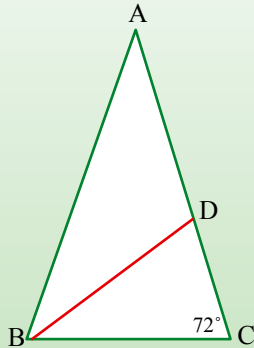


יחידה 13: מזהים משולשים לפי תכונות

שיעור 1. מזהים משולש שווה-שוקיים



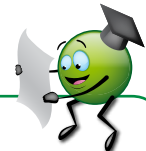
בשרטוט $\triangle ABC$ שווה-שוקיים ($AB = AC$).

$$\angle C = 72^\circ$$

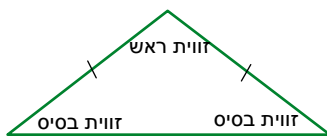
BD חוצה את $\angle B$

כמה משולשים שווה-שוקיים בשרטוט?

נלמד לזהות משולשים שווה-שוקיים לפי תכונות.



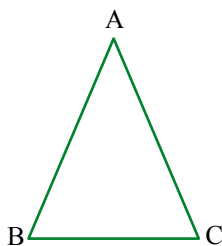
תזכורת



שתי הזוויות שליד הבסיס במשולש שווה-שוקיים נקראות **זוויות בסיס**.
הזווית שבין השוקיים נקראת **זווית הראש**.

בכיתה ח הוכחנו **משפט**

אם המשולש שווה-שוקיים, אז זוויות הבסיס שוות בגודלן.



1. א. רשמו בכתב מתמטי מה נתון ומה המסקנה ב **משפט** שבמסגרת.

ב. רשמו **טענה הפוכה** ל **משפט** שבמסגרת.

ג. רשמו מה נתון ומה צריך להוכיח ב**טענה הפוכה**.



חלשים על...

2. במשולש ABC

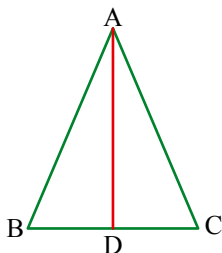
$$\angle B = \angle C \quad \text{נתון}$$

בניית עזר: AD חוצה את זווית הראש של $\triangle ABC$.

א. סמנו זוגות של זוויות שוות בגודלן.

ב. $\triangle ADB \cong \triangle ADC$. נמקו.

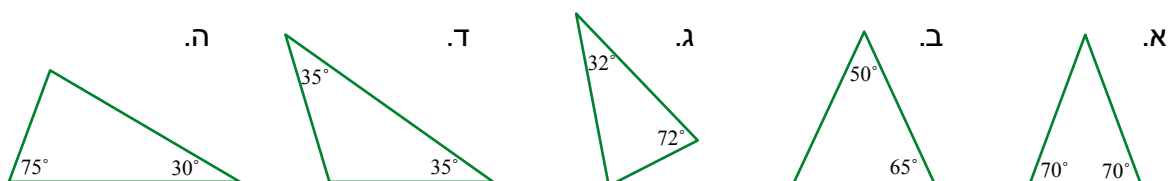
ג. $AB = AC$. **מסקנה**. נמקו.





טענה הפוכה ל **שפט** שבמסגרת (בעמוד הקודם):
אם במשולש יש **שתי זוויות שוות** בגודלן, אז המשולש **שווה-שוקיים**.
במשימה 2 הוכחנו כי טענה זו נכונה.

3. קבעו אם המשולשים הבאים שווים-שוקיים. אם כן, סמנו את השוקיים.



תזכורת

בכיתה ח הוכחנו **שפט** בכיתה ח הוכחנו **שפט**
אם המשולש **שווה-שוקיים**, אז התיכון לבסיס, הגובה לבסיס וחוצה זווית הראש הם **אותו קטע** (הם מתלכדים).



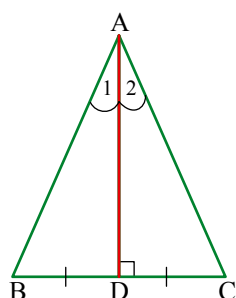
4. א. רשמו בכתב מתמטי מה נתון ומה המסקנה ב **שפט** שבמסגרת.

ב. רשמו **טענה הפוכה** ל **שפט** שבמסגרת.

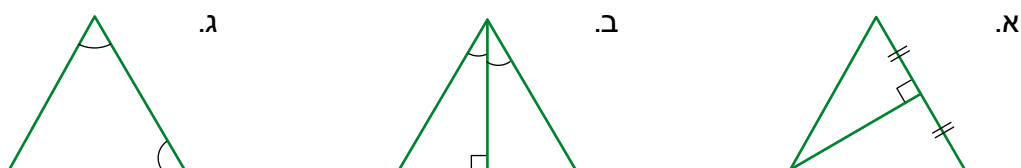
ג. רשמו בכתב מתמטי מה נתון ומה צריך להוכיח כדי להראות שה**טענה הפוכה** נכונה. (היעזרו בסימון הנתונים בשרטוט.)

