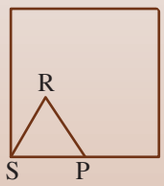
الوحدة السّادسة: الدّائرة

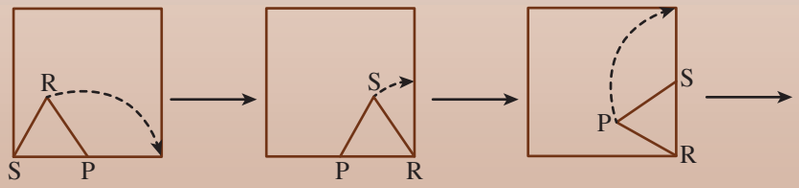
6.1 المثلّث المتدحرج

مثلّث في المربّع

يقع المثلّث RSP متساوي الأضلاع داخل مربّع.
يقع الرأس S على رأس المربّع، ويقع الرّأس
P على ضلع المربّع، ويقع الرّأس R داخل المربّع.
طول ضلع المربّع 4 سم، طول ضلع المثلّث 2 سم.



يتدحرج المثلّث داخل المربّع كالتّالي:



كم مرةً يجب على المثلّث أنْ يتدحرج كي يعود إلى مكانه الأصليّ؟
هل عاد كلّ رأس إلى مكانه الأصليّ؟

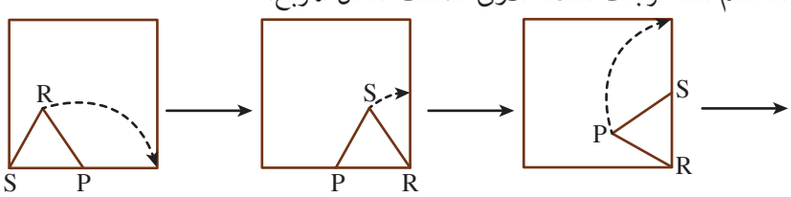
نبحث مسار رؤوس المثلّث على طول دورة كاملة داخل المربّع.

زاوية الحاسوب

1. تمعّنوا في تدحرج المثلّث داخل المربّع في التّطبيق المحوسب "مثلّث في مربّع" **"משולש בריבוע"** في موقع الرّياضيّات المدمجة (في قسم تفوّق رحوبوت).
   أ. كم مرةً يجب على المثلّث أنْ يتدحرج كي يعود إلى مكانه الأصليّ؟
   ب. أين يقع كلّ رأس في نهاية دورة كاملة داخل المربّع؟

فعّاليّة بديلة للحاسوب

2. أمامكم التّدحرجات الثّلاثة الأولى للمثلّث داخل المربّع.



اِستمرّوا في دحرجة الرّسمة حتّى يعود المثلّث إلى مكانه الأصليّ.
أ. كم مرّةً يجب على المثلّث أنْ يتدحرج كي يعود إلى مكانه الأصليّ؟
ب. أين يقع كلّ رأس في نهاية دورة كاملة داخل المربّع؟

3. عاد المثلّث المتدحرج إلى مكانه الأصليّ وتوقّف.
ما هو طول المسار (بالسم) الّذي يقطعه الرّأس R خلال هذه التّدحرجات؟

زاوية الحاسوب

شغّلوا التّطبيق المحوسب، واضغطوا على الزّر "**تتبُّع**" עקבה لمشاهدة مسار الرّأس R.

حِساب طول قوس في الدّائرة:

معطى: r - طول نِصف قطر الدّائرة (بوحدات الطّول).
α - مقدار الزّاوية المركزيّة الّتي تنتمي إلى القوس (بالدرجات).

مراحل الحساب: محيط الدّائرة: $2\pi r$ (بوحدات الطّول).

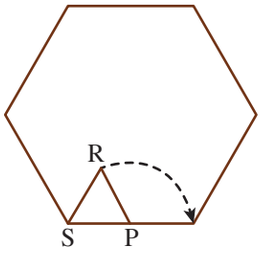
طول القوس الّذي ينتمي إلى الزاوية المركزيّة الّتي مقدارها 1^0: $\frac{2\cdot\pi\cdot r}{360}$ (بوحدات الطّول).

طول القوس الّذي ينتمي إلى الزاوية المركزيّة α: $\frac{2\cdot\pi\cdot r\cdot\alpha}{360}$ (بوحدات الطّول).

4. أ. هل عاد كلّ رأس إلى مكانه بَعد أنْ أكمل المثلّث دورة كاملة داخل المربّع؟
إذا كانت الإجابة بنعم فاشرحوا. وإذا كانت الإجابة بلا فكم تدحرجًا يحتاج المثلث كي يعود الرّأس R إلى مكانه الأصليّ؟ اِشرحوا.

ب. ما هو طول المسار الّذي يقطعه الرّأس R حتّى يعود إلى مكانه الأصليّ؟

مثلث في مسدس



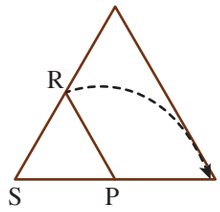
5. يقع المثلث RPS المتساوي الأضلاع داخل مسدس منتظم.
يقع الرّأس S على رأس المسدس، ويقع الرّأس P على الضّلع، ويقع الرّأس R داخل المسدس.
طول ضلع المسدس 4 سم، وطول ضلع المثلّث 2 سم.
يتدحرج المثلّث داخل المسدس باتّجاه السّاعة.
عندما يصل المثلث مكانه الأصليّ يقف.

