

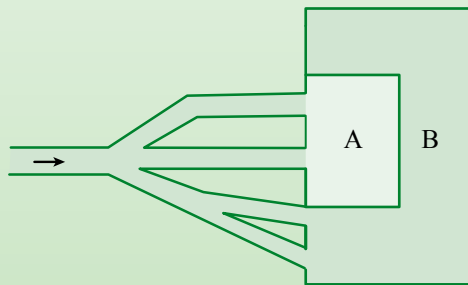
יחידה 10: דיאגרמת עץ

שיעור 1. דיאגרמת עץ



לפני שנים רבות חי מלך ולו בת יפיפיה. המלך הועיד את הבת שלו לנסיך הממלכה השכנה, אך בת המלך אהבה עֶלָם מפשוטי העם. המלך החליט להשאיר לגורל ולחוכמתה של הבת שלו את ההחלטה. **המלך** אמר: מתחת לארמון ישנו מבוך (ראו שרטוט).

הנסיכה תחליט אם לעמוד באולם A או באולם B.



העֶלָם, אהובה של הנסיכה יעבור במבוך. אם יגיע העֶלָם אל הנסיכה, ייכנע המלך לרצון הבת.

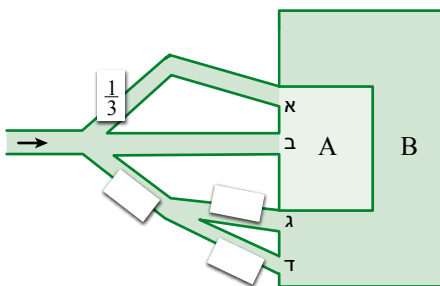
האם כדאי לנסיכה לעמוד באולם A או באולם B (בכל צומת ההסתברות לבחירת כל אחד מהשבילים שווה)? הסבירו.

נשתמש בדיאגרמת העץ לחישוב הסתברויות.

במשימות 1 - 3 נתייחס לנתונים במשימת הפתיחה.

1. א. רשמו ליד כל שביל בשרטוט את ההסתברות שהעֶלָם המגיע לצומת יבחר באותו שביל. **נחמה:** כאשר העֶלָם מגיע לצומת הראשון, יש פיצול לשלושה שבילים.

לכן ההסתברות לבחור בשביל השמאלי היא $\frac{1}{3}$



ב. השלימו לכל מסלול את ההסתברות ללכת לאורכו.

מסלול א _____ מסלול ב _____

ג. שער: מה ההסתברות שהעֶלָם יגיע לאולם A?

ד. **תהל** אמרה: ההסתברות שהעֶלָם יגיע לאולם A היא

ההסתברות שהוא יבחר במסלול א **ועוד**

ההסתברות שיבחר במסלול ב,

כלומר $\frac{2}{3}$

האם **תהל** צודקת?

2. א. שער: מה ההסתברות שהעֶלָם יבחר במסלול ג?

ב. **רון** אמר: אם העֶלָם בחר במסלול ג, הוא בחר בצומת הראשון במסלול התחתון, ובצומת השני

הוא בחר במסלול העליון. ההסתברות היא $\frac{1}{3}$ בצומת הראשון ו- $\frac{1}{2}$ בצומת השני. לכן

ההסתברות היא $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3}$ מתוך $\frac{1}{3}$ כלומר $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$

האם **רון** צודק?

ג. מה ההסתברות שהעֶלָם יבחר במסלול ד?

ד. מה ההסתברות שהעֶלָם יגיע לאולם B?



3. היכן כדאי לנסיכה לעמוד? הסבירו.



במשימות 1 - 3 הכרנו דיאגרמה נוספת לחישוב ההסתברויות דיאגרמה זו נקראת **דיאגרמת עץ**.
בדיאגרמת עץ:

- אם יותר ממסלול אחד מתאים למאורע, **מחברים** את ההסתברויות של כל המסלולים המתאימים למאורע.

דוגמה: במשימה 1 העלם יכול להגיע לאולם A בשתי דרכים:

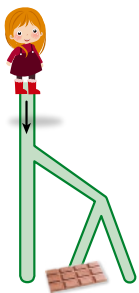
דרך מסלול א (הסתברות $\frac{1}{3}$) או דרך מסלול ב (הסתברות $\frac{1}{3}$)

$$\frac{1}{3} + \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$$

לכן ההסתברות שהעלם יגיע לאולם A היא:

- אם מתקדמים באותו מסלול, **כופלים** את ההסתברויות הרשומות על כל ענף במסלול.

דוגמה: במשימה 2 ההסתברות שהעלם יילך במסלול ג היא: $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$ שכן אחרי שבצומת הראשון הוא בוחר במסלול התחתון (ההסתברות $\frac{1}{3}$), בצומת השני הוא בוחר במסלול העליון (ההסתברות $\frac{1}{2}$). כלומר ההסתברות היא $\frac{1}{2}$ מתוך $\frac{1}{3}$ ולכן ההסתברות המתאימה היא מכפלת ההסתברויות $(\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{6})$



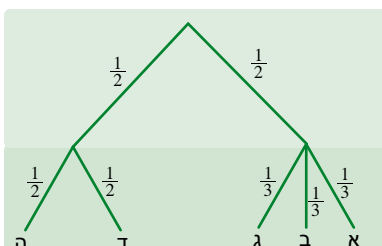
4. גלי עומדת בתחילת שביל ועליה לבחור מסלול במטרה להגיע אל השוקולד.

א. **אייל** אמר: ההסתברות ש**גלי** תמצא את השוקולד היא $\frac{1}{3}$ כי בשרטוט שלושה מסלולים.

האם **אייל** צודק? הסבירו.

ב. רשמו ליד כל שביל בשרטוט את ההסתברות ש**גלי** תלך לאורכו.

ג. מה ההסתברות ש**גלי** תבחר את המסלול הנכון? הסבירו.

