

יחידה 11: מאורעות תלויים והסתברות מותנית

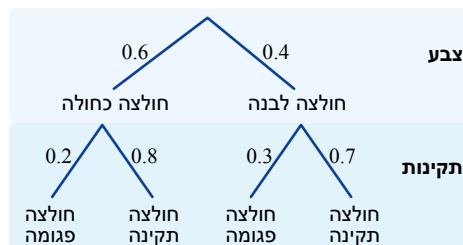
שיעור 1. הסתברות של מאורעות תלויים



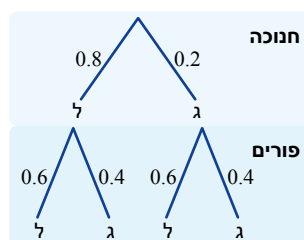
בארגז של מכירת חיסול 60% מהחולצות כחולות והשאר לבנות.
 20% מהחולצות הכחולות פגומות, ו-30% מהחולצות הלבנות פגומות.
נועה בחרה באקראי חולצה מהארגז.
 מה ההסתברות שהחולצה שנבחרה תקינה?
נלמד לחשב הסתברות של מאורעות תלויים.

	חולצה כחולה 0.6	חולצה לבנה 0.4
חולצה תקינה		
חולצה פגומה		

1. א. לפניכם דיאגרמת שטח המחולקת לפי ההסתברות לבחירת חולצה לבנה או חולצה כחולה.
 העתיקו את הדיאגרמה.
 בכל אחד משני המלבנים שרטטו קו אופקי לפי ההסתברות לבחירת חולצה תקינה או חולצה פגומה.
- ב. מהי ההסתברות שהחולצה ש**נועה** תבחר באקראי תהיה תקינה? הסבירו.



- ג. **עידן** שרטט דיאגרמת עץ.
 חשבו בעזרת דיאגרמת העץ את ההסתברות שהחולצה ש**נועה** תבחר באקראי תהיה תקינה.
 האם קיבלתם אותה תוצאה?



- ד. **אייל** אמר: ביחידה הקודמת כבר בנינו דיאגרמות עץ.
 לדוגמה, בנינו את הדיאגרמה של "גשם בחנוכה ובפורים".
 מה ההבדל בין דיאגרמות עץ קודמות ובין דיאגרמת העץ בסעיף ג?
 מה חדש?

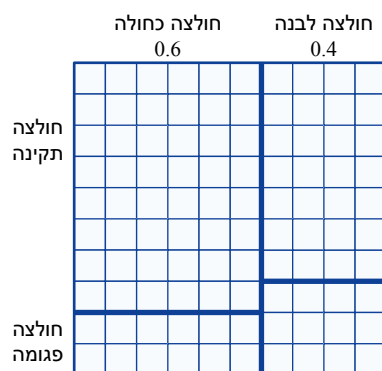


ישנם ניסויים שבהם ההסתברויות בשלב השני משתנות בהתאם לתוצאות המתקבלות בשלב הראשון. במקרים אלה:

- **בדיאגרמת שטח** מחלקים כל אחד מהמלבנים שהתקבלו בשלב הראשון בדרך שונה.
- **בדיאגרמת עץ** בשלב השני ההסתברויות הרשומות על הענפים היוצאים מאותה הסתעפות משתנות, בהתאם לתוצאות שהתקבלו בשלב הראשון.

דוגמה: במשימה 1

● בדיאגרמת השטח



בשלב ראשון מחלקים את שטח הריבוע לשני מלבנים לפי צבע החולצה.

בשלב שני מחלקים את המלבנים שהתקבלו **באופן שונה**, מכיוון שההסתברות לבחור חולצה פגומה או חולצה תקינה **תלויה** בצבע של החולצה שנבחרה בשלב הראשון. במלבן של החולצה **הכחולה** החלוקה נעשית לפי הסתברות 0.2 (פגום), 0.8 (תקין). לעומת זאת, במלבן של החולצה **הלבנה** החלוקה נעשית לפי הסתברות 0.3 (פגום), 0.7 (תקין).

● בדיאגרמת העץ

בשלב ראשון הענפים מתפצלים לפי צבע החולצה.

בשלב שני הענפים מתפצלים לפי הסתברויות שונות:

0.3 ו-0.7 עבור חולצה לבנה, 0.8 ו-0.2 עבור חולצה **כחולה**.

תזכורת

בדיאגרמת עץ בכל נקודת הסתעפות, סכום ההסתברויות הוא 1.

2. דני משתתף במטווח.

ההסתברות שיפגע במטרה בירייה ראשונה היא 0.4

אם **דני** יפגע במטרה בירייה הראשונה, ההסתברות שהוא יפגע במטרה גם בירייה השנייה היא 0.7

אם **דני** לא יפגע במטרה בירייה הראשונה, ההסתברות שהוא יפגע במטרה בירייה השנייה היא 0.45

א. מה ההסתברות ש**דני** לא יפגע במטרה כלל?

ב. מה ההסתברות ש**דני** יפגע במטרה פעם אחת **לפחות**?



3. ההסתברות לפגוש באקראי אדם שגובהו מעל 1.80 מ' היא 0.2,

וההסתברות לפגוש שחקן כדורסל היא 0.05

האם סביר להניח כי אם נפגוש שחקן כדורסל, ההסתברות

שגובהו מעל 1.80 מ', גם היא 0.05? הסבירו.



1. **יונתן** מתאמן בזריקות לסל. הוא זורק לסל פעמיים. ההסתברות שיקלע לסל בזריקה ראשונה היא 0.3. אם **יונתן יקלע** לסל בזריקה הראשונה, ההסתברות שהוא יקלע לסל גם בזריקה השנייה היא 0.6. אם **יונתן לא יקלע** לסל בזריקה הראשונה, ההסתברות שהוא יקלע לסל בזריקה השנייה היא 0.35. א. מה ההסתברות ש**יונתן** לא יקלע לסל כלל? ב. מה ההסתברות ש**יונתן** יקלע לסל פעמיים?



2. בעיר "נווה זוהר" ההסתברות להולדת בת שווה להסתברות להולדת בן. סקר שנערך בעיר קבע כי 40% מהבנות הן בעלות שיער בהיר, ו-30% מהבנים הם בעלי שיער בהיר. בוחרים באקראי תינוק (בן או בת) מבין כל התינוקות בעיר. מה ההסתברות שנבחרה בת בעלת שיער כהה?



