

4.2 סימטריה

לפניכם 8 פונקציות ו-8 גרפים שלהן (לא באותו סדר).

$$y = 2x - 3$$

$$y = 5$$

$$y = -3x$$

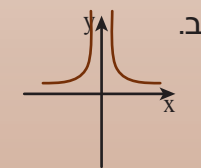
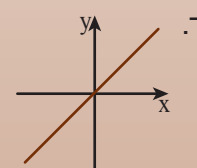
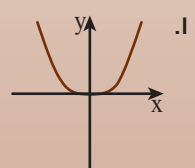
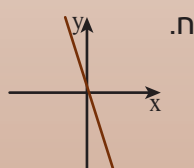
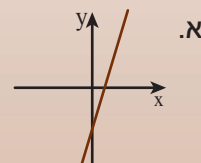
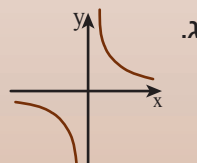
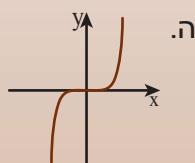
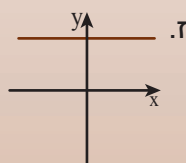
$$y = x$$

$$(x \neq 0) \quad y = \frac{1}{x^2}$$

$$(x \neq 0) \quad y = \frac{1}{x}$$

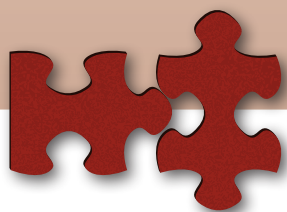
$$y = x^3$$

$$y = x^2$$



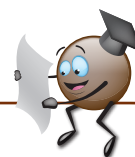
התאימו גרף לביטוי אלגברי.

נחקור מה קורה לגרף הפונקציות אם נשנה אותן בדרכים שונות.



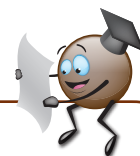
מציבים $-x$ במקום x בייצוג האלגברי של הפונקציה

1. א. הציבו $-x$ במקום x בייצוג האלגברי של הפונקציות שבפתיח.
- ב. אילו מבין שמונה הפונקציות אינן משתנות כתוצאה מההצבה?
- ג. איזו תכונה משותפת יש לכל הגרפים של הפונקציות האלה?
- ד. הוסיפו פונקציה משלכם שיש לה אותה תכונה.



הגדרה: פונקציה שתחומה כולל יחד עם כל מספר גם את הנגדי לו, ואינה משתנה כתוצאה מהצבת $-x$ במקום x , כלומר מקיימת $f(-x) = f(x)$ לכל x בתחום, נקראת **פונקציה זוגית**.

2. א. אילו מבין שמונה הפונקציות שהשתנו הופכות לפונקציות **נגדיות** לפונקציות המקוריות כתוצאה מההצבה?
- ב. איזו תכונה משותפת יש לכל הגרפים של הפונקציות האלה?
- ג. הוסיפו פונקציה משלכם שיש לה אותה תכונה.



הגדרה: פונקציה שתחומה כולל יחד עם כל מספר גם את הנגדי לו, והופכת לפונקציה נגדית כתוצאה מהצבת $-x$ במקום x , כלומר, מקיימת $f(-x) = -f(x)$ לכל x בתחום, נקראת **פונקציה אי-זוגית**.

3. רשמו לכל פונקציה את תחומה וקבעו אם היא זוגית, אי-זוגית או אחרת.

א. $f(x) = x^2 + x^3$ ה. $f(x) = |x| + x$

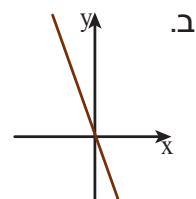
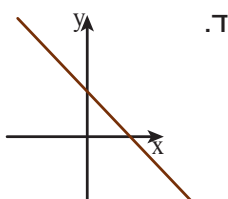
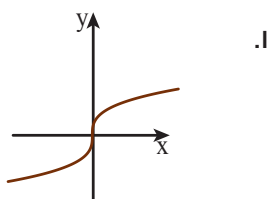
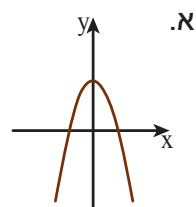
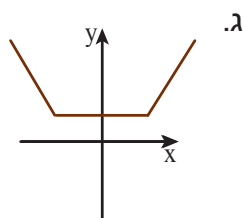
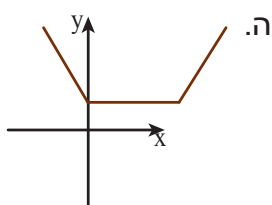
ב. $f(x) = \frac{3}{x^2 + 1}$ ו. $f(x) = x|x|$

ג. $f(x) = \frac{3}{x^3 + 1}$ ז. $f(x) = \frac{x}{|x|}$

ד. $f(x) = \frac{|x|}{x^2}$ ח. $f(x) = \frac{1}{x} - x$

4. מיינו לשלוש קבוצות את הגרפים הבאים:

גרפים של פונקציות זוגיות, גרפים של פונקציות אי-זוגיות וגרפים של פונקציות אחרות.