ד. לפי איזה משפט חפיה $\triangle ADB \cong \triangle ADC$? (יש שני משפטים מתאימים.)

ה. $AB = AC$ **מסקנה** נמקו.



5. נמקו מדוע המשולשים הבאים הם שווים-שוקיים, וסמנו את השוקיים.





טענה הפוכה ל **Goen** שבמסגרת (לפני משימה 4) היא:

אם התיכון לצלע של המשולש, הגובה לאותה צלע וחוצה הזווית שמול הצלע הזו הם **אותו קטע** (מתלכדים), אז המשולש הוא **שווה-שוקיים**.
במשימה 4 הוכחנו שהטענה ההפוכה נכונה.

לסיכום:

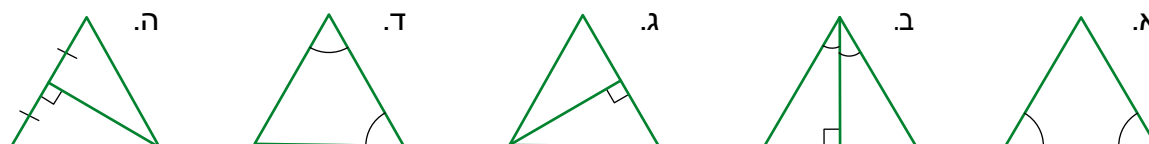
- כדי להראות שמשולש הוא שווה-שוקיים, די אם נראה שמתקיים אחד מהתנאים הבאים:
- אם במשולש יש שתי זוויות שוות בגודלן, אז המשולש שווה-שוקיים.
- אם במשולש יש חוצה זווית שהוא גם גובה לצלע שמול הזווית, אז המשולש שווה-שוקיים.
- אם במשולש יש תיכון שהוא גם גובה לאותה צלע, אז המשולש שווה-שוקיים.



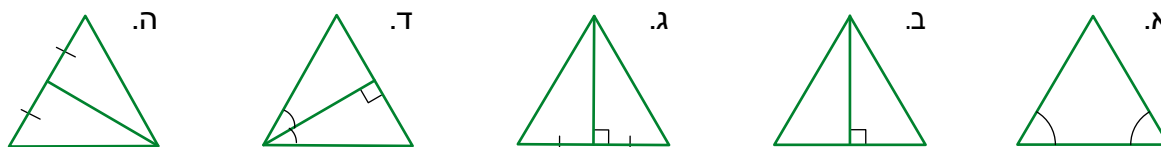
אוסף משימות



1. קבעו אם אפשר להסיק שהמשולשים הבאים שווים-שוקיים.
אם כן, סמנו את השוקיים. אם לא, כתבו "לא" בתוך המשולש.



2. קבעו אם אפשר להסיק שהמשולשים הבאים שווים-שוקיים.
אם כן, סמנו את השוקיים. אם לא, כתבו "לא" בתוך המשולש.

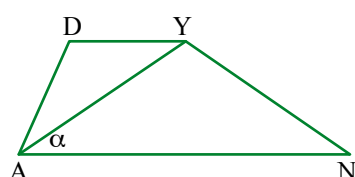


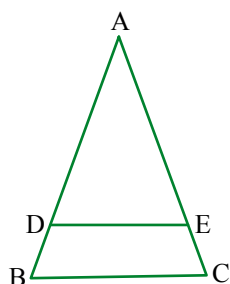
3. במרובע DANY: $AN \parallel DY$ **נכון**

AY חוצה את הזווית A

$$\angle YAN = \alpha$$

- א. רשמו בשרטוט זוויות נוספות שגודלן α .
ב. מצאו בשרטוט משולש שווה-שוקיים ונמקו.



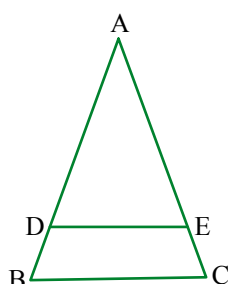


4. $AB = AC$ נכון

$DE \parallel BC$

$\angle B = 70^\circ$

- א. חשבו את הגדלים של הזוויות הבאות: $\angle A$, $\angle C$, $\angle D$, $\angle E$.
 ב. מצאו בשרטוט משולש שווה-שוקיים נוסף למשולש ABC.