3. במדינת בלולנד ההסתברות שיוולד תינוק בעל שיער בהיר היא $\frac{1}{5}$. $\frac{2}{3}$ מבעלי השיער הבהיר הם בעלי עיניים כחולות, ו- $\frac{1}{6}$ מבעלי השיער הכהה הם בעלי עיניים כחולות. לאיזה מאורע הסתברות גדולה יותר: לפגוש אדם בעל שיער בהיר ועיניים כחולות או לפגוש אדם בעל שיער כהה ועיניים כחולות?



4. בקבוצת שומרי משקל 65% מחברי הקבוצה הן נשים והשאר גברים. לאחר חודש של שמירת משקל, ירדו במשקלם 60% מהנשים ו-30% מהגברים. בוחרים באקראי אדם (גבר או אישה) מהקבוצה. מה ההסתברות שהוא לא יירד במשקלו?

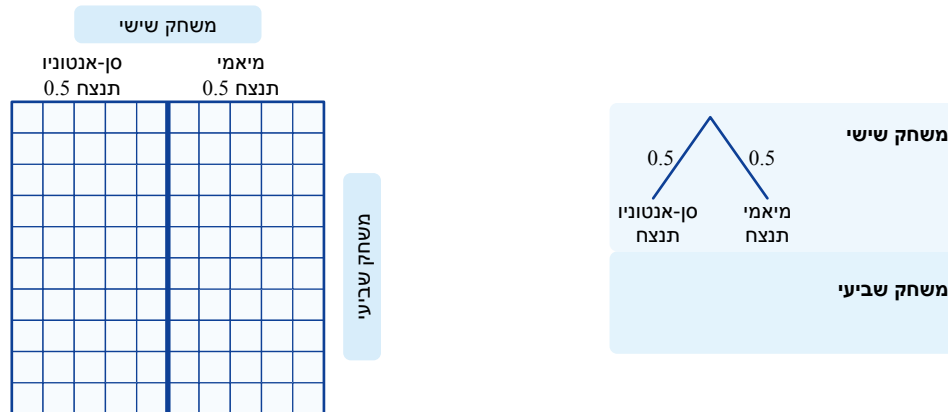


5. שלושה מבקרי ספרות עומדים לכתוב ביקורת על ספר חדש. הראשון נוהג לכתוב ביקורת חיובית בשליש מן הספרים. השני נוהג לקרוא את מה שכתב הראשון, ובשני שלישים מהספרים הוא כותב את ההפך. השלישי קורא את מה שכתבו שני קודמיו. אם הם מסכימים זה עם זה הוא כותב ההפך משניהם. אם לא, אז במחצית מהספרים הוא כותב ביקורת חיובית ובמחציתם ביקורת שלילית. בוחרים באקראי ספר שנסקר על-ידי שלושת המבקרים. א. מה ההסתברות שהספר שנבחר יזכה בביקורת חיובית יחידה? הסבירו. ב. מה ההסתברות שהספר שנבחר לא יזכה בביקורת חיובית? הסבירו.

A stylized illustration of a basketball hoop and a basketball. The hoop is brown with a white net. The basketball is orange with black lines. The background is light blue.

בהנחה שהקבוצות שקולות. כלומר, בכל משחק בודד הסתברויות הניצחון שלהן שוות זו לזו ($\frac{1}{2}$ ו- $\frac{1}{2}$):
מה ההסתברות של כל קבוצה להיות האלופה באותה שנה?
שערו: מי הקבוצה שניצחה באליפות?

1. לפניכם דיאגרמת עץ ודיאגרמת שטח המראות את ההסתברות של כל קבוצה לנצח במשחק.

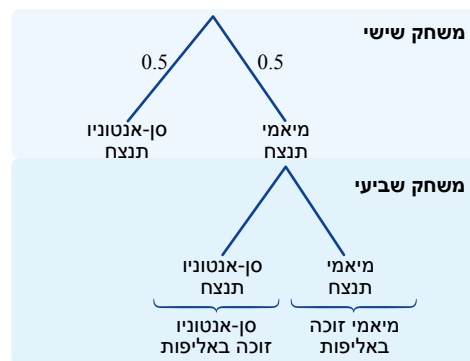
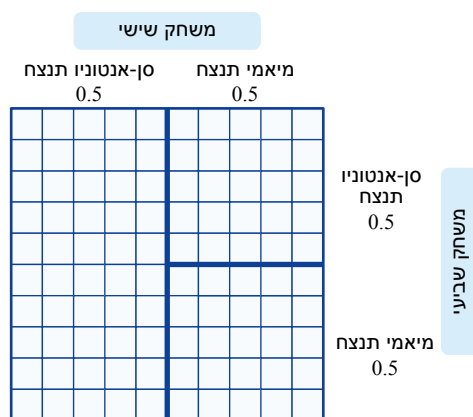


א. העתיקו את הדיאגרמות והשלימו לפי ההסתברויות של כל קבוצה לנצח במשחק השביעי.
ב. חשבו את ההסתברות של כל קבוצה לזכות באליפות.





- במשימה 1, במשחק השישי ישנן שתי תוצאות אפשריות: סן-אנטוניו תנצח או שמיאמי תנצח.
- אם סן-אנטוניו תנצח היא תזכה באליפות ולכן לא יהיה משחק נוסף. במקרה זה:
 - בדיאגרמת העץ לא יהיו הסתעפויות נוספות מענף זה.
 - בדיאגרמת השטח לא תהיה חלוקה נוספת של מלבן זה.
- אם מיאמי תנצח ייווצר תיקו (3:3) ויהיה משחק נוסף. במקרה זה:
 - בדיאגרמת העץ נפצל את הענף "מיאמי תנצח" לשני ענפים נוספים, ובדיאגרמת השטח נחלק את המלבן "מיאמי תנצח" לשני מלבנים: "סן-אנטוניו תנצח" או "מיאמי תנצח".



לכן ההסתברות של סן-אנטוניו לזכות באליפות היא $0.5 + 0.25 = 0.75$ וההסתברות של מיאמי לזכות באליפות היא 0.25

2. 0.3 מהלומדים נהיגה מצליחים במבחן הנהיגה בפעם הראשונה. 0.6 מבין אלה שנכשלו בפעם הראשונה, עוברים בפעם השנייה. א. מצאו את ההסתברות שתלמיד/ה הלומד/ת נהיגה יצטרך/תצטרך להיבחן בפעם השלישית. היעזרו בדיאגרמת עץ או בדיאגרמת שטח.



