

8.2 על קווי גובה

יצרן מייצר במפעלו שני סוגי ארונות כמתואר בטבלה.

סוג הארון	כמות העץ הדרושה לארון	מספר שעות עבודה לארון
מטבח	5 מ"ר	10
בגדים	4 מ"ר	20

בכל חודש כמות העץ שיש למפעל היא 120 מ"ר, ומספר שעות העבודה העומדים לרשותו הוא 480 לכל היותר.

נסמן ב- x את מספר ארונות המטבח וב- y את מספר ארונות הבגדים שהמפעל מייצר בחודש. רשמו את האילוצים (המגבלות) של המפעל באמצעות אי-שוויונים.

נחקור כמה ארונות מכל סוג כדאי למפעל לייצר למקרים שונים של רווח.

התחום האפשרי



- עבדו באמצעות תוכנה גרפית (למשל, גאוגברה). שרטטו במחשב את התחום האפשרי לפי האילוצים שכתבתם בפתיח. לנוחיותכם עבדו במערכת צירים משובצת. (בגאוגברה לחצו על עכבר ימני $\leftarrow$ Graphics $\leftarrow$ Grid).



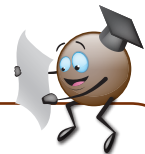
- א. במערכת הצירים שבסוף הפעילות שורטטו ישרים כדי לקבוע את התחום האפשרי. התאימו כל ישר לאחד האילוצים שרשמתם בפתיח.
ב. העתיקו את השרטוט למחברתכם או צלמו את הדף האחרון בפעילות וסמנו את התחום האפשרי.

- אילו מהטענות הבאות אינן נכונות? אם הטענה אינה נכונה, הסבירו איזה אילוץ אינו מתקיים.

- המפעל יכול לייצר בחודש 15 ארונות מטבח ו-15 ארונות בגדים.
- המפעל יכול לייצר בחודש 15 ארונות מטבח ו-10 ארונות בגדים.
- המפעל יכול לייצר בחודש 10 ארונות מטבח ו-20 ארונות בגדים.
- המפעל יכול לייצר בחודש 12 ארונות מטבח ו-15 ארונות בגדים.
- המפעל יכול לייצר בחודש 5 ארונות מטבח ו-22 ארונות בגדים.

הרווח הנקי לארון מטבח הוא 900 ש"ח, ולארון בגדים 600 ש"ח.

