

4.3 שיפור ציון

כאשר בוחנים מספר רב של אנשים, נהוג לבדוק תחילה מדגם של מבחנים כדי לראות אם המבחן היה ברמה הנדרשת. אם המבחן היה ברמה גבוהה מדיי פועלים בשיטות שונות כדי שהציון לא יושפע מכך. לפעמים נותנים לבודקים הוראות בדיקה מיוחדות, ולפעמים מעלים את ציון המבחן באופן גורף.



אחת הדרכים לשיפור הציון היא שימוש בפונקציה $f(x) = 10\sqrt{x}$ כאשר x הוא הציון המקורי, ו- $f(x)$ הציון המשופר.

נחקור את הפונקציה ונברר באיזה אופן הציון משתפר.

הפונקציה $g(x) = \sqrt{x}$

1. בשרטוט סקיצה של גרף הפונקציה $g(x) = \sqrt{x}$.

נכון או לא נכון?

א. $g(9) = \pm 3$

ב. $g(9) = 81$

ג. $g(0) = 0$

ד. $g(225) = 15$

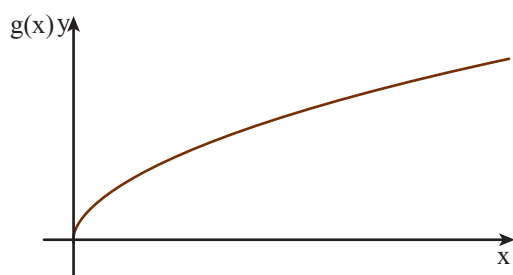
ה. תחום ההצבה הוא כל המספרים החיוביים.

ו. אם a חיובי, אז $g(a)$ חיובי.

ז. $g(x) \geq 0$

ח. הפונקציה עולה.

ט. קצב השינוי של הפונקציה הולך וקטן.



הציון המשופר $f(x) = 10\sqrt{x}$

2. א. הציון המקורי של רמי במבחן היה 72. מהו בערך הציון המשופר שלו?

ב. הציון המשופר של חנה הוא 90. מה היה הציון המקורי שלה?

ג. **איתי** אמר: "זה לא הוגן, הציון שלי לא השתפר". מה יכול להיות הציון של איתי?

3. הגרף של $f(x) = 10\sqrt{x}$ שהיא פונקציית הציון המשופר, הוא מתיחה כלפי מעלה של גרף הפונקציה $g(x) = \sqrt{x}$.

א. מהו התחום המתאים לתוכן הבעיה?

ב. שערך כיצד נראה הגרף של הפונקציה f .

ג. בדקו על-ידי איסוף נתונים בטבלה ושרטוט גרף מתאים.

השיפור בציון

4. בדקו על-ידי ניסוי וטעייה איזה ציון מקבל את השיפור הגדול ביותר.
5. א. רשמו ביטוי אלגברי לפונקציה s המבטאת את השיפור בציון (תוספת הנקודות לציון המקורי) בהתאם לציון במבחן.
ב. חשבו $s(0)$, $s(100)$.
ג. הראו בדרך אלגברית כי רק לציונים 0 ו-100 אין שיפור בציון.
רמז: אין שיפור בציון, פירושו שוויון בין הציון המשופר ובין הציון המקורי.
ד. הראו שהשימוש בשיטה זו לתיקון הציונים משפר כל ציון או משאיר אותו כפי שהיה אבל אינו מקטין אותו.
ה. האם ייתכן מצב שבו שני ציונים מקוריים משתפרים באותו מספר של נקודות? אם לא, הסבירו מדוע. אם כן, האם יש זוג נוסף כזה?



6. שרטטו באמצעות תוכנה גרפית (למשל גאוגברה) באותה מערכת צירים את הגרף של
- הפונקציה המתאימה לציון המקורי (x) את הציון המשופר $f(x) = 10\sqrt{x}$.
- הפונקציה המתארת מצב שבו אין שיפור של הציון המקורי $(y = x)$.
א. בדקו בעזרת הגרפים איזה ציון מקורי מקבל את השיפור הגדול ביותר.
ב. בדקו בעזרת הגרפים אם יש זוגות ציונים שמקבלים אותו שיפור בציון. אם כן, רשמו דוגמה.
7. שרטטו באמצעות תוכנה גרפית (למשל גאוגברה) את הגרף של פונקציית השיפור בציון (כלומר, תוספת הנקודות לציון המקורי x).
א. בדקו בעזרת הגרף איזה ציון מקבל את השיפור הגדול ביותר.
ב. בדקו בעזרת הגרף אם יש זוגות ציונים שמקבלים אותו שיפור בציון. אם כן, רשמו דוגמה.



8. בדקו בדרך אלגברית מה צריכים לקיים שני ציונים a ו- b כדי שיקבלו אותו שיפור בציון.
רמז: השתמשו בנוסחת הכפל המקוצר $(\sqrt{a} + \sqrt{b})(\sqrt{a} - \sqrt{b})$.
 $a - b = (\sqrt{a} + \sqrt{b})(\sqrt{a} - \sqrt{b})$.
9. הסבירו מדוע השיטה הזו נחשבת לשיטה טובה לשיפור ציונים. (למשל, עם אילו ציונים היא "מיטיבה" יותר ועם אילו פחות?)



בשנת 2010 התברר ימים מספר לפני בחינת הבגרות במתמטיקה כי טופס המבחן הודלף, והיו תלמידים שאף סחרו בו. במשרד החינוך החליטו לקיים את הבחינה כסדרה, אולם שאלוני הבחינה הוחלפו. ביום הבחינה הורגש לחץ רב בבתי-הספר, שכן הבחינה החדשה הועברה באמצעות אתר מיוחד באינטרנט - דבר שלווה בקשיים רבים שגרמו לעיכובים וללחץ רב. לאחר תלונות רבות מצד התלמידים ולאחר בדיקת המבחן החליטו במשרד לשפר את הציונים. ההחלטה התקבלה לאחר השוואה רב-שנתית של ממוצע הציונים הכולל, מספר הנכשלים ומספר המצטיינים.



שומרים על כושר

1. בכל סעיף קבעו אם הטענה נכונה או אינה נכונה לכל ערך של x .

- | | | |
|-------------------------|-------------------------|-------------------------|
| א. $\sqrt{x^2} = x$ | ד. $-\sqrt{x^2} = -x$ | ז. $\sqrt{-x^2} = - x $ |
| ב. $\sqrt{x^2} = x $ | ה. $\sqrt{(-x)^2} = -x$ | ח. $\sqrt{-x^2} = x $ |
| ג. $-\sqrt{x^2} = - x $ | ו. $\sqrt{-x^2} = -x$ | ט. $\sqrt{x^4} = x^2$ |

בכל סעיף שקבעתם "לא נכון" הביאו דוגמה נגדית.

2. רשמו את המספר כמכפלה באופן שהמספר מתחת לשורש יהיה מספר טבעי קטן ככל האפשר.
דוגמה: $\sqrt{8} = 2\sqrt{2}$.

- | | | |
|----------------|----------------|----------------|
| א. $\sqrt{72}$ | ג. $\sqrt{50}$ | ה. $\sqrt{75}$ |
| ב. $\sqrt{12}$ | ד. $\sqrt{63}$ | ו. $\sqrt{32}$ |



בשנת x אבא שלי יהיה בן $\sqrt{x}$. בן כמה הוא השנה?