

### 7.3 חרוט



- פיתוח ראייה מרחבית בעזרת גופי סיבוב
- פיתוח היכולת לאמוד את התכולה, בחרוט שאינו מלא, ללא חישוב באמצעות נוסחה
- פיתוח ההבנה כי שינויים באורך רדיוס הבסיס של חרוט "משפיעים יותר" על נפחו, בהשוואה לשינויים באורך הגובה



- דגלים ליצירת גופי סיבוב. (סוגים שונים, מספר עותקים מכל סוג, חשוב שהדגלים יהיו מנייר טוב. הערה: רצוי לבצע בפועל את סיבובי הדגלים. חלק מהתלמידים בעלי יכולת מתמטית גבוהה מצטיינים בראיה מרחבית. לכן אין צורך בדגל לכל תלמיד, אך רצוי שחלק מהדגלים יהיו בידי המורה, למקרה שיש תלמיד או תלמידים הזקוקים לכך.
- תמונות של גופי הסיבוב מהפתיחה, להצמדה או הקרנה על הלוח.
- שיפודים או דוקים ודפים להכנת דגלים נוספים, אם יעלה צורך בכיתה.



מציגים את משימת הפתיחה על הלוח, ואוספים מהתלמידים הצעות להתאמה. מעבירים דגלים לתלמידים המעוניינים להתנסות, ובודקים את ההשערות.



### חרוט כגוף סיבוב

1. א, ב. גליל ג, ד. חרוט ה, ו. כדור  
צורה סימטרית אותה מסובבים סביב ציר הסימטריה (א, ג, ה), יוצרת דימוי גוף זהה לחצי הצורה המתקבלת על ידי גזירה לאורך ציר הסימטריה (ב, ד, ו, בהתאמה).

2. 1 – א 2 – ג 3 – ב 4 – ד

3. א, ג, טו. שני חרוטים זהים, בעלי בסיס משותף

ב. חרוט

ד, ז, ט, י. שני חרוטים בעלי בסיס משותף

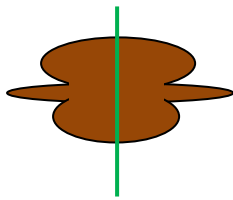
ה, ו, יד. גליל

ח, יא. חרוט שגרעו ממנו חרוט אחר בעל בסיס משותף

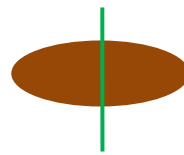
יב, יג. כדור

טז. חרוט, שגרעו ממנו חרוט, בעל קודקוד משותף (חרוט קטום)

יז. גליל וחרוט בעלי בסיס משותף



ג. הצורה המובאת  
או חצייה



4. א. חצי אליפסה  
או אליפסה



ד. חצי אליפסה ומעליה  
רבע אליפסה  
או אליפסה שלמה  
ומעליה חצי אליפסה



ב. רבע אליפסה  
או חצי אליפסה

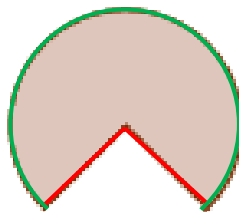
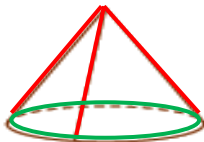
### חתכים בתוך חרוטים

עונים על משימה 5 וקוראים את הכתוב ב"הידעתם".

5. א. עיגול ב. משולש שווה שוקיים ג. משולש ישר זווית ד. אליפסה

### יוצרים חרוטים

6. ב, ד, ה, ז.



7. א. הקו היוצר מסומן באדום

הן בפריסה והן בחרוט.

ב. היקף הבסיס מסומן בירוק

הן בפריסה והן בחרוט.

8. התאמת חרוט לגזרה נקבעת לפי גודל זווית הגזרה.

1 - ב      2 - א      3 - ג

## נפח חרוט

9. רצוי לעלות תחילה השערות במסגרת דיון כיתתי.

מרבית התלמידים יחפשו שרטוט בו גובה הנוזל הוא באופן בולט מעל חצי גובה הגביע, יתכן שחלק יתקשו לקבל את חרוט ד כתשובה.

10. במשימה זו משתמשים בנוסחה לחישוב נפח החרוט. החישוב מצביע על כך שהבוכרים בשרטוט ד צדקו.

התוצאות של החישובים בהמשך, בסמ"ק:

$$\text{נפח החרוט: } \frac{\pi \cdot 5^2 \cdot 10}{3} = 261.8$$

$$\text{א. } \frac{\pi \cdot 2^2 \cdot 4}{3} = 16.76$$

$$\text{ג. } \frac{\pi \cdot 3^2 \cdot 6}{3} = 56.55$$

$$\text{ב. } \frac{\pi \cdot 2.5^2 \cdot 5}{3} = 32.72$$

$$\text{ד. } \frac{\pi \cdot 4^2 \cdot 8}{3} = 134.04$$

התוצאה הקרובה ביותר למחצית הנפח היא ד


דרך אחרת לאשר את ההשערה היא התייחסות לחלק החסר. גובה הנוזל ב- ד הוא  $\frac{4}{5}$  מגובה החרוט, ולכן גם הרדיוס הוא  $\frac{4}{5}$  מרדיוס החרוט. (המשולשים הנוצרים על ידי הגובה, רדיוס הבסיס והקו היוצר דומים)

בחישוב, הנפח המספר ד והחלוקה ב- 3, לא ישפיעו על היחס בין הנפחים.

$$\text{לכן היחס בין כמות הנוזל בשרטוט ד לנפח החרוט הוא: } \frac{4^2 \cdot 8}{5^2 \cdot 10}$$

נצמצם ב- 2 ונקבל  $4^3 : 5^3$  כלומר 64:125 קרוב מאד לחצי.