5. עבדו בתוכנה גרפית (למשל, גאוגברה). השתמשו במערכת צירים שבה היחס בין אורכי היחידות על הצירים הוא 1:1.
- א. בחרו פונקציה שאינה זוגית ואינה אי-זוגית כרצונכם: $f(x) = \underline{\hspace{2cm}}$ ושרטטו גרף שלה במחשב.
- ב. שרטטו באותה מערכת צירים את הגרף של $f(-x)$.
- ג. מה הקשר בין הגרפים של שתי הפונקציות?
- ד. חזרו על המשימה עם פונקציות נוספות ובדקו אם הקשר שמצאתם קיים בכל המקרים.

מציבים x במקום y ו- y במקום x בייצוג האלגברי של הפונקציה

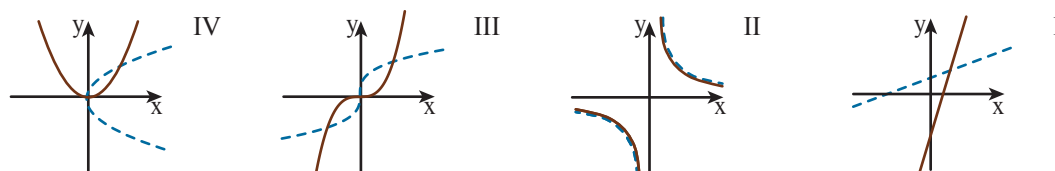


6. א. החליפו בין x ל- y בייצוג האלגברי של כל אחת משמונה הפונקציות שבפתיח (כלומר, הציבו x במקום y ו- y במקום x).
- ב. שרטטו את ההתאמה המתקבלת.
- למשל, עבור הפונקציה $y = x^2$ שרטטו את $x = y^2$.
- ג. באילו מבין 8 הפונקציות שבפתיח ההחלפה בין x ל- y אינה משנה את הפונקציה המקורית?
- ד. באילו מבין 8 הפונקציות ההחלפה בין x ל- y יוצרת קשר שאינו פונקציה? הסבירו.
- ה. נקו את מערכת הצירים מגרפים ושרטטו בה גרף של הישר $y = 2x - 3$.
- שרטטו באותה מערכת צירים את הפונקציה המתקבלת אחרי החלפה בין x ל- y .
- ו. חזרו על המשימה שבסעיף הקודם לגבי הפונקציה $y = x^3$.
- ז. מה הקשר בין הגרפים של הפונקציות המקוריות ובין הפונקציות הנוצרות לאחר החלפה בין x ל- y ?

עברו לקריאת ההגדרה של פונקציות הפוכות זו לזו.

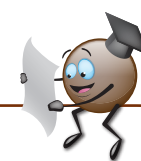


7. א. החליפו בין x ל- y בייצוג האלגברי של כל אחת משמונה הפונקציות שבפתיח.
 ב. בכל מערכת צירים יש גרף של אחת משמונה הפונקציות (בצבע חום) וגרף הביטוי האלגברי המתקבל לאחר ההחלפה בין x ל- y (בקו כחול מרוסק).



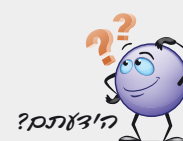
איזו פונקציה לא השתנתה לאחר ההחלפה?

- ג. איזו פונקציה הופכת לאחר ההחלפה להתאמה שאינה פונקציה? הסבירו מדוע זה קורה דווקא במקרה זה.
 ד. מה הקשר בין הגרפים של שתי הפונקציות המשורטטות באותה מערכת צירים בשני המקרים הנוספים?



הגדרה: אם החלפה בין x ל- y בפונקציה יוצרת פונקציה, הפונקציה החדשה והפונקציה המקורית נקראות **פונקות זו לזו**.

8. מצאו פונקציה שהיא הפוכה לעצמה.



קלידוסקופ הוא מכשיר אופטי שנועד להמחיש סימטריות. הוא מורכב מגליל שבתוכו עצמים צבעוניים ומראות המשקפות אותם. המשתמשים יכולים להשקיף דרך חור בבסיס הגליל ולחזות במגוון של צורות, צבעים ותבניות מרהיבות. כל שקשוק וסיבוב של הגליל ישנו את הצורות וייצרו תמונות מפתיעות חדשות.



שומרים על כושר

1. א. הציבו בכל פונקציה שבפתיח הפעילות, x^2 במקום x , ופשטו.
אילו מבין הפונקציות שהתקבלו הן קוויות? אילו ריבועיות? אילו לא זה ולא זה?
ב. הציבו בכל פונקציה שבפתיח הפעילות, $\frac{1}{x}$ במקום x , ופשטו.
אילו מבין הפונקציות שהתקבלו הן קוויות? אילו ריבועיות? אילו לא זה ולא זה?



חידה

התוכלו לקרוא את הטקסט הבא בלי להפוך את הדף?

כעת נא, נוצר גונע כעינני בדני כהמעדוננים בנן מנאע ניעו
ללנוא דאופו מדתי ונניג אע ניטעלפונע פג ניכענדי

