

9.2 סכומים



בחרו שני מספרים שלמים קטנים.

א. בנו סדרה לפי חוקיות פיבונצ'י בעזרת שני המספרים שבחרתם במהלך 2 דקות. (המורה ימדוד את הזמן).

ב. הקיפו קבוצה של **שישה** מספרים סמוכים כלשהם בסדרה שבניתם וחברו אותם.

ג. קיים קסם לבדיקה מהירה של החיבור!

בקשו מן המורה הקוסם לבדוק במהירות את נכונות הסכום שלכם.

ד. למציאת סוד הקסם השלימו את הסדרה הבאה לפי החוקיות של פיבונצ'י.

a , b , $a + b$, _____ , _____ , _____

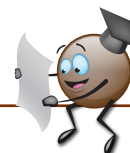
- מצאו את סכום הסדרה ורשמו אותו כמכפלה.

- מהו סוד הקסם?

אם גיליתם את הסוד בדקו במהירות את נכונות הסכום של חבריכם.

נחקור תופעות מעניינות בסדרת פיבונצ'י, בעיקר כאלה המסתמכות על סכומי איברים בסדרה.

סימונים אלגבריים



סדרה מסומנת בכתוב אלגברי כך: $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$

כאשר a_1 הוא המספר הראשון בסדרה, a_2 הוא המספר השני בסדרה וכן הלאה.

1. הסדרה שנעסוק בה היא סדרת מספרי פיבונצ'י

א. השלימו מספרים מתאימים.

$a_1 = 1$	$a_2 = 1$	$a_3 = \underline{\hspace{1cm}}$	$a_4 = \underline{\hspace{1cm}}$
$a_6 = \underline{\hspace{1cm}}$	$a_{6+2} = \underline{\hspace{1cm}}$	$a_6 + a_2 = \underline{\hspace{1cm}}$	$a_6 + 2 = \underline{\hspace{1cm}}$

ב. מה ההבדל בין המשמעות של a_{6+2} לבין זו של $a_6 + 2$?

ג. בחרו שני מספרים בסדרה ומצאו את ההפרש ביניהם. רשמו את ההפרש באופן אלגברי.

סכומים

2. א. רשמו באופן אלגברי שלוש הצגות שונות למספר a_3 ,

- על-פי שני המספרים שלפניו: $a_3 = \underline{\hspace{2cm}}$

- על-פי שני המספרים שמצדיו: $a_3 = \underline{\hspace{2cm}}$

- על-פי שני המספרים שאחריו, $a_3 = \underline{\hspace{2cm}}$

רשמו את סכומי האגפים: $3a_3 = \underline{\hspace{2cm}}$

ב. רשמו באופן אלגברי שלוש הצגות שונות לכל אחד ממספרי פיבונצ'י הבאים:

a_5 , a_{20} , a_{100} לפי הדוגמה שבסעיף א.

רשמו גם את סכומי האגפים.

ג. רשמו שלוש הצגות שונות עבור a_n , ורשמו את סכומי האגפים.

ד. רשמו במילים את החוקיות שמצאתם.

3. רשמו את 12 המספרים הראשונים בסדרת מספרי פיבונצ'י והשתמשו בהם במשימות הבאות.

4. נסו למצוא חוקיות לגבי סכום מספרי פיבונצ'י במקומות האי-זוגיים (החל מן המקום הראשון ועד מקום מסוים) באמצעות הסעיפים.

א. השלימו במחברת.

כתיב אלגברי	שפת מספרים	כתיב אלגברי
$a_1 + a_3$	$1 + 2$	$= a_4$
$\underline{\hspace{2cm}}$	$1 + 2 + 5$	$= \underline{\hspace{2cm}}$
$\underline{\hspace{2cm}}$	$1 + 2 + 5 + 13$	$= \underline{\hspace{2cm}}$
$\underline{\hspace{2cm}}$	$1 + 2 + 5 + 13 + 34$	$= \underline{\hspace{2cm}}$

ב. כמה איברים במקומות האי-זוגיים (החל מ- a_1) יש לדעתכם לחבר כדי לקבל את a_{22} ?

כדי לקבל את a_{25} ?

ג. הכלילו עבור n אי-זוגי כלשהו: $a_1 + a_3 + a_5 + \dots + a_n = \underline{\hspace{2cm}}$

ד. רשמו את החוקיות במילים.

ה. הראו בעזרת החוקיות המגדירה את סדרת פיבונצ'י כי $a_8 = a_1 + a_3 + a_5 + a_7$.

5. נסו למצוא חוקיות לגבי סכום מספרי פיבונצ'י **במקומות הזוגיים** (החל מן המקום השני ועד מקום מסוים) באמצעות הסעיפים שבהמשך.
א. השלימו במחברת.