- ב. 0.8 מבין אלה שנכשלו במבחן נהיגה בפעם השנייה, עוברים בפעם השלישית. מצאו את ההסתברות שתלמיד/ה הלומד/ת נהיגה יצטרך/תצטרך להיבחן בפעם הרביעית.





-

- א. לפניכם השלב הראשון (המשחק הראשון) בדיאגרמת העץ.
העתיקו את הדיאגרמה והוסיפו את השלב השני (המשחק השני).
- ב. מה הסיכויים ש**דורון** יזכה בפרס?
- ג. מה הסיכויים ש**דורון** לא יזכה בפרס?

-

מה ההסתברות שהאדם שנבחר התקבל לאוניברסיטה וסיים תואר ראשון?

-
- | Age Group | Number of People |
|-----------|------------------|
| 18-24 | 10 |
| 25-34 | 15 |
| 35-44 | 20 |
| 45-54 | 25 |
| 55-64 | 30 |
| 65-74 | 35 |
| 75-84 | 40 |
| 85-94 | 45 |
| 95-104 | 50 |

ב. מה ההסתברות שהטיפול במזיקים יצליח?





5. 0.3 מתושבי העיר "עלית" הם עולים חדשים.

0.6 מהעולים החדשים בעיר לומדים עברית באולפן.

א. מה ההסתברות לפגוש באקראי בעיר תושב הלומד באולפן?

ב. מה ההסתברות לפגוש באקראי בעיר תושב שאינו לומד באולפן?



6. בחברת התעופה "כיף-אור" 12% מהמטוסים מגיעים באיחור ליעדם.

35% מהמטוסים המגיעים באיחור, מאחרים ביותר משעה.

מה ההסתברות שמטוס יגיע ליעד באיחור של יותר משעה?



7. בערב המסיבה **מיכל** רוצה להדליק נרות. ההסתברות שהיא תמצא נרות בביתה היא 0.8

אם לא תמצא נרות בבית, היא תלך לקנות בחנות.

ההסתברות שתמצא חנות פתוחה היא 0.9, וההסתברות שיהיו בחנות נרות היא 0.6

מה ההסתברות ש**מיכל** תדליק נרות בערב המסיבה?



8. **נועה** מחפשת חומר לעבודה בהיסטוריה באתרים באינטרנט.

ההסתברות שתמצא חומר לעבודה באתר הראשון היא 0.9

אם **נועה** לא תמצא חומר באתר הראשון, היא תחפש באתר שני.

ההסתברות שתמצא חומר לעבודה באתר השני היא 0.8

אם **נועה** לא תמצא חומר באתר השני, היא תחפש באתר שלישי.

ההסתברות שתמצא חומר לעבודה באתר השלישי היא 0.7

אם **נועה** לא תמצא חומר באתר השלישי, היא לא תכין את העבודה באמצעות האינטרנט.

מה ההסתברות ש**נועה** תכין את העבודה בהיסטוריה באמצעות החומר שמצאה באינטרנט?



9. מורה בוחרת תלמיד או תלמידה בהגרלה המתנהלת כך:

התלמידים מטילים קובייה לפי התור.

מי שיקבל 6 ראשון ייבחר.

אייל הוא התלמיד העשירי בתור. מה ההסתברות שהוא ייבחר?



10. בעקבות תקלה נעצרה מכונית בצד הדרך.

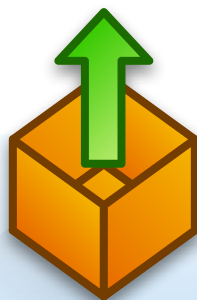
מחצית מהאנשים העוברים בדרך הבחינו במכונית.

מחצית מהאנשים שהבחינו במכונית הם אכפתיים ועוצרים ליד המכונית.

למחצית מהאנשים שעצרו יש הידע הטכני הדרוש לאיתור התקלה.

מה ההסתברות שאדם שעבר בדרך הוא אדם אכפתי עם ידע טכני שיחלץ את המכונית?





שיעור 3. הוצאות בלי החזרות

הסתברות של מאורעות שבהם כמות משתנה

כד מכיל 16 כדורים: 4 כחולים ו-12 אדומים.

אייל מוציא מתוך הכד שני כדורים זה אחרי זה (ללא החזרה).

חשבו את ההסתברות להוציא שני כדורים כחולים.

חשבו את ההסתברות להוציא שני כדורים אדומים.

נלמד לחשב הסתברות של מאורעות שבהם הכמות הכללית משתנה.

1. בתוך שק ישנן 40 חולצות. 15 חולצות אדומות והשאר ירוקות.

יונת מוציאה מתוך השק באקראי שתי חולצות זו אחר זו.

א. שרטטו דיאגרמת עץ.

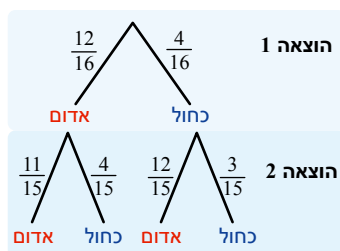
ב. חשבו את ההסתברות להוציא שתי חולצות בצבעים שונים.



במאורעות דו-שלביים שבהם מתוארות הוצאות אקראיות מכמות נתונה ללא החזרות, הכמות הכללית משתנה לאחר הוצאה ראשונה, ובעקבותיה משתנה גם ההסתברות של התוצאות בשלב השני.

מסקנה: במשימת הפתיחה, בשלב הראשון הוצא כדור, ולכן נותרו בכד 15 כדורים.

בשלב השני ההסתברות להוציא כדור תלויה בצבע הכדור שהוצא בשלב הראשון.



אם בשלב הראשון הוצא כדור כחול, אז נותרו בכד 3 כדורים

כחולים ו-12 אדומים. לכן, במקרה זה ההסתברות להוצאת

כדור כחול היא $\frac{3}{15}$ וההסתברות להוצאת כדור אדום היא $\frac{12}{15}$

אם בשלב הראשון הוצא כדור אדום, אז נותרו בכד 4

כדורים כחולים ו-11 אדומים. לכן, במקרה זה ההסתברות

להוצאת כדור כחול היא $\frac{4}{15}$ וההסתברות להוצאת כדור

אדום היא $\frac{11}{15}$

ההסתברות להוציא שני כדורים כחולים היא $\frac{4}{16} \cdot \frac{3}{15} = \frac{1}{20}$

2. בתוך שקית ישנן 100 סוכריות בטעמים שונים.