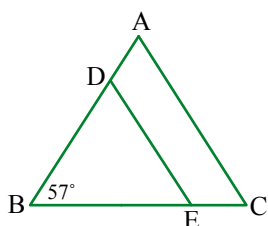
5. טעות אם $\triangle ABC$ הוא משולש שווה-שוקיים ו-DE מקביל לבסיס BC,

אז $\triangle ADE$ גם הוא משולש שווה-שוקיים.

א. רשמו את הנתונים ואת מה שצריך להוכיח בכתב מתמטי.

ב. סמנו: $\angle B = \beta$ ובטאו זוויות נוספות באמצעות β .

ג. הסבירו מדוע $\triangle ADE$ הוא משולש שווה-שוקיים.

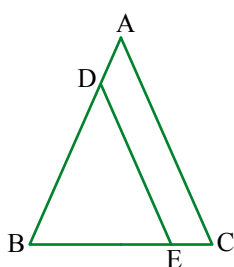


6. $AB = AC$ נכון

$DE \parallel AC$

$\angle B = 57^\circ$

- א. חשבו את הגדלים של הזוויות הבאות: $\angle A$, $\angle C$, $\angle D$, $\angle E$.
 ב. מצאו בשרטוט משולש שווה-שוקיים נוסף למשולש ABC.



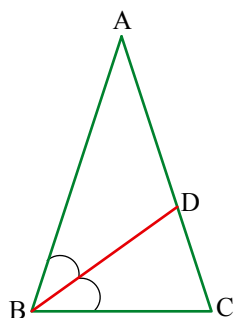
7. טעות אם $\triangle ABC$ הוא משולש שווה-שוקיים ו-DE מקביל לשוק AC,

אז $\triangle BDE$ גם הוא משולש שווה-שוקיים.

א. רשמו את הנתונים ואת מה שצריך להוכיח בכתב מתמטי.

ב. סמנו: $\angle B = \beta$ ובטאו זוויות נוספות באמצעות β .

ג. הסבירו מדוע $\triangle DBE$ הוא משולש שווה-שוקיים.

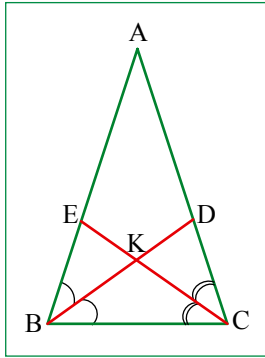


8. נכון $\triangle ABC$ הוא משולש שווה-שוקיים ($AB = AC$)

BD חוצה את זווית B

$\angle ABC = 72^\circ$

- א. חשבו את הגדלים של כל הזוויות בשרטוט.
 ב. כמה משולשים שווים-שוקיים בשרטוט? רשמו אותם.



9. $\triangle ABC$ הוא משולש שווה-שוקיים ($AB = AC$)

BD חוצה את זווית B

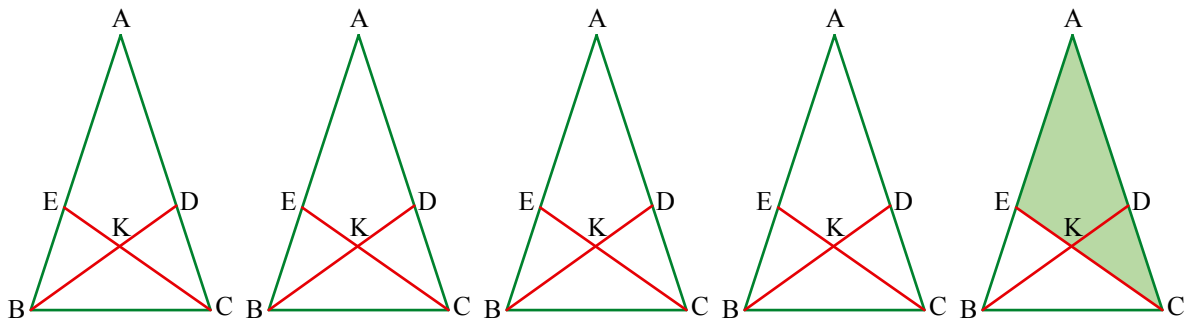
CE חוצה את זווית C

$$\angle ABC = 72^\circ$$

א. חשבו את הגדלים של כל הזוויות בשרטוט.

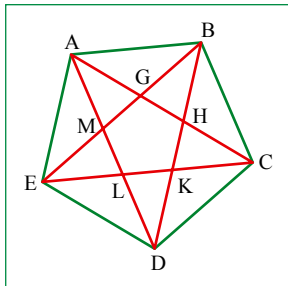
ב. לפניכם 5 שרטוטים זהים. בכל שרטוט צבעו משולש שווה-שוקיים אחר.

צלמה:



ג. כמה משולשים שווה-שוקיים בשרטוט שבמסגרת?

