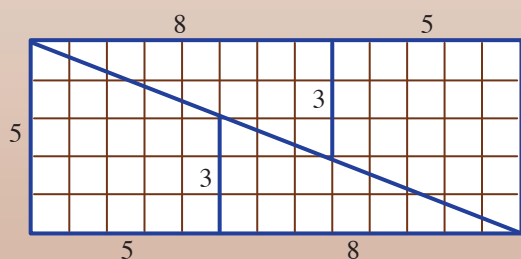


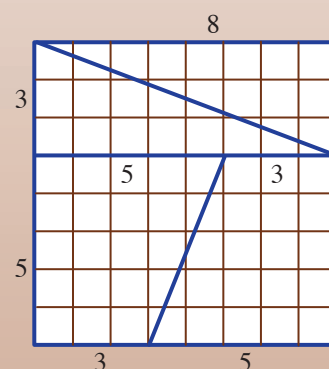


9.3 קסמים

גזרו את הריבוע לארבעת החלקים ובנו מלבן.
מהו שטח המלבן?



שרטטו ריבוע של 8×8 וחלקו אותו
כמו בשרטוט. מהו שטח הריבוע?



נסו להסביר מדוע השטחים אינם שווים.

נחקר תופעות מפתיעות הקשורות לסדרת פיבונצ'י.

מכפלות וריבועים

1. א. מצאו חוקיות עבור מכפלת שני מספרי פיבונצ'י בדילוג 2 בעזרת הסעיפים שבהמשך.
הבחינו בין זוגות מספרים במקומות זוגיים ובין זוגות מספרים במקומות אי-זוגיים.

כתיב אלגברי

$$a_1 \cdot a_3$$

$$a_2 \cdot a_4$$

$$a_3 \cdot a_5$$

$$a_4 \cdot a_6$$

$$a_5 \cdot a_7$$

$$a_6 \cdot a_8$$

שפת מספרים

$$1 \cdot 2 = 2$$

$$1 \cdot 3 = 3$$

$$\underline{\hspace{2cm}}$$

$$\underline{\hspace{2cm}}$$

$$\underline{\hspace{2cm}}$$

$$\underline{\hspace{2cm}}$$

ריבוי מספרים

$$a_2^2 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$a_3^2 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$a_4^2 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$a_5^2 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$a_6^2 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$a_7^2 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$a_{10} \cdot a_{12} = \underline{\hspace{2cm}}$$

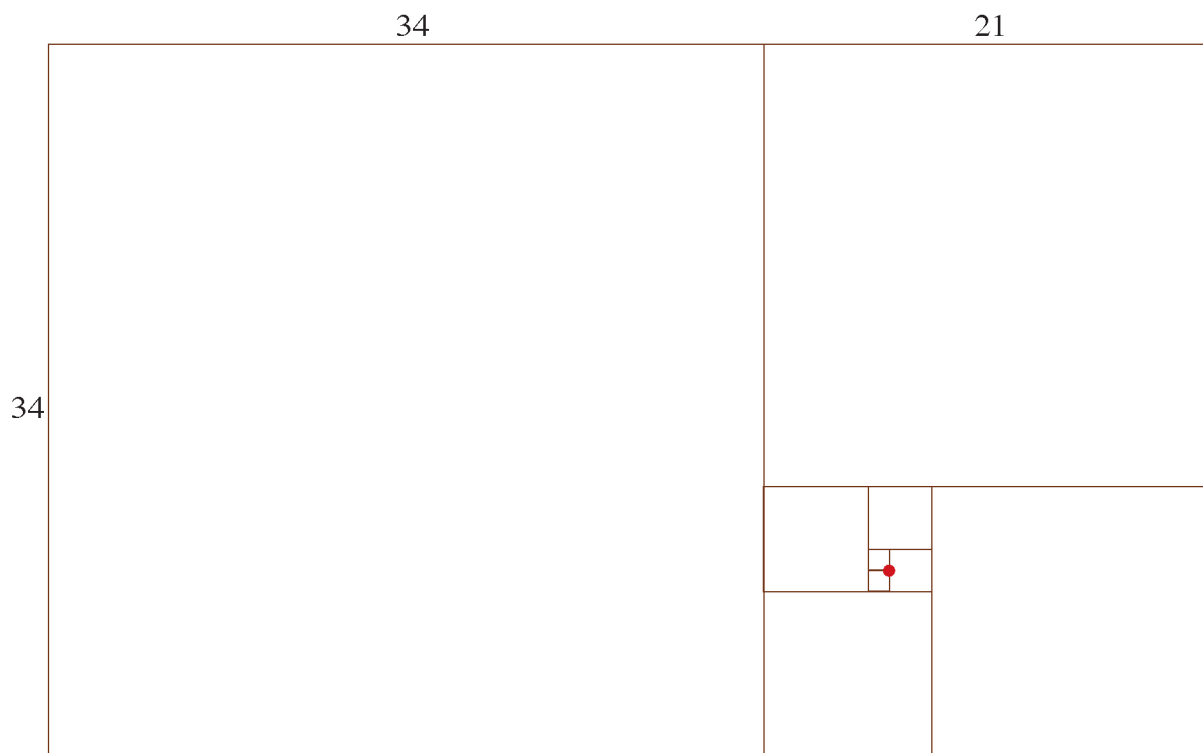
$$a_9 \cdot a_{11} = \underline{\hspace{2cm}}$$

ב. שערו ובדקו

ג. רשמו את החוקיות במילים. הבחינו בין שני מקרים.