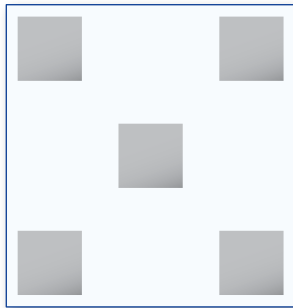
20 סוכריות בטעם לימון, 50 סוכריות בטעם תות ו-30 סוכריות בטעם דובדבנים.

סיון מוציאה מתוך השק באקראי שתי סוכריות זו אחר זו.

א. שרטטו דיאגרמת עץ.

ב. חשבו את ההסתברות להוציא שתי סוכריות באותו טעם.





3. בפיצרייה נותנים לכל קונה כרטיס מזל, ובו 5 ריבועי גירוד. תחת שני ריבועים מופיעה הכתובת "כוס שתייה". מגרדים שני ריבועים בלבד. אם בשניהם מופיעה "כוס שתייה", מקבלים שתייה מתנה. מה ההסתברות לזכות בשתייה מתנה?



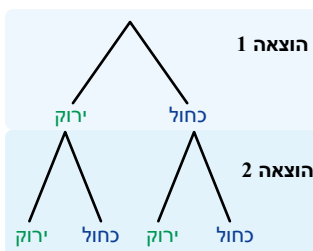
4. במשחק 4 משתתפים.



- כדי לקבוע מי יהיה השחקן הפותח, שמים בכוס ארבעה עפרונות זהים שרק אחד מהם מחודד. אחד המשתתפים בוחר באקראי עיפרון. אם הוא בוחר בעיפרון המחודד, הוא השחקן הפותח. אם לא, משתתף שני בוחר עיפרון. אם הוא זה, שבחר בעיפרון המחודד, הוא השחקן הפותח, וכך הלאה... (העפרונות שנבחרו אינם מוחזרים לכוס). כאשר אחד המשתתפים בוחר בעיפרון המחודד, תהליך הבחירה נפסק. א. מה ההסתברות שבחירת העיפרון המחודד תיעשה על-ידי השחקן הראשון? על-ידי השחקן השני? על-ידי השחקן השלישי? ב. האם בחירת השחקן הפותח בדרך זו הוגנת? הסבירו.



אוסף משימות



1. בכד 20 כדורים: 8 כדורים **כחולים** ו-12 כדורים **ירוקים**. **עידן** מוציא מתוך הכד, באקראי וללא החזרה, שני כדורים בזה אחר זה. א. העתיקו את דיאגרמת העץ והשלימו את ההסתברויות המתאימות. ב. חשבו את ההסתברות להוציא: (i) שני כדורים **כחולים**. (ii) שני כדורים **ירוקים**.



2. בכד 13 כדורים: 7 כדורים **כחולים** ו-6 כדורים **אדומים**. **יובל** מוציא מתוך הכד, באקראי וללא החזרה, שני כדורים בזה אחר זה. א. חשבו את ההסתברות להוציא שני כדורים **כחולים**. ב. חשבו את ההסתברות להוציא שני כדורים בצבעים שונים.



3. בכד 15 כדורים: 6 כחולים 4 אדומים ו- 5 ירוקים.

עומר מוציא מתוך הכד, באקראי וללא החזרה, שני כדורים בזה אחר זה.

א. חֶשְׁבו את ההסתברות להוציא שני כדורים כחולים.

ב. חֶשְׁבו את ההסתברות להוציא שני כדורים בצבעים שונים.



4. בקופסה 12 פתקים. על כל פתק כתוב מספר שלם מ- 1 עד 12.

א. נעמה בחרה פתק (ואינה מחזירה אותו). מה ההסתברות שהמספר שבחרה הוא 5?

ב. נעמה בחרה פתק נוסף. מה ההסתברות שהמספר שבחרה בפעם השנייה הוא 5?



5. בקייטנה השתתפו 20 ילדים. במהלך הקייטנה נערכו שתי הגרלות.

אפשר לזכות רק בפרס אחד.

בהגרלה הראשונה זכה אחד הילדים בכרטיס כניסה ללונה פארק.

בהגרלה השנייה זכו 3 ילדים בכרטיס לסרט.

בוחרים באקראי אחד מילדי מהקייטנה.

א. מה ההסתברות לזכות בכרטיס לסרט?

ב. מה ההסתברות לא לזכות כלל?



6. בשקית 25 מטבעות שוקולד:

8 מטבעות שוקולד מריר, 5 מטבעות שוקולד לבן, והשאר מטבעות שוקולד חלב.

נועה מוציאה שני מטבעות שוקולד מהשקית בזה אחר זה (ללא החזרה).

א. מה ההסתברות שנועה תוציא שני המטבעות מאותו סוג?

ב. מה ההסתברות שנועה תוציא מטבע שוקולד לבן אחד לפחות?



7. מאיה נעלה את אופניה במנעול שהקוד שלו מורכב מ- 4 ספרות.

מאיה זכרה שהשתמשה בספרות 7, 5, 3, 1 אך לא זכרה את הסדר של הספרות.

א. כמה אפשרויות יש לסידור 4 הספרות בקוד?

ב. מה ההסתברות שדנה תצליח לפתוח את המנעול בניסיון שלישי?



שיעור 4. הסתברות מותנית



בבדיקות לשירות צבאי, בוחרים מדגם של 1,000 בנים ו-1,000 בנות. 30 מתוך כל 1,000 בנים מאובחנים כעיוורי צבעים, ובת אחת מתוך כל 1,000 בנות מאובחנת כעיוורת צבעים. בוחרים באקראי שם מרשימת הבנים המתגייסים. שערך: מה ההסתברות שהנבחר הוא עיוור צבעים?

נעסוק בהסתברות מותנית.

1. נתייחס לנתונים במשימת הפתיחה.

א. העתיקו את הטבלה והשלימו בכל משבצת את השכיחות המתאימה.

	עיוורי צבעים	אינם עיוורי צבעים	סך-הכול
בנים			
בנות			
סך-הכול			2000

ב. בוחרים באקראי שם מרשימת הבנים המתגייסים. מה ההסתברות שהנבחר אינו עיוור צבעים?

ג. בוחרים באקראי שם מרשימת הבנות המתגייסות. מה ההסתברות שהנבחרת אינה עיוורת צבעים?

ד. מה ההסתברות לבחירת שם של בן מהרשימה של עיוורי הצבעים?