רשמו את המשולשים.

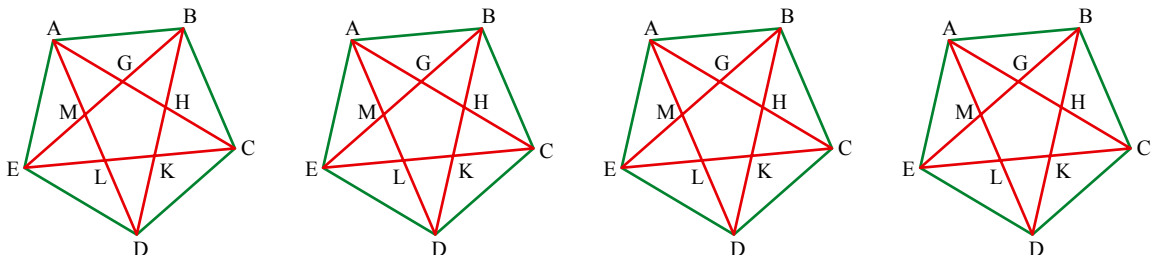


10. בשרטוט מחומש משוכלל וחמשת אלכסונים.

א. חשבו את הגדלים של כל הזוויות במחומש.

תזכורת: גודל כל זווית במחומש משוכלל 108° .

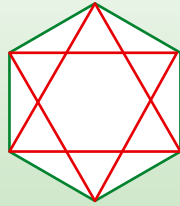
ב. לפניכם ארבעה שרטוטים זהים. בכל שרטוט צבעו משולש שווה-שוקיים אחר.



ג. כמה משולשים שווה-שוקיים קיימים בשרטוט שבמסגרת? רשמו לפחות 10 משולשים כאלה.

ד. רשמו שני זוגות שונים של משולשים דומים.

שיעור 2. מזהים משולש שווה-צלעות



בשרטוט משושה משוכלל ושישה מאלכסוניו.

כמה משולשים שווי-צלעות בשרטוט?

נלמד לזהות משולשים שווי-צלעות לפי תכונות.



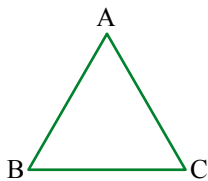
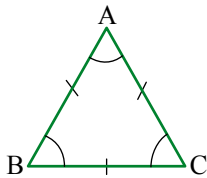
תזכורת



בכיתה ח הוכחנו

אם המשולש שווה-צלעות, אז כל הזוויות שוות בגודלן.

גודל כל זווית 60° .



1. א. רשמו בכתב מתמטי מה נתון ומה המסקנה ב **זכור** שבמסגרת.

ב. נסחו **טענה הפוכה** למשפט בסעיף א.

ג. רשמו בכתב מתמטי מה נתון ומה המסקנה ב**טענה הפוכה**.

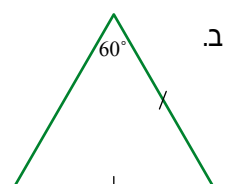
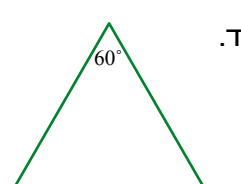
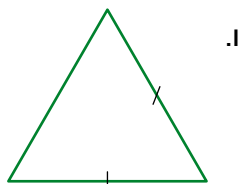
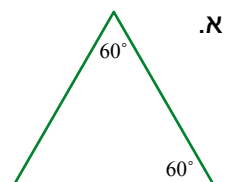
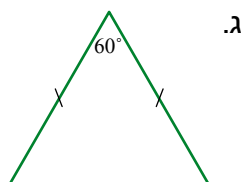
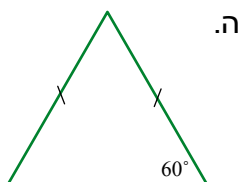
ד. השלימו הוכחה המראה כי **הטענה הפוכה** נכונה:

מהנתון $\angle C = \angle B \iff AB = \underline{\hspace{2cm}}$ נימוק: _____

מהנתון $\angle A = \angle C \iff \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$

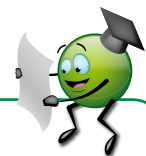
מסקנה: _____

2. בכל סעיף השלימו גדלים של זוויות המשולש על-סמך הנתונים וקבעו אם המשולש שווה-צלעות.

