



יחידה 3: משוואות ושאלות מילוליות

3.1 מספרים מיוחדים

39 הוא מספר מיוחד במינו.

אם מחברים לסכום הספרות שלו את מכפלת הספרות, מקבלים את המספר עצמו.
בדקו.

נברר אם יש מספרים דו-ספרתיים נוספים המקיימים אותה תכונה.

1. x מציין את ספרת העשרות של מספר, ו- y את ספרת היחידות שלו.
 - א. רשמו ביטוי למספר הדו-ספרתי.
 - ב. רשמו משוואה כדי לייצג את התכונה.
 - ג. מצאו מספרים נוספים המקיימים את התכונה.
2. בכל סעיף, מצאו מספרים דו-ספרתיים מיוחדים המקיימים את התכונה:
 - א. אם מחברים לספרת היחידות את פעמיים ספרת העשרות ואת מכפלת הספרות, מקבלים את המספר עצמו.
מצאו את המספרים.
 - ב. אם מחברים לספרת היחידות את 3 פעמים ספרת העשרות ואת מכפלת הספרות, מקבלים את המספר עצמו.
מצאו את המספרים.
 - ג. אם מחברים לספרת היחידות את \blacksquare פעמים...
בחרו מספר חד-ספרתי במקום המשבצת, המשיכו את השאלה בדומה לשאלות הקודמות, ומצאו את המספרים.

35 הוא מספר מיוחד.

אם מחברים לספרת היחידות את פעמיים מכפלת הספרות, מקבלים את המספר עצמו.

3. בדקו ומצאו את כל המספרים הדו-ספרתיים שיש להם אותה תכונה.

47 הוא מספר מיוחד.

אם מחברים אותו למספר הכתוב באותן ספרות בסדר הפוך, מקבלים מספר ריבועי.

4. בדקו ומצאו את כל המספרים הדו-ספרתיים שיש להם אותה תכונה.



62 הוא מספר מיוחד.

אם מחסרים מהמספר את המספר הכתוב באותן ספרות בסדר הפוך, מקבלים מספר ריבועי.

5. בדקו ומצאו את כל המספרים הדו-ספרתיים שיש להם אותה תכונה.

45 הוא מספר מיוחד.

אם מחסרים ממנו 9 פעמים את ספרת העשרות שלו, מתקבל מספר ריבועי.

6. א. בדקו ומצאו מספרים דו-ספרתיים נוספים המקיימים אותה תכונה.

ג. כמה מספרים דו-ספרתיים המקיימים אותה תכונה קיימים?



המספר 1729 ידוע כמספר הארדי-רמנוג'אן

(Hardy-Ramanujan number) בעקבות אנקדוטה

מפורסמת שקרתה בעת שהארדי ביקר את רמנוג'אן

בבית החולים. כך מספר הארדי: "אני זוכר שנשעתי

במונית לבקרו בבית החולים. סיפרתי לו שמספר המונית שבה נסעתי הוא 1729 והערתי כי זהו מספר משעמם מאוד. הוספתי ואמרתי שאני מקווה שזה לא סימן רע. 'לא' הוא ענה, 'זהו מספר מעניין מאוד, זה המספר הקטן ביותר שניתן לבטאו כסכום של שתי חזקות שלישיות בשתי דרכים שונות'."

ואמנם, הדרכים הן: $12^3 + 1^3 = 10^3 + 9^3 = 1729$

ואולם אם נרשה גם מספרים שליליים, אז קיים מספר קטן יותר המקיים אותה תכונה:

$$6^3 + (-5)^3 = 4^3 + 3^3 = 91$$

מתמטיקאים הכלילו מספרים בעלי תכונה דומה וקראו להם מספרי מוניות שירות. למשל, המספר הקטן ביותר שניתן לכתוב בעזרת סכום של שתי חזקות שלישיות (של מספרים טבעיים) ב-5 דרכים שונות, נקרא: מספר המונית החמישי. המספר 1729 הוא, אם כן, מספר המונית השני.

סריניוואסה רמנוג'אן (Srinivasa Ramanujan, 1887-1920) היה מתמטיקאי הודי חשוב, ילד פלא גאון ואוטודידקט. מאחר שבראשית חייו לא היה לו קשר למתמטיקאים אחרים, הוא מצא בעצמו משפטים רבים בתורת המספרים, משפטים שכבר היו ידועים, אבל שמעם לא הגיע אליו. המתמטיקאי הבריטי הארדי (G.H. Hardy, 1877-1947) שראה את עבודותיו, זיהה אותו כגאון והפך למורהו הרוחני.



שומרים על כושר

1. חשבו בעל-פה בדרכים שונות ודווחו במחברת על הדרכים.

א. חשבו $21 \cdot 31$ בשתי דרכים שונות.

ב. חשבו $19 \cdot 30$ בשתי דרכים שונות.

ג. חשבו $9 \cdot 25$ בדרכים שונות ורבות ככל האפשר.

ד. חשבו $16 \cdot 25$ בדרכים שונות ורבות ככל האפשר.

2. x ו- y הם מספרים טבעיים חד-ספרתיים.

פתרו את המשוואות הבאות (מצאו את ערכם של x ושל y).

שימו לב! ייתכנו מספר פתרונות.

א. $5x + y = 2x + 5y$

ב. $x - 2y = 4$

ג. $2x - y = 4$

ד. $2x - 2y = 17 - 5y$



בנוסעה במהירות קבועה הבחינה מרים באבן דרך ועליה מספר דו-ספרתי. כעבור חצי שעה בדיוק עברה ליד אבן דרך אחרת שעליה מספר בעל אותן ספרות אך בסדר הפוך. חצי שעה נוספת חלפה.

והנה אבן דרך שלישית ועליה אותן ספרות של אבני הדרך הקודמות כשביניהן הספרה 0.

שימו לב, אבן הדרך שבתמונה היא רק להדגמה ואינה קשורה לפתרון החידה.

מה מהירות נסיעתה של מרים?



* לקוח מהעלון אלף אפס גיליון 9 תשנ"ח בהוצאת מכללה ירושלים