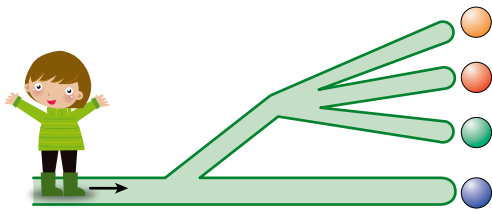


אוסף משימות

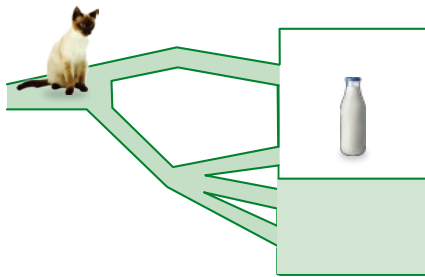


1. בדיאגרמת העץ שלפניכם רשומות הסתברויות על כל ענף.

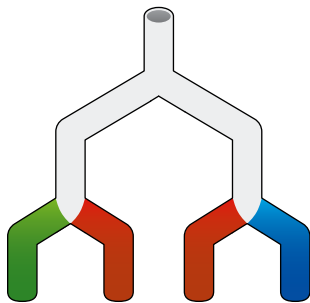
רשמו לכל מסלול את ההסתברות ללכת לאורכו.



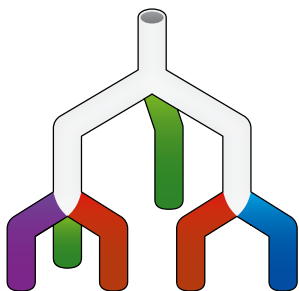
2. **עומר** עומד בתחילת שביל המוביל לארבעה כדורים. הוא **בוחר** את דרכו בכל צומת באופן אקראי. (בכל צומת ההסתברות שווה.) לאיזה כדור ההסתברות הגדולה ביותר להבחיר? חשבו את ההסתברות המתאימה לתוצאה זו.



3. חתול עומד בתחילת השביל. הוא רוצה להגיע אל בקבוק החלב (ראו בשרטוט על רקע לבן). בכל צומת ההסתברות לבחור בכל מסלול שווה. מה ההסתברות שהוא יבחר במסלול שמגיע אל בקבוק החלב?



4. כדור נזרק לפתח העליון של צינור מפוצל. הכדור יכול להגיע לצינור **אדום**, **כחול** או **ירוק**. בכל צומת יש לכדור אותו סיכוי להיכנס לכל מסלול.
- א. מה ההסתברות שהכדור יגיע לצינור **כחול**?
- ב. מה ההסתברות שהכדור יגיע לצינור **ירוק**?
- ג. מה ההסתברות שהכדור יגיע לצינור **אדום**?



5. כדור נזרק לפתח העליון של צינור מפוצל. הכדור יכול להגיע לצינור **אדום**, **כחול**, **ירוק** או **סגול**. בכל צומת יש לכדור אותו סיכוי להיכנס לכל מסלול.
- א. מה ההסתברות שהכדור יגיע לצינור **כחול**?
- ב. מה ההסתברות שהכדור יגיע לצינור **סגול**?
- ג. מה ההסתברות שהכדור יגיע לצינור **ירוק**?
- ד. מה ההסתברות שהכדור יגיע לצינור **אדום**?



שיעור 2. דיאגרמת עץ ודיאגרמת שטח

עומרי זורק כדור לסל פעמיים.

ההסתברות שיקלע לסל בניסיון בודד היא 0.7

סתיו אמרה: ההסתברות ש**עומרי** יקלע פעמיים לסל היא

עדי אמרה: ההסתברות ש**עומרי** יקלע פעמיים לסל היא

מי צודקת?

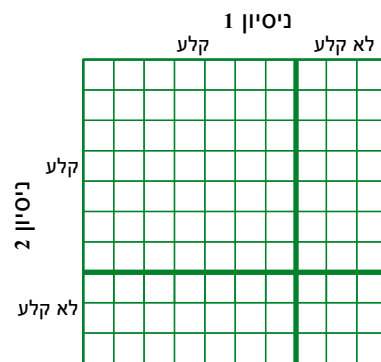
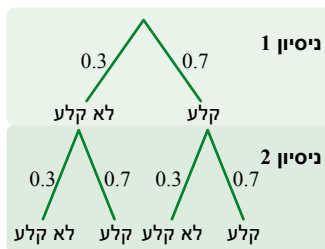
$$0.7 + 0.7 = 1.4$$

$$0.7 \cdot 0.7 = 0.49$$

נחשב הסתברויות בעזרת דיאגרמת שטח ובעזרת דיאגרמת עץ.

במשימות 1 ו-2 נתייחס לנתונים במשימת הפתיחה.

1. לפניכם דיאגרמת שטח ודיאגרמת עץ המתארות את ההסתברויות של **עומרי** לקלוע כדור לסל.



א. מה ההסתברות ש**עומרי** יקלע לסל רק בניסיון הראשון?

צבעו את המסלול המתאים בדיאגרמת העץ ואת השטח המתאים בדיאגרמת השטח.

ב. מה ההסתברות ש**עומרי** יקלע לסל רק בניסיון השני?

צבעו את המסלול המתאים בדיאגרמת העץ ואת השטח המתאים בדיאגרמת השטח.

ג. מה ההסתברות ש**עומרי** יקלע לסל פעם אחת בדיוק?



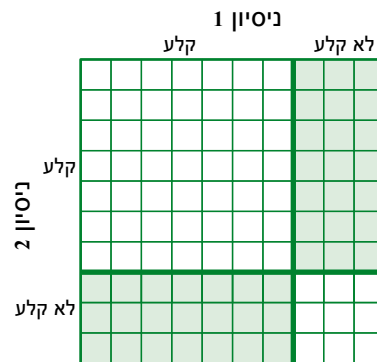
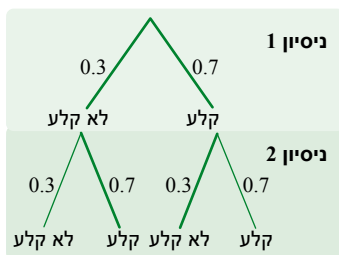
תזכורת

- ההסתברות לקבל את כל התוצאות האפשריות היא 1 (סכום ההסתברויות של כל התוצאות).
משימה 1: ההסתברות ש**עומרי** יקלע לסל בניסיון בודד היא 0.7, וההסתברות ש**עומרי** לא יקלע לסל בניסיון בודד היא 0.3 כלומר, סכום ההסתברויות הוא $1 (0.7 + 0.3)$.
- מאורעות משלימים** הם מאורעות זרים המכילים את כל התוצאות.
משימה 1: המאורעות "עומרי קלע בניסיון 1" ו"עומרי לא קלע בניסיון 1" הם **מאורעות משלימים** כיוון שהם זרים זה לזה ומכילים את כל התוצאות האפשריות.