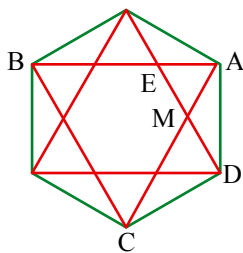




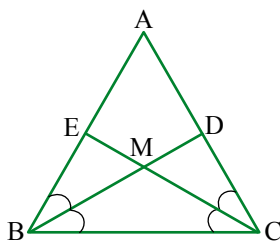
3. בכל סעיף קבעו אם המשולש שווה-צלעות, והסבירו.
- המשולש שווה-שוקיים, וגודל זווית הראש שלו 60° .
 - המשולש שווה-שוקיים, וגודל זווית הבסיס שלו 60° .
 - גודל אחת מזוויות המשולש הוא 60° .
 - במשולש יש שתי זוויות של 60° .



- אפשר לזהות משולשים שווי-צלעות בעזרת גדלי הזוויות כך:
- אם במשולש כלשהו יש שתי זוויות של 60° , אז המשולש שווה-צלעות.
 - אם במשולש שווה-שוקיים יש זווית אחת של 60° , אז המשולש שווה-צלעות.



4. בשרטוט משושה משוכלל ושישה מאלכסוניו.
- מה הגודל של זווית אחת במשושה משוכלל?
- תזכורת:** סכום הזוויות במשושה 720° .
- חשבו את הגדלים של הזוויות במשולשים AEM, AMD ו-ABC. כמה משולשים שווי-צלעות בשרטוט? נמקו.



5. במשולש שווה-צלעות ABC שרטטו חוצי זוויות לשתי זוויות של המשולש.
- מצאו את הגדלים של זוויות $\triangle BMC$.
 - באיזה משפטים השתמשתם לצורך החישוב?

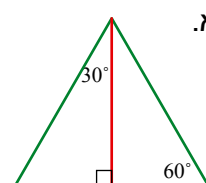
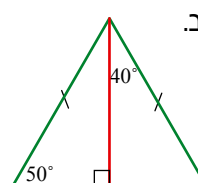
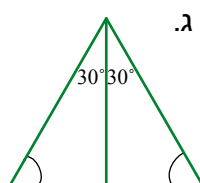
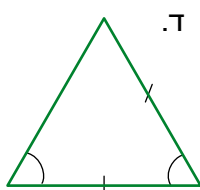


אוסף משימות



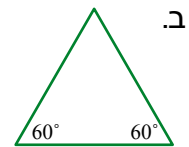
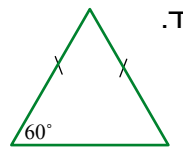
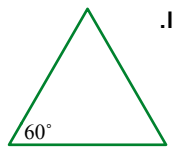
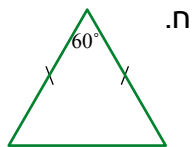
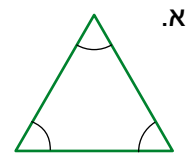
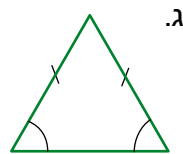
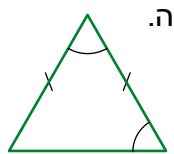
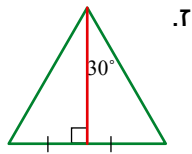
1. בכל סעיף

- חשבו את הגדלים של זוויות המשולש לפי הנתונים המסומנים.
- סמנו צלעות שוות באורכן וקבעו אם המשולש שווה-צלעות.

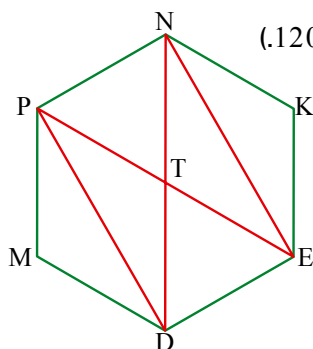




2. בכל סעיף קבעו על-סמך הנתונים המסומנים בשרטוט אם אפשר להסיק שהמשולש שווה-צלעות.



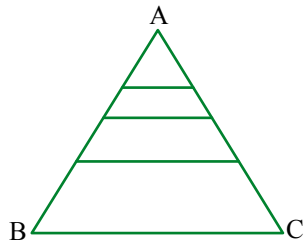
3. המצולע הירוק הוא משושה משוכלל. (גודל כל זווית במשושה משוכלל 120°).



- חשבו גדלים של זוויות בכל המשולשים שבשרטוט.
- כמה משולשים שוו-צלעות בשרטוט? רשמו אותם.
- כמה משולשים שוו-שוקיים שאינם שוו-צלעות בשרטוט? רשמו אותם.
- כמה משולשים ישרי-זווית בשרטוט? רשמו אותם.



4. בשרטוט משולש שווה-צלעות וישרים מקבילים לצלע BC.



- כמה משולשים התקבלו?
- הסבירו מדוע כל המשולשים שוו-צלעות?
- האם המשולשים דומים זה לזה? נמקו.



