

### 3.3 חושבים לפני שפותרים



**דורון** פתר את המשוואה הבאה  $\frac{x^2-25}{25-x^2} = 2$  כך:

$$\frac{x^2-25}{25-x^2} = 2 / \cdot (25-x^2)$$

$$x^2-25 = 50-2x^2$$

$$3x^2 = 75$$

$$x^2 = 25$$

$$x = 5, -5$$

**דורון** אמר כי למשוואה יש שני פתרונות.

הפתרון של דורון שגוי. הסבירו מדוע. מהו הפתרון הנכון של המשוואה?

האם יכולתם למצוא את הפתרון בלי לפתור את המשוואה? הסבירו.

**נחשוב לפני שניגע בעיפרון, ונמצא בדרך יעילה את הפתרון.**

#### פתרון ללא עיפרון

1. פתרו את המשוואות הבאות בעל-פה.

א.  $\frac{x^2-4}{4-x^2} = 4$       ד.  $\frac{x^2-4}{x^2+4} = 1$       ז.  $\frac{x^2-4}{x^2+4} = 0$

ב.  $\frac{x^2-4}{4-x^2} = -1$       ה.  $\frac{x^2-4}{x^2+4} = -1$       ח.  $\frac{x^2+4}{x^2-4} = 0$

ג.  $\frac{x^2-4}{4-x^2} = 0$       ו.  $\frac{x^2-4}{x^2+4} = 2$       ט.  $\frac{x^2-4}{x^2-4} = 0$

2. רשמו, אם אפשר, מספר במקום הריק במשוואה  $\frac{1-x^2}{x^2-1} = \text{_____}$

א. כך שלמשוואה יהיו אינסוף פתרונות.

ב. כך שלמשוואה יהיו שני פתרונות.

ג. כך שלמשוואה יהיה פתרון אחד.

ד. כך שלמשוואה לא יהיה פתרון.

3. רשמו, אם אפשר, מספר במקום הריק במשוואה  $\frac{1-x^2}{1+x^2} = \text{_____}$

א. כך שלמשוואה יהיו אינסוף פתרונות.

ב. כך שלמשוואה יהיו שני פתרונות.

ג. כך שלמשוואה יהיה פתרון אחד.

ד. כך שלמשוואה לא יהיה פתרון.



4. א. שרטטו את הגרפים של הפונקציות  $f(x) = \frac{1-x^2}{x^2-1}$  ו-  $g(x) = \frac{1-x^2}{1+x^2}$ .  
 ב. מצאו קשר בין הגרפים ובין תשובותיכם למשימות 2 ו-3.

5. **דריה** פתרה את חמש המשוואות הרשומות מטה.  
 בדקו פתרונותיה וקבעו: נכון, לא נכון.

משוואה	פתרון של דריה
$\frac{a^2-9}{a^2+9} = 3.1$	א. למשוואה אין פתרון. הסבר: המונה תמיד קטן מן המכנה, לכן השבר חייב להיות קטן מ-1.
$\frac{a^2-9}{a^2+9} = 0$	ב. הפתרון הוא $a = 3$ או $a = -3$ . הסבר: השבר יהיה אפס רק אם המונה אפס.
$\frac{a^2-9}{a^2+9} = -1$	ג. למשוואה אין פתרון. הסבר: השבר יהיה -1 רק אם המונה והמכנה נגדיים, והביטויים הנתונים אינם כאלה.
$\frac{a^2-9}{a^2+9} = -3$	ד. למשוואה אין פתרון. הסבר: המכנה גדול מ-9 או שווה לו. הערך הכי נמוך של המונה הוא -9, לכן ערך השבר אינו יכול להיות -3.
$\frac{a^2-9}{a^2+9} = a^2-9$	ה. למשוואה אין פתרון. הסבר: אפשר לרשום את המשוואה כך: $\frac{a^2-9}{a^2+9} = \frac{a^2-9}{1}$ . שני שברים שווים בעלי אותו מונה חייבים להיות גם בעלי אותו מכנה, אבל $a^2+9 \neq 1$ לכל מספר a.