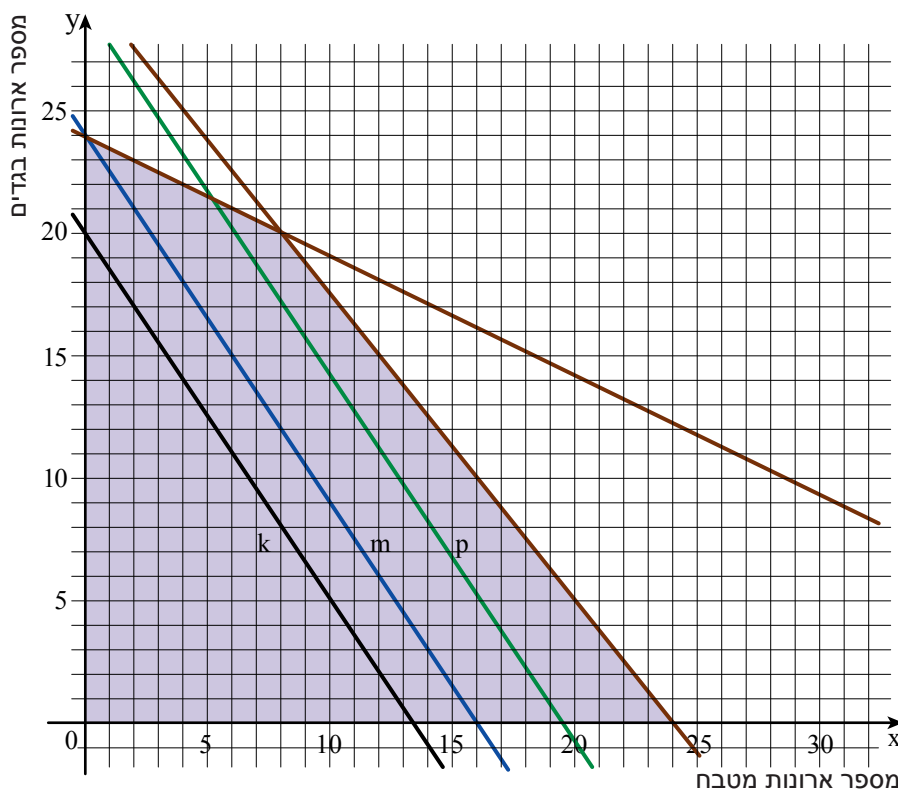
4. א. רשמו משוואה המתארת רווח של 14,400 ש"ח.
 ב. תנו שתי דוגמאות למספר הארונות מכל סוג שעל המפעל לייצר כדי שהרווח הנקי שלו יהיה 14,400 ש"ח בערך.
 ג. שרטטו במחשב או במערכת הצירים ממשימה 2 את הישר המתאר רווח של 14,400 ש"ח. תנו שתי דוגמאות למספר הארונות מכל סוג שעל המפעל לייצר כדי שהרווח הנקי שלו יהיה בדיוק 14,400 ש"ח.
5. א. רשמו משוואה המתאימה לרווח אחר. שרטטו את הגרף שלה במחשב או במערכת הצירים ממשימה 2.
 ב. **שימו לב**, לפחות חלק מהישר צריך לעבור בתחום האפשרי.
 ג. הסבירו מדוע הגרפים המייצגים את הרווחים השונים מקבילים.



הביטוי האלגברי $900x + 600y$ מייצג את הרווח. הרווח במקרה זה הוא פונקציה של מספר הארונות מכל סוג שהמפעל מייצר.
 את פונקציית הרווח מסמנים: $f(x, y) = 900x + 600y$.
 זוהי פונקציה בשני משתנים.
 הצבת זוג מספרים (x, y) המקיים את האילוצים של המפעל, נותנת תוצאה יחידה המתאימה לרווח מסוים של המפעל.



6. לפניכם גרפים של שלוש משוואות המייצגים רווחים שונים של המפעל.



א. מה משותף לכל הישרים? מדוע?

ב. איזה ישר מייצג לדעתכם את הרווח הגדול ביותר מבין שלושת הרווחים?

ג. מהו הרווח המשוער שמייצג כל ישר? הסבירו כיצד מצאתם.

ד. שרטטו במחשב או במערכת הצירים ממשימה 2 את גרף המשוואה

$$900x + 600y = 25,000$$

הסבירו מדוע הישר אינו מייצג רווח של המפעל.

הרווח המקסימלי

7. א. שרטטו את הישר המייצג את הרווח המקסימלי.

במחשב: תוכלו לעשות זאת על-ידי הזזת הישר ששרטטתם במשימה 5.

(בגאוגברה סמנו את הישר והזיזו אותו.)

עקבו אחרי השתנות פונקציית הרווח.

במערכת הצירים על הדף: תוכלו לעשות זאת על-ידי הזזת סרגל במקביל לישר ששרטטתם

במשימה 5.