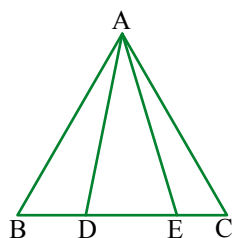
5. משולש ABC שווה-צלעות

$$BD = CE$$

א. $\triangle ABD \cong \triangle ACE$

ב. הסבירו מדוע $\triangle ADE$ שווה-שוקיים.

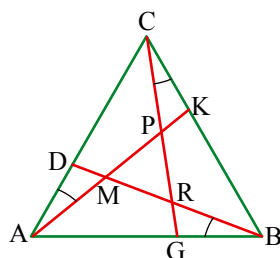
ג. האם $\triangle ADE$ יכול להיות משולש שווה-צלעות? נמקו.



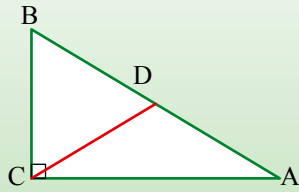
6. משולש ABC הוא משולש שווה-צלעות.

גודל כל אחת מהזוויות המסומנות בקשת 15° .

- חשבו את הגדלים של שאר הזוויות בשרטוט.
- האם משולש PMR הוא שווה-צלעות? הסבירו.



שיעור 3. תכונות של משולש ישר-זווית



משולש ACB ישר-זווית $\angle BCA = 90^\circ$

$AB = 10$ ס"מ

CD תיכון ליתר AB

האם אפשר לחשב את אורך CD ?

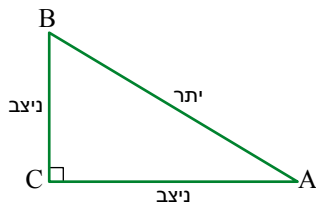
נלמד משפטים על משולש ישר-זווית.

בשיעור זה ובאוסף המשימות השרטוטים הם להדגמה, ומידות האורך נתונות בס"מ.

תיכון ליתר



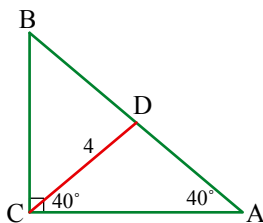
תזכורת



במשולש ישר-זווית הצלעות הכולאות את הזווית הישרה נקראות **ניצבים**, והצלע שמול הזווית הישרה נקראת **יתר**.

1. נתון $\triangle ACB$ משולש ישר-זווית

$CD = 4$ ס"מ



א. חשבו גדלים של זוויות לפי הנתונים המסומנים בשרטוט.

מצאו בשרטוט שני משולשים שווים-שוקיים.

ב. נמקו את המסקנות הבאות.

מסקנות: $CD = BD = AD$

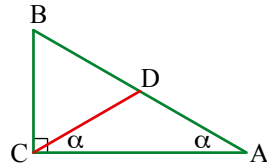
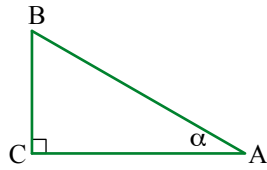
CD תיכון ליתר

ג. מה אורך היתר? הסבירו.



במשימה 1 ראינו דוגמה שבה מתקיים:

במשולש ישר-זווית התיכון ליתר (בשרטוט: CD) שווה באורכו למחצית היתר (בשרטוט $\frac{AB}{2}$).
בהמשך (במשימה 2) נראה כי הטענה הזו נכונה תמיד.



2. נכון משולש ישר-זווית $\triangle ACB$

א. בטאו את $\angle B$ באמצעות α .

ב. **בניית עזר:** שרטטו קטע CD כך ש- $\angle ACD = \alpha$
נראה כי CD הוא תיכון ליתר ושווה באורכו למחצית היתר.

בטאו את $\angle BCD$ באמצעות α .

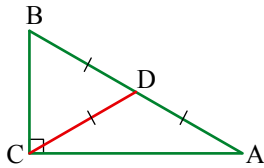
ג. סמנו בשרטוט (בסעיף ב) קטעים שווים באורכם.

ד. נמקו את המסקנות הבאות:

מסקנות: $CD = BD = AD$

CD תיכון ליתר

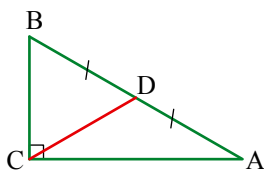
$$CD = \frac{1}{2} AB$$



נכון במשימה 2 הוכחנו

במשולש ישר-זווית התיכון ליתר שווה באורכו למחצית היתר.
זלזל: במשולש ששרטוט CD הוא תיכון ליתר.

$$CD = BD = AD$$

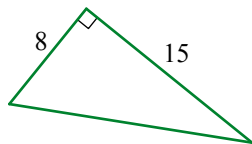


3. נכון משולש ACB ישר-זווית ($\angle BCA = 90^\circ$)

$$AB = 10 \text{ ס"מ}$$

CD תיכון ליתר AB

מה אורך CD ? נמקו.