### גרפים "מחוררים"

6. נתונה פונקציה  $f(x) = \frac{x^2-4x+3}{x-3}$ .

א. השלימו את הטבלה הבאה במחברת.

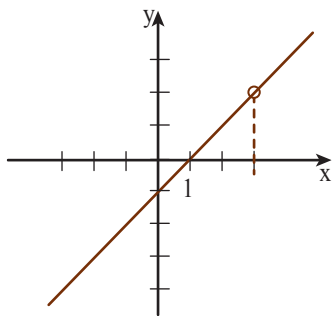
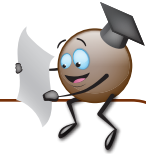
x	-2	-1	0	1	2
f(x)					

ב. שערך כיצד נראה גרף הפונקציה.

ג. שרטטו כדי לבדוק.

ד. מה קורה לדעתכם לגרף בנקודה שבה  $x = 3$  ?

ה. האם אפשר היה לשער ללא השלמת הטבלה כיצד ייראה הגרף? הסבירו.



ישנן פונקציות שתחום ההגדרה שלהן אינו כולל את כל המספרים. למשל, הפונקציה  $f(x) = \frac{x^2 - 4x + 3}{x - 3}$  אינה מוגדרת עבור  $x = 3$ . כל יתר הנקודות של הפונקציה נמצאות על הישר  $y = x - 1$ . לכן הגרף של הפונקציה זהה לגרף הישר  $y = x - 1$ , פרט לנקודה שבה  $x = 3$ , כי בה הפונקציה אינה מוגדרת, ובגרף נוצר "חור".

7. התבוננו בפונקציות הבאות והחליטו אם הגרף שלהן הוא ישר או פרבולה (פרט לנקודות בודדות).

ג.  $f(x) = \frac{x^2 - 2x}{x - 2}$

א.  $f(x) = \frac{x^2 - 2x + 1}{2}$

ד.  $f(x) = \frac{x^3 - x}{x + 1}$

ב.  $f(x) = \frac{x^2 - 2x + 1}{x - 1}$



ו.  $f(x) = \frac{x^4 - 1}{x^2 + 1}$

ה.  $f(x) = \frac{x^4 - 1}{x^2 - 1}$



## שומרים על כושר

1. השוו ל-0 את הביטויים האלגבריים של הפונקציות ממשימה 7, ופתרו את המשוואות המתקבלות. בדקו את פתרונותיכם על-ידי הצבה.
2. א. שרטטו את סקיצת הגרף של כל פונקציה ממשימה 7.  
ב. בדקו את תשובותיכם על-ידי שרטוט גרפים במחשב.  
ג. האם המחשב מתייחס ל"חורים" (כלומר, לנקודות בודדות בהן הפונקציה אינה מוגדרת)?



ג'ירולמו קרדאנו (באיטלקית: Girolamo Cardano; 1501-1576) היה פילוסוף, רופא, אסטרוולוג, וממציא איטלקי, אך פרסומו הגדול בא מעיסוקו כמתמטיקאי. עבודותיו באלגברה שמשו בסיס לתחום זה. קרדנו מצא דרך לפתור משוואות ממעלה שלישית ומשוואות ממעלה רביעית. הידע שלו במספרים שליליים (שלא היה נפוץ באירופה באותה תקופה) עזר לו בכך מאוד.

קרדאנו פרסם למעלה מ-100 ספרים בתחומים שונים.

חייו האישיים היו אומללים, ולמרות הכבוד המקצועי הרב לו זכה, הוא ידע אכזבות מנישואיו ומילדיו. התמכרותו להימורים גרמה לו לעזוב את עבודתו המדעית לתקופות ארוכות, אבל תוך כדי כך הוא פיתח את יסודות תורת ההסתברות שאותם הביא בספרו "ספר המזל והמשחקים"

## חידה



בידי נייר ממו קטן בגודל  $10\text{ ס"מ} \times 10\text{ ס"מ}$ .  
האם לדעתכם אוכל ליצור "חור" בנייר כך שאוכל להשחיל את הנייר על ראשי?