הסתברות של מאורע כלשהו בהנחה שמאורע אחר אירע נקראת **הסתברות מותנית**.

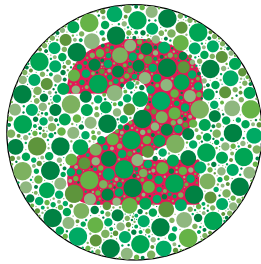
דוגמה: במשימה 1 מצאנו הסתברות מותנית.

נתבונן בטבלת השכיחויות.

	עיוורי צבעים	שאינם עיוורי צבעים	סך-הכול
בנים	30	970	1000
בנות	1	999	1000
סך-הכול	31	1969	2000

מתוך טבלת השכיחויות רואים:

- במדגם 1,000 בנים מתגייסים. מתוכם 30 עיוורי צבעים. על-מנת למצוא את ההסתברות לבחירת שם של בן שאינו עיוור צבעים מחשבים כך: $0.97 = \frac{970}{1000}$ (סעיף ב).
- במדגם 1,000 בנות מתגייסות. מתוכן אחת עיוורת צבעים. על-מנת למצוא את ההסתברות לבחירת שם של בת שאינה עיוורת צבעים מחשבים כך: $0.999 = \frac{999}{1000}$ (סעיף ג).
- במדגם 30 בנים עיוורי צבעים מתוך סך-הכול 31 עיוורי צבעים. על-מנת למצוא את ההסתברות לבחירת שם של בן מרשימת עיוורי הצבעים מחשבים כך: $0.97 = \frac{30}{31}$ (סעיף ד).



דוגמה למבחן אישיהארה (Ishihara): אדם שאינו מבחין בין ירוק לאדום אינו יכול לקרוא את הספרה שבתמונה



לקות הראייה **עיוורון צבעים** יכולה להיות מסוגים שונים ולהתבטא ברמות שונות, מחוסר הבחנה בצבע אחד ועד עיוורון צבעים מלא.

8% מהגברים וכ-0.5% מהנשים באוכלוסייה הם עיוורי צבעים. ברוב המקרים מקור עיוורון הצבעים הוא פגם גנטי המועבר בתורשה על ידי גן רצסיבי המצוי בכרומוזום X, ולכן הפגם יבוא לידי ביטוי רק אם יש מולו כרומוזום אחר שנושא את אותה לקות. מרבית עיוורי הצבעים אינם מבחינים בין ירוק לאדום, ובמקרים חמורים עיוורי הצבעים רואים את העולם בשחור-לבן ובגווני אפור.

אצל גבר (XY) מצוי כרומוזום X אחד בלבד, ולכן כל ליקוי בגן יבוא לידי ביטוי. אצל אישה (XX) מצויים שני כרומוזומי X. ליקוי בכרומוזום X אחד בלבד יפוצה על-ידי העותק השני, ולכן הלקות תבוא לידי ביטוי רק במקרה של שני כרומוזומים פגומים.

2. בבית-הספר "חובבי חוגים" מתקיימים שני חוגים אחר-הצהריים, חוג מתמטיקה וחוג כדור-סל. בחוג מתמטיקה משתתפים 70 בנים ו-50 בנות. בחוג כדור-סל משתתפים 130 בנים ו-50 בנות. א. העתיקו את הטבלה והשלימו בכל משבצת את השכיחות המתאימה.

	מתמטיקה	כדור-סל	סך-הכול
בנים			
בנות			
סך-הכול			

- ב. בוחרים באקראי שם מרשימת הבנים המשתתפים בחוגים. מה ההסתברות שהנבחר משתתף בחוג למתמטיקה?
- ג. בוחרים באקראי שם מרשימת הבנות המשתתפות בחוגים. מה ההסתברות שהנבחרת משתתפת בחוג כדור-סל?
- ד. מה ההסתברות לבחירת שם של בת מהרשימה של כל המשתתפים בחוג למתמטיקה?
- ה. ידוע שהנבחרת בחוג כדור-סל. מה ההסתברות שזו בת?
- ו. מה ההסתברות לבחירת שם של בן מרשימת כל המשתתפים?
- ז. מה ההסתברות לבחירת משתתף/ת בחוג למתמטיקה מרשימת כל המשתתפים?





3. במגירה מחברות דקות ומחברות עבות, חלקן מחברות שורה וחלקן מחברות משובצות. לפניכם טבלת שכיחויות מתאימה.

	מחברות דקות	מחברות עבות	סך-הכול
מחברות שורה	18	30	
מחברות משובצות	6	6	
סך-הכול			

א. העתיקו את הטבלה והשלימו את השורה והטור של הסך-הכול.

ב. כמה מחברות במגירה?

ג. בוחרים באקראי מחברת מהמגירה. מה ההסתברות שנבחרה מחברת דקה?

ד. בוחרים באקראי מחברת מהמגירה. מה ההסתברות שנבחרה מחברת משובצת?

ה. ידוע שנבחרה מחברת דקה. מה ההסתברות שהיא מחברת משובצת?

ו. ידוע שנבחרה מחברת משובצת. מה ההסתברות שהיא מחברת עבה?

ז. ידוע שנבחרה מחברת עבה. מה ההסתברות שהיא מחברת משובצת?

ח. ידוע שנבחרה מחברת שורה. מה ההסתברות שהיא מחברת דקה?

ט. ידוע שנבחרה מחברת שורה. מה ההסתברות שהיא מחברת עבה?



במשימה 3 בסעיפים ה-ט חישבנו **הסתברות מותנית**.

את החישובים מבצעים כך:

יש בסך-הכול 24 מחברות דקות. 6 מתוכן משובצות.

לכן אם ידוע שנבחרה מחברת דקה, ההסתברות שהיא מחברת משובצת היא $\frac{6}{24} = 0.25$ (סעיף ה).

אם ידוע שנבחרה מחברת שורה, ההסתברות שהיא מחברת דקה היא $\frac{18}{48} = 0.375$ (סעיף ח).

אם ידוע שנבחרה מחברת שורה, ההסתברות שהיא מחברת עבה היא $\frac{30}{48} = 0.625$ (סעיף ט).

שימו לב! סכום ההסתברויות בסעיפים ח ו-ט הוא 1, שכן בשני המקרים נבחרה מחברת שורה ואלה כל האפשרויות לבחירת מחברת שורה.





