1.3 أعداد بقفزات

أمامكم حاصل جمع ثلاثة أعداد بقفزات 2.

$$8 + 10 + 12 = 30$$

سجِّلوا حاصل جمع لأربع ثلاثيّات أعداد صحيحة بقفزات 2، بحيث يكون الحاصل مختلفًا كلّ مرة.

□ + □ + □ = □

نبحث متواليات بقفزات.

مجموع ثلاثيّات أعداد صحيحة بقفزات متساوية

1. أ. جِدوا صفات تميِّز حاصل جمع كلّ **ثلاثيات** الأعداد الّتي سجَّلتموها، وعلاقات بين حاصل الجمع والعدد الأوسط في كلّ متواليّة.

ب. هل تتحقّق الصّفات والعلاقات الّتي وجدتموها - حسب رأيكم - في كلّ ثلاثيّة أعداد صحيحة بقفزات 2؟
إذا كانت الإجابة بنعم فبرهنوا ذلك بواسطة تعابير جبريّة، وإذا كانت الإجابة بلا فاكتبوا مثالًا مضادًّا.

ت. قال داؤود: إذا كان معطى **ثلاثيّة** أعداد بقفزات 2، بحيث تبدأ من عدد زوجيّ، فإنّ حاصل جمعها يقسم على 6.
هل قوله صحيح؟
إذا كانت الإجابة بنعم فبرهنوا ذلك، وإذا كانت الإجابة بلا فاكتبوا مثالًا مضادًّا.

2. هل تتحقّق الصّفات والعلاقات الّتي وجدتموها - حسب رأيكم - في كلّ ثلاثيّات أعداد صحيحة بقفزات أخرى؟
برهنوا، أو أعطوا مثالًا مضادًّا لثلاثيّات أعداد بقفزات من 5.

3. برهنوا أنّه تتحقّق، في كلّ ثلاثيّة أعداد صحيحة بقفزات متساوية (d)، الصّفات والعلاقات الآتية:

أ. حاصل جمع ثلاثة أعداد يقسم على 3.

ب. حاصل جمع ثلاثة أعداد هو 3 أضعاف العدد الأوسط.

ت. العدد الأوسط هو معدّل الأعداد الثّلاثة.

ث. العدد الأوسط هو معدّل العددين المجاورَيْن له.

4. أيّة صفات من الصّفات المسجَّله في التّمرين السّابق صحيحة أيضًا لـ:

أ. ثلاثيّات أعداد متتاليّة؟

ب. ثلاثيّات أعداد غير صحيحة بقفزات متساوية؟
اِشرحوا كيف وجدتم الإجابة؟

حاصل جمع خماسيّات أعداد بقفزات متساوية

5. أ. أُكتبوا حاصل جمع أربع **خماسيّات** أعداد صحيحة بقفزات 2.

□ + □ + □ + □ + □ = □

ب. جِدوا صفات تميِّز حاصل جمع كلّ **خماسيّات** الأعداد الّتي سجَّلتموها، وعلاقات بين كلّ حاصل جمع والعدد الأوسط في الخماسيّة نفسها.

ت. هل تتحقّق الصّفات والعلاقات الّتي وجدتموها في كلّ **خماسيّة** أعداد بقفزات 2؟
إذا كانت الإجابة بنعم فبرهنوا، وإذا كانت الإجابة بلا فاكتبوا مثالًا مضادًّا.

ث. هل تتحقّق - حسب رأيكم - الصّفات والعلاقات الّتي وجدتموها في كلّ **خماسيّة** أعداد بقفزات أخرى؟
برهنوا، أو اكتبوا مثالًا مضادًّا.

6. أ. أُكتبوا العدد 50 كحاصل جمع **خمسة** أعداد صحيحة بقفزات متساوية.

ب. أُكتبوا العدد 50 كحاصل جمع **خمسة** أعداد أخرى بقفزات متساوية.

ت. معطى العددان 2145 , 73.
أُكتبوا كلّ عدد - إذا كان الأمر ممكنًا - كحاصل جمع خماسيّة أعداد صحيحة بقفزات ثابتة.

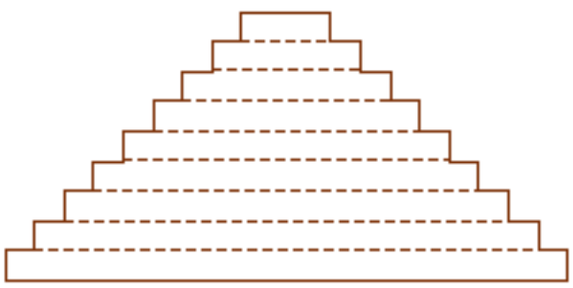
7. قال **يوسف:** وجدت أربع صفات مشتركة. فحصت متواليات كثيرة بقفزات ثابتة مكوَّنة من عدد فرديّ من الأعداد:

- حاصل جمع جميع الأعداد يساوي حاصل ضرب العدد الأوسط في عدد الأعداد.
- العدد الأوسط هو معدّل جميع الأعداد.
- العدد الأوسط هو معدّل العدد الأول والأخير.
- بدلًا من أنْ نجمع جميع الأعداد يمكن أنْ نضرب معدّل العددين الأول والأخير في عدد الأعداد.