כתיב אלגברי	שפת מספרים	כתיב אלגברי
$a_2 + a_4$	$1 + 3 = 4$	$=$ _____
_____	$1 + 3 + 8 = 12$	$=$ _____
_____	$1 + 3 + 8 + 21 =$ ____	$=$ _____
$a_2 + a_4 + a_6 + \dots + a_{22}$	_____ →	$=$ _____
$a_2 + a_4 + a_6 + \dots + a_n$	_____ →	$=$ _____

ב. רשמו את החוקיות במילים.

6. נסו למצוא חוקיות לגבי סכום כול מספרי פיבונצ'י העוקבים (החל מן המקום הראשון ועד מקום מסוים) באמצעות הסעיפים הבאים.

כתיב אלגברי	שפת מספרים	כתיב אלגברי
$a_1 + a_2$	$1 + 1 = 2$	$=$ _____
_____	$1 + 1 + 2 = 4$	$=$ _____
_____	$1 + 1 + 2 + 3 =$ ____	$=$ _____
$a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{20}$	_____ →	$=$ _____
$a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{21}$	_____ →	$=$ _____
$a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n$	_____ →	$=$ _____

א. השלימו במחברת.

ב. רשמו את החוקיות במילים.



7. בדקו את תשובותיכם למשימה 6 באמצעות גיליון אלקטרוני.



8. משפט:

מכל ארבעה מספרי פיבונצ'י עוקבים ניתן ליצור שלשה פיתגורית באופן הבא:

- מכפלת האיבר הראשון ברביעי
 - מכפלת האיבר השני בשלישי כפול שתיים
 - סכום הריבועים של האיבר השני והשלישי
- אשרו את המשפט על-ידי שלוש דוגמאות.



כל מספר טבעי ניתן להצגה בצורה יחידה כסכום של מספרי פיבונצ'י שונים שאין ביניהם שניים עוקבים בסדרה. לדוגמה: $20 = 13 + 5 + 2$.

אמנם אפשר להציג את 20 כסכומים נוספים של מספרי פיבונצ'י למשל,

$$20 = 13 + 5 + 1 + 1$$

$$20 = 8 + 5 + 3 + 2 + 1 + 1$$

אך סכומים אלו אינם מקיימים את תנאי המשפט הדורש שהמחוברים לא יהיו מספרי פיבונצ'י סמוכים.

משפט זה הוכח על-ידי הרופא הצבאי הבלגי אדוארד זקנדורף - Edouard Zeckendorf -
1901-1983 שהיה מתמטיקאי חובב.

בחרו מספר גדול מ- 50 ונסו לכתוב אותו כסכום של מספרי פיבונצ'י שונים שאין ביניהם שניים עוקבים בסדרה.



שומרים על כושר

1. א. חשבו את הסכומים הבאים:

$$1 - 2 + 3 - 4 + 5 - \dots - 100 =$$

$$2 - 4 + 6 - 8 - \dots - 100 =$$

ב. מצאו את ההפרש בין סכום המספרים הזוגיים מ-1 עד 100 לבין סכום המספרים האי-זוגיים מ-1 עד 100.

2. א. מצאו.

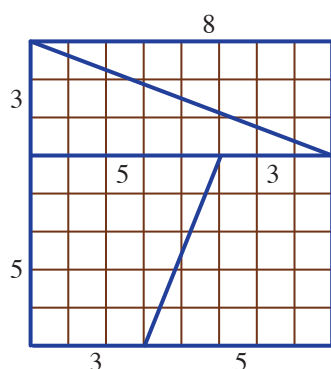
$$(1 - \frac{1}{2}) \cdot (1 - \frac{1}{3}) \cdot (1 - \frac{1}{4}) \cdot \dots \cdot (1 - \frac{1}{99}) \cdot (1 - \frac{1}{100}) =$$

$$(1 + \frac{1}{2}) \cdot (1 + \frac{1}{3}) \cdot (1 + \frac{1}{4}) \cdot \dots \cdot (1 + \frac{1}{99}) \cdot (1 + \frac{1}{100}) =$$

ב. פתרו את המשוואות הבאות.

$$(1 - \frac{1}{2}) \cdot (1 - \frac{1}{3}) \cdot (1 - \frac{1}{4}) \cdot \dots \cdot (1 - \frac{1}{n}) = 0.02$$

$$(1 + \frac{1}{2}) \cdot (1 + \frac{1}{3}) \cdot (1 + \frac{1}{4}) \cdot \dots \cdot (1 + \frac{1}{n}) = 200$$



• שרטטו על דף משובץ את הריבוע של 8×8 ואת החלוקה שלו כמצויר משמאל.

• גזרו את הריבוע לפי קווי החלוקה (לשני משולשים ולשני טרפזים).

• סדרו את חלקי הפאזל למלבן של 5×13 .

מהו שטח הריבוע? מהו שטח המלבן?

מהו סוד המשבצת שנוספה?

יגאטט גוגיאטט ללוטט לטטט