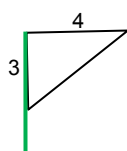
11. דגל א. יוצר דימוי חרוט שנפחו גדול יותר. (אפשר לנמק בעזרת חישוב)

דרך אחרת: נתבונן בדגל  ונשווה אותו לדגלים א ו- ב.

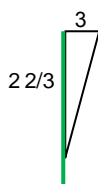
בדגל ב. הגדלנו את הגובה פי 2. לכן נפח דמוי הגוף שנוצר בסיבוב גדול פי 2.

בדגל א. הגדלנו את אורך רדיוס הבסיס של הגוף שנוצר בסיבוב פי 2. לכן נפחו גדול פי  $2^2$  (פי 4).

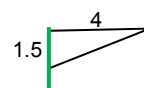
מכאן דגל א מייצר חרוט הגדול פי 2 מדגל ב.



ב. דוגמה:



או

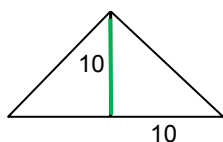


12. א. דוגמאות:

13. א. הנפח יגדל פי 8, ולכן אם הגלידה נמכרת לפי כמות הגלידה המחיר יהיה 48 ש"ח.  
 ב. הנפח יגדל פי 3 (נפח החרוט הוא שליש נפח הגליל). לכן לפי כמות הגלידה מחירה יהיה 18 ש"ח.



### שומרים על כושר

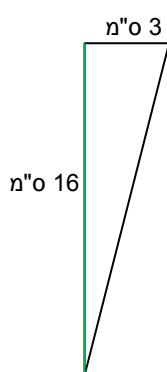


1. נפח החרוט בסמ"ק, המתקבל בסיבוב המשולש סביב הגובה הוא:

$$\frac{\pi \cdot 10^2 \cdot 10}{3} = 1047.2 \text{ סמ"ק}$$

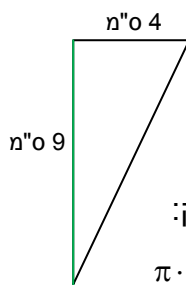
אם נניח כי הערך המקורב של  $\pi$  הוא 3, נוכל להסיק ללא חישוב כי נפח החרוט הוא בערך 1000 סמ"ק

2. א. היחס בין שטח הבסיס לשטח החתך 1 : 4  
 ב. היחס בין הגבהים הוא כיחס בין הרדיוסים, לכן גובה החרוט הקטן 4 ס"מ  
 ג. היחס בין נפח החרוט המקורי לנפח החרוט הקטן הוא 8 : 1



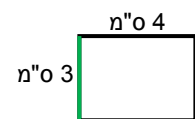
נפח בסמ"ק:

$$\frac{\pi \cdot 3^2 \cdot 16}{3} = 48\pi$$



נפח בסמ"ק:

$$\frac{\pi \cdot 4^2 \cdot 9}{3} = 48\pi$$



נפח בסמ"ק:

$$\pi \cdot 3 \cdot 4^2 = 48\pi$$

4. נפח החרוט החיצוני:  $\frac{\pi \cdot 6^2 \cdot h}{3} = 36 \frac{\pi h}{3}$

נפח החרוט הפנימי הוא **מחצית** נפח החרוט החיצוני.

אם רדיוס הבסיס שלו  $r$ , נקבל:  $\frac{\pi \cdot r^2 \cdot h}{3} = 18 \frac{\pi h}{3}$

מכאן  $r^2 = 18$ , כלומר:  $r = \sqrt{18}$

קוטר החרוט הפנימי הוא  $2\sqrt{18}$

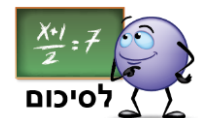
5. א. ח משולשים שווי צלעות חופפים.  
 ב. משולש ישר-זווית ושונה צלעות.  
 ג. ד. ה. משולשים חופפים. המשולשים ישרי-זווית ושווי-שוקיים.  
 ו. ז. משולשים ישרי-זווית ושווי-צלעות.



משימות שלא פתרו מתוך השיעור או מתוך המדור "שומרים על כושר".



מצמידים משושה למשושה כך שכל מחומש מונח באותו מישור עם משולש המשלים אותו לריבוע.



ביחידה זו התבוננו על החרוט מנקודות מבט שונות.  
 למדנו לזהות מאילו דגלים שסיבובם יוצר דימוי של גוף חרוט.  
 למדנו מאיזו גזרה נוכל לבנות מעטפת של חרוט.  
 אף על פי, שבשני המקרים יצרנו צורה תלת-ממדית מצורה דו-ממדית, אין קשר בין הדרכים.  
 חישבנו נפחים של חרוט, ורכשנו יכולת לאמוד חרוט שנפחו הוא מחצית הנפח של הגוף המקורי.  
 התבוננו בחתכי חרוט (נושא זה אפשר להרחיב).  
 במהלך ההתבוננות בחרוט המתקבל על-ידי סיבוב, נגענו גם בגופי סיבוב אחרים, למשל הגליל. ראינו  
 כי קיים קשר הדוק בין חישוב נפח הגליל וחישוב נפח החרוט.