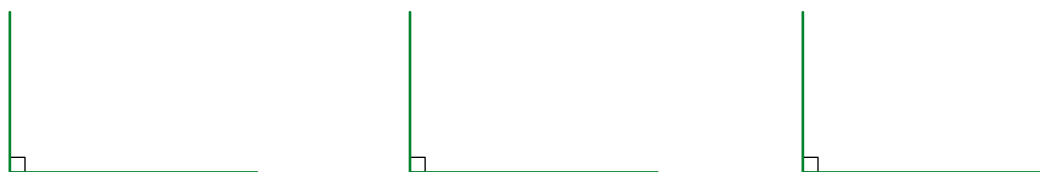




7. א. שרטטו שלושה משולשים ישרי-זווית, כך שהזווית הישרה הנתונה בשרטוט היא אחת מהזוויות של כל משולש. כמה אפשרויות יש?



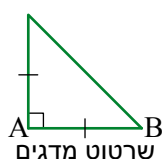
ב. שרטטו שלושה משולשים ישרי-זווית ושוי-שוקיים, כך שהזווית הישרה הנתונה בשרטוט היא אחת מהזוויות של כל משולש. כמה אפשרויות יש?



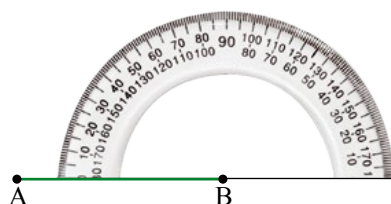
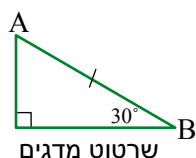
ג. שרטטו שלושה משולשים ישרי-זווית, כך שהזווית הישרה הנתונה בשרטוט היא אחת מהזוויות של כל משולש, וזווית אחרת של כל משולש היא 70° . כמה אפשרויות יש?



8. הקטע AB הוא ניצב של משולש ישר-זווית ושווה-שוקיים. בנו את המשולש. כמה אפשרויות יש?



9. הקטע AB הוא יתר של משולש ישר-זווית. $\angle B = 30^\circ$. בנו את המשולש. כמה אפשרויות יש?





שומרים על כושר

ביטויים ומשוואות

1. חברו ביטויים זהים.

	●	$(x + 3)^2$
$x^2 - 9$	●	$(x - 3)^2$
$x^2 + 6x + 9$	●	$(x + 3)(x - 3)$
$x^2 - 6x + 9$	●	$(3 - x)^2$
$9 - x^2$	●	$(3 + x)^2$
	●	$(3 + x)(3 - x)$

2. בכל סעיף יש שגיאה. תיקנו אותה.

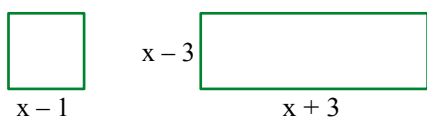
א. $(x + 5)^2 = x^2 + 25$	ד. $(x + 4)^2 = x^2 + 8x + 8$
ב. $(x - 3)(x + 3) = x^2 + 9$	ה. $(2x + 3)^2 = 2x^2 + 12x + 9$
ג. $(x - 6)^2 = x^2 - 6x + 36$	ו. $(3x - 2)(3x + 2) = 6x^2 - 4$

3. פתרו את המשוואות.

א. $(x - 4)^2 = (x + 3)(x - 3) + 1$	ד. $(3x - 4)(3x + 4) = 9x^2 - 8x$
ב. $(x + 3)^2 = 5 + 2x(x + 3)$	ה. $(x + 2)^2 + (x - 2)^2 = 3x^2 - 1$
ג. $(x + 2)(x - 2) + 4 = 2x(x - 3)$	ו. $x(4x - 3) = (2x - 1)^2$

4. בשרטוט ריבוע ומלבן.

(השרטוט הוא להדגמה, והביטויים על הצלעות מייצגים מידות אורך בס"מ.)



א. אילו ערכים מתאימים ל- x לפי נתוני הבעיה?

ב. אם שטח הריבוע 25 סמ"ר, מה שטח המלבן?

ג. אם שטח המלבן 72 סמ"ר, מה שטח הריבוע?

ד. שטח המלבן שווה לשטח הריבוע.

רשמו משוואה, פתרו ומצאו אורכי הצלעות של המלבן ושל הריבוע.

ה. למי היקף גדול יותר, לריבוע או למלבן? בכמה?