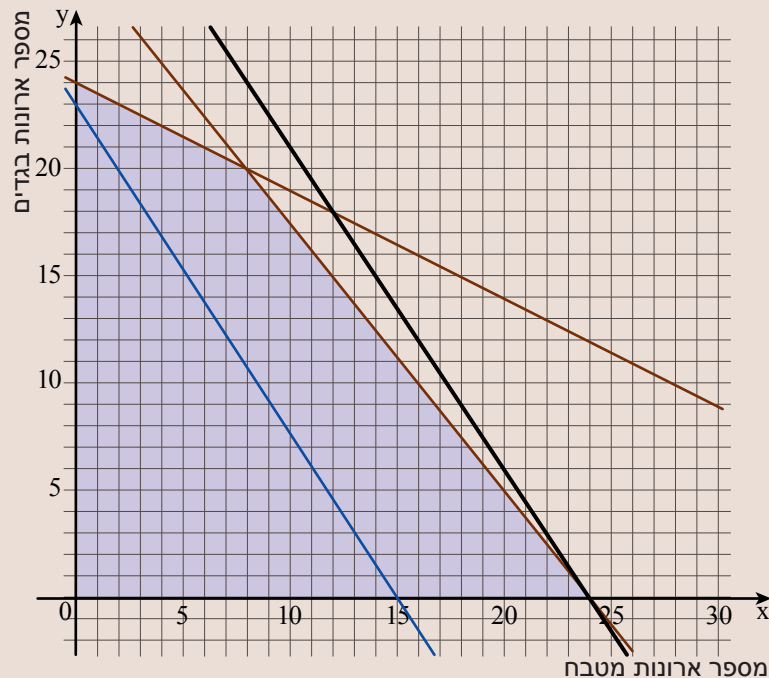
ב. כמה ארונות מכל סוג על בעל המפעל לייצר כדי לקבל את הרווח הגדול ביותר האפשרי, ומהו

הרווח הזה? הסבירו כיצד מצאתם.

ג. האם יש יותר מאפשרות אחת לקבל את הרווח הגדול ביותר?

אם כן, כמה אפשרויות כאלה ישנן?

ראינו כי ככל שהישר זז יותר ימינה (או יותר למעלה), הרווח שהוא מייצג גדול יותר. זאת בתנאי שלפחות נקודה אחת של הישר נמצאת בתחום האפשרי. אחרת אילוץ המפעל אינם מתקיימים, ואפשרות זאת אינה רלוונטית לגבי המפעל.



אחת הדרכים למציאת הרווח המקסימלי היא להזיז אחד מבין הישרים המייצגים רווח אפשרי של המפעל בכיוון של הגדלת הרווח, עד המקום האחרון שבו הוא עדיין מכיל נקודות מן התחום האפשרי. משוואת הישר הזה (ראו ישר מודגש בשרטוט) מייצגת את הרווח המקסימלי. כל נקודות הישר הזה הנמצאות בתחום האפשרי מייצגות את מספר הארונות מכל סוג שיש לייצר כדי לקבל את הרווח המקסימלי.

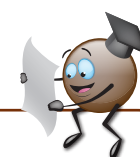
במקרה שלנו הנקודה $(24, 0)$ היא הנקודה היחידה על הישר שעדיין נמצאת בתחום האפשרי. ישר זה מייצג רווח של 21,600 ש"ח, וזהו הרווח המקסימלי שהמפעל יכול להשיג.

8. בחודש מסוים מצא בעל המפעל שיטה להוזיל את ההוצאות על ייצור ארונות הבגדים וכתוצאה מכך עלה הרווח הנקי לארון בגדים ל- 800 ש"ח. האילוץ נשאר כפי שהיו.
 - א. רשמו את פונקציית הרווח החדשה.
 - ב. הרווח של המפעל היה 20,000 ש"ח. שרטטו ישר מתאים לרווח זה.
 - ג. הזיזו את הישר כדי שייצג את הרווח המקסימלי.
- כמה ארונות מכל סוג על בעל המפעל לייצר כדי לקבל את הרווח המקסימלי?
- ד. מהו רווח זה? הסבירו כיצד מצאתם.
- ה. האם יש יותר מאפשרות אחת לקבל את הרווח הגדול ביותר? אם כן, כמה אפשרויות כאלה יש?