4. ערכו מעקב אחר 2,000 נבדקים מעל גיל 65 במטרה לבדוק את היעילות של הזריקה נגד שפעת.
- 1,200 מהנבדקים קיבלו זריקה.
- 120 מהנבדקים קיבלו זריקה וחלו בשפעת.
- 240 מהנבדקים לא קיבלו זריקה וחלו בשפעת.
- א. העתיקו את הטבלה והשלימו בכל משבצת את השכיחות המתאימה.

	קיבלו זריקה	לא קיבלו זריקה	סך-הכול
חלו בשפעת			
לא חלו בשפעת			
סך-הכול			2000

- ב. בוחרים באקראי נבדק. מה ההסתברות שהנבחר קיבל זריקה וחלה בשפעת?
- ג. ידוע ש**אלכס** לא קיבל זריקה. מה ההסתברות שהוא יחלה בשפעת?
- ד. בוחרים באקראי אדם מרשימת החולים בשפעת. מה ההסתברות שהוא קיבל זריקה?



אוסף משימות



1. בדקו מדגם של גברים ונשים.
- לפניהם טבלת שכיחויות מתאימה.

	בעל/ת רישיון נהיגה	ללא רישיון נהיגה	סך-הכול
נשים	36	24	
גברים	28	12	
סך-הכול			

- א. העתיקו את הטבלה והשלימו את השורה והטור של הסך-הכול.
- ב. כמה אנשים (גברים ונשים) היו במדגם בסך-הכול.
- ג. בוחרים באקראי נבדק/ת. מה ההסתברות שנבחרה אישה בעלת רישיון נהיגה?
- ד. מה ההסתברות שאם נבחרה אישה היא בעלת רישיון נהיגה?
- ה. ידוע שהנבחר/ת הוא/היא בעל/ת רישיון נהיגה. מה ההסתברות שנבחרה אישה?
- ו. ידוע שאין לנבחר/ת רישיון נהיגה. מה ההסתברות שנבחר גבר?



2. שאלו 60 תלמידים משכבת כיתות ט אם לנסוע ליום כיף לים-המלח או לגליל. 18 תלמידים בכיתה ט העדיפו לנסוע לגליל ו- 12 תלמידים העדיפו לנסוע לים-המלח. בכיתה ט 2 - 15 תלמידים העדיפו לנסוע לגליל והשאר העדיפו לנסוע לים-המלח. א. העתיקו את הטבלה והשלימו בכל משבצת את השכיחות המתאימה.

	לגליל	ים-המלח	סך-הכול
ט 1			
ט 2			
סך-הכול			

- ב. בוחרים באקראי שם מכיתה ט 1. מה ההסתברות שהנבחרת/מנבחרת/מנבחרת מעדיף/ה לנסוע לגליל?
 ג. בוחרים באקראי שם מכיתה ט 2. מה ההסתברות שהנבחרת/מנבחרת/מנבחרת מעדיף/ה לנסוע לגליל?
 ד. ידוע שהנבחרת/מנבחרת/מנבחרת מעדיף/ה לנסוע לים המלח. מה ההסתברות שהוא/היא מכיתה ט 1?
 ה. ידוע שהנבחרת/מכיתה ט 2. מה ההסתברות שהוא/היא מעדיף/ה לנסוע לים המלח?
 ו. בוחרים באקראי שם של תלמיד/ה מהשכבה. מה ההסתברות שהנבחרת/מנבחרת/מנבחרת מעדיף/ה לנסוע לגליל?



3. בשכבת ט בבית-ספר למדעים לומדים 60 בנים ו- 80 בנות. 40 בנים לומדים מחשבים ו- 50 בנות לומדות מחשבים.

א. העתיקו את הטבלה והשלימו בכל משבצת את השכיחות המתאימה.

	לומדים מחשבים	לא לומדים מחשבים	סך-הכול
בנים			
בנות			
סך-הכול			

- ב. בוחרים באקראי שם מרשימת כל תלמידי שכבת ט. מה ההסתברות שהנבחרת/לומד/ת מחשבים?
 ג. בוחרים באקראי שם של בן. מה ההסתברות שהוא לומד מחשבים?
 ד. בוחרים באקראי שם של בת. מה ההסתברות שהיא אינה לומדת מחשבים?
 ה. אם ידוע שהנבחרת/לומד/ת מחשבים, מה ההסתברות שהוא בן?





4. לאחר מבחן שכבתי במתמטיקה שאלו 200 תלמידים אם התכוונו למבחן. לפניכם טבלת שכיחויות ובה נתונים על ההצלחת התלמידים במבחן.

	הצליחו במבחן	נכשלו במבחן	סך-הכול
התכוונו למבחן	112	28	
לא התכוונו במבחן	18	42	
סך-הכול			

- א. העתיקו את הטבלה והשלימו את השורה והטור של הסך-הכול.
ב. **דני** הצליח במבחן. מה ההסתברות שהוא התכוון?
ג. **שחר** לא התכוונה למבחן. מה ההסתברות שהיא הצליחה במבחן?
ד. **מור** אמרה: אם מתכוונים למבחן, אז מצליחים בו.
האם **מור** צודקת? הסבירו.



5. בשכבת כיתות ט 36 בנות ו- 24 בנים.

כל תלמיד ותלמידה התנדבו לסייע בגני ילדים או בעזרה לתלמידים בהכנת שיעורים.
30 בנות התנדבו לעזור לתלמידים בהכנת שיעורים ושאר הבנות התנדבו בגני ילדים.
10 בנים התנדבו לעזור לתלמידים בהכנת שיעורים ושאר הבנים התנדבו בגני ילדים.

בוחרים באקראי תלמיד/ה מהשכבה:

- א. מה ההסתברות שנבחר בן?
ב. מה ההסתברות שנבחרה בת?
ג. מה ההסתברות שהנבחר הוא בן שהתנדב לסייע בגני ילדים?
ד. ידוע שהנבחר/ת התנדב/ה בגני ילדים. מה ההסתברות שהנבחר הוא בן?
ה. ידוע שהנבחר/ת התנדב/ה לעזור לתלמידים בהכנת שיעורים. מה ההסתברות שהנבחרת היא בת?



6. התייחסו למשימה 5 ופתרו בעזרת דיאגרמת עץ.



שיעור 5. משימות נוספות



למדנו לחשב הסתברויות של מאורעות שונים.

בשיעור זה נמשיך לחשב הסתברויות.

לפניכם המבחן של **תמי**.

קבעו לכל תשובה אם היא נכונה או לא נכונה. הציעו תיקון לתשובות שגויות.