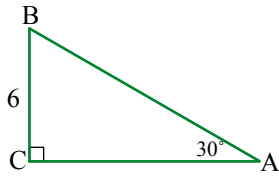
4. בשרטוט רשומים נתונים.

א. חשבו את אורך היתר.

(אפשר להיעזר במשפט פיתגורס).

ב. חשבו את אורך התיכון ליתר.

ניצב מול זווית שגודלה 30° במשולש ישר-זווית

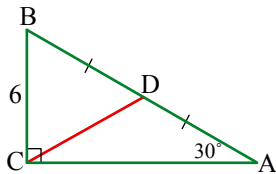


5. נכון $\triangle ACB$ ישר-זווית ($\angle BCA = 90^\circ$)

$$\angle BAC = 30^\circ$$

$$BC = 6 \text{ ס"מ}$$

א. חשבו את הגודל של $\angle ABC$



ב. שרטטו את CD התיכון ליתר AB.

השלימו את הקטעים השווים באורכם.

$$CD = \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$$

ג. **מיקי** אמר: $\angle CBA = 60^\circ$ והמשולש CBD הוא שווה-שוקיים.

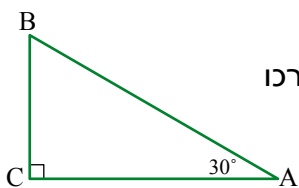
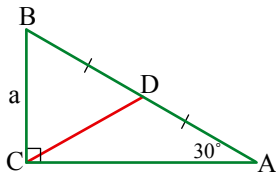
לכן המשולש CBD הוא שווה-צלעות.

האם **מיקי** צודק?

ד. מה אורך היתר?

ה. בטאו את אורך היתר AB באמצעות a (אורך BC).

הסבירו.



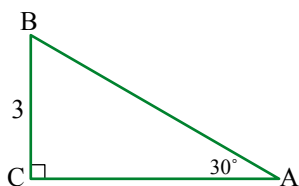
במשימה 5 הוכחנו נכון

במשולש ישר-זווית שבו זווית בת 30° , הניצב שמול הזווית הזו שווה באורכו למחצית היתר.

$$CB = \frac{AB}{2} \quad \text{במשולש שברטוט}$$

6. חשבו את אורכי הצלעות של המשולש לפי הנתונים המסומנים בשרטוט.

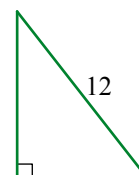
(אפשר להיעזר במשפט פיתגורס.)



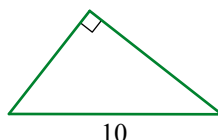


1. בכל משולש שרטטו תיכון ליתר ורשמו את אורכו.

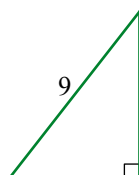
א.



ב.



ג.

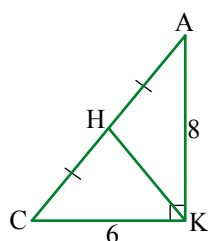


2. נתון משולש ישר-זווית. מצאו על-סמך הנתונים הרשומים בשרטוט:

א. מה אורך היתר AC (היעזרו משפט פיתגורס)?

ב. מהו אורך התיכון KH?

ג. האם יש בשרטוט קטעים השווים באורכם ל-KH? אם כן, רשמו אותם.



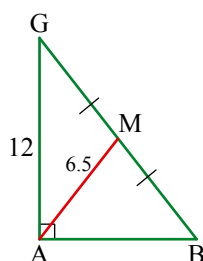
3. $\triangle ABG$ ישר-זווית נכון

AM תיכון ליתר

א. חשבו את אורך היתר.

ב. חשבו את אורך AB.

ג. חשבו את שטח המשולש.

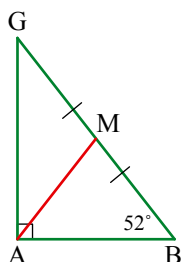


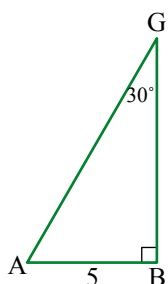
4. $\triangle ABG$ ישר-זווית נכון

AM תיכון ליתר

א. הסבירו מדוע משולש $\triangle AMB$ הוא שווה-שוקיים.

ב. חשבו את הגדלים של כל הזוויות בשרטוט.





5. $\triangle ABG$ ישר-זווית ($\angle B = 90^\circ$)

$\angle G = 30^\circ$

$AB = 5$ ס"מ

א. חשבו את אורכי הצלעות של המשולש.