2. א. **עומרי** קולע לסל פעמיים. האם ייתכן **שסתיו** צודקת? תנו שני נימוקים.
 ב. מה ההסתברות **שעומרי** לא יקלע לסל באף ניסיון? הסבירו.

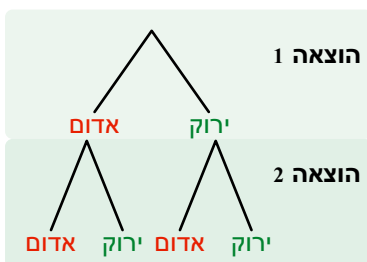


במשימה 1 סעיף ג ההסתברות **שעומרי** יקלע לסל **פעם אחת** זהה להסתברות **שעומרי** יקלע לסל בניסיון הראשון ולא בניסיון השני (מסלול **אדום** $0.7 \cdot 0.3 = 0.21$) או **שעומרי** יקלע לסל בניסיון השני ולא בניסיון הראשון (מסלול **סגול** $0.3 \cdot 0.7 = 0.21$). אפשר לקבל אותה תוצאה אם מחברים את השטחים הצבועים ב**ירוק** בדיאגרמת השטח.



המאורע כולל שתי אפשרויות, לכן ההסתברות **שעומרי** יקלע **פעם אחת** היא: $0.21 + 0.21 = 0.42$
שימו לב!

- אם מתקדמים באותו מסלול, **כופלים** את ההסתברויות הרשומות על כל ענף במסלול.
- לכן ההסתברות **שעומרי** יקלע בניסיון הראשון ולא בניסיון השני היא $0.7 \cdot 0.3 = 0.21$ לעומת זאת אם יש שני מסלולים שמתאימים למאורע, **מחברים** את ההסתברויות של כל המסלולים המתאימים.



3. כד מכיל 10 כדורים: 7 **ירוקים** ו- 3 **אדומים**.

אסף מוציא מתוך הכד בלי להסתכל כדור אחד.

הוא רושם את הצבע של הכדור ומחזיר את הכדור לכד.

לאחר מכן מוציא **אסף** כדור נוסף ורושם את הצבע שלו.

א. מה ההסתברות להוציא כדור **ירוק** בהוצאה ראשונה?

מה ההסתברות להוציא כדור **אדום** בהוצאה ראשונה?

האם המאורע "להוציא כדור **ירוק**" והמאורע "להוציא כדור **אדום**", הם מאורעות משלימים?

ב. השלימו את ההסתברויות המתאימות על הענפים בדיאגרמת העץ.

ג. חשבו את ההסתברות להוציא שני כדורים **ירוקים** (בשתי ההוצאות)?

ד. מה ההסתברות להוציא שני כדורים **אדומים** (בשתי ההוצאות)?

ה. מה ההסתברות להוציא כדור **ירוק** אחד בדיוק (בשתי ההוצאות).

ו. מה ההסתברות להוציא כדור **אדום** אחד בדיוק (בשתי ההוצאות).

4. בסל 8 כדורים: 3 כחולים ו- 5 ורודים.

מוציאים מתוך הסל בלי להסתכל כדור אחד ורושמים את הצבע שלו. מחזירים את הכדור לסל. מוציאים עוד כדור ורושמים את הצבע שלו.

א. שרטטו דיאגרמת עץ.

ב. מה ההסתברות להוציא שני כדורים כחולים?

ג. מה ההסתברות להוציא שני כדורים ורודים?

ד. מה ההסתברות להוציא שני כדורים בצבעים שונים?

ה. מה סכום ההסתברויות שקיבלתם בסעיפים ב-ד? הסבירו.



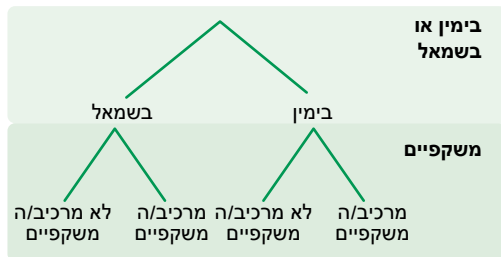
אוסף משימות



1. בכיתה ט כל תלמיד/ה כותב/ת ביד ימין או ביד שמאל.

0.8 מהתלמידים כותבים ביד ימין ו- 0.3 מהתלמידים מרכיבים משקפיים.

א. השלימו את ההסתברויות המתאימות בדיאגרמת השטח ובדיאגרמת העץ.



בימין או בשמאל

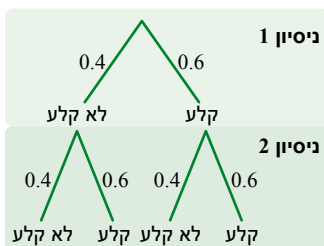
	בשמאל	בימין
מרכיב/ה משקפיים		
לא מרכיב/ה משקפיים		

ב. האם המאורע התלמיד/ה כותב/ת ביד ימין והמאורע התלמיד/ה כותב/ת ביד שמאל הם מאורעות משלימים?

ג. כתבו זוג מאורעות משלימים נוספים.

ד. האם המאורע התלמיד/ה כותב/ת ביד ימין והמאורע התלמיד/ה מרכיב/ה משקפיים הם מאורעות משלימים? הסבירו.

ה. תלמיד/ה נבחר/ה באקראי. מה ההסתברות שהוא/היא כותב/ת ביד שמאל ומרכיב/ה משקפיים?