أ. كم مرةً تدحرج المثلّث حتّى توقّف؟ اِشرحوا أو ارسموا المسار.

ب. ما هو طول المسار الّذي قطعه الرّأس R خلال هذه التّدحرجات؟ اِشرحوا.

6. هل عاد كلّ رأس إلى مكانه بَعد أنْ أكمل المثلّث دورة كاملة داخل المسدس؟
إذا كانت الإجابة بنعم فاشرحوا، وإذا كانت الإجابة بلا فكم تدحرجًا يحتاج المثلّث كي يعود كلّ رأس إلى مكانه؟

مثلّث داخل مثلّث



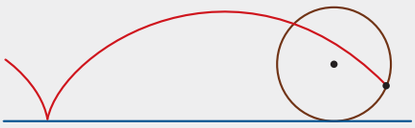
7. يقع المثلث RPS المتساوي الأضلاع داخل مثلّث متساوي أضلاع أكبر منه.
يقع الرّأس S على رأس المثلّث الكبير، ويقع الرّأسان P وَ R على ضلعيِ المثلّث الكبير.
طول ضلع المثلّث الكبير 4 سم، وطول ضلع المثلّث الصّغير 2 سم.
يتدحرج المثلث RPS داخل المثلّث الكبير باتّجاه عقارب السّاعة.
عندما يصل المثلث مكانه الأصليّ يقف.

أ. كم مرةً تدحرج المثلّث حتّى وصل مكانه الأصليّ؟ اِشرحوا أو اُرسموا.

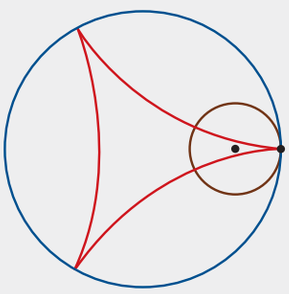
ب. ما هو طول المسار الّذي يقطعه رأس المثلّث R؟

ت. هل يصل كلّ رأس مكانه عندما يقف المثلّث؟
إذا كانت الإجابة بنعم فاشرحوا. وإذا كانت الإجابة بلا فكم تدحرجًا يحتاج المثلّث كي يعود كلّ رأس إلى مكانه الأصليّ؟

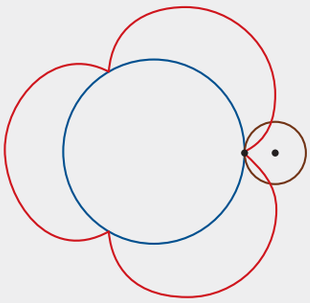
هل تعلمون؟



الدّويريّ (Cycloid) هو منحنى يصف المسار الّذي تقطعه نقطة ثابتة على دائرة تتدحرج على طول خطّ مستقيم.



الدّويريّ التّحتيّ (Hypocycloid) هو منحنى يصف المسار الّذي تقطعه نقطة ثابتة على دائرة صغيرة تتدحرج على طول دائرة أكبر في الطّرف الدّاخليّ للدّائرة الكبيرة.



الدّويريّ الفوقيّ (Apicycloid) هو منحنى يصف المسار الّذي تقطعه نقطة ثابتة على دائرة صغيرة تتدحرج على طول دائرة أكبر في الطّرف الخارجيّ للدّائرة الكبيرة.

يمكنكم رؤية الرّسوم المتحركة لإنتاج هذه المنحنيات في مواقع إنترنت مختلفة مثل الموقع الآتي:
http://curvebank.calstatela.edu/cycloidmaple/Oids/OidEG1.html

نحافظ على لياقة رياضيّة

1. اِحسبوا القوى الآتية (يمكن استعمال الآلة الحاسبة):

n	3^n	n	7^n	n	4^n
1	$3^1 = 3$	1	$7^1 = 7$	1	$4^1 = 4$
2	$3^2 = 9$	2	$7^2 = 49$	2	$4^2 = 16$
3	$3^3 =$	3	$7^3 =$	3	$4^3 =$
4	$3^4 =$	4	$7^4 =$	4	$4^4 =$
5	$3^5 =$	5	$7^5 =$	5	$4^5 =$
6	$3^6 =$	6	$7^6 =$	6	$4^6 =$
7	$3^7 =$	7	$7^7 =$	7	$4^7 =$
8	$3^8 =$	8	$7^8 =$	8	$4^8 =$
9	$3^9 =$	9	$7^9 =$	9	$4^9 =$
10	$3^{10} =$	10	$7^{10} =$	10	$4^{10} =$

2. اِستعينوا، في كلّ بند، بالجداول الّتي أكملتموها، وحدِّدوا رقم الآحاد في القوّة المعطاة.

أ. 3^{42}

ب. 7^{105}

ت. 4^{91}

ث. $3^{28} + 7^{56}$

أجوبة

يتدحرج طوق نِصف قُطره متر واحد إلى اليسار.
عُيِّنت النّقطة A على الطّوق.
في أيّ بُعد تقع النّقطة A بَعد نِصف دورة مقارنة بمكانها الابتدائيّ؟