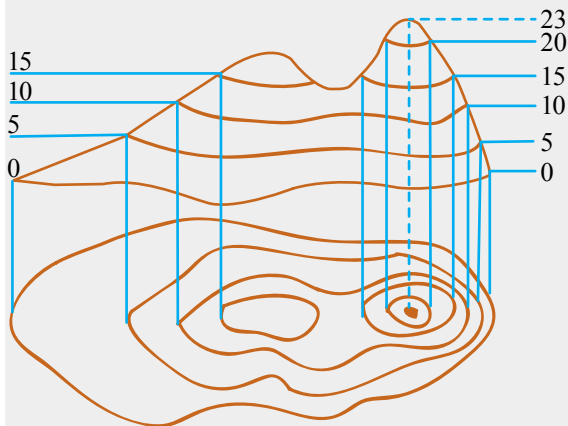
9. בשנה שלאחריה מצא בעל המפעל שיטה להוזיל גם את ההוצאות של ארונות המטבח, וכתוצאה מכך עלה הרווח הנקי לארון מטבח ל- 1000 ש"ח. האילוצים נשארו כפי שהיו.
- א. כמה ארונות מכל סוג על בעל המפעל לייצר כדי לקבל את הרווח המקסימלי? הסבירו כיצד מצאתם.
- ב. מהו רווח זה?
- ג. האם יש יותר מאפשרות אחת לקבל את הרווח הגדול ביותר האפשרי? אם כן, כמה אפשרויות כאלה יש?



10. א. בחודש מסוים השתנתה שוב פונקציית הרווח. כתוצאה מכך השתלם לבעל המפעל לייצר רק ארונות בגדים. בחרו פונקציית רווח חדשה שעבורה יהיה רווח מקסימלי אם המפעל ייצר רק ארונות בגדים, ומצאו את הרווח המקסימלי.
- ב. כמה פונקציות כאלה תוכלו למצוא?



מטרת בעל המפעל לקבל את הרווח הגדול ביותר האפשרי בהתחשב באילוצים של המפעל. במקרה שלנו **פונקציית המטרה היא פונקציית רווח**. כדי למצוא את הרווח המקסימלי שרטטתם ישר והזזתם אותו. כל אחד מהישרים האלו מייצג רווח מסוים, שמתקבל כתוצאה מהצבת נקודות הישר בפונקציית המטרה. ישרים אלו נקראים **קווי גובה**.



מפה טופוגרפית היא מפה המתארת תצורות תלת-ממדיות על דף דו-ממדי. הביטוי לממד השלישי - הגובה, ניתן באמצעות קווי-גובה. קו גובה הוא קו המחבר את כל הנקודות שהן באותו גובה מעל פני הים. כדי לייצר מפה כזו "פורסים" את השטח לפרוסות בעלות גובה שווה (ראו שרטוט). קווי הגובה משמשים לייצוג דו-ממדי של הרים ושל עמקים. מפה טופוגרפית מתארת את הגבהים השונים ואת תצורת השטח: ככל שהקווים צפופים יותר, המדרון תלול יותר.

11. הסבירו את המשמעות של המונח "קווי גובה" בהקשר לפעילות שלנו.



שומרים על כושר

1. מהו המצב ההדדי של זוגות הישרים הבאים - מקבילים מתלכדים או נחתכים?

ד. $x - 2y = 7$

$x - 2y = 6$

ה. $x - 2y = 5$

$y - 2x = 5$

ו. $x - 2y = 7$

$2y - x = -7$

א. $6x + 9y = 36$

$18x + 27y = 108$

ב. $6x + 9y = 36$

$18x + 27y = 72$

ג. $6x + 9y = 36$

$27x + 18y = 108$

2. קבעו ללא שרטוטים מדויקים את מספר נקודות המפגש בין ששת הישרים הבאים:

ד. $4y - 3x = -1$

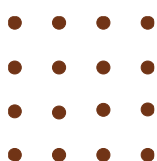
ה. $12x - 16y = 4$

ו. $12x - 9y = 18$

א. $3x - 4y = 1$

ב. $4x - 3y = 5$

ג. $12x - 16y = 8$



חידה

חברו את כל 16 העיגולים שבשרטוט על-ידי קו שבור רציף, לא סגור, המורכב משישה קטעים.

דף לצילום