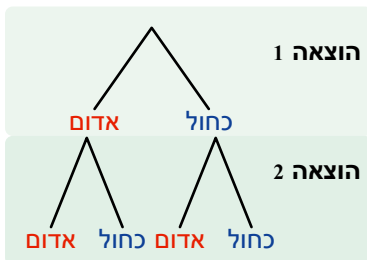
2. דקל יורה פעמיים למטרה.

ההסתברות שיקלע למטרה בכל ניסיון היא 0.6. צבעו את המסלול המתאים וחשבו את ההסתברות שדקל יקלע למטרה רק בניסיון השני.



3. **הראל** יורה פעמיים למטרה.

- ההסתברות שיקלע למטרה בניסיון בודד היא 0.35
- מה ההסתברות ש**הראל** לא יקלע למטרה בניסיון בודד?
 - שרטטו דיאגרמת שטח או דיאגרמת עץ.
 - מה ההסתברות ש**הראל** יקלע למטרה בשני הניסיונות?
 - מה ההסתברות ש**הראל** יקלע למטרה רק פעם אחת?



4.

כד מכיל 20 כדורים: 8 **כחולים** ו-12 **אדומים**.

- עידן** מוציא מתוך הכד בלי להסתכל כדור אחד ורושם את הצבע שלו. הוא מחזיר את הכדור לכד. מוציא שוב כדור ורושם את הצבע שלו.
- מה ההסתברות להוציא כדור **כחול**?
 - מה ההסתברות להוציא כדור **אדום**?
 - השלימו את ההסתברויות המתאימות בדיאגרמת העץ.
 - מה ההסתברות להוציא שני כדורים **כחולים**?
 - מה ההסתברות להוציא שני כדורים **אדומים**?



5. בכד 20 כדורים: 6 **כחולים** ו-14 **סגולים**.

- אייל** מוציא מתוך הכד בלי להסתכל כדור אחד ורושם את הצבע שלו. הוא מחזיר את הכדור לכד, מוציא שוב כדור ורושם את הצבע שלו.
- שרטטו דיאגרמת עץ.
 - מה ההסתברות להוציא שני כדורים **כחולים**?
 - מה ההסתברות להוציא שני כדורים **סגולים**?
 - מה ההסתברות להוציא שני כדורים בצבעים שונים?



6. בשק 32 כדורים: 12 כדורי-סל ו-20 כדורי-רגל.

- אלה** מוציאה מתוך הכד בלי להסתכל כדור אחד, רושמת את הסוג שלו ומחזירה את הכדור לשק.
- אלה** מוציאה כדור נוסף ורושמת את הסוג שלו.
- שרטטו דיאגרמת עץ.
 - מה ההסתברות להוציא שני כדורים מסוגים שונים?



7. בשק 10 כדורים **אדומים** ו- 8 כדורים **כחולים**.

אריאל מוציאה מתוך השק בלי להסתכל כדור אחד, רושמת את הצבע שלו ומחזירה את הכדור לשק.

אריאל מוציאה כדור נוסף ורושמת את הצבע שלו. מה ההסתברות לא להוציא כדור **כחול**?



8. בשק 48 כדורים, חלקם **כתומים** וחלקם **סגולים**.

ההסתברות להוציא מהשק כדור **כתום** היא $\frac{3}{4}$

א. כמה כדורים **כתומים** בשק?

ב. **אלון** מוציא מתוך השק בלי להסתכל כדור אחד, רושם את הסוג שלו ומחזיר את הכדור לשק.

אלון מוציא כדור נוסף ורושם את הסוג שלו.

מה ההסתברות להוציא כדור אחד **סגול** וכדור אחד **כתום** (הסדר לא משנה)?



9. מערבבים בשקית 60 חרוזים בשלושה צבעים.

20 **אדומים**, 30 שחורים והשאר **כחולים**.

יובל מוציאה מתוך השקית באקראי חרוז אחד, רושמת את הצבע שלו ומחזירה את החרוז לשקית.

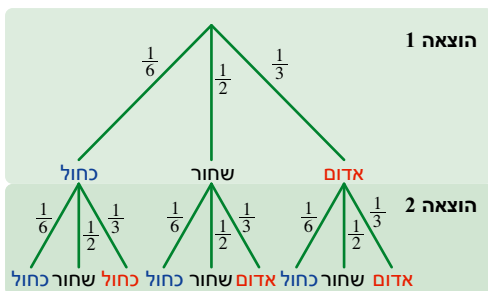
יובל מוציאה באקראי חרוז נוסף ורושמת את הצבע שלו.

א. מה ההסתברות להוציא שני חרוזים **אדומים**?

ב. מה ההסתברות להוציא שני חרוזים **שחורים**?

ג. מה ההסתברות להוציא שני חרוזים **כחולים**?

ד. מה ההסתברות להוציא שני חרוזים באותו צבע?



10. במבצע לעידוד מכירות במרכז קניות ערכו שתי הגרלות, וכל קונה משתתף/ת בשתייהן.

בהגרלה הראשונה ייבחר/תבחר קונה אחד/ת מבין מאה הקונים הראשונים באותו יום ויזכה/תזכה בטלפון נייד.

בהגרלה השנייה ייבחרו שלושה מבין מאה הקונים הראשונים באותו יום, וכל אחד/ת יזכה/תזכה במחשב אישי.

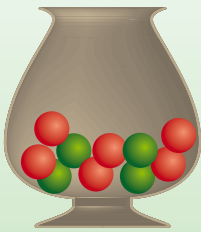
א. מה ההסתברות של קונה לזכות בטלפון נייד?

ב. מה ההסתברות של קונה לזכות במחשב אישי?

ג. שרטטו דיאגרמת שטח או דיאגרמת עץ, מה ההסתברות של קונה לזכות בטלפון נייד ובמחשב?

שיעור 3. בלי החזרות

הסתברות של מאורעות שבהם הכמות משתנה



כד מכיל 10 כדורים: 4 ירוקים ו- 6 אדומים.

אייל מוציא מתוך הכד כדור אחד, ולאחר מכן הוא מוציא כדור שני (בלי להחזיר את הכדור הראשון).

