



## תורנות שמירה

**אבי, בני, גדי, דויד** והדר המשרתים באותה יחידה בצבא, קבעו ביניהם תורנות שמירה.

ביום הראשון שמרו **אבי וגדי**.

התורנויות בימים שלאחר מכן, נקבעו לפי הכללים הבאים:

**אבי** ישמור, אם ביום הקודם **בני** שמר ו**גדי** לא שמר.

**בני** ישמור, אם ביום הקודם **גדי** שמר ו**דויד** לא שמר.

**גדי** ישמור, אם ביום הקודם **דויד** שמר ו**הדר** לא שמר.

**דויד** ישמור, אם ביום הקודם **הדר** שמר ו**אבי** לא שמר.

**הדר** ישמור, אם ביום הקודם **אבי** שמר ו**בני** לא שמר.

– מי ישמור ביום ה-100? מי ישמור ביום ה-383? הסבירו, לגבי כל מקרה, כיצד מצאתם.

ביום ה-100 ישמרו **בני ודויד**, ביום ה-383 ישמרו **דויד ואבי**.

נערוך רשימה של התורנויות לפי הכללים שנקבעו.

ביום הראשון: **אבי וגדי**.

ביום השני: **בני והדר**.

ביום השלישי: **דויד ואבי**.

ביום הרביעי: **גדי והדר**.

ביום החמישי: **בני ודויד**.

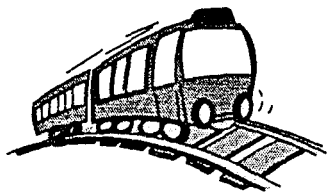
ביום השישי: **אבי וגדי**.

ביום השביעי: **בני והדר**.

נראה כי החל מהיום השישי התורנויות חוזרות על עצמן במחזוריות קבועה, השווה לזו שב-5 הימים הראשונים. לכן, כדי לדעת מי ישמור ביום מסוים יש לחלק את מספרו הסידורי של היום ב-5, ולפי שארית החלוקה אפשר לקבוע איזה זוג הוא השומר. (כאשר השארית 1 ישמור הזוג של היום הראשון, כאשר השארית 2 - הזוג של היום השני וכו', שארית 0 - הזוג של היום החמישי).

לכן, ביום ה-100 ישמרו **בני ודויד** וביום ה-383 ישמרו **דויד ואבי**.

חשוב לשים לב שכל חייל שומר פעמיים ב-5 ימים.



## ברכבת

עידן נסע ברכבת לביקור אצל סבתו. בדיוק באמצע הדרך עידן נרדם. כשהתעורר, התברר לו כי בזמן שישן, עברה הרכבת מרחק השווה לחצי מהדרך שעדיין נותרה לו עד סוף הנסיעה.

- איזה חלק מהנסיעה, עבר עליו בשינה?

עידן ישן  $\frac{1}{6}$  מכל הדרך.

נניח שעידן ישן לאורך  $a$  ק"מ. לכן, כשהתעורר נותרו לו לנסוע  $2a$  ק"מ. כלומר, מרגע שנרדם ועד סוף הנסיעה נסע  $3a$  ק"מ, שהם חצי מכל הדרך.

לכן, אורך כל הדרך  $6a$  ק"מ, ועידן ישן  $\frac{1}{6} = \frac{a}{6a}$  מכל הדרך.

אפשר להגיע לפתרון גם ללא אלגברה.

המחצית השנייה של הדרך מתחלקת לשני חלקים: החלק בו עידן ישן והחלק שנותר לו לאחר שהתעורר. היחס בין שני החלקים הוא  $1 : 2$ .

לכן, יש לכפול את המחצית השנייה ב-  $\frac{1}{3}$  עבור החלק בו ישן.

וב-  $\frac{2}{3}$  עבור החלק שנותר מאז שהתעורר.

מכיוון ש-  $\frac{1}{3}$  ממחצית הדרך שווה ל-  $\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{6}$ , הרי שעידן ישן במשך  $\frac{1}{6}$  מכל הדרך.