מבחן בהסתברות

1. **יונתן ואיתן** יורים חץ למטרה.

ההסתברות ש**יונתן** יפגע במטרה היא 0.35, וההסתברות ש**איתן** יפגע במטרה היא 0.4

א. מה ההסתברות ששניהם גם יחד יפגעו במטרה?

שרטטו דיאגרמת שטח או דיאגרמת עץ.

ב. מה ההסתברות ש**יונתן** יפגע במטרה ו**איתן** לא?

		יונתן	
		יפגע 0.35	לא יפגע 0.65
איתן	יפגע 0.4		
	לא יפגע 0.6		

פתרון

א. ההסתברות ששניהם יפגעו במטרה היא

$$0.35 \cdot 0.4 = 0.14$$

ב. ההסתברות ש**יונתן** יפגע במטרה ו**איתן** לא יפגע

היא

$$0.35 \cdot 0.65 = 0.2275$$

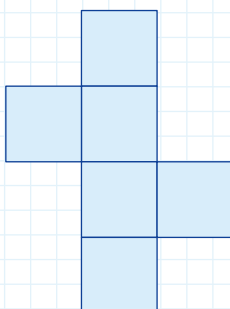
2. על קוביית משחק מופיעים רק שני מספרים: 1 ו-2.

הטילו את הקובייה 120 פעמים.

המספר 1 התקבל 97 פעמים, והמספר 2 התקבל 23 פעמים.

על כמה מפאות הקובייה, סביר להניח כי רשום המספר 1?

על כמה פאות סביר להניח כי רשום המספר 2? הסבירו.



פתרון

$$\frac{97}{120} \approx \frac{100}{120} \approx \frac{5}{6} \text{ היא } 1 \text{ המספר}$$

לכן המספר 1 יופיע 5 פעמים, המספר 2 יופיע פעם אחת.

3. בסל 9 כדורים: 3 כדורים **אדומים** ו- 6 כדורים **ירוקים**.

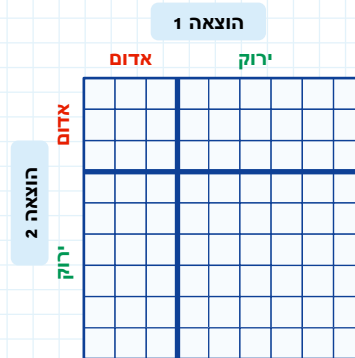
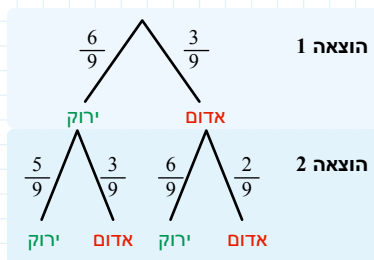
- א. מוציאים מתוך הסל כדור אחד ורושמים את הצבע שלו.
מחזירים את הכדור לסל. מוציאים שוב ורושמים את הצבע שלו.
מה ההסתברות להוציא שני כדורים בצבעים שונים?
- ב. מוציאים מתוך הסל, באקראי וללא החזרה, שני כדורים בזה אחר זה.
מה ההסתברות להוציא שני כדורים בצבעים שונים?

פתרון

- א. **ההסתברות להוציא שני כדורים בצבעים שונים, בהוצאה עם החזרה**
- ב. **ההסתברות להוציא שני כדורים בצבעים שונים, בהוצאה ללא החזרה**

$$\frac{6 \cdot 3}{100} + \frac{3 \cdot 6}{100} = \frac{36}{100}$$

$$\frac{6}{9} \cdot \frac{3}{9} + \frac{3}{9} \cdot \frac{6}{9} = \frac{36}{81}$$



4. בחברת התעופה "רקיע", ההסתברות שמזוודה תגיע ליעדה בזמן היא 0.96
ההסתברות שהמזוודה תינזק במהלך הטיסה היא 0.1
נועם טס ללונדון עם חברת "רקיע".

מה ההסתברות שבטיסת "רקיע" ללונדון יקבל **נועם** את המזוודה בזמן ובמצב תקין?



פתרון

ההסתברות שנועם יקבל את המזוודה בזמן ובמצב תקין היא:

$$0.96 \cdot 0.1 = 0.096$$

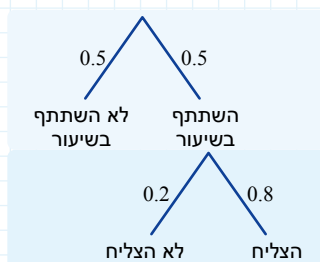
5. מחצית מהנבחנים השתתפו בשיעור חזרה.

- 0.8 מבין משתתפי שיעור החזרה הצליחו במבחן.
0.3 מבין התלמידים שלא השתתפו בשיעור החזרה, הצליחו במבחן.
מה ההסתברות שנבחן שנבחר באקראי יצליח במבחן?

פתרון

ההסתברות שנבחן יצליח במבחן

$$0.5 \cdot 0.8 = 0.4$$



6. "עישון מזיק לבריאות וגורם למחלות לב".
 כדי לבדוק טענה זאת עקבו אחר התפתחות של מחלות אצל מעשנים ואצל לא מעשנים.
 תוצאות המעקב בטבלת השכיחויות הבאה.

	מעשנים	לא מעשנים	סך-הכול
חולי-לב	400	600	
לא חולי-לב	800	200	
סך-הכול			

- א. העתיקו את הטבלה והשלימו את השורה והטור של הסך-הכול.
 ב. כמה אנשים נבדקו בסך-הכול?
 ג. בוחרים באקראי נבדק/ת. מה ההסתברות שהנבחר/ת מעשן/ת וחולה/ת-לב?
 ד. ידוע שהנבחר/ת הוא/היא חולה/ת-לב. מה ההסתברות שהוא/היא מעשן/ת?
 ה. ידוע שהנבחר/ת אינו/ה מעשן/ת. מה ההסתברות שהוא/היא חולה/ת-לב?

פתרון
 א.

	מעשנים	לא מעשנים	סך-הכול
חולי-לב	400	600	1000
לא חולי-לב	800	200	1000
סך-הכול	1200	800	2000

- ב. 2,000 ג. $\frac{400}{2000} = 0.2$ ד. $\frac{400}{1000} = 0.4$ ה. $\frac{400}{2000} = 0.75$



אוסף משימות



1. מטילים קוביית משחק רגילה. ידוע שהתקבל מספר גדול מ- 3. מה ההסתברות שהמספר הוא זוגי?