מה ההסתברות להוציא כדור **ירוק** בהוצאה ראשונה?

מה ההסתברות להוציא כדור **אדום** בהוצאה ראשונה?

שערו: מה ההסתברות להוציא שני כדורים **אדומים**?

נלמד לחשב הסתברות של מאורעות שבהם הכמות הכללית משתנה.

1. א. **אייל** אמר: אם בהוצאה ראשונה הוצאתי כדור **אדום**, אז ההסתברות שאוציא כדור **אדום** גם

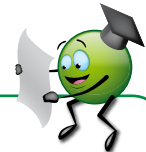
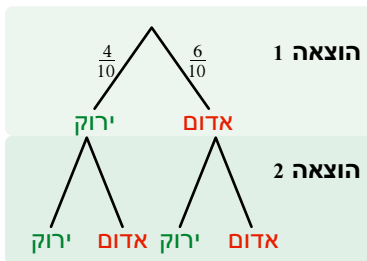
בהוצאה שנייה היא $\frac{5}{9}$

האם **אייל** צודק?

ב. השלימו את ההסתברויות על ענפי העץ בהוצאה שנייה.

ג. מה ההסתברות שאייל יוציא שני כדורים **ירוקים**?

ד. מה ההסתברות שאייל יוציא שני כדורים **אדומים**?



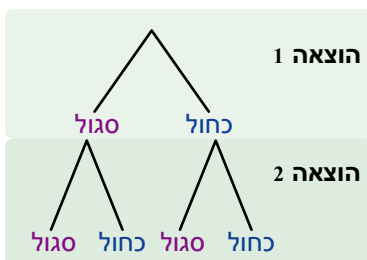
במאורעות דו-שלביים אם מוציאים (באופן אקראי) מכמות נתונה ולא מחזירים, הכמות הכללית **משתנה** לאחר ההוצאה הראשונה.

מלכה: במשימה 1, בהוצאה ראשונה לאחר שאייל הוציא כדור אחד נותרו בכד 9 כדורים.

אם בהוצאה ראשונה אייל הוציא כדור **ירוק**, אז נותרו בכד 3 כדורים **ירוקים** ו- 6 **אדומים** (ההסתברות להוצאת כדור שני **ירוק** היא $\frac{3}{9}$, וההסתברות להוצאת כדור שני **אדום** היא $\frac{6}{9}$).

אם בהוצאה ראשונה הוציא אייל כדור **אדום**, אז נותרו בכד 4 כדורים **ירוקים** ו- 5 **אדומים** (הסתברות לכדור שני **ירוק** היא $\frac{4}{9}$, והסתברות לכדור שני **אדום** היא $\frac{5}{9}$).

כך למשל, ההסתברות להוציא שני כדורים **אדומים** היא $\frac{6}{10} \cdot \frac{5}{9} = \frac{1}{3}$ (בהוצאה ראשונה ו- $\frac{5}{9}$ בהוצאה שנייה).



2. כד מכיל 12 כדורים: 4 **כחולים** ו- 8 **סגולים**.

גלי מוציאה מתוך הכד בלי להסתכל שני כדורים בזה אחר זה.

א. השלימו את ההסתברויות המתאימות על ענפי העץ בהוצאה 1.

ב. השלימו את ההסתברויות על ענפי העץ בהוצאה 2.

ג. מה ההסתברות שגלי תוציא שני כדורים **סגולים**?

ד. מה ההסתברות שגלי תוציא כדור **כחול** וכדור **סגול**?

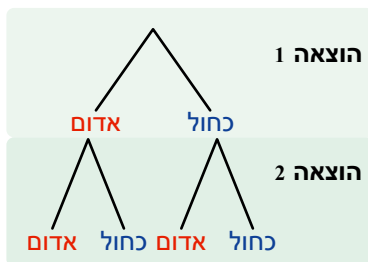
3. בכד 20 כדורים. 15 כדורים **ירוקים** ו- 5 כדורים **ורודים**.
 א. מה ההסתברות **שענת** תוציא מהכד: כדור **ירוק**? כדור **ורוד**? כדור **כחול**?
 ב. **ענת** הוציאה בלי להסתכל שני כדורים בזה אחר זה.
 מה ההסתברות **שענת** תוציא מהכד שני כדורים **ורודים**? הסבירו.
 מה ההסתברות **שענת** תוציא מהכד שני כדורים **כחולים**? הסבירו.



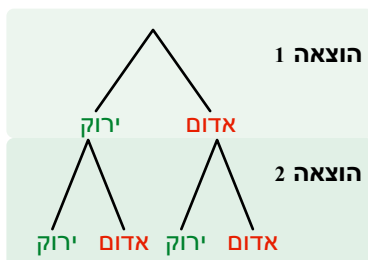
4. בשק כביסה יש 4 חולצות לבנות ו- 8 חולצות **כחולות**.
 א. **אלעד** מוציא באקראי מהשק חולצה. מה ההסתברות **שאלעד** יוציא חולצה בצבע לבן?
 ב. **אלעד** הוציא מהשק החולצה בצבע **כחול**, ולאחר מכן הוציא באקראי עוד חולצה.
 מה ההסתברות שהחולצה הנוספת **שאלעד** יוציא תהיה גם היא בצבע **כחול**?
 ג. **אלעד** הוציא מהשק חולצה בצבע לבן, לאחר מכן הוציא באקראי עוד חולצה, ולאחר מכן הוציא עוד חולצה. מה ההסתברות שכל החולצות שהוציא **אלעד** הן בצבע לבן?
 5. בשק כביסה יש 5 חולצות לבנות, 4 חולצות **כחולות** ו- 3 חולצות **שחורות**.
 א. **קרן** מוציאה באקראי מהשק חולצה. מה ההסתברות **שקרן** תוציא חולצה בצבע **שחור**?
 ב. **קרן** מוציאה מהשק חולצה בצבע **שחור**, ולאחר מכן מוציאה באקראי עוד חולצה.
 מה ההסתברות שהחולצה הנוספת **שקרן** תוציא תהיה גם היא בצבע **שחור**?