أ. اِفحصوا ما هي الادّعاءات الصّحيحة من بين ادّعاءات يوسف؟
يمكنكم تنفيذ ذلك في دفاتركم، أو بمساعدة الحاسوب (اُنظروا زاوية الحاسوب).

ب. حاولوا أنْ تبرهنوا الادّعاءات الصّحيحة.

8. بنى سليم 9 طوابق من حجارة اللّيجو. استعمل في الطّابق الأول 29 حجرًا من اللّيجو، وفي الطّابق الأخير 5 أحجار. الفرق في عدد الحجارة بين كلّ سطرين متساوٍ.
كم حجرًا من حجارة اللّيجو استعمل سليم لبناء الهرم؟



زاوية الحاسوب

9. اِفتحوا ملف إكسل Excel.

أ. اِبنوا واملأوا من خلال سحب العمودين A وَ B، كما هو موصوف:

أكملوا المتوالية في العمود A بقفزات متساوية (يمكن أنْ نسحب العددين الأوّلين في المتوالية).

أكملوا حاصل جمع ثلاثيّات أعداد في العمود B (ابتداءً من السّطر الثّالث). تتطابق الثّلاثيّات بشكل جزئيّ. اِهتمّوا بأنْ تسجّلوا حاصل جمع كلّ ثلاثة أعداد متجاورة إلى جانب عددها الأخير.

	A	B
1	متوالية بقفزات متساوية	حاصل جمع ثلاثيّات
2		
3		
4		
5		
6		
7		
8		
9		

ب. ما هو المشترك بين جميع نتائج الجمع الّتي تظهر في العمود B؟ اِشرحوا الظّاهرة.

ت. اِفحصوا هل تتحقّق ادّعاءات **يوسف** (في مَهَمّة 7) في ثلاثيّات أعداد مختلفة في المتوالية.

ث. اِبنوا زوجًا إضافيًّا من الأعمدة، ثمّ أكملوا في العمود الأيسر متوالية أعداد بقفزات ثابتة، وابنوا في العمود الأيمن حواصل جمع خماسيّات أعداد (ابتداءً من السّطر الخامس).

ج. اِفحصوا هل تتحقّق ادّعاءات **يوسف** (في مَهَمّة 7) في خماسيّات أعداد مختلفة في المتوالية.

هل تعلمون؟

المربّع السّحريّ المكوَّن من 3 × 3 تربيعات، هو مربّع يحتوي على تسعة أعداد، وحاصل الجمع في كلّ سطر، وفي كلّ عمود، وفي كلّ قطر رئيسيّ متساوٍ.

عندما نسجِّل تسعة أعداد بقفزات متساوية في مربّع سحريّ، يجب أنْ نسجِّل العدد الأوسط للمتوالية في التّربيعة الوسطى. هذا العدد يساوي معدّل مجموع الأعداد التّسعة، وهو يساوي، أيضًا، معدّل مجموع كلّ سطر، وكلّ عمود، وكلّ قطر رئيسيّ. هل يمكنكم شرح ذلك؟

مثال لتسجيل تساعيّة الأعداد 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18 في المربّع السّحري.

16	2	12
6	10	14
8	18	4

حاولوا أنْ تبنوا مربّعًا سحريًّا مع تساعيّة أعداد بقفزات أخرى.

9. كم طريقة مختلفة يمكن، بواسطتها، أنْ نكتب العدد 60 كحاصل جمع متواليات أعداد **طبيعيّة** بقفزات ثابتة؟ بيِّنوا كيف وجدتم ذلك؟

نحافظ على لياقة رياضيّة

معطاة ثلاثيّات تعابير جبريّة:

أ.	2a + 8	2a + 4	2a
ب.	5d + 4	5d	5d – 4
ت.	3b – 2	3b – 6	3b – 10
ث.	4 + 5x	4 + 3x	4 + x
ج.	3 – 8c	3 – 4c	3
ح.	3m + 15	2m + 10	m + 5

i. ما هو المشترك لكلّ ثلاثيّة؟

ii. جِدوا حاصل جمع كلّ ثلاثيّة تعابير في كلّ بند.

ما هو المشترك لجميع حواصل الجمع؟

iii. جِدوا معدّل التّعابير في كلّ بند، في سؤال 1.

ما هو المشترك لجميع المعدّلات؟

قام معلّم الرّياضيات بترقيم تلاميذ المدرسة بأعداد متتالية، وقد رتَّبهم في المبنى الموصوف في الرّسمة هنا:

السّطر الأول	⟵				1				
السّطر الثّاني	⟵			4	3	2			
السّطر الثّالث	⟵		9	8	7	6	5		
السّطر الرّابع	⟵	16	15	14	13	12	11	10	

المجموع 21 سطرًا.

كم تلميذًا يوجد في المدرسة؟

أُكتبوا أُحجية أخرى حول هذه القصّة. تبادلوا الأُحجيات فيما بينكم.