ב. שרטטו תיכון ליתר (BM). מה אורכו?



6. $\triangle ABG$ ישר-זווית

AM תיכון ליתר

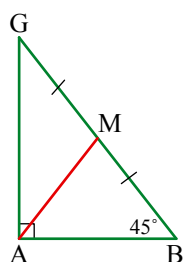
$\angle B = 45^\circ$

א. חשבו את הגדלים של כל הזוויות בשרטוט.

ב. מהו סוג המשולש GAM?

מהו סוג המשולש MAB?

מהו סוג המשולש ABG?



7. $\triangle ABG$ ישר-זווית

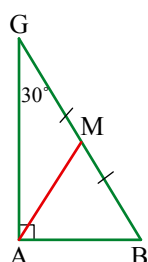
AM תיכון ליתר

$\angle G = 30^\circ$

א. חשבו את הגדלים של כל הזוויות בשרטוט.

ב. מהו סוג המשולש GAM?

מהו סוג המשולש MAB?



8. $\triangle ABC$ ישר-זווית ($\angle A = 90^\circ$)

$\angle ACB = 30^\circ$

AD תיכון ליתר

$AB = 6$ ס"מ

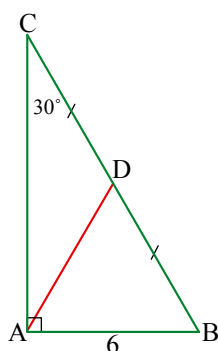
א. חשבו את אורך BC.

ב. חשבו את אורך CD.

ג. חשבו את אורך AD.

ד. מצאו את הגדלים של הזוויות: $\angle DAB$, $\angle DAC$

ה. מצאו בשרטוט משולש שווה-שוקיים ומשולש שווה-צלעות. רשמו אותם.



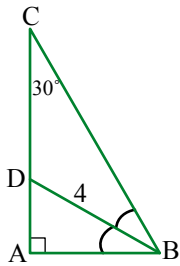


9.  $\triangle ABC$ ישר-זווית ($\angle A = 90^\circ$)

$$\angle BCA = 30^\circ$$

BD חוצה את $\angle ABC$

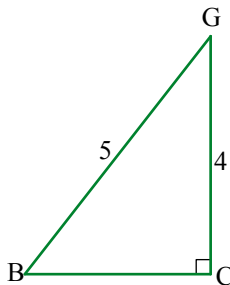
$$BD = 4 \text{ ס"מ}$$



- חשבו את הגדלים של זוויות המשולשים DBC ו-ABD ורשמו בשרטוט.
- מצאו את אורך CD.
- חשבו את אורך AC.



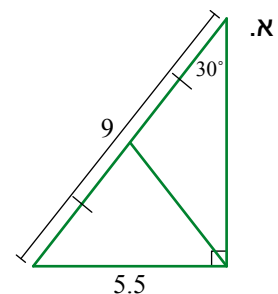
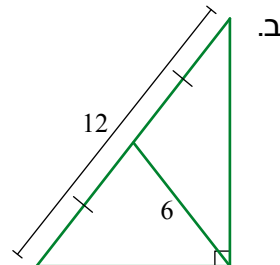
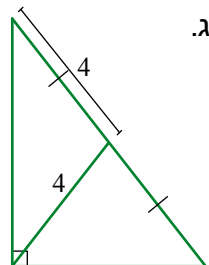
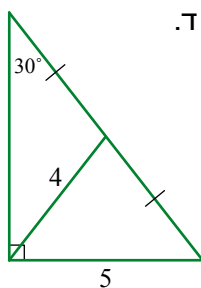
10. $\triangle BCG$ הוא משולש ישר-זווית.



- חשבו את אורך הניצב BC על-סמך הנתונים הרשומים בשרטוט.
- חשבו את שטח המשולש.
- שרטטו תיכון ליתר. מה אורכו?
- איזה קטע ארוך יותר: הגובה ליתר או התיכון ליתר? נמקו.



11. באילו מהמשולשים הבאים יש טעות בנתונים?



12. משולש ABC הוא ישר-זווית ושווה-שוקיים.

CD תיכון ליתר.

ניר אמר: $\triangle ACD \cong \triangle BCD$ לפי ניצב ויתר.

חשמו את הנתונים שבהם השתמש **ניר**.

רון אמר: $\triangle ACD \cong \triangle BCD$ לפי צ.צ.צ.

חשמו את הנתונים שבהם השתמש **רון**.

גלעד אמר: $\triangle ACD \cong \triangle BCD$ לפי צ.ז.צ.

חשמו את הנתונים שבהם השתמש **גלעד**.

אפשר גם להוכיח את חפיפת המשולשים לפי צ.ז.ז? הסבירו כיצד.