אוסף משימות



1. כד מכיל 16 כדורים: 4 **כחולים** ו- 12 **אדומים**.
רותם מוציאה מתוך הכד בלי להסתכל שני כדורים בזה אחר זה.
 א. השלימו את ההסתברויות על ענפי העץ בהוצאה ראשונה.
 ב. השלימו את ההסתברויות על ענפי העץ בהוצאה שנייה.
 ג. מה ההסתברות להוציא שני כדורים **אדומים**?



2. כד מכיל 12 כדורים: 7 **ירוקים** ו- 5 **אדומים**.
יובל מוציא מתוך הכד בלי להסתכל שני כדורים בזה אחר זה.
 א. השלימו את ההסתברויות על ענפי העץ.
 ב. מה ההסתברות להוציא בהוצאה ראשונה כדור **אדום**, ובהוצאה שנייה כדור **ירוק**?
 ג. מה ההסתברות להוציא שני כדורים בצבעים שונים?



3. סל מכיל 25 כדורים: 10 **כתומים** ו- 15 **אפורים**.
רועי מוציא מתוך הסל בלי להסתכל שני כדורים בזה אחר זה.
א. מה ההסתברות להוציא בהוצאה ראשונה כדור **כתום**?
ב. מה ההסתברות להוציא שני כדורים **אפורים**?



4. בשק 30 כובעים: 20 **שחורים** ו- 10 **אפורים**.
עידן מוציא כובע בלי להסתכל, ואחריו **יובל** מוציא כובע נוסף בלי להסתכל.
א. מה ההסתברות **שעידן** מוציא כובע **שחור**?
ב. מה ההסתברות **שיובל** מוציא כובע **אפור**?
ג. מה ההסתברות ששניהם יוציאו כובע מאותו צבע?



5. בשק 10 כדורי-רגל ו- 6 כדורי-סל.
א. **רונית** מוציאה מהשק כדור בלי להסתכל. מה ההסתברות **שרונית** תוציא כדור-סל?
ב. **רונית** הוציאה מהשק כדור-סל, ולאחר מכן הוציאה בלי להסתכל כדור נוסף.
מה ההסתברות שהכדור הנוסף שתוציא **רונית** יהיה גם הוא כדור-סל?



6. בשקית 5 סוכריות **אדומות**, 8 סוכריות **כחולות** ו- 3 סוכריות **ירוקות**.
א. **שרון** מוציאה בלי להסתכל סוכרייה מהשקית. מה ההסתברות **ששרון** תוציא סוכרייה **אדומה**?
ב. **שרון** הוציאה מהשקית סוכרייה **אדומה**, ולאחר מכן היא מוציאה בלי להסתכל עוד סוכרייה.
מה ההסתברות שהסוכרייה השנייה שתוציא **שרון** גם היא סוכרייה **אדומה**?



7. כד מכיל 20 כדורים: 10 **ירוקים**, 5 **אדומים**, 5 **כחולים**.
ליאור מוציאה מתוך הכד מבלי להסתכל שני כדורים בזה אחר זה.
א. מה ההסתברות **שליאור** תוציא שני כדורים **ירוקים**?
ב. מה ההסתברות **שליאור** תוציא כדור **ירוק**?

שיעור 4. משימות נוספות



בשתי היחידות האחרונות למדנו לחשב הסתברויות.

בשיעור זה נמשיך לחשב הסתברויות.

1. התפלגות האוכלוסייה בישראל לפי סוג דם היא:

A – 40% B – 20% AB – 5% O – 35%

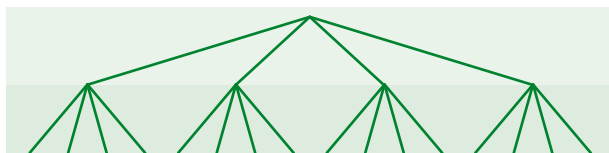
בוחרים באקראי שני אנשים*.

א. השלימו את הנתונים בדיאגרמת העץ.

ב. מה ההסתברות שלשני הנבחרים סוג דם O?

ג. מה ההסתברות שלשני הנבחרים אותו סוג דם?

ד. מה ההסתברות שלנבחר/ת אחד/ת סוג דם A, ולאחר/ת סוג דם B?



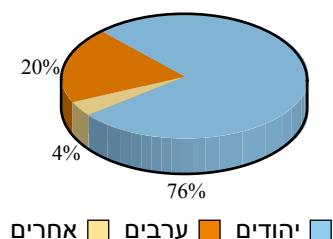
2. לפניכם דיאגרמה המתארת את התפלגות האוכלוסייה בישראל לפי לאום.

(הנתונים נלקחו מאתר הלשכה המרכזית לסטטיסטיקה לשנת 2007).

בוחרים באקראי שני תושבים*.

א. מה ההסתברות ששני התושבים שנבחרו יהיו ערבים?

ב. מה ההסתברות ששני התושבים שנבחרו יהיו יהודים?



הלשכה המרכזית לסטטיסטיקה היא יחידה ממשלתית האחראית לאיסוף, לעיבוד

ולפרסום מידע סטטיסטי על האוכלוסייה, הכלכלה והחברה בישראל.

המידע משמש את משרדי הממשלה לקביעת מדיניות וכן לתכנון מגמות שונות



במגוון תחומים.

מדי עשר שנים בערך עורכת הלשכה את "מפקד האוכלוסין והדירור", שבו מתבקשת כל משפחה

בישראל למלא שאלון המשמש, לאחר עיבודו, למתן מידע דמוגרפי על תושבי המדינה.

נתונים אישיים שנאספים במפקד זה נשמרים בסודיות מלאה, ורק המידע הסטטיסטי המופק

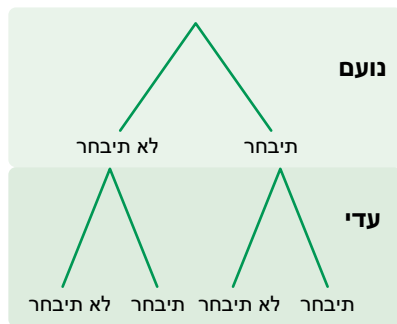
מהם מוצג לציבור. סקרים נוספים הנערכים על-ידי הלשכה הם: סקר הוצאות משק בית, סקר

שביעות רצון של בוגרי אוניברסיטאות ועוד.