ד. הכלילו בכתיב אלגברי. הבחינו בין שני מקרים.

2. במשימה הקודמת מצאתם את התכונה הזו:
מכפלת שני מספרים הנמצאים במקומות אי-זוגיים עוקבים בסדרת פיבונצ'י גדולה ב-1 מריבוע המספר שנמצא ביניהם.
כיצד תכונה זו קשורה למשימה שבפתיח?
כתבו את התכונה בכתוב אלגברי עבור המקרה שבפתיח.
3. שרטטו על נייר משובץ קסם דומה לזה שבפתיח עבור מספרים הנמצאים במקומות זוגיים עוקבים בסדרת פיבונצ'י, והסבירו אותו.
במשימה 1 מצאתם את התכונה הזו:
מכפלת שני מספרים הנמצאים במקומות זוגיים עוקבים בסדרת פיבונצ'י קטנה ב-1 מריבוע המספר שנמצא ביניהם.
הסבירו כיצד התכונה קשורה לקסם ששרטטתם.
4. בנו על דף משובץ מלבנים שאורך צלעותיהם הם מספרים סמוכים מסדרת פיבונצ'י בדרך הבאה:
- התחילו מאמצע הדף בשני ריבועי יחידה צמודים.
קיבלתם מלבן שמידותיו 1×2 .
 - הצמידו לצלע הארוכה (בצד ימין) ריבוע שאורך צלעו כאורך הצלע הזאת.
קיבלתם מלבן שמידותיו 2×3 .
 - חזרו על תהליך זה שוב ושוב (ראו שרטוט) עד כמה שהדף מכיל: בכל שלב, הוסיפו ריבוע ותקבלו מלבן שמידותיו הם שני מספרים סמוכים מסדרת פיבונצ'י.



5. א. רשמו את שטח המלבן הגדול שמידותיו 34×55 כסכום שטחי ריבועי החלוקה.
 ב. רשמו (בלי לשרטט) את שטח המלבן שמידותיו 55×89 כסכום שטחי ריבועים.
 ג. השלימו במחברת: $1^2 + 1^2 + 2^2 + 3^2 + 5^2 + \dots + a_{n-1}^2 + a_n^2 = \underline{\hspace{2cm}}$

6. במלבן ששרטטתם במשימה 4, שרטטו קו המורכב מרבעי מעגל הכלואים בריבועים באופן הבא:
- התחילו בפינה הימנית העליונה של ריבוע היחידה העליון ושרטטו בתוך הריבוע רבע מעגל שמרכזו בנקודה המודגשת.
 - המשיכו מהנקודה שהגעתם אליה ושרטטו רבע מעגל גם בריבוע היחידה השני.
 - המשיכו באותו אופן את הקו בתנועה סיבובית נגד כיוון השעון, ותקבלו **ספירלה**.



סדרת פיבונצ'י: $1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, \dots$
 היא סדרת מספרים בעלי תכונות מעניינות, מפתיעות ומגוונות. לסדרה יש קשר לתחומים רבים בעולם שמסביבנו: באמנות, בארכיטקטורה, בחי, בצומח, בגוף האדם ועוד.
 הספירלה שקיבלתם במשימה 6 נקראת "ספירלת פיבונצ'י". מתברר שספירלות רבות בטבע דומות לספירלה הזו לדוגמה, בקונכיות של חלזונות רבים, באצטרובלים או בפרחים שבהם הגרעינים מסודרים בספירלות. מספר הספירלות בצמחים אלו הוא מספר מסדרת פיבונצ'י.

דוגמאות:





שומרים על כושר

1. א. בדקו אם מתקיימים השוויונים הבאים:

$$2 + 4 + 6 + 8 = \frac{8 \cdot 6 - 4 \cdot 2}{2}$$

$$5 + 7 + 9 + 11 = \frac{11 \cdot 9 - 7 \cdot 5}{2}$$

ב. בדקו אם התופעה הזאת קיימת גם במקרים דומים אחרים.

ג. נסחו השערה (במילים או בכתוב מתמטי) המתאימה לקשר שקיבלתם.

ד. הוכיחו את השערתכם.

2. א. בדקו אם מתקיימים השוויונים הבאים:

$$1 + 4 + 7 + 10 = \frac{10 \cdot 7 - 4 \cdot 1}{3}$$

$$6 + 9 + 12 + 15 = \frac{15 \cdot 12 - 9 \cdot 6}{3}$$

ב. בדקו אם התופעה הזאת קיימת גם במקרים דומים אחרים.

ג. נסחו השערה (במילים או בכתוב מתמטי) המתאימה לקשר שקיבלתם.

ד. הוכיחו את השערתכם.



חידה

גזרו את חלקי הטנגרם הבאים.

התוכלו להרכיב מהחלקים מלבן?

התוכלו להרכיב משולש?

התוכלו להרכיב משושה?