2. זורקים שתי קוביות. ידוע שסכום המספרים על שתי הקוביות גדול מ- 8.
 מה ההסתברות שהסכום זוגי? (היעזרו בטבלה בה רשומים כל הסכומים האפשריים).



3. א. רשמו את שמונה האפשרויות של סדר ילדים במשפחה בה יש שלושה ילדים.
 ב. בוחרים באקראי משפחה בה יש שלושה ילדים. ידוע שהבכורה בת.
 - מה ההסתברות שבמשפחה שלוש בנות?
 - מה ההסתברות שבמשפחה שתי בנות?
 - מה ההסתברות שבמשפחה יותר מבת אחת?



4. **מעין ודור** משחקים במשחק "סולמות וחבלים".
הם מטילים שתי קוביות וצועדים מספר צעדים לפי סכום המספרים המתקבלים על שתי הקוביות.
המנצח הוא השחקן המגיע בדיוק למשבצת ה-100.
למי מהילדים סיכוי גבוה יותר לנצח במהלך הבא?



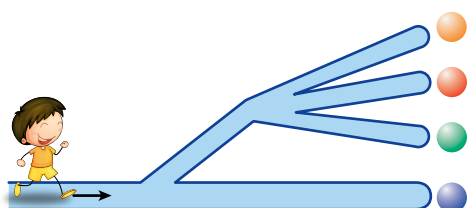
94	95	דור 96	97	98	99	100 ניצחון
מעין 93	92	91	90	89	88	87



5. בשקית 7 סוכריות בטעם תות ו- 5 סוכריות בטעם לימון.
רותם מוציאה באקראי שתי סוכריות מהשקית ואוכלת אותן. שתי הסוכריות שהוציאה היו בטעם תות.
לאחר מכן היא מוציאה באקראי סוכרייה שלישית.
מה אפשר לומר לגבי הטעם האפשרי של הסוכרייה:
א. סביר יותר שהוא יהיה תות מאשר לימון.
ב. סביר יותר שהוא יהיה לימון מאשר תות.
ג. הסבירות שהוא יהיה תות שווה לסבירות שהוא יהיה לימון.
ד. אי אפשר לדעת לאיזה טעם סבירות גדולה יותר.



6. ההסתברות להצליח בניסוי בפעם הראשונה היא 60%.
אם הניסוי לא יצליח, יערכו את הניסוי שוב.
ההסתברות להצליח בניסוי בפעם השנייה היא 75%.
א. מה ההסתברות ששני הניסויים **לא** יצליחו?
ב. מה ההסתברות שאחד הניסויים יצליח?



7. **עומר** עומד בתחילת שביל המוביל לארבעה כדורים.
בכל צומת הוא בוחר את דרכו באופן אקראי.
לאיזה כדור ההסתברות הגבוהה ביותר להיבחר?
חשבו אותה.



8. ההסתברות שכדורסלן יקלע לסל בזריקה יחידה היא 0.65
כדורסלן זורק כדור לסל פעמיים.
מה ההסתברות שהוא יקלע לסל פעם אחת **לפחות**?



9. **אורטל** משחקת פעמיים במשחק מחשב.
ההסתברות לזכות בשני המשחקים היא 0.04
א. מה ההסתברות לזכות במשחק אחד?
ב. מה ההסתברות ש**אורטל** תזכה במשחק אחד **לכל היותר**?



10. בקבוצת תלמידי כיתות ט בבית-הספר נבדק הקשר בין שייכות התלמידים לקבוצת העולים החדשים ובין היותם ספורטאים.
לפניכם טבלת שכיחויות מתאימה.

	ספורטאים	לא ספורטאים	סך-הכול
עולים חדשים	20		
לא עולים חדשים	20	50	
סך-הכול			100

- א. העתיקו את הטבלה והשלימו.
ב. כמה תלמידים עולים בכיתות ט?
ג. בוחרים באקראי תלמיד/ה מכיתות ט. מה ההסתברות שנבחר/ה ספורטאי/ת?
ד. בוחרים באקראי תלמיד/ה מכיתות ט. מה ההסתברות שהנבחר/ת **אינו/ה** עולה חדש/ה?
ה. ידוע שהנבחר/ת ספורטאי/ת. מה ההסתברות שהנבחר/ת **אינו/ה** עולה חדש/ה?
ו. ידוע שהנבחר/ת **לא** ספורטאי/ת. מה ההסתברות שהנבחר/ת **אינו/ה** עולה חדש/ה?
ז. ידוע שהנבחר/ת **לא** ספורטאי/ת. מה ההסתברות שהנבחר/ת עולה חדש/ה?
ח. ידוע שהנבחר/ת עולה חדש/ה. מה ההסתברות שהנבחר/ת ספורטאי/ת?



11. בכד 12 כדורים: חלקם **כחולים** וחלקם **אדומים**.

- מוציאים מתוך הסל כדור אחד ורושמים את צבעו. מחזירים את הכדור לסל.
מוציאים שוב כדור ורושמים את צבעו. ההסתברות להוציא שני כדורים **כחולים** היא $\frac{4}{9}$
- א. כמה כדורים מכל צבע בכד?
ב. חשבו את ההסתברות להוציא:
(i) שני כדורים **אדומים**. (ii) שני כדורים בצבעים שונים.



12. בארוחת בוקר בטיול שנתי הכינו לתלמידים כריכים ארוזים בסלים.

- בכל סל 15 כריכים: 4 כריכי גבינה, 5 כריכי טונה ו-6 כריכי שוקולד.
כל אחד מהתלמידים בוחר באקראי 2 כריכים.
שירה ודנה אוהבות מאוד כריכי שוקולד.
שירה החליטה להוציא את שני הכריכים משני סלים שונים, כדי שההסתברות לקבל כריך שוקולד אחד לפחות תהיה גבוהה יותר.
דנה החליטה להוציא את שני הכריכים מאותו סל, כדי שההסתברות לקבל לפחות כריך שוקולד אחד תהיה גבוהה יותר.
- א. שער: איזו החלטה טובה יותר?
ב. מה ההסתברות שלפחות כריך אחד **ששירה** תוציא יהיה כריך שוקולד?
ג. מה ההסתברות שלפחות כריך אחד **שדנה** תוציא יהיה כריך שוקולד?
ד. למי מהבנות סיכוי גבוה יותר לקבל כריך שוקולד?