מידע נוסף תמצאו באתר הלשכה המרכזית לסטטיסטיקה.

* בחירה של שני אנשים שקולה ל"הוצאה ללא החזרה" של איש אחד (או אישה אחת) ולאחר מכן איש נוסף (או אישה). באוכלוסיות גדולות בחירה של שני אנשים שקולה ל"הוצאה עם החזרה", שכן בחירת איש אחד (או אישה אחת) אינה משפיעה על ההסתברויות של בחירת השני (או השנייה).

3. בבניין דירות בוחרים שני דיירים לוועד הבית. ההסתברות ש**נועם** תיבחר היא $\frac{3}{4}$, וההסתברות ש**עדי** תיבחר היא $\frac{1}{3}$ לפניכם דיאגרמת שטח ודיאגרמת עץ.



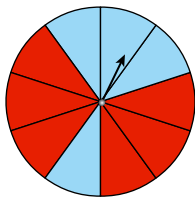
		נועם	
		תיבחר	לא תיבחר
עדי	תיבחר		
	לא תיבחר		

- א. השלימו את ההסתברויות המתאימות בדיאגרמת השטח ובדיאגרמת העץ.
 ב. חשבו את ההסתברות שיבחרו גם **בנועם** וגם **בעדי**.
 ג. חשבו את ההסתברות שיבחרו **בנועם** ולא יבחרו **בעדי**.
 ד. חשבו את ההסתברות שיבחרו **בעדי** ולא יבחרו **בנועם**.
 ה. חשבו את ההסתברות שיבחרו רק באחת מהן.
 ו. מה ההסתברות שלא ייבחרו באף אחת מהן?

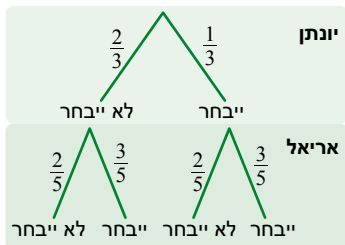
הסבירו בשלוש דרכים שונות:

- בעזרת דיאגרמת שטח
- בעזרת דיאגרמת עץ
- בעזרת מאורע משלים

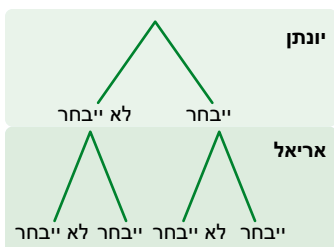
(בדקו אם המאורע "שתיהן לא ייבחרו" הוא מאורע משלים. אם כן, לאיזה מאורע? לאילו מאורעות?)



4. ה"שעון" שלפניכם מחולק ל-10 חלקים שווים. **ליאור ועומרי** מסובבים את המחוג כל אחד בתורו. אם המחוג נעצר על "**כחול**", זוכים בנקודה אחת. אם המחוג נעצר על "**אדום**" זוכים ב-2 נקודות. אם המחוג נעצר על קו המפריד בין שני חלקים, מסובבים את המחוג שוב.
- א. כל אחד מסובב את המחוג פעם אחת. מה ההסתברות לזכות ב-2 נקודות?
 ב. כל אחד מסובב את המחוג פעם אחת. מה ההסתברות לזכות בנקודה אחת?
 ג. **ליאור** מסובב את המחוג פעמיים. מה ההסתברות שהמחוג ייעצר פעם אחת על "**כחול**" ופעם אחת על "**אדום**"?



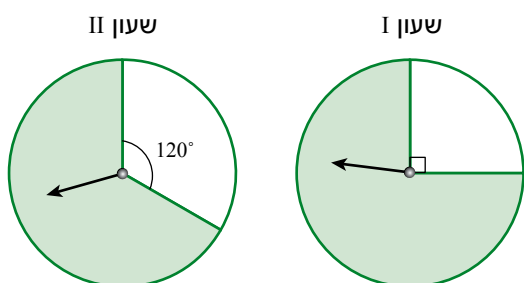
1. בוחרים שני תלמידים לוועד כיתה. ההסתברות ש**יונתן** ייבחר היא $\frac{1}{3}$. ההסתברות ש**אריאל** ייבחר היא $\frac{3}{5}$.
 א. צבעו את המסלול המתאים.
 ב. מה ההסתברות ששניהם לא ייבחרו?



2. בוחרים שני תלמידים לוועד כיתה. ההסתברות ש**יונתן** ייבחר היא $\frac{1}{4}$. ההסתברות ש**אריאל** ייבחר היא $\frac{2}{3}$.
 א. השלימו את ההסתברויות המתאימות בדיאגרמת העץ.
 ב. מה ההסתברות שרק אחד מהם ייבחר?



3. **עומרי ואיתן** יורים חץ למטרה. ההסתברות ש**עומרי** יפגע במטרה היא 0.35, ההסתברות ש**איתן** יפגע במטרה היא 0.4.
 א. שרטטו דיאגרמות שטח או דיאגרמת עץ.
 ב. מה ההסתברות ששניהם יפגעו במטרה?
 ג. מה ההסתברות ש**עומרי** יפגע במטרה ו**איתן** לא?



4. לפניכם שני "שעונים".
 מסובבים ביחד את המחוגים של שני ה"שעונים".
 א. מה ההסתברות שב"שעון" I ייעצר המחוג על צבע **ירוק**?
 ב. מה ההסתברות שב"שעון" II ייעצר המחוג על צבע **ירוק**?
 ג. מה ההסתברות שהמחוגים של שני ה"שעונים" ייעצרו על צבע **ירוק**? הסבירו.
 ד. מה ההסתברות שהמחוגים של שני ה"שעונים" ייעצרו על צבע לבן? הסבירו.



5. בכד 24 כדורים. 16 כדורים **כחולים** ו- 8 כדורים **סגולים**.
ענת הוציאה באקראי כדור מהכד, רשמה את הצבע שלו, החזירה את הכדור שהוציאה אל הכד, והוציאה באקראי עוד כדור.

- א. מה ההסתברות ש**ענת** תוציא מהכד שני כדורים **כחולים**?
ב. מה ההסתברות ש**ענת** תוציא מהכד שני כדורים בצבעים שונים?
ג. מה ההסתברות ש**ענת** תוציא מהכד שני כדורים **אדומים**?



6. בקופסה 20 כפתורים **כחולים** ו- 10 כפתורים **ורודים**.
א. **אריאל** מוציאה באקראי כפתור מהקופסה.
מה ההסתברות ש**אריאל** תוציא כפתור **ורוד**?
ב. **אריאל** הוציאה מהקופסה כפתור **ורוד**, ולאחר מכן הוציאה באקראי כפתור נוסף.
מה ההסתברות שהכפתור הנוסף שתוציא **אריאל** יהיה גם הוא בצבע **ורוד**?



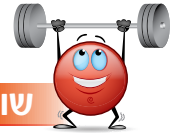
7. בכד 24 כדורים. 16 כדורים **כחולים** ו- 8 כדורים **סגולים**.
אלה הוציאה בלי להסתכל שני כדורים מהכד, בזה אחר זה.
מה ההסתברות ש**אלה** תוציא מהכד שני כדורים **כחולים**?



8. בשק 12 כדורים. חלקם **כחולים** וחלקם **אדומים**.
מוציאים מתוך השק בלי להסתכל כדור אחד ורושמים את הצבע שלו.
מחזירים את הכדור לשק.
מוציאים שוב ורושמים את הצבע שלו.
ההסתברות להוציא שני כדורים **אדומים** היא $\frac{4}{9}$
א. כמה כדורים מכל צבע בכד?
ב. מה ההסתברות להוציא שני כדורים **כחולים**?

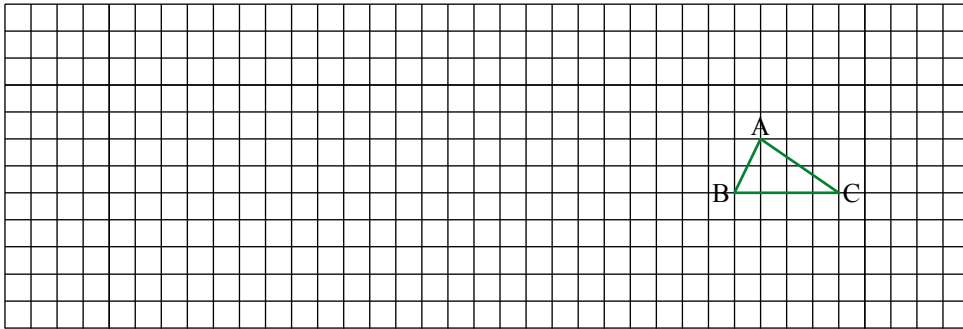


9. בקופסה 20 חרוזים: 15 **ירוקים** ו- 5 **אדומים**.
ענת מוציאה מתוך הקופסה בלי להסתכל שלושה חרוזים.
א. מה ההסתברות ש**ענת** תוציא שלושה חרוזים **ירוקים**, אם לאחר כל הוצאה היא מחזירה את החרוז לקופסה?
ב. מה ההסתברות ש**ענת** תוציא שלושה חרוזים **ירוקים**, אם היא מוציאה היא החרוזים בזה אחר זה ללא החזרה?

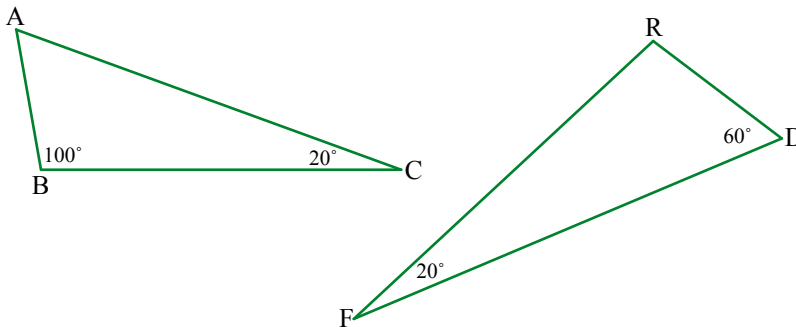


דמיון משולשים

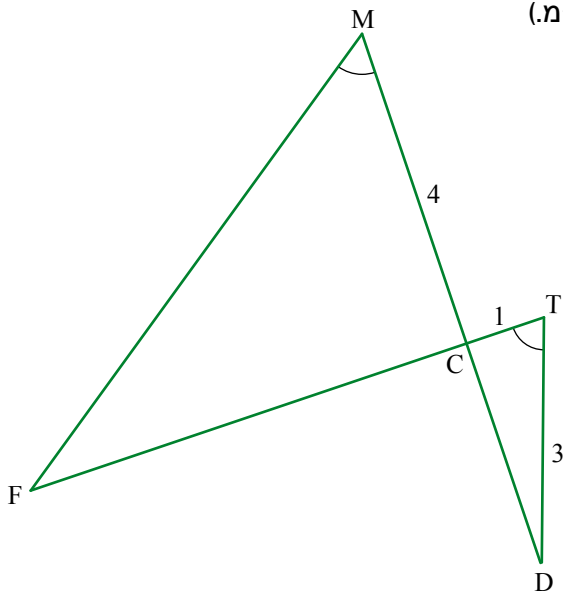
1. שרטטו משולש דומה למשולש ABC.
 קשמו את יחס הדמיון בין המשולש ששרטטתם למשולש ABC.



2. לפניכם שני משולשים.
 א. חשבו את הגדלים של הזוויות החסרות.
 ב. האם המשולשים דומים? הסבירו.



3. בשרטוט שני משולשים שבהם מסומנות בקשתות זוג זוויות שוות בגודלן.
 (השרטוט הוא להדגמה, ומידות האורך נתונות בס"מ.)



- א. הסבירו מדוע המשולשים דומים.
 ב. חשבו את יחס הדמיון.
 ג. חשבו את אורך הצלע MF.